

两种带电尘埃颗粒的等离子体鞘层玻姆判据*

赵晓云[†] 张丙开 张开银

(阜阳师范学院物理与电子科学学院, 阜阳 236037)

(2013年3月28日收到; 2013年4月23日收到修改稿)

采用流体方程和尘埃充电自洽模型研究了鞘边含有两种尘埃颗粒的等离子体玻姆判据. 通过拟牛顿法数值模拟了鞘边两种尘埃颗粒的存在对尘埃自身充电以及离子马赫数的影响. 两种尘埃颗粒中含量较少的尘埃颗粒数密度的增加, 导致两种尘埃颗粒表面悬浮势一个降低, 一个升高. 含量较少的尘埃颗粒的数密度越多和半径越小, 都会导致离子马赫数增大. 另外鞘边无论何种尘埃颗粒的速度增加, 鞘边离子马赫数都将减小.

关键词: 等离子体鞘层, 尘埃颗粒, 玻姆判据

PACS: 52.27.Lw, 52.25.-b, 52.40.Kh

DOI: 10.7498/aps.62.175201

1 引言

等离子体在刻蚀、薄膜沉积和离子植入等方面的应用中, 常在等离子体边界附近(等离子体鞘层)产生尘埃颗粒, 尘埃颗粒由于吸附等离子体中电子、离子而带电, 其直径大小一般在 10^{-9} m 到 10^{-5} m 之间, 带电量为 $10^3 e$ 到 $10^5 e$ 之间. 这些带电尘埃颗粒的存在一方面对被加工材料造成污染, 另一方面影响与加工材料品质有关的离子特性, 严重影响待加工产品的质量^[1-6]. 因此, 为了控制或者避免尘埃颗粒对基片造成污染或提高其它等离子体精加工质量的目的, 必须展开对存在尘埃颗粒的等离子体鞘边性质进行研究.

含有尘埃颗粒的等离子体鞘边性质近二十多年已经被大量的研究^[7-12]. 文献[7—9]先后利用流体模型和自洽的尘埃充电模型数值研究了尘埃等离子体的鞘边玻姆判据, 研究结果显示尘埃粒子的存在, 使得离子进入鞘层必需大于离子声速, 离子的临界马赫数随尘埃密度的增加呈现先增加后减小的变化. 鞘边尘埃马赫数越大, 离子马赫数越小. 2005年 Pandey 等^[10]分别从尘埃颗粒在鞘层中稳定和运动两个方面研究了鞘边的玻姆判据, 结果发现当考虑尘埃颗粒静止时离子马赫数与尘埃

颗粒电量有关; 当考虑尘埃运动时, 碰撞和库仑拖拽力则对玻姆判据发挥着重要作用. 2006年 Wang 等^[11]进一步研究了电负性离子对尘埃等离子体玻姆判据的影响, 表现为离子马赫数随鞘边负离子密度增加而减小. 2012年 Chekour 等^[12]讨论了在等离子体材料加工中从基板表面溅射的高能电子对电负性尘埃等离子体鞘层玻姆判据的影响, 结果显示器壁溅射出的快速单能电子的存在增加了鞘边离子马赫数.

尽管尘埃等离子体鞘层玻姆判据已经被做了很多的研究, 但是其研究的内容主要是围绕一种尘埃颗粒展开的^[7-25]. 等离子体鞘层达到稳定时其内部尘埃带电颗粒的大小及带电量等, 不仅与等离子体边界附近带电粒子有关, 而且与尘埃颗粒所处的位置有关, 所以鞘层附近的尘埃颗粒常常不是同一种类的^[13-19]. 近年来含有两种尘埃颗粒的等离子体鞘层的研究得以关注^[26-31], 2001年 Hou 等^[26]研究了射频等离子体鞘层中两种尘埃颗粒竖直方向的尾流效应. 2003年 Vladimirov 等^[27,28]采用分子动力学模型研究了存在两种尘埃颗粒的鞘层中离子的动力学特性. 2003年 Tsytovich^[29]和 2007年 Liu^[30]等分别从实验和理论上研究了含有两种不同半径的尘埃等离子体中尘埃空洞的形成. 2012年 Foroutan 等^[31]在具体研究两种带电尘埃

