

湍流大气中星载角反射器阵列回波的闪烁指数*

王利国¹⁾ 吴振森^{1)†} 王明军²⁾

1) (西安电子科技大学理学院, 西安 710071)

2) (咸阳师范学院物理与电子工程学院, 咸阳 712000)

(2013年4月3日收到; 2013年5月10日收到修改稿)

利用 Rytov 方法结合 ABCD 传输矩阵理论, 推导了地 - 空 - 地双程湍流大气路径中单个角反射器回波在接收孔径平面上的强度协方差函数及闪烁指数公式. 根据角反射器阵列的各角反射器单元回波相位相互独立假设, 计算了接收孔径平面上的强度协方差函数、孔径平滑因子和闪烁指数, 比较分析了单个角反射器与角反射器阵列回波闪烁指数. 证明角反射器阵列不改变闪烁指数, 但大气湍流会引起光强起伏放大两倍的规律.

关键词: 大气光学, 角反射器阵列, 闪烁指数

PACS: 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.25.Bs, 98.38.Am

DOI: 10.7498/aps.62.164210

1 引言

角反射器可以将照射在上面的光原路反射回去, 因此经常用于卫星上作为跟踪、测距等系统中的合作目标, 为弥补单个角反射器的有效反射面积不足等缺点, 实际中应用的通常是多个角反射器组成的阵列. 来自多个角反射器的反射光在接收平面上叠加, 会得到类似于粗糙面散射场所形成的明暗相间的斑纹^[1]. 在不考虑大气湍流的影响下, 散射场强度满足负指数分布.

激光雷达对空间目标跟踪、探测时, 激光光束通常不可避免地受到大气湍流的影响, 湍流效应同样会使光强产生明显的起伏, 即光强闪烁, 对于单站系统还要考虑后向增强效应的影响^[2]. 关于湍流大气中的波传播理论早在 20 世纪 40 年代就有了研究. 最早是应用几何光学近似法, 但适用范围有限. 在 50 年代后期, Tatarskii^[3] 采用 Rytov 近似并引入现代湍流的统计理论获得了相当的成功, 成为现今处理弱起伏条件下光波传播的经典理论. 70 年代闪烁饱和现象被发现, Rytov 在强起伏条件下失效, 这极大刺激了人们对湍流效应的研究, 新方法新理论相继被提出, 如 Markov 近似理论^[4]、费曼路

积分法^[5]、相位屏理论^[6]以及启发式理论^[7]. 80 年代以来在斜程湍流大气传输及双程传输问题上, Andrews 和 Miller^[8]结合 Rytov 理论和 ABCD 传输矩阵理论, 研究了平面镜及角反射器回波的相关函数及闪烁指数等统计特性, 证实了随着传输路径的增大, 一般高斯波束照射有限孔径的反射器回波特性趋向于球面波被点反射体反射的回波特性.

在接收面上的光强闪烁是由湍流效应和目标随机效应共同引起的, 但是二者并非是简单的相加, 而是二者所引起的场强起伏概率分布构成的一个复合分布所决定的. Gudimetla 和 Holmes^[9]从理论上论证了这种联合分布实际上是 K 分布, 并指出湍流中漫射面的回波强度符合 K 分布, 韦宏艳等^[10]利用惠更斯 - 菲涅尔原理在弱起伏区对漫射面得到了相同的闪烁指数. 张逸新^[11]进一步证明了一般粗糙目标的回波经过湍流后强度也符合 K 分布. Bufton 等^[12]证明了角反射阵列的回波也同样符合这种分布. 早期对激光上行和下行路径中受到的大气湍流的影响通常是分开考虑的, Gudimetla 等实际上只考虑了前向路径上湍流对光强闪烁的影响, Bufton 等则针对大口径接收器, 主要考虑了前向路径上湍流的影响, 而对角反射器阵列回波后向增强效应考虑不足^[13]. 实际上对于较小孔径或点接收

* 国家自然科学基金(批准号: 61172031, 61271110)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wuzhs@mail.xidian.edu

器, 后向增强效应会对闪烁指数产生不可忽略的影响.

