

# 耦合广义非线性薛定谔方程的相互作用表象龙格库塔算法及其误差分析\*

李磐 时雷 毛庆和†

(中国科学院安徽光学精密机械研究所, 安徽省光子器件与材料重点实验室, 合肥 230031)

(2013年2月4日收到; 2013年4月7日收到修改稿)

本文通过表象变换, 将耦合广义非线性薛定谔方程 (C-GNLSE) 变换成相互作用表象中的向量方程, 再利用向量形式的 4 阶龙格-库塔迭代格式, 建立了一种在频域内求解 C-GNLSE 的同步更新迭代算法. 通过将该向量形式的相互作用表象中的 4 阶龙格-库塔 (V-JH-RK4IP) 算法应用于高双折射光子晶体光纤中超连续谱产生的数值模拟, 验证了算法的有效性. 通过与现有其他典型算法的比较, 表明以 V-JH-RK4IP 算法求解 C-GNLSE 具有最高的计算精度和计算效率.

**关键词:** 耦合广义非线性薛定谔方程 (C-GNLSE), 相互作用表象, 4 阶龙格-库塔算法, 超连续谱产生

**PACS:** 42.81.Dp, 42.81.-i, 42.65.Re

**DOI:** 10.7498/aps.62.154205

## 1 引言

受色散和非线性效应的作用, 超短激光脉冲在单模光纤中传输过程中将产生丰富的非线性光学现象, 在光纤(孤子)通信、超快光学、超连续谱产生、光学相干层析等方面都具有重要的应用<sup>[1-4]</sup>. 描述超短脉冲在单模光纤中传输行为的最基本数学模型是包含群速度色散和自相位调制的非线性薛定谔方程 (NLSE)<sup>[2]</sup>, 但对于高峰值功率的飞秒脉冲在光纤中传输演化, 则需要由包含高阶色散和高阶非线性效应的广义非线性薛定谔方程 (GNLSE) 来描述<sup>[5]</sup>. 尽管人们已发展出逆散射<sup>[6]</sup>和自相似方法<sup>[7]</sup>解析求解 NLSE, 但对于 GNLSE, 只能用数值方法求解.

数值求解 NLSE 和 GNLSE 的基本方法是分步傅里叶方法 (SSFM)<sup>[2]</sup>, 它忽略色散和非线性间的耦合, 对色散和非线性算子先后进行积分求解, 计算耗时且精度不高. 通过采用对称分步傅里叶算法 (S-SSFM) 可弥补因未考虑色散和非线性间耦合

所带来的误差, 提高求解精度<sup>[8,9]</sup>. 为抑制分步傅里叶算法求解非线性算子产生的较大误差, 人们已发展出多种求解非线性算子中指数幂积分的方法<sup>[10-14]</sup>, 并通过优化分步与迭代方案, 大大提高了计算精度<sup>[15]</sup>. 2007年, Hult 首次将由 Caradoc-Davies 求解描述 Bose-Einstein 凝聚态动力学行为的 Gross-Pitaevskii 方程的算法推广至对 NLSE 和 GNLSE 的数值求解, 这种相互作用表象中的 4 阶龙格-库塔方法 (JH-RK4IP) 通过表象变换将色散和非线性算子统合在一起, 具有 5 阶小量的局部误差和 4 阶全局精度, 展现了空前的计算效率<sup>[16]</sup>. 2009年, Heidt 在 Sinkin 等人自适应步长控制<sup>[17]</sup>的基础上, 通过利用光子数守恒增加物理约束, 有效减少了模拟过程中所需计算的 FFT 个数, 并成功地应用于 NLSE 和 GNLSE 的 JH-RK4IP 算法<sup>[18]</sup>. 最近, Rieznik 和 Heidt 等人还将光子数守恒步长自适应控制技术推广应用至 NLSE 和 GNLSE 的频域 JH-RK4IP 算法<sup>[19]</sup>, 从而将 NLSE 和 GNLSE 的数值求解技术推到极致.