* 国家自然科学基金(批准号: 11273008, 51271059)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: fuyangzxy77@163.com

颗粒(纳米和微米大小的颗粒)的等离子体鞘层时,发现当鞘层中纳米尺寸的尘埃颗粒占多数时,鞘层中电势、带电粒子密度和速度都呈波动变化,且波动变化随着尘埃颗粒半径的增加、质量的加大、以及尘埃颗粒马赫数的增加而减弱.

综合以上分析,两种尘埃颗粒的等离子体鞘层是目前尘埃等离子体的研究方向之一,玻姆判据是利用流体模型分析稳定鞘层的必要条件.鉴于此,本文采用流体方程和自洽的尘埃充电模型数值研究两种带电尘埃颗粒的等离子体鞘层玻姆判据,其结果对研究尘埃等离子体的理论分析和实验工作将有一定的参考价值.

2 鞘层模型和基本方程

考虑一维稳态无碰撞等离子体鞘层,其流体模型中包含电子、冷离子和由于吸附电子和离子而带电的两种不同的尘埃颗粒.假设鞘层边界位于 $z=0$ 处, $z<0$ 区域为主等离子体区域, $z>0$ 区域为鞘层区域.

鞘层中由于多种带电粒子的存在,使得鞘层电势 ϕ 满足的泊松方程为

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = -\frac{1}{\epsilon_0}(en_i - en_e + q_{d1}n_{d1} + q_{d2}n_{d2}), \quad (1)$$

式中 ϵ_0 为真空介电常数, e 为电荷基本带电量, n_e 、 n_i 、 n_{d1} 、 n_{d2} 分别为电子、离子和尘埃颗粒 1、2 的数密度, q_{d1} 、 q_{d2} 分别为两种尘埃颗粒的带电量.

电子温度较高,质量较小,在热平衡状态下鞘层中电子的密度分布可假设其满足玻尔兹曼分布

$$n_e = n_{e0} \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \quad (2)$$

这里 n_{e0} 为鞘层边界 $z=0$ 处的电子密度, T_e 是电子温度.

低温低压等离子体中可不考虑离子在鞘层中运动受到的热压力和电离等情况,正离子在鞘层中运动满足的连续性方程和运动方程可表示为

$$\frac{d}{dz}(n_i v_i) = 0, \quad (3)$$

$$m_i v_i \frac{dv_i}{dz} = -e \frac{d\phi}{dz}, \quad (4)$$

式中 m_i 、 v_i 分别表示鞘层中离子的质量和运动速度.

对于尘埃带电粒子,在不考虑离子和中性粒子对尘埃颗粒拖拽力的情形下,鞘层中带电尘埃满足

的连续性方程和运动方程分别为

$$\frac{d}{dz}(n_{dj} v_{dj}) = 0, \quad (j=1,2), \quad (5)$$

$$v_{dj} \frac{dv_{dj}}{dz} = -\frac{q_{dj}}{m_{dj}} \frac{d\phi}{dz} + g, \quad (6)$$

式中 $j=1,2$ 分别表示两种不同种类的尘埃带电颗粒, g 为重力加速度.

根据等离子体在鞘层边界 $z=0$ 位置处准中性的特点,有

$$en_{e0} - q_{d10}n_{d10} - q_{d20}n_{d20} = en_{i0}. \quad (7)$$

为了简化,取下列无量纲量

$$\varphi = e\phi/T_e, \quad \xi = z/\lambda_{De}, \quad u_{dj} = v_{dj}/c_{ds1},$$