本文综合考虑了前向及后向路径上湍流效应及单站模式下的后向增强效应, 利用 ABCD 传输矩阵理论计算了单个角反射器回波强度协方差及闪烁指数. 假设角反射器阵列上各单元的回波相位随机且相互独立的, 推导出孔径平面上的强度协方差函数, 以及孔径平面上总的闪烁指数. 最后根据强度协方差函数计算了单站及双站接收模式下的孔径效应以及有限孔径接收下的闪烁指数.

2 单个角反射器回波光强起伏特性

地 - 空 - 地双程路径如图 1 所示, 角反射器阵列距地面高度为 H , 传播路径长度 L , 与水平面法线夹角为 θ , 单个角反射器有效半径为 W_R , 设参数 $\alpha_R = 2/(kW_R^2)$. 激光器发射孔径位于平面 $z = 0$ 上, 发射单位振幅高斯波束:

$$U_0(\mathbf{r}, 0) = \exp(-\alpha k r^2/2), \quad (1)$$

其中 $\alpha = 2/(kW_0^2) + i/F_0$, k 是波数, W_0 是波束有效半径, F_0 是相位面曲率半径 (或焦距), $\mathbf{r}$ 是垂直于传播轴的位置矢量. 当 $\alpha = 0$ 时, 出射光为平面波, 当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时, 出射场变为球面波.

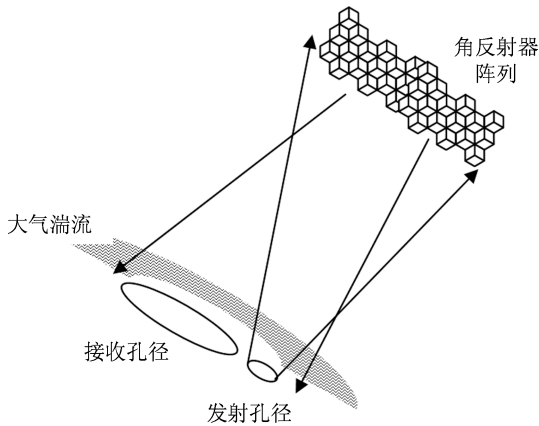


图 1 地空双程路径模型

大气湍流会引起光场的起伏, 在弱起伏条件下, 接收平面上的光场可以表示为^[3]

$$U_A(\mathbf{r}, 2L) = U_0(\mathbf{r}, 2L) \exp[\psi(\mathbf{r}, 2L)], \quad (2)$$

其中 $U_0(\mathbf{r}, 2L)$ 为真空中的接收场, $\psi(\mathbf{r}, 2L)$ 为随机介质引起的复相位扰动, 可以展开成各阶修正项之和 $\psi(\mathbf{r}, 2L) = \psi_1(\mathbf{r}, 2L) + \psi_2(\mathbf{r}, 2L) + \dots$, 在弱起伏条件下, 只保留第一项 ψ_1 , 并把 ψ_1 写为前向和后

向传输大气扰动之和

$$\psi_1(\mathbf{r}, 2L) = \psi^i(-\mathbf{r}, L) + \psi^R(\mathbf{r}, L), \quad (3)$$

其中 $\psi^i(-\mathbf{r}, L)$ 中的负号来源于角反射器对光场的中心对称反转. 利用广义惠更斯原理及 ABCD 传输矩阵理论^[8], ψ^i 和 ψ^R 可以写为谱展开形式:

$$\psi^i(\mathbf{r}, L) = ik \int_0^L \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[i\gamma_1 \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r} - i\kappa^2 \gamma_1 B(z, L)/2k] d\mathbf{v}(\boldsymbol{\kappa}, z) dz, \quad (4)$$

$$\psi^R(\mathbf{r}, L) = ik \int_0^L \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[i\gamma_2 \boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r} - i\kappa^2 \gamma_2 B(z', 2L)/2k] d\mathbf{v}(\boldsymbol{\kappa}, z') dz', \quad (5)$$

其中 γ_1, γ_2 为真空中接收面上与 z 处在轴复振幅之比, B 为由接收面传输到 z 处的一般距离. 令 $\xi = 1 - z/L$, $\eta = z'/L$.

