

随机扰动对螺旋波动力学的影响研究*

田昌海^{1)†} 邓敏艺²⁾

1) (铜仁学院物理与电子科学系, 铜仁 554300)

2) (广西师范大学物理科学与技术学院, 桂林 541004)

(2013年5月29日收到; 2013年6月30日收到修改稿)

心脏中的心肌组织是一种典型的可激发介质, 鉴于心肌细胞分布的离散性, 采用离散可激发介质模型研究了不应态时间随机扰动对螺旋波动力学行为的影响, 在扰动随机出现情况下, 螺旋波的稳定性与受扰元胞的数目和扰动幅度有关, 数值计算结果表明: 在适当的条件下, 可以观察到螺旋波漫游、破碎和消失现象, 并简要分析了产生这些现象的机理.

关键词: 螺旋波, 激发介质, 随机扰动

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.190503

1 引言

可激发介质中的非线性波的传播是当前非线性动力学的一个重要的研究领域, 螺旋波则是该领域中的一个研究热点^[1-7]. 螺旋波是系统远离平衡态时由于系统自组织形成的一类特殊斑图, 在一些物理、化学和生物系统中都可以观察到螺旋波的踪迹, 和靶波不同, 它一般不需要持续的激发源, 是自维持的. 生理学的实验表明^[8], 心率过速及心颤致死与螺旋波的自组织及螺旋波湍流态有密切关系, 因此, 螺旋波动力学行为的普适性规律及潜在的应用价值引起了不同学科领域的研究者的极大兴趣^[9-14].

近20年来, 介质的非均匀性对螺旋波动力学的影响引起了人们的关注. 研究表明介质的非均匀性对螺旋波有重要影响, 例如, 早期后去极化可以导致螺旋波漫游、漂移和破碎^[15], 分布式电流刺激可以抑制心脏中的螺旋波^[16], 缺陷可以改变螺旋波波头的运动轨迹^[17], 介质的非均匀性在激发介质中诱导出多臂螺旋波^[18]等. 在心肌组织中, 心肌梗死可以使普通的工作细胞的细胞膜除极, 产生

异常自律性, 部分心肌受损后, 它的极化程度不全, 除极及复极的时间较周围的心肌组织不一致^[19], 因此, 研究动作电位持续时间变化对螺旋波的影响是非常重要的, 目前已有部分研究工作, 如韦海明等人^[20]通过交替使用两种演化规则模拟了交替行为对螺旋波的影响, 然而对于系统中存在随机扰动的情况仍然缺乏研究, 而这些研究不仅有利于帮助人们揭示随机扰动条件下螺旋波的运动规律, 而且可以为人们提供控制螺旋波动力学行为的新手段.

2 模型介绍

在离散可激发元胞模型^[21]中, 系统大小为 $L \times L$, 元胞邻域半径为 R , 在 t 时刻, 格位 r 处元胞的状态为 $u(r, t)$ 在集合 $\{0, 1, 2\}$ 中取值, $u(r, t) = 0$ 代表静息态, $u(r, t) = 1$ 代表激发态, $u(r, t) = 2$ 代表不应态. 正常元胞动力学行为: 如果元胞处于静息态, 保持不变, 除非其领域中处于激发状态元胞个数不少于激发阈值 K , 则下一时步该元胞处于激发态, 处于激发态的元胞在激发其邻居 T_e 个时步后, 进入不应态, 在不应态停留 T_i 个时步后, 回到静息态. 若某元胞处于静息态的时间为 T_a 个时步, 则该

* 国家自然科学基金(批准号: 81060307, 11365003, 11165004, 11363003)、铜仁学院科研启动基金(批准号: TS1118)和铜仁市科技计划(批准号: 铜仁市科研(2012)63号-13)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: changfeng3511@163.com

元胞的激发周期等于其处于三态所用时间之和, 即 $T = T_e + T_r + T_a$.

首先在系统中随机选取受扰元胞, 受扰元胞演化时在不稳态停留的时间与正常元胞不同, 扰动幅度用 ΔT 表示, 于是受扰元胞处于不稳态时间 T_r' 的取值范围为 $[T_r - \Delta T, T_r + \Delta T]$, $1 \leq \Delta T < T_r$, 然后研究不稳态时间和受扰元胞数目变化对螺旋波的影响.