$$Q_{dj} = eq_{dj}/r_{d1}T_e, \quad N_{i,e,j} = n_{i,e,j}/n_{e0},$$

$$\delta = N_{d20}/N_{d10}, \quad \alpha = m_{d1}/m_{d2},$$

$$M_i = v_{i0}/c_{si}, \quad u_{dj0} = v_{dj0}/c_{ds1},$$

其中 $c_{si} = (T_e/m_i)^{1/2}$ 、 $\lambda_{De} = (\epsilon_0 T_e / n_{e0} e^2)^{1/2}$ 分别是离子声速和电子德拜长度, $c_{ds1} = \left(\frac{z_c T_e}{m_{d1}}\right)^{1/2}$ 是尘埃颗粒 1 的声速, $z_c = \frac{r_{d1} T_e}{e^2}$ 为无量纲化后尘埃颗粒 1 的势 $\varphi_{d1} = \frac{e\phi_{d1}}{T_e} = 1$ 时的尘埃颗粒 1 所带电荷数.

对 (1) 式—(6) 式进行无量纲化,可得到

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = N_e - z_c Q_{d1} N_{d1} - z_c Q_{d2} N_{d2} - N_i, \quad (8)$$

其中

$$N_i = \frac{N_{i0}}{\sqrt{1 - \frac{2\varphi}{M_i^2}}}, \quad (9)$$

$$N_e = \exp(\varphi), \quad (10)$$

$$N_{d1} = \frac{N_{d10}}{\left[1 - \frac{2\Phi_1(\varphi)}{u_{d10}^2} + \frac{2g\lambda_{De}}{u_{d10}^2 c_{d1}^2} \xi\right]^{1/2}}, \quad (11)$$

$$N_{d2} = \frac{N_{d20}}{\left[1 - \frac{2\alpha\Phi_2(\varphi)}{u_{d20}^2} + \frac{2g\lambda_{De}}{u_{d20}^2 c_{d1}^2} \xi\right]^{1/2}}, \quad (12)$$

这里

$$\begin{aligned} \Phi_1(\varphi) &= \int_0^\varphi Q_{d1} d\varphi, \\ \Phi_2(\varphi) &= \int_0^\varphi Q_{d2} d\varphi \end{aligned} \quad (13)$$

为处在鞘层中的尘埃势能函数.

(7) 式无量纲化变为

$$z_c Q_{d10} N_{d10} + z_c Q_{d20} \delta N_{d10} + N_{i0} = 1. \quad (14)$$

悬浮在鞘层中的尘埃颗粒, 由于电子离子的沉积而带电, 当沉积到尘埃颗粒上的电子流和离子流通量二者相等时, 尘埃颗粒充电达到平衡, 即

$$\frac{dq_d}{dt} = I_e + I_i = 0, \quad (15)$$

其中 I_e, I_i 分别为沉积到尘埃颗粒上的电子流和离子流, 根据轨道理论, 若尘埃粒子充电量 $q_d < 0$, 则电子流、离子流表达式可表示为^[19]

$$I_e = -\pi r_d^2 n_e e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp\left(\frac{eq_d}{r_d T_e}\right), \quad (16)$$

$$I_i = \pi r_d^2 n_i v_i e \left(1 - \frac{2eq_d}{r_d m_i v_i^2} \right). \quad (17)$$

若尘埃粒子充电量 $q_d > 0$, 则电子流、离子流表达式可表示为

$$I_e = -\pi r_d^2 n_e e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{eq_d}{r_d T_e} \right), \quad (18)$$

$$I_i = \pi r_d^2 n_i v_i \exp\left(-\frac{2eq_d}{r_d m_i v_i^2}\right). \quad (19)$$

对尘埃充电平衡表达式进行无量纲化可得

$$N_e \left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(\eta_j Q_{dj}) = N_{i0} u_i \left(1 - \frac{2\eta_j Q_{dj}}{u_i^2} \right), \quad q_{dj} < 0, \quad (20)$$

$$\left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} N_e \exp(1 + \eta_j Q_{dj}) = N_{i0} u_i \exp\left(1 - \frac{2\eta_j Q_{dj}}{u_i^2}\right), \quad q_{dj} > 0, \quad (21)$$

其中 $\eta_j = r_{d1}/r_{dj}$, 为尘埃粒子的半径比值.