$$\gamma_1 = \frac{1 + i\alpha L(1 - \xi)}{1 - \alpha\alpha_R L^2 + iL(\alpha_R + 2\alpha)},$$

$$\gamma_2 = \frac{1 - \alpha\alpha_R L^2 \eta + iL(\alpha_R \eta + \alpha + \alpha\eta)}{1 - \alpha\alpha_R L^2 + iL(\alpha_R + 2\alpha)}, \quad (6)$$

$$B(z, 2L) = L(1 + \xi + i\alpha_R L \xi),$$

$$B(z', 2L) = L - z' = L(1 - \eta). \quad (7)$$

归一化强度协方差函数可以用 ψ_1 表示为

$$\begin{aligned} C_{1A}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 2L) &\cong 2\text{Re} \left[\langle \psi_1(\mathbf{r}_1, 2L) \psi_1^*(\mathbf{r}_2, 2L) \rangle \right. \\ &\quad \left. + \langle \psi_1(\mathbf{r}_1, 2L) \psi_1(\mathbf{r}_2, 2L) \rangle \right] \\ &= 2\text{Re} \left[\langle \psi^i(-\mathbf{r}_1, L) \psi^{i*}(-\mathbf{r}_2, L) \rangle \right. \\ &\quad + \langle \psi^R(\mathbf{r}_1, L) \psi^{R*}(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad + \langle \psi^i(-\mathbf{r}_1, L) \psi^{R*}(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad + \langle \psi^R(\mathbf{r}_1, L) \psi^{i*}(-\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad + \langle \psi^i(-\mathbf{r}_1, L) \psi^i(-\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad + \langle \psi^R(\mathbf{r}_1, L) \psi^R(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad + \langle \psi^i(-\mathbf{r}_1, L) \psi^R(\mathbf{r}_2, L) \rangle \\ &\quad \left. + \langle \psi^R(\mathbf{r}_1, L) \psi^i(-\mathbf{r}_2, L) \rangle \right] \\ &= C_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + C_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + C_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ &\quad + C_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $C_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, $C_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 分别对应前向和后向传输过程中所产生的湍流扰动项, 而 $C_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, $C_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 对应前向与后向传输过程中湍流扰动互相关项.

$$C_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 8\pi^2 k^2 L \operatorname{Re} \left(\int_0^1 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{2k} [\gamma_1 B(\xi) - \gamma_1^* B^*(\xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_1 \mathbf{r}_1 + \gamma_1^* \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right. \\ \left. - \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{k} \gamma_1 B(\xi) \right\} J_0[\gamma_1 \kappa \cdot |\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right), \quad (9)$$

$$C_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 8\pi^2 k^2 L \operatorname{Re} \left(\int_0^1 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2 L}{2k} [(\gamma_2 - \gamma_2^*)(1 - \xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_2 \mathbf{r}_1 - \gamma_2^* \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right. \\ \left. - \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2 L}{k} \gamma_2 [(1 - \xi)] \right\} J_0[\gamma_2 \kappa \cdot |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right), \quad (10)$$

$$C_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 8\pi^2 k^2 L \operatorname{Re} \left(\int_0^1 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{2k} [\gamma_1 B(\xi) - \gamma_2^* L(1 - \xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_1 \mathbf{r}_1 + \gamma_2^* \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right. \\ \left. - \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{2k} [\gamma_1 B(\xi) + \gamma_2 L(1 - \xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_1 \mathbf{r}_1 + \gamma_2 \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right), \quad (11)$$

$$C_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = 8\pi^2 k^2 L \operatorname{Re} \left(\int_0^1 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{2k} [\gamma_2 L(1 - \xi) - \gamma_1^* B^*(\xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_2 \mathbf{r}_1 + \gamma_1^* \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right. \\ \left. - \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) \exp \left\{ -\frac{i\kappa^2}{2k} [\gamma_2 L(1 - \xi) + \gamma_1 B(\xi)] \right\} J_0[\kappa \cdot |\gamma_2 \mathbf{r}_1 + \gamma_1 \mathbf{r}_2|] d\kappa d\xi \right). \quad (12)$$