3 数值模拟与分析

在模拟时取系统大小 300×300 , 系统常数 $R = 3, K = 6, T_e = 1, T_r = 6$, 采用零流边界条件. 通过截断平面波的方式产生螺旋波, 并以 300 时步时形成的稳定螺旋波为初态, 如图 1 所示, 此时所有元胞的激发周期相同 ($T_0 = 8$). 随后引入扰动机理, 受扰元胞在总细胞中所占比率为受扰元胞密度 ρ , ρ 在 $(0, 1]$ 中取值, 参数 ΔT 在 $[1, 5]$ 范围内取值 ($\Delta T \in [1, 5]$), 参数 T_r' 在 $[1, 11]$ 范围内取值 ($T_r' \in [1, 11]$).

先考虑 $T_r' < T_r$ 情况. 若 $T_r' = 1$ 时, 数值模拟结果表明: 当受扰元胞密度 $\rho \leq 0.1$ 时, 螺旋波波纹间距均匀, 不稳态时间扰动对螺旋波不产生影响; 当

ρ 在 $(0.1, 0.4]$ 间取值时, ρ 值越大, 螺旋波发生漫游的幅度越大, 螺旋波能否漫游与受扰元胞的随机分布有关; 随着 ρ 的继续增大, 不稳态时间扰动将导致螺旋波断裂和破碎, 如在图 2 中, 当 $\rho = 0.55$ 时, 在 320 时步时, 螺旋波轮廓清晰, 波头附近区域出现少量激发态元胞 (见图 2(b)), 到 460 时步时螺旋波破碎, 激发态元胞杂乱分布在系统中 (见图 2(c)); 继续增大受扰元胞密度, 螺旋波破碎后形成较规则的斑图 (见图 3). 为了解螺旋波失稳的原因, 我们对系统中所有元胞的激发周期进行了监测, 图 4 给出

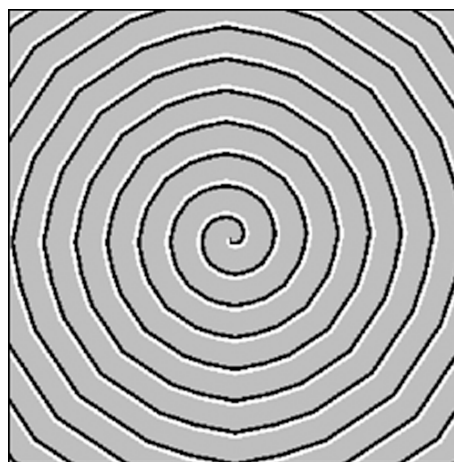


图 1 在 $R = 3, K = 6, T_e = 1, T_r = 6$ 条件下产生的稳定螺旋波

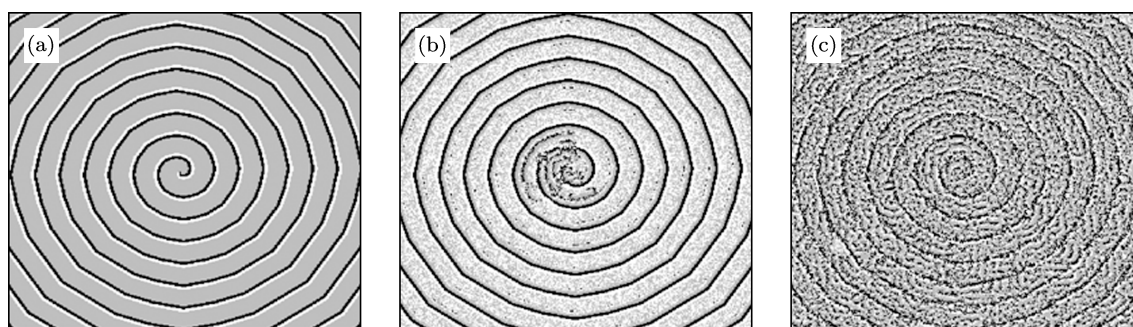


图 2 在 $T_r' = 1$ 和 $\rho = 0.55$ 情况下不同时刻系统的斑图 (a) $t = 300$; (b) $t = 320$; (c) $t = 460$