根据在鞘边 $\xi = 0$ 处, $\varphi = 0$ 的特点来确定, 由 (20) 式可得

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(\eta_j Q_{dj0}) \\ &= N_{i0} M_i \left(1 - \frac{2\eta_j Q_{dj0}}{M_i^2} \right), \quad Q_{dj} < 0, \\ & \left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(1 + \eta_j Q_{dj0}) \\ &= N_{i0} M_i \exp\left(1 - \frac{2\eta_j Q_{dj0}}{M_i^2}\right), \quad Q_{dj} > 0. \end{aligned} \quad (22)$$

同时对 (20) 式两边对 φ 求微分, 可得在鞘边 $\xi = 0$ 处满足的表达式

$$\begin{aligned} & \left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \exp(\eta_j Q_{dj0}) + \left[\left(\frac{8m_i}{\pi m_e} \right)^{1/2} \right. \\ & \times \eta_j \exp(\eta_j Q_{dj0}) + \frac{2\eta_j N_{i0}}{M_i} \Big] \\ & \times \frac{dQ_{dj}}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} + \frac{4N_{i0}\eta_j Q_{dj0}}{M_i^3} = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

3 玻姆判据

为了更好地分析鞘边玻姆判据, 令

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} = -\frac{dV(\varphi)}{d\varphi}, \quad (24)$$

式中 $V(\varphi)$ 为塞格捷夫势^[32], 根据塞格捷夫势的特点, 在鞘层边界 ($\xi = 0$ 处, $\varphi \rightarrow 0$) 有

$$\frac{d^2V(\varphi)}{d\varphi^2} \Big|_{\varphi=0} \leq 0, \quad (25)$$

结合 (8) 式—(13) 式, 可得

$$M_i \geq \sqrt{\frac{N_{i0}}{1 - z_c [N_{d10}(Q_{d10}^2/u_{d10}^2 + dQ_{d1}/d\varphi|_{\varphi=0}) + N_{d20}(\alpha Q_{d20}^2/u_{d20}^2 + dQ_{d2}/d\varphi|_{\varphi=0})]}}. \quad (26)$$

联合 (20) 式—(23) 式、(26) 式, 通过数值计算来研究两种不同尘埃颗粒的等离子体鞘层玻姆判据.

4 数值计算结果与讨论

为了便于利用流体模型数值研究等离子体鞘边的性质, 以 A_r 等离子体为例, 参数取 $\rho_{d1} = \rho_{d2} = 2 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, $n_{e0} = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 1 \text{ eV}$, $r_{d1} = 1 \text{ } \mu\text{m}$ ^[19].

4.1 尘埃颗粒对尘埃充电量的影响

图 1(a), (b) 显示的是鞘边两种尘埃颗粒的数密度比值 δ 不同时尘埃颗粒表面悬浮势 Q_d 随离子马赫数 M_i 变化的情况. 离子马赫数的增加, 导致尘埃表面悬浮势降低 (其绝对值增加, 即所带的电量增加), 这在文献 [7—10] 中已经研究过, 主要是由于鞘边离子速度增加, 根据离子的连续性方程可知离子密度降低, 所以导致尘埃颗粒表面悬浮势降低.

另外从图 1 中还可以发现, 鞘边两种尘埃颗粒的数密度比值 δ 越大, 两种尘埃颗粒的表面悬浮势就越大. 这是因为鞘边尘埃颗粒数目增多, 带电尘埃颗粒之间相互影响和制约的作用力将增强, 使得对电子的吸附能力减弱, 所以尘埃颗粒表面悬浮势会增加 (所带的净电荷量减少).