但是, 随着对超短光脉冲经光纤色散非线性传

\* 国家自然科学基金(批准号: 61250017, 11104282)和中科院重要方向性项目(批准号: KJZD-EW-W02)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mqinghe@aiofm.ac.cn

输产生的诸如超连续谱、矢量孤子裂变、孤子俘获和矢量调制不稳定性等新图景逐渐呈现 [1,20-26], 对这类物理问题的完整描述涉及到相互耦合的广义非线性薛定谔方程 (C-GNLSE), 尽管人们早已将 SSFM 和 S-SSFM 算法通过交叉迭代方案应用于对 C-GNLSE 的求解, 但是, 如何将新型 JH-RK4IP 高效算法用来构建针对 C-GNLSE 数值模拟方法, 以提高对这种的非线性方程组的求解精度与效率, 仍需要进一步深入地研究, 相关工作至今也尚未见报道.

本文通过引入向量和向量算子把 C-GNLSE 变换到相互作用表象, 利用向量形式的龙格-库塔算法在频域数值求解了耦合广义非线性薛定谔方程. 通过将该向量形式的相互作用表象龙格-库塔算法应用于高双折射光子晶体光纤中超连续谱产生的数值模拟, 验证了算法的高精度和高效率.

## 2 模型与算法

普适的 C-GNLSE 可表示成

$$\frac{\partial A_n}{\partial z} = \hat{D}_n A_n + \hat{N}_n A_n, \quad (1)$$

其中  $n = 1, 2$  表示两个正交偏振态,  $A_n$  为光脉冲的包络振幅,  $z$  为传播距离,  $\hat{D}_n$  和  $\hat{N}_n$  分别为色散和非线性算子, 可表示为 [26,27]

$$\begin{aligned} \hat{D}_n = & - \left\{ \frac{\alpha_n}{2} + (-1)^{n+1} \delta\beta_1 \frac{\partial}{\partial T} \right. \\ & \left. + \sum_{m \geq 2} \frac{i^{m-1} \beta_{mn}}{m!} \frac{\partial^m}{\partial T^m} \right\}, \\ \hat{N}_n = & \frac{1}{A_n} i \gamma_n \left( 1 + i \tau_{\text{shock}} \frac{\partial}{\partial T} \right) \\ & \times \left\{ (1 - f_R) \left[ A_n |A_n|^2 + \frac{2}{3} A_n |A_{3-n}|^2 \right] \right. \\ & + \frac{1}{3} A_n^* A_{3-n}^2 \exp((-1)^n 2i \Delta\beta z) \\ & + f_R \left[ A_n \cdot \int_{-\infty}^T f_1(T - \tau) |A_n|^2 d\tau \right. \\ & + A_n \cdot \int_{-\infty}^T f_2(T - \tau) |A_{3-n}|^2 d\tau \\ & + A_{3-n} \cdot \int_{-\infty}^T f_3(T - \tau) (A_n A_{3-n}^* \\ & \left. \left. + A_n^* A_{3-n}) d\tau \right] \right\}, \quad (2) \end{aligned}$$

式中,  $\alpha_n$  为损耗系数,  $\beta_{mn}$  为  $n$  偏振方向传播常数  $\beta_n$  的  $m$  阶泰勒展开项,  $\delta\beta_1 = (\beta_{11} - \beta_{12})/2$ ,

$\delta\beta = \beta_{01} - \beta_{02}$ ,  $T = t - z(\beta_{11} + \beta_{12})/2$  为延时坐标系中的时间,  $\gamma_n$  为非线性系数,  $\omega_0$  为中心频率,  $\tau_{\text{SHOCK}} = 1/\omega_0$  与冲击响应有关的系数;  $f_R = 0.18$  为拉曼响应对克尔效应的贡献;  $f_1$  和  $f_3$  分别为平行和垂直拉曼响应,  $f_2$  为无增益频移 [28,29],  $f_1, f_2$  和  $f_3$  可分别表示成

$$f_1 = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right), \quad f_2 = f_1 - 2f_3$$