令 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, 由 (8) 式可得到闪烁指数 $\sigma_{\text{IA}}^2(\mathbf{r}, 2L) = C_{\text{IA}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, 2L)$. 传播环境参数取值为 $\lambda = 1.38 \mu\text{m}$, $C_0 = 8.7 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$, $L = 2000 \text{m}$, $\theta = 60^\circ$, $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = 0$. 折射率起伏谱密度函数采用 Kolmogorov 谱, 采用 ITU-R 斜程大气结构常数模型^[10]

$$C_n^2(h) = 8.148 \times 10^{-56} v_{\text{RMS}}^2 h^{10} e^{-h/1000} + 2.7 \times 10^{-16} e^{-h/1500} + C_0 e^{-h/100}, \quad (13)$$

其中, $v_{\text{RMS}} = \sqrt{v_g^2 + 30.69 v_g + 348.91}$ 是垂直路径均方根风速, v_g 是近地面风速, 可近似地取为 2.8m/s , 即 $v_{\text{RMS}} = 21 \text{m/s}$; h 是地面以上的高度, C_0 是地平面附近的大气结构常数.

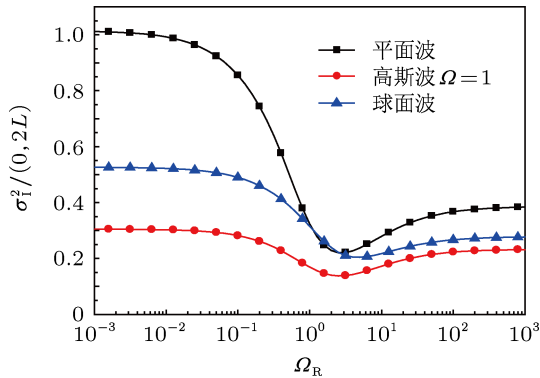


图2 单个角反射器回波在轴闪烁指数随着尺寸参数 Ω_R 的变化

图2和图3分别显示了回波闪烁指数随着角反射器尺寸和波束宽度的变化, 其横坐标分别为 $\Omega_R = 2L / (k W_R^2)$ 和 $\Omega = 2L / (k W_0^2)$. 图2表明了对

于任意宽度的高斯波束, 当距离足够远或者角反射器足够小 ($\Omega_R > 10$), 角反射器回波闪烁指数变化很小, 即此时角反射器可以用一个点反射体 ($\Omega_R \rightarrow \infty$) 来近似. 图3表明上述近似对波束宽度也成立, 当满足 $\Omega > 10$ 时, 发射波可以用球面波 ($\Omega \rightarrow \infty$) 来近似.

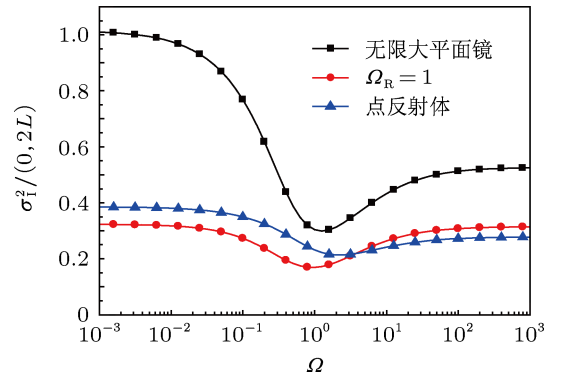


图3 单个角反射器回波在轴闪烁指数随着波束宽度参数 Ω 的变化

对于空间目标通常有 $L > 10^5 \text{m}$, 而角反射器口径和波束宽度在 10^{-2}m 或 10^{-3}m 量级上, 所以上述近似条件一般成立. 在进一步的计算中, 我们用点目标近似单个角反射器, 用球面波近似发射波束, 即 $\alpha_R \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow \infty$. 此时有 $\gamma_1 = 0$, $\gamma_1 = \xi$, $\gamma_1 B(\xi) = L \xi (1 - \xi)$, (9)–(12) 式可以简化为

$$C_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sigma_{\text{I, sph}}^2, \\ C_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C_{\text{I, sph}}(r, L), \\ C_3(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C_{\text{I, sph}}(r_1, L),$$

$$C_4(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C_{\text{I, sph}}(r_2, L), \quad (14)$$