图 2 显示了两种尘埃颗粒半径不同时尘埃颗粒表面悬浮势随离子马赫数的变化. 从图 2(a), (b) 中可以看出, 随尘埃颗粒 2 的半径减小 (对应 $\eta_2 = r_{d1}/r_{d2}$ 增大), 尘埃颗粒 1 的表面势跟着降低,

尘埃颗粒 2 的表面势则升高, 并且颗粒 2 的表面悬浮势的变化幅度要明显于尘埃颗粒 1. 尘埃颗粒 2 的半径越小, 电子与其有效接触面积就越小, 这将导致沉积到尘埃颗粒 2 的电子减少, 于是尘埃颗粒 2 的表面势会随自身半径的减小而增大 (绝对值减小). 沉积到尘埃颗粒 2 的电子数目减少, 势必有更多电子沉积到尘埃颗粒 1, 所以尘埃颗粒 1 的表面势随 η_2 的增加而降低 (绝对值增加). 尘埃颗粒 1 的表面势变化幅度相比较尘埃颗粒 2 要小的多, 主要是尘埃颗粒 1 的数密度含量比较多的缘故.

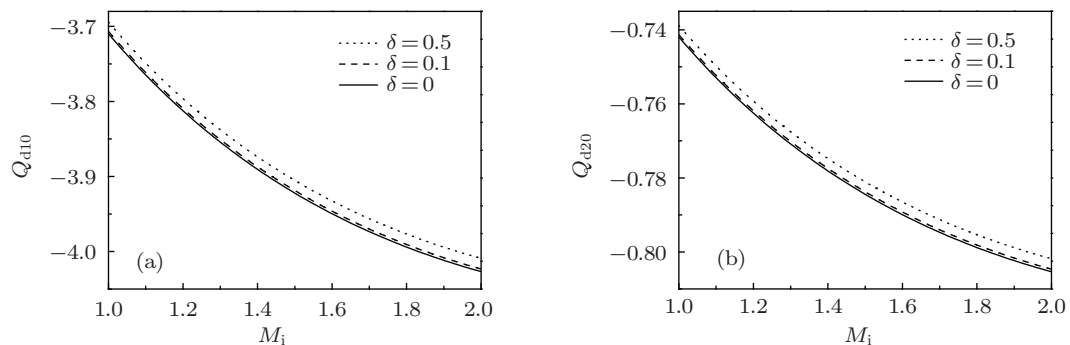


图 1 尘埃颗粒数密度比值不同时颗粒表面悬浮势随离子马赫数的变化 ($u_{d10} = u_{d20} = 5$, $N_{d10} = 0.0001$, $\eta_2 = 5.0$) (a) 尘埃颗粒 1; (b) 尘埃颗粒 2

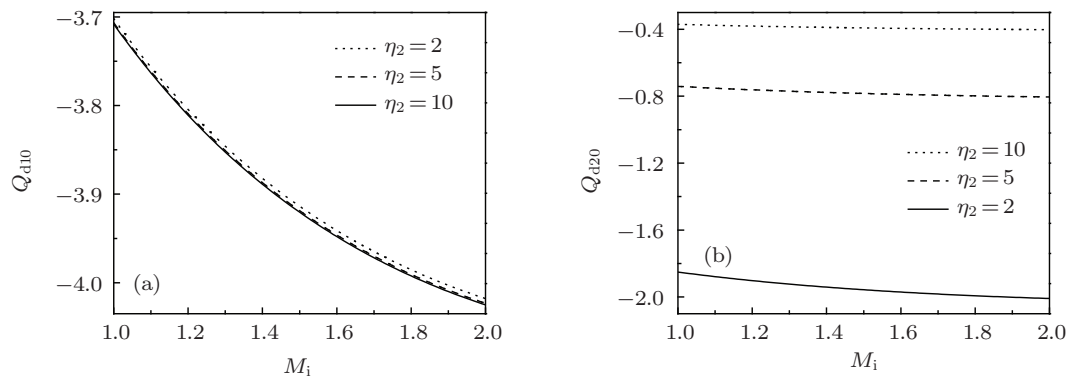


图 2 尘埃颗粒半径不同时颗粒表面悬浮势随离子马赫数的变化 ($u_{d10} = u_{d20} = 5$, $N_{d10} = 0.0001$, $\delta = 0.1$) (a) 尘埃颗粒 1; (b) 尘埃颗粒 2