和  $f_3 = [(2\tau_b - t)/\tau_b^2] \exp(-t/\tau_b)$ , 其中  $\tau_1, \tau_2$  和  $\tau_b$  分别为 12.2 fs, 32 fs 和 96 fs. 若不区分垂直和平行拉曼效应以及无增益的拉曼频移时, 方程 (1)–(3) 所示的 C-GNLSE 可转换成与文献 [20, 21, 30] 中相同的形式, 但对于数值求解无本质区别. 对于 (1) 式所示的 C-GNLSE, 通常采用交叉迭代的 SSFM 和 S-SSFM 算法进行求解 [1], 但精度受限.

若将方程 (1) 两边做傅里叶变换, 并令  $\tilde{A} = \begin{pmatrix} \tilde{A}_1 \\ \tilde{A}_2 \end{pmatrix}$ , 则方程 (1) 变为

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = \tilde{D} \tilde{A} + \tilde{N} \tilde{A}, \quad (3)$$

其中

$$\tilde{D} \tilde{A} = \begin{pmatrix} \tilde{D}_1 \tilde{A}_1 \\ \tilde{D}_2 \tilde{A}_2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{N} \tilde{A} = \begin{pmatrix} \text{FT}\{\hat{N}_1 A_1\} \\ \text{FT}\{\hat{N}_2 A_2\} \end{pmatrix},$$

FT 表示傅里叶变换,  $\tilde{A}_n$  和  $\tilde{D}_n$  分别为  $A_n$  和  $\hat{D}_n$  的傅里叶变换. 方程 (3) 为正常表象下向量 C-GNLSE 的频域形式.

若令  $\tilde{A}' = \exp(-\tilde{D}z) \tilde{A}$ , 可得

$$\frac{\partial \tilde{A}'}{\partial z} = \exp(-\tilde{D}z) \tilde{N} (\exp(\tilde{D}z) \tilde{A}'). \quad (4)$$

向量方程 (4) 则为 C-GNLSE 在相互作用表象下的频域形式, 与文献 [16] 中标量 GNSLE 具有相同的形式. 于是, 可直接采用文献 [16] 中所描述的 JH-RK4IP 对向量方程 (4) 进行求解, 而向量形式四阶龙格库塔迭代格式可写为 Hult 格式 [16]:

$$\begin{aligned} A_l(\omega) &= \exp\left(\frac{h}{2} D\right) A(z, \omega), \\ k_1 &= \exp\left(\frac{h}{2} D\right) [h \hat{N}(A(z, \omega))] A(z, \omega), \\ k_2 &= h \hat{N}(A_l + k_1/2) [A_l + k_1/2], \\ k_3 &= h \hat{N}(A_l + k_2/2) [A_l + k_2/2], \\ k_4 &= h \hat{N}\left(\exp\left(\frac{h}{2} D\right) (A_l + k_3)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left(\frac{h}{2}D\right)[A_I + k_3], \\ A(z+h, \omega) = & \exp\left(\frac{h}{2}D\right)[A_I + k_1/6 \\ & + k_2/3 + k_3/3] + k_4/6. \end{aligned} \quad (5)$$

这样, 通过色散和非线性向量算子可在相互作用表象中利用 4 阶龙格-库塔算法直接求解向量方程 (4), 再通过迭代格式 (5) 最终可实现对 C-GNLSE 的求解. 利用这种向量形式的相互作用表象 Hult 格式的 4 阶龙格-库塔算法 (V-JH-RK4IP) 求解 C-GNLSE 时, 可在每个步长内对不同偏振方向场振幅的每步迭代运算实现同步更新, 从而使得求解更为精确合理. 并且, 由于是在频域对向量方程进行求解, 与频率相关的量就可用频域表达式进行直接计算, 使得计算时间和步骤都得到了优化.