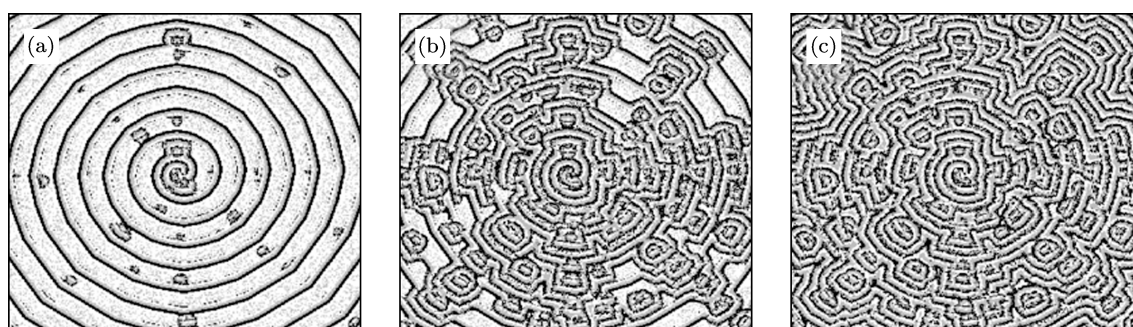


图 3 在 $T_r' = 1$ 和 $\rho = 0.8$ 情况下不同时刻系统的斑图 (a) $t = 310$; (b) $t = 320$; (c) $t = 400$

了不同受扰元胞密度下激发周期为 $T = 3$ 的元胞数目 N 随时间 t 的变化关系曲线, 从图中可以看出, 施加扰动后, 系统中出现以最小激发周期激发的元胞 ($T_{\min} = 3$, 即 $T_e = T_r = T_a = 1$), 受扰元胞密度 ρ 越大, N 增加的速度越快, 最后趋于饱和, 这就大大提高了元胞的激发频率, 从而在系统中形成新的激发波导致螺旋波破碎.

若 T_r' 在 $[2, 3, 4, 5]$ 中取值时, 数值模拟结果表明: 在适当的条件下, 不应态时间扰动可引起螺旋波性质变化, 由稳定螺旋波转变为漫游螺旋波. 在受扰元胞密度 ρ 较小情况下, 螺旋波经过暂态后仍处于稳定螺旋波状态; 当 $\rho > 0.6$, $T_r' = 3, 4, 5$ 时, 受扰元胞密度越大越易引起螺旋波持续漫游, 但扰动对螺旋波波前的影响很小. 为了具体了解螺旋波漫游情况, 我们对螺旋波波头的运动轨迹进行了记录, 观察到螺旋波有三种漫游形式: 第一种是螺旋波小幅度持续漫游, 如图 5 所示, 漫游时波纹间距较稳定时变大, 从图 5(e) 可以看出不应态时间扰动对螺

旋波波头的运动影响小, 波头始终在系统中心附近运动, 通过监测螺旋波的周期发现其在 8 和 9 之间交替取值. 系统的激发性强弱可以通过系统中激发元胞所占比率来体现, 图 5(d) 给出了激发态元胞所占比率 $F(t)$ 随时间 t 的关系曲线, 从图中可以看出, 扰动施加后激发比率迅速减小并维持小幅度振荡, 表明系统的可激发性降低了.