4.2 尘埃颗粒对玻姆判据的影响

图 3 给出了两种尘埃颗粒数密度比值不同时鞘边离子马赫数随尘埃颗粒 1 密度的变化. 随着尘埃颗粒 1 密度的增加, 鞘边离子马赫数是先迅速增加后缓慢降低, 迅速增加区域是尘埃颗粒 1 的数密度含量从 0 至 0.002 这个范围, 当尘埃颗粒数密度多于 0.002 后, 离子马赫数随尘埃颗粒数密度增加则缓慢降低. 对比图 3 中 $\delta = 0$, $\delta = 0.1$, $\delta = 0.5$ 三种不同情形发现, 尘埃颗粒 2 的数密度含量越大, 离子马赫数越大, 并且离子马赫数随尘埃颗粒密度

含量变化 (先增加后降低) 越明显. 造成这些现象的原因是由于尘埃颗粒 2 数密度的增加, 鞘边尘埃颗粒表面势跟着增加 (绝对值减小, 见图 1), 尘埃颗粒对电子、离子的作用力就越小, 这将使得有更多的电子进入鞘层, 从而导致鞘层达到稳定时在鞘边离子有更大的速度.

图 4 示出的是尘埃颗粒 2 和尘埃颗粒 1 的半径比值不同时, 离子马赫数随尘埃颗粒 1 密度的变化曲线. 尘埃颗粒 2 的半径越小 (η_2 越大), 离子马赫数越大. 形成这种状况的原因主要是尘埃颗粒 2 的半径减小, 导致沉积到其表面的电子数目降低, 于

是有更多的电子会进入鞘层,从而将带动离子进入鞘边有更大的速度.

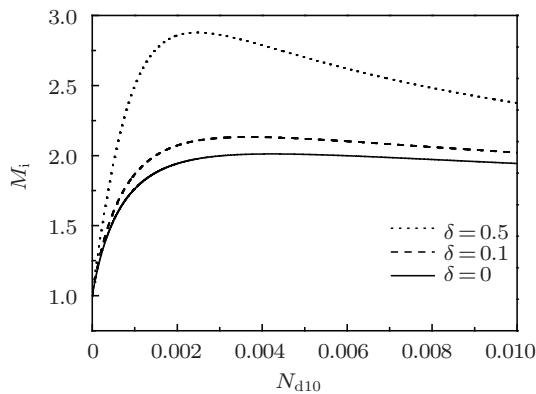
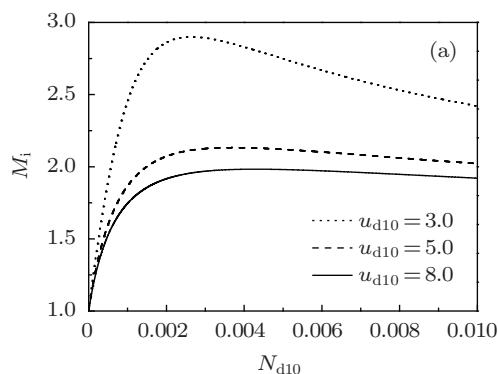


图3 离子马赫数随尘埃颗粒1密度的变化 ($u_{d10} = u_{d20} = 5$, $\eta_2 = 5.0$)

图5给出的是鞘边尘埃颗粒的速度不同时离子马赫数随尘埃颗粒1含量的变化,鞘边进入鞘层区域的尘埃颗粒速度越大,鞘边离子马赫数就越小,



对比图5(a), (b)发现,鞘边尘埃颗粒1速度变化对离子马赫数的影响要明显于尘埃颗粒2,鞘边尘埃颗粒速度增加,尘埃对离子的作用减弱,因此离子进入鞘层的速度要降低.尘埃颗粒1速度变化对鞘边离子马赫数影响较大主要与鞘边含有的尘埃颗粒1数目多于尘埃颗粒2有关.