### 3 算法应用与误差分析

为了验证上述 V-JH-RK4IP 算法求解 C-GNLSE 的正确性, 将其应用于飞秒光脉冲抽运

高双折射光子晶体光纤产生超连续谱的数值研究. 假定输入抽运脉冲为中心波长 680 nm、峰值功率 10 kW 的孤子脉冲, 其半高全宽为 50 fs; 所使用的双折射光子晶体光纤长度为 0.1 m, 其色散参量和文献 [27] 相同, 非线性系数为  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.045 \text{ W}^{-1}\text{m}^{-1}$ , 入射抽运飞秒脉冲的偏振方向与双折射光子晶体光纤快轴间的夹角为  $\pi/4$ . 模拟计算中, 步长、时域窗口和网格数分别取为  $50 \mu\text{m}$ , 10 ps 和  $2^{13}$ . 图 1 为模拟得到的该孤子抽运脉冲在高双折射光子晶体光纤中产生超连续谱时的时域和频域强度演化行为, 由图可见, 由于快慢轴折射率不同, 脉冲在不同偏振方向具有不同的群速度, 使得输入脉冲在经历较短传输距离后, 不同偏振方向的脉冲在时域上分离, 并各自逐渐发生矢量孤子裂变 [20], 由于快慢轴方向的色散不同, 产生孤子裂变的位置也不同 [1], 裂变后的两个偏振方向上的基阶孤子在负色散区各自产生拉曼自频移, 中心波长逐渐以不同的速度向长波方向扩展, 最终在快慢轴都演化产生超连续谱 [5]. 这与文献 [27] 采用时域 S-SSFM 算法所获得的模拟结果相同.

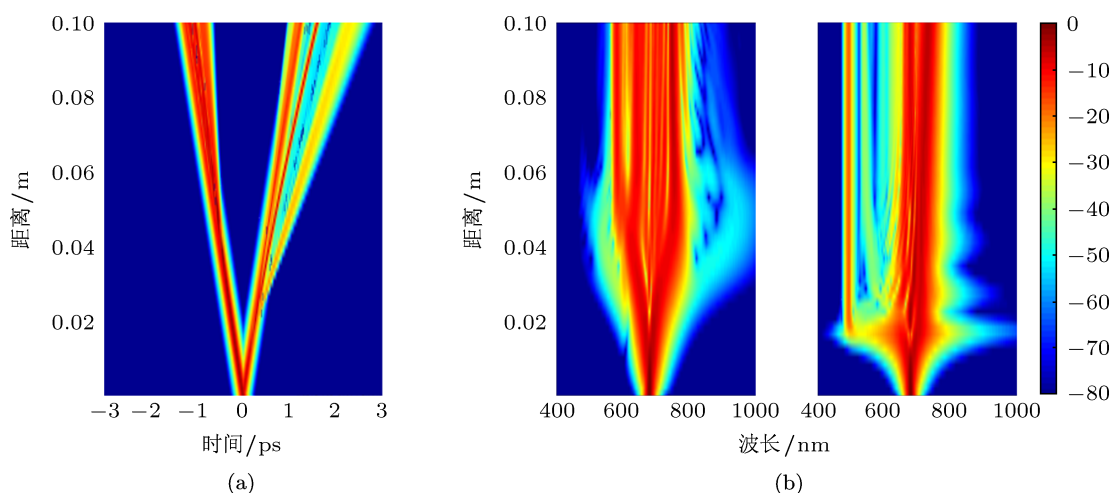


图 1 超短脉冲在高双折射光子晶体光纤中产生超连续谱的时域和频域强度随距离演化 (a) 和 (b) 分别为时域和频域演化, 其中左右图分别为快慢轴上的行为

图 2 为利用 V-JH-RK4IP 算法模拟得到的经 0.1 m 光子晶体光纤传输后在不同偏振方向上产生的超连续谱, 为比较, 图中也给出了采用由 2 阶龙格库塔法计算非线性算子的 S-SSFM 算法 (S-SSFM-RK2)<sup>[15]</sup> 求解方程 (3) 所得的结果, 两种算法中步长均分别取为  $50 \mu\text{m}$  和  $200 \mu\text{m}$ . 由图可见, 当步长为  $200 \mu\text{m}$  时, 由 V-JH-RK4IP 算法和 S-SSFM-RK2 算法所得结果基本符合, 快慢轴方向上的输出光谱都携有边带, 快轴和慢轴上的光谱边带分别均出现在

短波长和长波长翼, 但两种算法所得到的边带幅度有明显差别, 这是因步长选取过大导致. 若将步长减小至  $50 \mu\text{m}$ , V-JH-RK4IP 和 S-SSFM-RK2 的计算结果完全符合, 且边带消失, 表明 V-JH-RK4IP 算法所得结果可信.