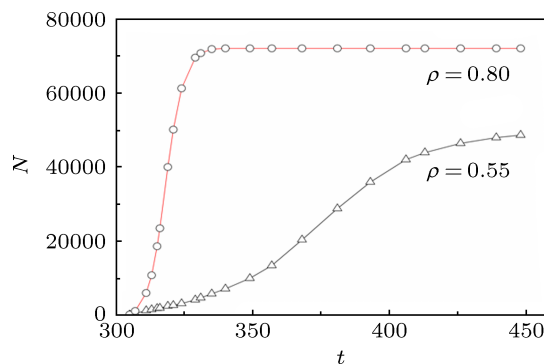


图 4 激发周期 $T = 3$ 的元胞数目 N 随时间 t 的变化

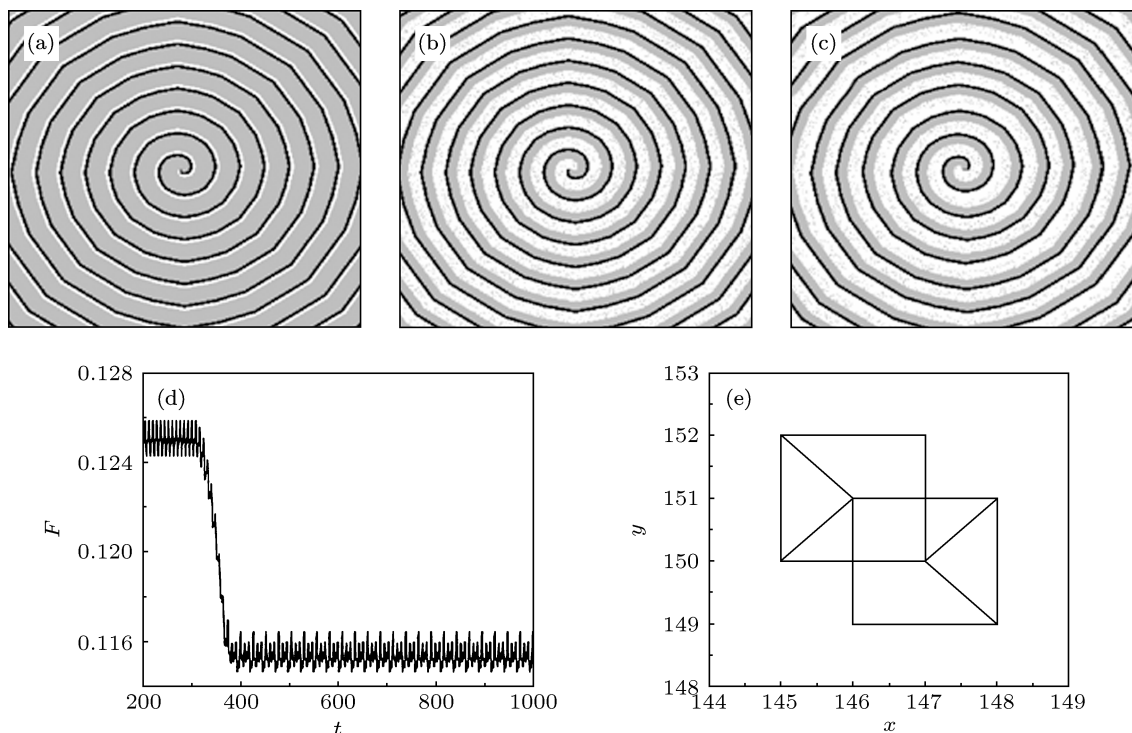


图 5 在 $T_r' = 3$, $\rho = 0.9$ 情况下不同时刻螺旋波斑图及运动特性 (a) $t = 300$; (b) $t = 310$; (c) $t = 1000$; (d) 激发比率 $F(t)$ 随时间 t 的变化关系; (e) 螺旋波波头运动的轨迹

第二种是螺旋波漫游后稳定, 如图 6 所示, 图 6(e) 给出了螺旋波波头运动的轨迹, 从图中可以看出, 螺旋波稳定后波头绕以 $(104, 163)$ 为中心由 9 个元胞组成的正方形轨道周期运动, 这与文献 [22] 报道的螺旋波波头的运动行为相同, 即螺旋波波头

绕矩形闭合轨道运动, 而与通常在偏微分方程描述的系统中螺旋波波头运动的轨迹为圆形或花瓣形状不同, 这种差别在于离散激发介质模型中波头运动的轨迹与激发阈值和邻域半径有关, 文献 [23] 指出激发阈值与邻域半径的比值相对较大时, 螺旋波