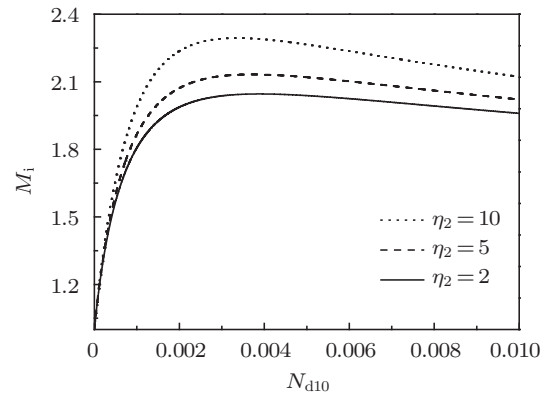


图4 离子马赫数随尘埃颗粒1密度的变化 ($u_{d10} = u_{d20} = 5$, $\delta = 0.1$)

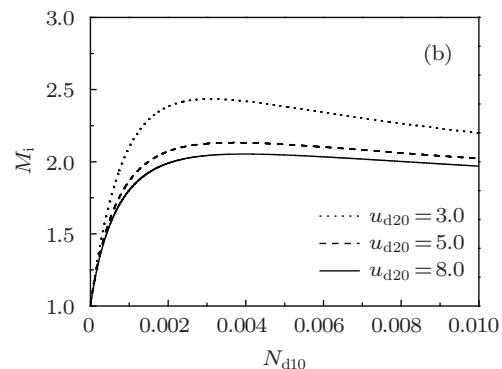


图5 离子临界马赫数随尘埃颗粒1密度的变化 ($N_{d10} = 0.0001$, $\delta = 0.1$, $\eta_2 = 5.0$) (a) $u_{d20} = 5.0$; (b) $u_{d10} = 5.0$

5 结论

本文采用流体方程和自洽的尘埃充电模型数值研究了鞘边含有两种不同尘埃颗粒的等离子体玻姆判据,讨论了鞘边另外一种尘埃颗粒的存在对玻姆判据的影响.从研究的结果看,另外一种含量较少的尘埃颗粒2的存在,使得鞘边尘埃颗粒1的

表面悬浮势降低,尘埃颗粒2的表面悬浮势升高,并且尘埃颗粒2的变化明显于尘埃颗粒1.离子马赫数随鞘边尘埃颗粒1的数密度的增加是先增加后降低,随含量较少的尘埃颗粒2的增多而增加.尘埃颗粒2的半径越小,离子马赫数越大.另外鞘边无论何种尘埃颗粒的速度增加,鞘边离子马赫数都将减小.

- [1] Roth R M, Spears K G, Stein G D, Wong G 1985 *Appl. Phys. Lett.* **46** 253
- [2] Selwyn G S, Singh J, Bennett R S 1989 *J. Vac. Sci. Technol. A* **7** 2758
- [3] Howling A A, Hollenstein C, Paris P J 1991 *Appl. Phys. Lett.* **59** 1409
- [4] Boufendi L, Plain A, Blondeau J P, Bouchoule A, Laure C, Toogood M

1992 *Appl. Phys. Lett.* **60** 169

- [5] Carlile R N, Geha S S 1993 *J. Appl. Phys.* **73** 4785
- [6] Barkan A, Angelo N D, Merlino R L 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 3093
- [7] Ma J X, Liu J Y, Yu M Y 1997 *Phys. Rev. E* **55** 4627
- [8] Liu J Y, Wang Z X, Wang X G, Zhang Q, Zou X 2003 *Phys. plasmas*