为了进一步研究 V-JH-RK4IP 算法的精度和效率, 我们分析比较了由上述 V-JH-RK4IP 和 S-SSFM-RK2 算法, 以及由 4 阶龙格库塔法计算非线性算子的 S-SSFM 算法 (S-SSFM-RK4)<sup>[16]</sup> 求解方程 (3) 和

以 4 阶龙格库塔经典迭代格式替代 (5) 式所示的 Hult 迭代格式的相互作用表象 (V-RK4IP)<sup>[1]</sup> 求解向量方程 (4) 这四种方法在模拟高双折射光子晶体光纤中超连续谱产生时各算法所需计算的色散和非线性算子个数及其所具有的理论精度, 结果列于表 1 中, 可见, V-JH-RK4IP 算法同时具有高精度和高效率. 这种理论推论可通过测试比较这四种算法的误差加以证明. 参考文献 [16] 中对求解 GNLSE 误差的处理, 定义求解 C-GNLSE 的平均相对

误差

$$\varepsilon = \sum \frac{|(|A_{xk}^{\text{sim}}|^2 + |A_{yk}^{\text{sim}}|^2) - (|A_{xk}^{\text{true}}|^2 + |A_{yk}^{\text{true}}|^2)|}{N \max(|A_{xk}^{\text{true}}|^2 + |A_{yk}^{\text{true}}|^2)}, \quad (6)$$

其中  $A_{xk}^{\text{sim}}$  和  $A_{yk}^{\text{sim}}$  分别表示  $x$  和  $y$  方向上第  $k$  个时间网格的模拟值, 由于当步长取为  $0.5 \mu\text{m}$  时, 利用由 V-JH-RK4IP 和 V-RK4IP 算法所得结果之间的相对误差小于  $10^{-16}$ , 故将由 V-JH-RK4IP 和 V-RK4IP 算法在  $0.5 \mu\text{m}$  极限步长下的计算结果设定为  $A_{xk}^{\text{true}}$  和  $A_{yk}^{\text{true}}$ .