其中 $\sigma_{\text{I, sph}}^2$ 为球面波在地面基站与目标之间单程传播的闪烁指数, $C_{\text{I, sph}}(r, L)$ 是球面波从目标传播到基站所形成的强度协方差函数.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{I, sph}}^2 &= 8\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) \\ &\times \{1 - \cos[\kappa^2 L \xi(1 - \xi)/k]\} d\kappa d\xi, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} C_{\text{I, sph}}(r, L) &= 8\pi^2 k^2 L \int_0^1 \int_0^\infty \kappa \Phi_n(\kappa, \xi) J_0(\kappa r \xi) \\ &\times \{1 - \cos[\kappa^2 L \xi(1 - \xi)/k]\}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $r_1 = |\mathbf{r}_1|$, $r_2 = |\mathbf{r}_2|$, $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. (16) 和 (17) 式可以化简为

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{I, sph}}^2 &= 2.25k^{7/6}L \int_0^1 d\xi C_n^2 \\ &\times \left(\frac{H\xi}{L}\right) \left[\frac{\xi(L-\xi)}{L}\right]^{5/6}, \quad (17) \\ C_{\text{I, sph}}(r, L) &= 4.3374k^2L \text{Re} \left(\int_0^1 d\xi C_n^2(H\xi/L) \right. \\ &\times \{0.5[iL\xi(1-\xi)/k]^{5/6} \\ &\times {}_1F_1[-5/6; 1; ikr^2\xi/(4L(1-\xi))] \\ &\left. - 0.1674(r\xi)^{5/3} \right\} \right). \quad (18) \end{aligned}$$

把 (14) 式代入 (8) 式可得单个角反射强度协方差函数和闪烁指数:

$$\begin{aligned} C_{\text{IA}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, 2L) &= \sigma_{\text{I, sph}}^2 + C_{\text{I, sph}}(r_1, L) \\ &+ C_{\text{I, sph}}(r_2, L) + C_{\text{I, sph}}(r, L), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\sigma_{\text{IA}}^2(\mathbf{r}, 2L) = 2\sigma_{\text{I, sph}}^2 + 2C_{\text{I, sph}}(r, L). \quad (20)$$

3 角反射器阵列回波光强起伏特性

空间目标通常距离地面极远, 以 GEOS-III 卫星为例, 它距离地面约 2000 km, 载有一个由 264 个六角形实心角反射器组成的阵列, 整个阵列直径约为 1.2 m, 对地面张角约 0.6 μrad , 远小于一般大气状况下的等晕角 $\theta_0 = 5\text{--}20 \mu\text{rad}$, 所以角反射器阵列满足等晕条件, 来自各个角反射器的反射场受到大气的影响是基本相同的. 各角反射器单元在纵向上相对位置的误差给其反射场带来一个随机的相位, 各反射场在接收平面处会随机叠加得到总反射

场^[14]

$$U_s(\mathbf{r}, 2L) = U_A(\mathbf{r}, 2L) \sum_{n=1}^N R_n \exp(i\varphi_n), \quad (21)$$

其中 $U_s(\mathbf{r}, 2L)$ 为接收平面上的场, $U_A(\mathbf{r}, 2L)$ 为单个角反射器的反射场; R_n 为第 n 个角反射器的反射截面, φ_n 为第 n 个角反射器带来的随机相位. 相对于激光波长, 角反射器的随机振动位移要大得多, 可以认为 φ_n 均匀分布于 $0\text{--}2\pi$. 对于平面角反射器阵列 R_n 为同一值, 对于非平面阵列, R_n 是 n 的函数. 由于角反射器距离接收平面非常远, 可以认为 φ_n 接收平面上的位置 $\mathbf{r}$ 无关, 它是一个随时间 t 的随机函数, 而 R_n 不随 $\mathbf{r}$ 和 t 变化.