波头运动的轨迹近似为圆, 当我们选取参数 $R = 8$, $K = 42$, $T_e = 1$, $T_r = 6$ 时, 也得到螺旋波波头轨迹为

圆形, 它由 44 个元胞组成, 约为正方形轨道中元胞数目的 5 倍. 此外, 从图 6(e) 和图 7(e) 中还可以看

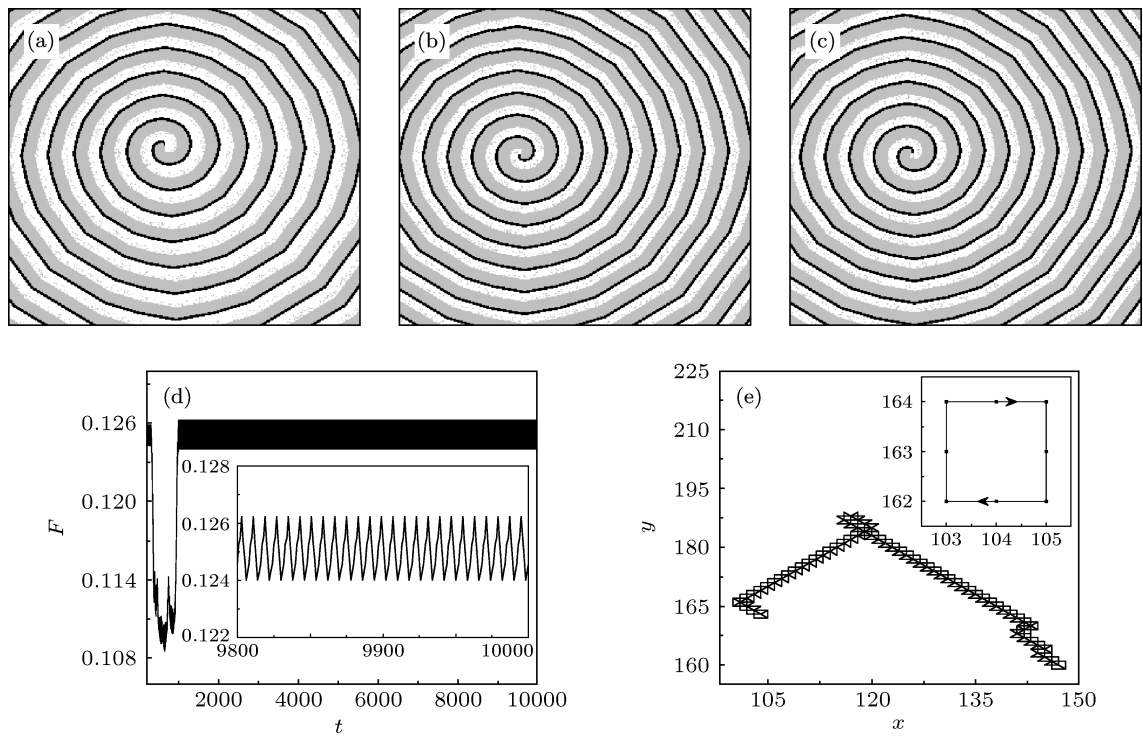


图 6 在 $T_r = 4$, $\rho = 0.9$ 情况下不同时刻螺旋波斑图及运动特性 (a) $t = 500$; (b) $t = 1100$; (c) $t = 1200$; (d) 激发比率 $F(t)$ 随时间 t 的变化关系; (e) 螺旋波波头运动的轨迹