- 10 3507
- [9] Wang Z X, Liu J Y, Zou X, Liu Y, Wang X G 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 793 (in Chinese) [王正涵, 刘金远, 邹秀, 刘悦, 王晓钢 2004 物理学报 **53** 793]
- [10] Pandey B P, Dutta A 2005 *Indian Academy of Sciences* **65** 117
- [11] Wang Z X, Liu Y, Ren L W, Liu J Y, Wang X G 2006 *Thin Solid Films* **506-507** 637
- [12] Chekour S, Tahraoui A, Zaham B 2012 *Phys. Plasmas* **19** 053502
- [13] Vishnyakov V I 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026402
- [14] Duan P, Liu J Y, Gong Y, Zhang Y, Liu Y, Wang X G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 7090 (in Chinese) [段萍, 刘金远, 宫野, 张宇, 刘悦, 王晓钢 2007 物理学报 **56** 7090]
- [15] Liu J Y, Chen L, Wang F, Wang N, Duan P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8692 (in Chinese) [刘金远, 陈龙, 王丰, 王楠, 段萍 2010 物理学报 **59** 8692]
- [16] Mehdipour H, Denysenko I, Ostrikov K 2010 *Phys. plasmas* **17** 123708
- [17] Pandey B P, Vladimirov S V, Samarian A 2011 *Phys. plasmas* **18** 053703
- [18] Wu J, Liu G, Yao L M, Duan X R 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 075205 (in Chinese) [吴静, 刘国, 姚列明, 段旭如 2012 物理学报 **61** 075205]
- [19] Foroutan G, Akhouni A 2012 *Phys. Lett. A* **376** 2244
- [20] Li F 2002 *Chinese Phys. Lett.* **19** 214
- [21] Hou L J, Wang Y N 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 434 (in Chinese) [侯璐景, 王友年 2003 物理学报 **52** 434]
- [22] Wu J, Zhang P Y, Sun J Z, Zhang J, Ding Z F, Wang D Z 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1848
- [23] Liu X M, Song Y H, Wang Y N 2009 *Chinese Phys. Lett.* **26** 085201
- [24] Zhang L P, Xue J K, Li Y L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 115201
- [25] Wu J, Zhang P Y, Sun J Z, Yao L M, Duan X R 2011 *Chinese Phys. Lett.* **28** 095201
- [26] Hou L J, Wang Y N, Miskovic Z L 2001 *Phys. Lett. A* **292** 129
- [27] Vladimirov S V, Maiorov S A, Cramer N F 2003 *Phys. Rev. E* **67** 016407
- [28] Vladimirov S V, Maiorov S A, Ishihara O 2003 *Phys. Plasmas* **10** 3867
- [29] Tsytovich V N, Morfill G, Konopka U, Thomas H 2003 *New J. Phys.* **5** 66
- [30] Liu Y, Song Y, Wang Z X, Wang X G 2007 *Phys. Plasmas* **14** 094501
- [31] Foroutan G, Akhouni A 2012 *J. Appl. Phys.* **112** 073301
- [32] Chen F F 1974 *Introduction to Plasma Physics* (New York: Plenum) p156

The Bohm criterion for a plasma sheath with two species of charged dust particles*

Zhao Xiao-Yun[†] Zhang Bing-Kai Zhang Kai-Yin

(School of Physics and Electronics, Fuyang Teachers College, Fuyang 236037, China)

(Received 28 March 2013; revised manuscript received 23 April 2013)

Abstract

The fluid model and the self-consistent dust charging model are used to investigate the Bohm criterion for the plasma sheath including two species of charged dust particles. Numerical calculation results are obtained using quasi-Newton method. Effects of two species of dust particles on the dust charging and the ion Mach number are discussed. As the number density of the fewer dust particles is enhanced, different changes will take place on the surface potential of the two species of dust particles. Either more number density or smaller radius of the fewer dust particle may result in a larger ion Mach number. In addition, the ion Mach number will reduce when the velocity of any kind of dust particles at the sheath edge increases.

Keywords: plasma sheath, dust particles, Bohm criterion

PACS: 52.27.Lw, 52.25.-b, 52.40.Kh

DOI: 10.7498/aps.62.175201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11273008, 51271059).

[†] Corresponding author. E-mail: fuyangzxy77@163.com