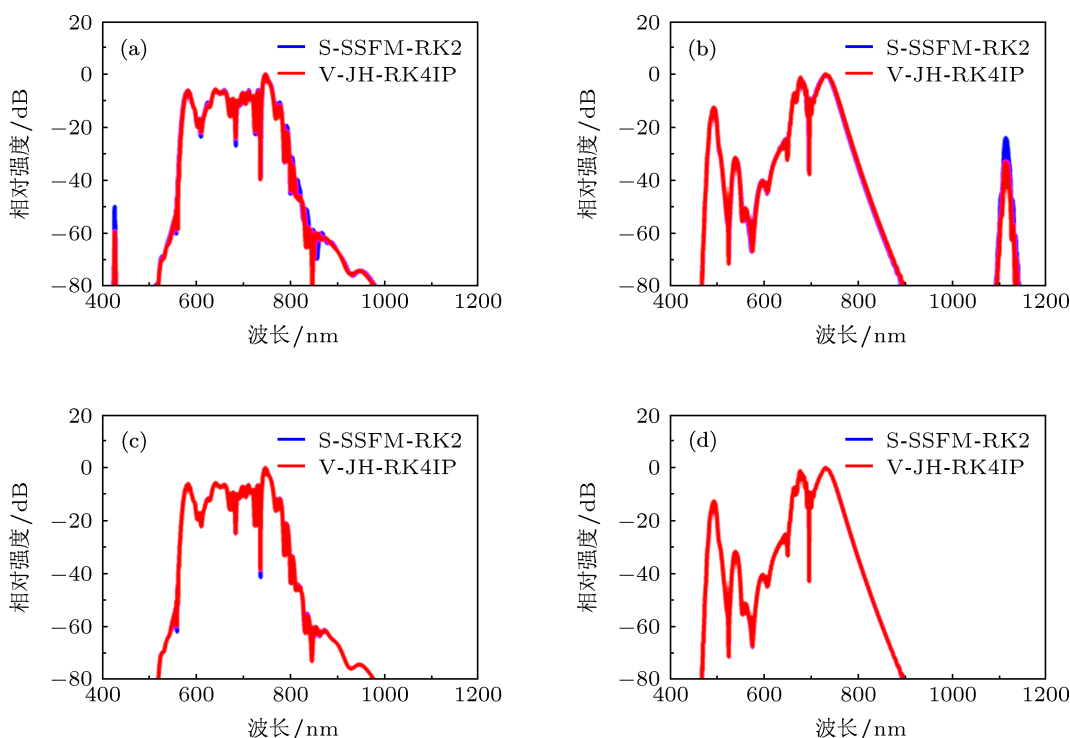


图 2 不同步长下 V-JH-RK4IP 和 SSF-RK2 方法计算结果 (a), (b) 和 (c), (d) 计算所采用的步长分别为  $200 \mu\text{m}$  和  $50 \mu\text{m}$ ; (a), (c) 和 (b), (d) 分别为快轴和慢轴输出光谱

表 1 四种算法单步迭代所使用的色散非线性算子数及全局理论精度

算法	D 算子个数	N 算子个数	全局理论精度
V-RK4IP	8	4	$O(h^4)$
V-JH-RK4IP	4	4	$O(h^4)$
S-SSFM-RK4	2	4	$O(h^2)$
S-SSFM-RK2	2	2	$O(h^2)$

图 3 为四种算法计算误差随所选步长间的关系, 可见, 随着步长的减小, 四种算法的误差均减小、计算精度均提高, 但精度提高的速度不同. 若以  $K$  表示平均误差与步长关系曲线的斜率, 则有

$$K_{S-SSF-RK2} \approx 2, \quad K_{V-JH-RK4IP} = K_{V-RK4IP} \approx 4,$$

这与表 1 中预测的理论全局精度相符合. 此外, S-SSFM-RK4 算法比 S-SSFM-RK2 的误差小, 但是, 当步长较大时,  $K_{S-SSF-RK4} \approx 4$ , 随着步长的减小,  $K_{S-SSF-RK4} \approx 2$ , 这是由于在输入端附近时, 非线性算子相对于色散算子起主导作用, 随着距离的增加, 色散算子所起作用加大, 导致误差增大, 这也从另一个侧面反映了分步傅里叶算法的局限性.

图 4 为四种算法的计算误差与计算时间之间的关系, 由该图可见, 当允许的误差较大时, 四种算法所需的计算时间均较小, 即可通过选取较大步长来缩短计算时间, 计算效率差别不大; 随着允许的计算误差要求趋于严格, 选取的步长将逐渐减小, 导致计算时间增加, 从计算效率看, S-SSFM-RK2 最