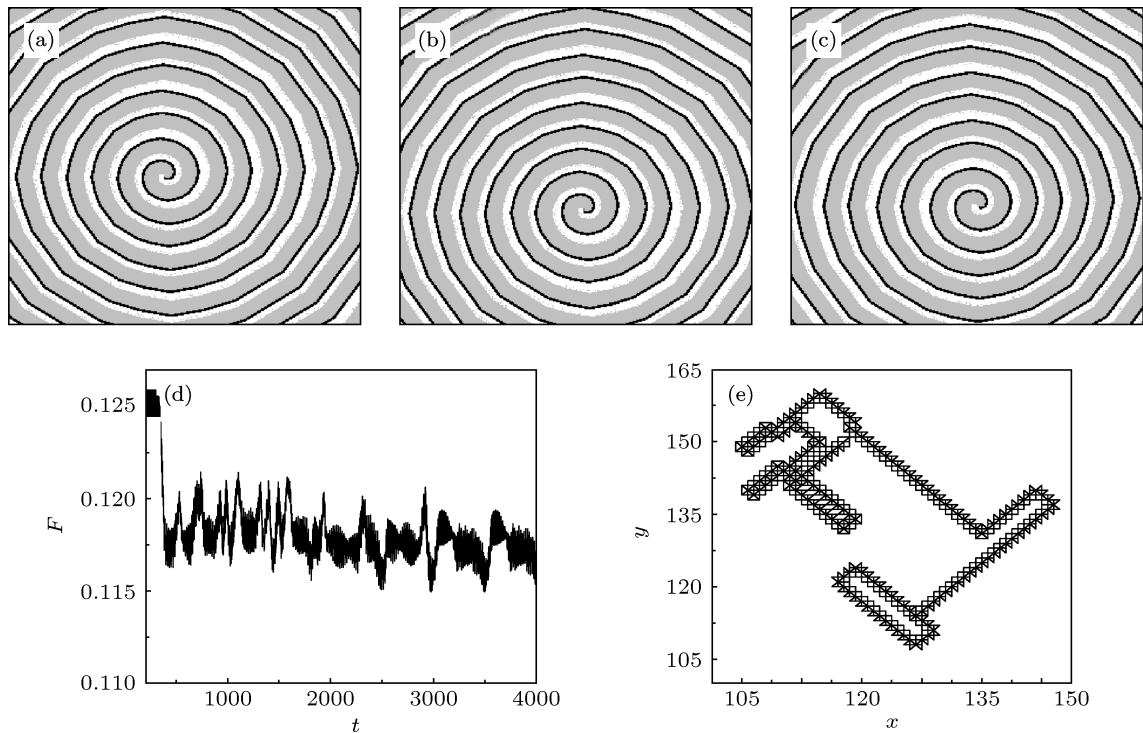


图 7 在 $T_r = 5$, $\rho = 0.9$ 情况下不同时刻螺旋波斑图及运动特性 (a) $t = 1000$; (b) $t = 3000$; (c) $t = 6000$; (d) 激发比率 $F(t)$ 随时间 t 的变化关系; (e) 螺旋波波头运动的轨迹

出螺旋波在漫游时波头轨迹丧失了一部分对称性,其原因在于组成闭合轨道的元胞数很少,扰动使波头改变方向时前后两个时步激发元胞串出现差异,不能及时对齐,从而形成了波头轨迹上的尖角.从图 6(d) 可以看出激发比率先减小后又回到相对稳定的值,这是因为扰动首先导致系统的激发性降低引起螺旋波漫游,激发比率迅速减小,当螺旋波漫游到扰动元胞数目分布少的区域时,系统的激发性得到恢复,螺旋波由漫游转变为稳定,系统中处于激发态元胞数目增多,简单的数值处理可知激发比率的平均值为 0.125,并保持长时间稳定.

第三种是螺旋波大幅度持续漫游,如图 7 所示,图 7(e) 给出了 $T_r' = 5, \rho = 0.9$ 时螺旋波波头运动轨迹,结合螺旋波演化斑图可以判断出螺旋波最后沿图下方的矩形闭合轨道运动,从图 7(d) 可以看出系统激发比率较无扰动时减小了,表明扰动导致系统可激发性的降低了.综上所述,螺旋波漫游的原因是随机扰动导致系统激发性降低的缘故.

现在考虑 $T_r' > T_r$ 情况.数值模拟结果表明:随着受扰元胞密度的增大,观察到螺旋波破碎和消失现象.为了清楚看到不应态时间延长对螺旋波的影响,图 8 给出了在 $\rho - T_r'$ 参数平面上不同波形的相图,图中 *S* 对应螺旋波不破碎区, *B* 对应螺旋波破碎区, *DS* 对应螺旋波消失区.

从图 8 中可以看出,螺旋波的破碎临界密度随不应态时间延长降低后趋于稳定,这表明在扰动幅度较大时,螺旋波是否破碎由系统中受扰元胞的数目决定,而受不应态时间扰动幅度影响很小;当 ρ 大于破碎临界点后继续增加,扰动幅度越大螺旋波越容易消失.螺旋波失稳的原因在于传导障碍削弱了激发波向外传播的效力,因为元胞处于不应态时间越长,激发波落入不应态的概率就越大,不能被激发的元胞便可形成传导障碍.当 T_r' 和 ρ 在 *S* 区

域取值时,传导障碍程度较轻,观察到螺旋波波前部分清晰和部分模糊,意味着元胞的激发性可以间歇恢复,选择适当参数可以观察到螺旋波漫游现象;当受扰元胞密度继续增大时,形成传导障碍切断后来的激发波前,严重时观察到螺旋波破碎现象,如图 9 所示,当取 $T_r' = 8, \rho = 0.3$ 时,经历 23 个时步后螺旋波波前模糊,并有多处断裂(见图 9(b)),在 400 时步时螺旋波破碎形成新的斑图,如图 9(c) 所示;当传导障碍程度进一步加重时,大多数元胞不能被激发而长期处于静息态,观察到螺旋波消失现象,如图 10 所示.