接收场的强度可以表示为

$$I = U_A U_A^* \sum_n^N \sum_{n'}^N R_n R_{n'} \exp(i\varphi_n - i\varphi_{n'}). \quad (22)$$

对 (22) 式取平均可得到反射场平均强度, 表达式为

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \left\langle U_A U_A^* \sum_n^N \sum_{n'}^N R_n R_{n'} \exp(i\varphi_n - i\varphi_{n'}) \right\rangle \\ &= \langle U_A U_A^* \rangle \sum_n^N \sum_{n'}^N R_n R_{n'} \langle \exp(i\varphi_n - i\varphi_{n'}) \rangle \\ &= \langle I_A \rangle \times 2\pi \sum_n^N R_n^2, \end{aligned} \quad (23)$$

强度相关函数为

$$\begin{aligned} B_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \langle I(\mathbf{r}_1) I(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \langle U_s(\mathbf{r}_1) U_s^*(\mathbf{r}_1) U_s(\mathbf{r}_2) U_s^*(\mathbf{r}_2) \rangle \\ &= \left\langle (U_A(\mathbf{r}_1) U_A^*(\mathbf{r}_1) U_A(\mathbf{r}_2) U_A^*(\mathbf{r}_2)) \right. \\ &\times \sum_n^N \sum_{n'}^N \sum_m^N \sum_{m'}^N R_n R_{n'} R_m R_{m'} \\ &\times \exp[i(\varphi_n - \varphi_{n'} + \varphi_m - \varphi_{m'})] \left. \right\rangle \\ &= \langle (U_A(\mathbf{r}_1) U_A^*(\mathbf{r}_1) U_A(\mathbf{r}_2) U_A^*(\mathbf{r}_2)) \rangle \\ &\times \sum_n^N \sum_{n'}^N \sum_m^N \sum_{m'}^N R_n R_{n'} R_m R_{m'} \\ &\times \langle \exp[i(\varphi_n - \varphi_{n'} + \varphi_m - \varphi_{m'})] \rangle \\ &= \langle I_A(\mathbf{r}_1) I_A(\mathbf{r}_2) \rangle \times 8\pi^2 \sum_n^N \sum_m^N R_n R_n R_m R_m \\ &= 2B_{\text{IA}} \left(2\pi \sum_n^N R_n^2 \right)^2. \end{aligned} \quad (24)$$

归一化强度协方差函数为

$$\begin{aligned} C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left[B_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \langle I \rangle^2 \right] / \langle I \rangle^2 \\ &= \frac{2B_{IA} \left(2\pi \sum_n R_n^2 \right)^2 - \left(\langle I_A \rangle \times 2\pi \sum_n R_n^2 \right)^2}{\left(\langle I_A \rangle \times 2\pi \sum_n R_n^2 \right)^2} \\ &= \frac{2B_{IA} - \langle I_A \rangle^2}{\langle I_A \rangle^2} = 1 + 2C_{IA}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \end{aligned} \quad (25)$$

令 $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, 得到闪烁指数:

$$\sigma_I^2 = C_I(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = 1 + 2C_{IA}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = 1 + 2\sigma_{IA}^2, \quad (26)$$

这是接收孔径平面上的点接收闪烁指数或者接收孔径非常小的闪烁指数. 当孔径为有限大小时, 会对闪烁指数产生平滑效应, 孔径平滑因子 $A(D)$ 定义为直径为 D 的圆形孔径接收器接收到的闪烁指数与点接收闪烁指数之比.

由于后向增强效应的存在, 双程回波的孔径效应比较复杂, 把 (19) 式代入到 (25) 式中得到孔径平面上的强度协方差函数 [15]:

$$\begin{aligned} C_I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= [1 + 2\sigma_{I,\text{sph}}^2] + 2[C_{I,\text{sph}}(\mathbf{r}_1, L) \\ &\quad + C_{I,\text{sph}}(\mathbf{r}_2, L)] + 2C_{I,\text{sph}}(\mathbf{r}, L), \end{aligned} \quad (27)$$

上式右边中的几项可分为性质不同的三组, 其中第一组与 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 无关, 第二组分别与 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 到中心点的距离有关, 第三组只与 $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ 相关. 在计算孔径因子时, 它们的作用方式也不同. 本文仿照文献 [16] 中的推导方式, 推导了不同接收模式下的孔径因子. 如果接收孔径中心与发射器位置重合, 则孔径因子为

$$\begin{aligned} A(D) &= \frac{1 + 2\sigma_{I,\text{sph}}^2}{1 + 8\sigma_{I,\text{sph}}^2} + \frac{4\sigma_{I,\text{sph}}^2}{1 + 8\sigma_{I,\text{sph}}^2} \frac{4}{D^2} \int_0^{D/2} c_{I,\text{sph}}(r) r dr \\ &\quad + \frac{2\sigma_{I,\text{sph}}^2}{1 + 8\sigma_{I,\text{sph}}^2} \frac{4}{\pi D^2} \int_0^D c_{I,\text{sph}}(r) K\left(\frac{r}{D}\right) r dr. \end{aligned} \quad (28)$$