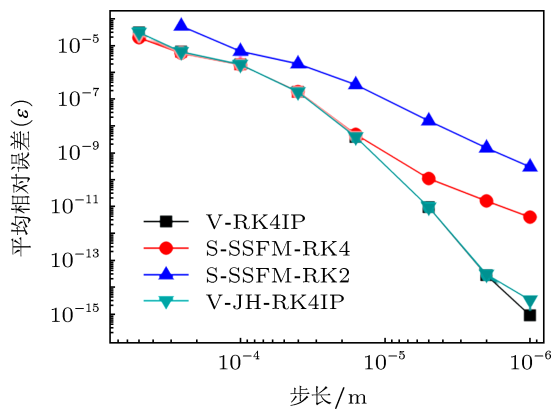


图3 四种算法计算误差与步长之间的关系

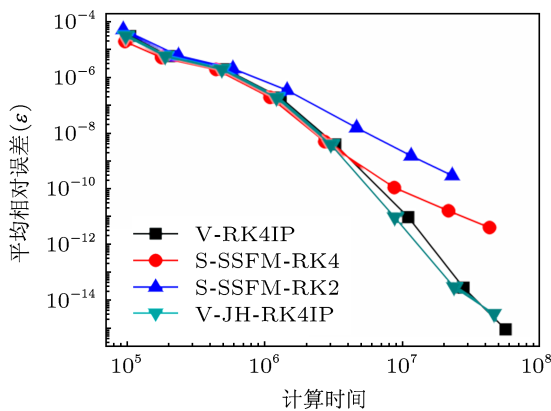


图4 四种算法计算误差与计算时间的关系, 计算时间以单个 FFT 运算时间为单位

低, S-SSFM-RK4 次之, V-JH-RK4IP 和 V-RK4IP 的计算效率均很高且几乎相当. 但是, 每次迭代中 V-JH-RK4IP 比 V-RK4IP 多用了四个色散算子, 尽管

计算色散算子无需使用 FFT, 对计算效率影响不大, 但随着传播距离的增加, V-RK4IP 所需的总色散算子数增多, 导致计算时间增加, 计算效率还是不如 V-JH-RK4IP, 由此可见, 采用 V-JH-RK4IP 具有最高效率.

值得指出, 本文所讨论的算法均为定步长算法, 但是, 在利用 V-JH-RK4IP 算法求解 C-GNLSE 时, 由于采用向量算子对向量方程进行求解, 容易实现变步长算法, 如局部误差控制步长自适应调整技术和光子数守恒步长自适应控制技术等 [17-19].

## 4 结论

通过表象变换, 我们将 C-GNLSE 变换成了相互作用表象中的向量方程, 并将色散和非线性统合在一个向量算子中; 通过采用向量形式的 4 阶龙格-库塔迭代格式对相互作用表象中的 C-GNLSE 向量方程进行直接求解, 最终建立了一种在频域内同步更新迭代的求解 C-GNLSE 的 V-JH-RK4IP 算法. 将该 V-JH-RK4IP 算法应用于高双折射光子晶体光纤中超连续谱产生的数值模拟测试实验, 验证了该算法的有效性, 与现有其他典型算法计算结果的比较表明, V-JH-RK4IP 算法求解 C-GNLSE 具有最高的计算精度和计算效率. 本文发展的这种新型 V-JH-RK4IP 算法对精确描述超短光脉冲在光纤中色散非线性传输演化行为以及相关非线性器件设计具有重要的参考价值.

[1] Dudley J M, Taylor J R 2010 *Supercontinuum Generation in Optical Fibers* (Cambridge University Press)

[2] Agrawal G P 2007 *Nonlinear Fiber Optics* (Academic Press)

[3] Povazay B, Bizheva K, Unterhuber A, Hermann B, Sattmann H, Fercher A F, Drexler W, Apolonski A, Wadsworth W J, Knight J C, Russell P S, Vetterlein M, Scherzer E 2002 *Opt. Lett.* **27** 1800

[4] Paulsen H N, Hilligsøe K M, Thøgersen J, Keiding S R, Larsen J J 2003 *Opt. Lett.* **28** 1123

[5] Dudley M, Coen S 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 1135

[6] Zakharov V E, Shabat A B 1972 *Sov. Phys. JETP* **34** 62

[7] Fermann M E, Kruglov V I, Thomsen B C, Dudley J M, Harvey J D 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 6010

[8] Hohage T, Schmidt F, Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik, Berlin, Germany, 2002 *Tech. Rep. ZIB-Report Jan 02-04*, 2002

[9] Zhao L, Sui Z, Zhu Q H, Zhang Y, Zuo Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4731 (in Chinese) [赵磊, 隋展, 朱启华, 张颖, 左言磊 2009 物理学报 **58** 4731]