如果接收孔径偏离发射器位置较远, 接收孔径位于放大区外, 系统构成双站模式. 孔径因子为

$$\begin{aligned} A(D) &= \frac{1 + 2\sigma_{I,\text{sph}}^2}{1 + 4\sigma_{I,\text{sph}}^2} + \frac{2\sigma_{I,\text{sph}}^2}{1 + 4\sigma_{I,\text{sph}}^2} \frac{4}{\pi D^2} \\ &\quad \times \int_0^D c_{I,\text{sph}}(r) K\left(\frac{r}{D}\right) r dr, \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $K(t) = \cos^{-1}(t) - t[1 - t^2]^{1/2}$, $c_{I,\text{sph}}(r) = C_{I,\text{sph}}(r)/C_{I,\text{sph}}(0)$ 是球面波的强度相干度, 令

$c_{I,\text{sph}}(r_0) = e^{-1}$, r_0 为球面波的强度相干长度, 令 $L = 2000$ km, 其他参数与上节相同, 则 $r_0 = 2.2$ cm. 图 4 描述了单站及双站模式下单个角反射器及阵列回波的归一化强度协方差随着两点距离的变化, 其中单站模式下 $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2$. 图 5 描述了单个角反射器及阵列回波闪烁指数随着接收孔径的变化, 图中孔径对 r_0 做了归一化. 两幅图共同证明了角反射器阵列不改变由湍流引起的光强起伏的分布规律, 但会把这部分光强起伏放大两倍. 阵列回波的光强起伏分别由湍流效应和阵列随机振动共同贡献, 其中阵列随机振动产生的光强起伏不随位置变化, 所以也不会被孔径平滑. 对于较小孔径 ($D < r_0$) 双站接收模式会观察到更大的闪烁指数, 大约是单站闪烁指数的两倍. 对于大孔径 ($D \gg r_0$), 湍流效应产生的闪烁指数在单、双站情况下, 都趋向于同一个值, 即上行路径中湍流引起的闪烁指数, 这通常也被称为残余闪烁. 此时后向增强效应和下行路径中的湍流效应是观察不到的.

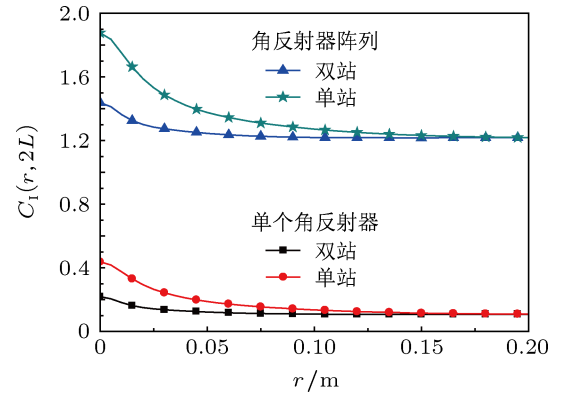


图 4 角反射器阵列回波强度协方差函数在接收平面上的横向分布

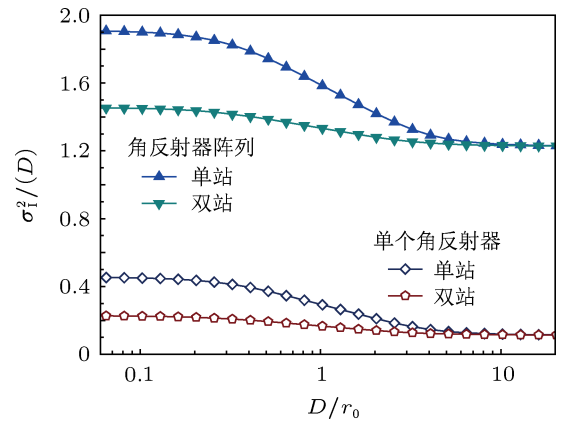


图 5 角反射器阵列回波闪烁指数随孔径大小的变化

4 结 论

本文基于角反射器各单元回波相位的相互独立性,得到了与文献 [9] 相同的闪烁指数,证明了复合闪烁指数与湍流引起的强度概率分布函数无关. 根据强度协方差函数计算了孔径效应与有限孔径接收下的闪烁指数,证明了残余闪烁指数为上行路径中的湍流效应与阵列散斑效应共同引起的,大孔

径下观察不到后向增强效应引起的闪烁指数. 但是对于较小孔径 ($D < r_0$), 考虑后向增强效应仍是必要的.

值得注意的是, 本文用到了 Rytov 近似, 只适用于弱起伏条件下, 即 $\sigma_I^2 < 1$. σ_I^2 为 Rytov 方差, 在斜程路径上的双程传输中, 其表达式为^[17]

$$\sigma_I^2 = 4.5k^{7/6}L^{11/6} \int_0^1 C_n^2(\xi H) \xi^{5/6} d\xi. \quad (30)$$

-
- [1] Goodman J W 1975 *Statistical Properties of Laser Speckle Patterns in Laser Speckle and Related Phenomena* (Berlin: Springer Berlin Heidelberg)
 - [2] Kravtsov Y A 1993 *Appl. Opt.* **32** 2681
 - [3] Tatarskii V A 1971 *The Effects of the Turbulent Atmosphere on Wave Propagation* (Springfield: US Department of Commerce)
 - [4] Fante R L 1975 *Proc. IEEE* **63** 1669
 - [5] Charnotskii M 2010 *J. Opt. Soc. Am. A* **27** 2169
 - [6] Nelson D H 1999 *Ph. D. Dissertation* (New Mexico: The University of New Mexico).
 - [7] Clifford S F, Ochs G R, Lawrence R S 1973 *J. Opt. Soc. Am.* **64** 7
 - [8] Andrews L C, Miller W B 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 137
 - [9] Gudimetla V S R, Holmes J F 1982 *J. Opt. Soc. Am.* **72** 1213
 - [10] Wei H Y, Wu Z S, Peng H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6666 (in Chinese) [韦宏艳, 吴振森, 彭辉 2008 物理学报 **57** 6666]
 - [11] Zhang Y X 1996 *Acta Opt. Sin.* **16** 666 (in Chinese) [张逸新 1996 光学学报 **16** 666]
 - [12] Bufton J L, Iyer R S, Taylor L S 1977 *Appl. Opt.* **16** 2408
 - [13] Shelton J D 1995 *J. Opt. Soc. Am. A* **12** 2172
 - [14] Bufton J L 1977 *Appl. Opt.* **16** 2654
 - [15] Belen'kii M S 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 1150
 - [16] Belen'kii M S, Mironov V L 1974 *Sov. J. Quantum Electron* **4** 1256
 - [17] Andrews L C, Phillips R L, Hopon C Y 2000 *Opt. Eng.* **39** 3272

Scintillation statistics of a retro-reflected wave from space^{*}

Wang Li-Guo¹⁾ Wu Zhen-Sen^{1)†} Wang Ming-Jun²⁾

1) (School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China)

2) (School of Physics and Electronic Engineering, Xianyang Normal College, Xianyang 712000, China)

(Received 3 April 2013; revised manuscript received 10 May 2013)

Abstract

Rytov theory combined with the ABCD ray matrix is used to analyze the statistical property of a reflected wave from a retro-reflector caused by atmospheric turbulence. The covariance function and the scintillation index of the receiving field caused by the combined effect of the turbulence and the random shaking of the reflector array are deduced on the basis of the mutual statistical independence of the two kinds of effects. The aperture factor and the scintillation of a receiving aperture with a finite size are calculated, and those of the retro-reflector and the array are compared to prove that the array does not change distribution of the intensity fluctuation but amplifies the fluctuation by a factor of 2.

Keywords: atmospheric optics, retro-reflector array, scintillation index

PACS: 42.68.-w, 42.68.Bz, 42.25.Bs, 98.38.Am

DOI: 10.7498/aps.62.164210

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61172031, 61271110).

[†] Corresponding author. E-mail: wuzhs@mail.xidian.edu