[10] Reeves W H, Skyabin D V, Biancalana F, Knight J C, Omenetto F G, Efimov A, Taylor A J 2003 *Nature* **424** 511

[11] Hilligsøe K M, Paulsen H Thøgersen N J, Keiding S R, Larsen J J 2003 *J. Opt. Soc. Am. B* **20** 1887

[12] Siederdisen T H Z, Nielsen N C, Kuhl J, Giessen H 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 1360

[13] Cristiani I, Tediosi R, Tartara L, Degiorgio V 2003 *Opt. Express* **12** 124

[14] Liu X M, Byoung-ho L 2003 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **15** 1549

[15] Blow K J, D Wood 1989 *IEEE J. Quantum Electron* **25** 2665

[16] Hult J 2007 *J. Lightw. Technol* **25** 3770

[17] Sinkin O V, Holzlöhner R, Zweck J, Menyuk C R 2003 *J. Lightw. Technol* **21** 61

[18] Heidt A 2009 *J. Lightwave Technol* **27** 3984

[19] Rieznik A A, Heidt A M, König P G, Bettachini V A, Grosz D F 2012 *IEEE Photonics Journal* **4** 552

[20] Lu F, Lin Q, Knox W H, Agrawal G P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 183901

[21] TU H H, Liu Y, Liu X M, Turchinovich D, Laegsgaard J, Stephen A B 2012 *Opt. Express* **20** 1113

[22] Nishizawa N, Goto T 2003 *Opt. Express* **11** 359

[23] Voronin A A, Fedotov I V, Kobelke J, Jager M, Schuster K, Fedotov A

- B, Bartelt H, Zheltikov A M 2012 *Opt. Lett.* **37** 5163  
[24] Liu X M 2011 *Phys. Rev. A* **84** 053828  
[25] Liu X M 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023835  
[26] Trillo S, Wabnitz S 1992 *J. Opt. Soc. Am. B* **9** 1061  
[27] Martins E R, Spadoti D H, Romero M A, B V Borges 2007 *Opt. Express* **15** 14335  
[28] Lin Q, Agrawal G P 2006 *Opt. Lett.* **31** 3086  
[29] Menyuk C R, Islam M N, Gordon J P 1991 *Opt. Lett.* **16** 566  
[30] Chick B J, Chon J W M, Gu M 2007 *Opt. Express* **16** 20099

# A fourth-order Runge-Kutta in the interaction picture algorithm for simulating coupled generalized nonlinear Schrödinger equation and its error analysis\*

Li Pan Shi Lei Mao Qing-He<sup>†</sup>

(Anhui Provincial Key Laboratory of Photonics Devices and Materials, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

(Received 4 February 2013; revised manuscript received 7 April 2013)

## Abstract

The numerical simulation method for accurately solving the coupled generalized nonlinear Schrödinger equations (C-GNLSE) is essential for describing the dynamic behavior of ultrashort pulse propagating in optical fiber and developing the corresponding nonlinear fiber-optic devices. C-GNLSE in the normal picture is first mapped into the interaction picture by the representation transformation, and then, the two coupled nonlinear partial differential equations in the interaction picture are solved in frequency domain, with synchronous data updating in each iteration step, by using the vector form of Hult's fourth-order Runge-Kutta iterative scheme. The proposed vector form algorithm of fourth-order Runge-Kutta in interaction picture (V-JH-RK4IP) is verified by using it in simulating the supercontinuum generation in high birefringence photonic crystal fiber. Moreover, the V-JH-RK4IP algorithm also exhibits the highest accuracy and computational efficiency as compared to other classical algorithms.

**Keywords:** coupled generalized nonlinear Schrödinger equations (C-GNLSE), interaction picture, four-order Runge-Kutta, supercontinuum

**PACS:** 42.81.Dp, 42.81.-i, 42.65.Re

**DOI:** 10.7498/aps.62.154205

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61250017, 11104282), and the Key Research Program of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. KJZD-EW-W02).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: mqinghe@aiofm.ac.cn