最后考虑 T_r' 在 $[T_r - \Delta T, T_r + \Delta T]$ ($\Delta T \in [1, 5]$) 内随机取值情况.数值模拟结果表明:当 $\Delta T = 1$ 时, T_r' 在 5 和 7 中随机取值,随着受扰元胞密度 ρ 的增大,螺旋波波前会变的模糊,但螺旋波不破碎;当 $\Delta T = 2, 3, 4, 5$ 时,随着 ρ 的增大,不应态时间扰动将引起螺旋波漫游,断裂和破碎.图 11 给出了在 $\rho - \Delta T$ 平面上不同波态的相图,从图 11 中可以看出,螺旋波的破碎临界密度接近 $\rho_c = 0.5$,此外,当参数 T_r' 和 ρ 在 *S* 区域取值时,在适当条件下可以观察到螺旋波漫游现象.

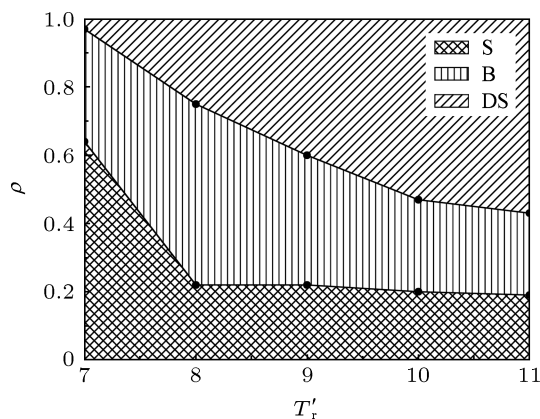


图 8 $T_r' > T_r$ 时,在 $\rho - T_r'$ 参数平面上的相图

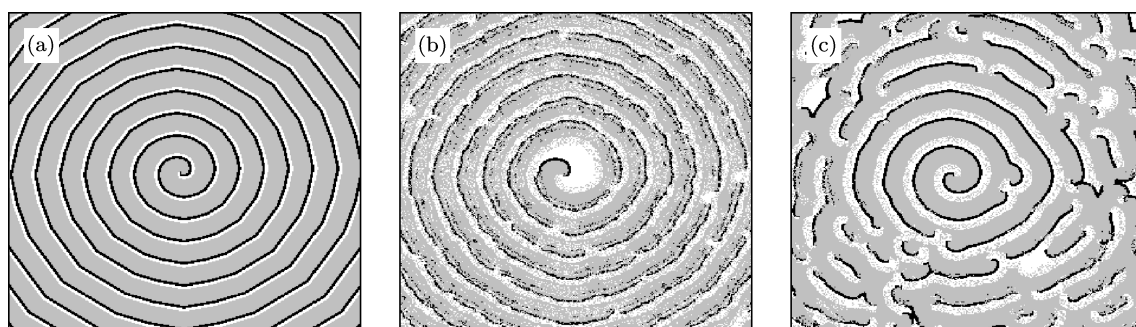


图 9 在 $T_r' = 8, \rho = 0.3$ 情况下不同时刻的系统斑图 (a) $t = 300$; (b) $t = 323$; (c) $t = 400$

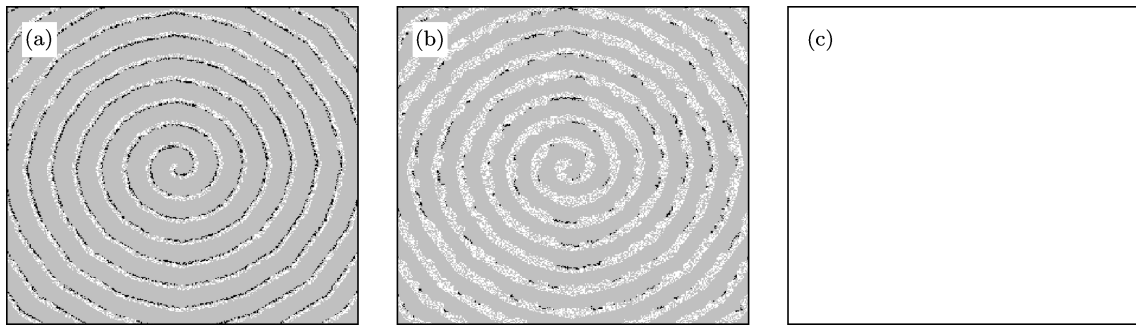


图 10 在 $T_r = 11, \rho = 0.5$ 情况下不同时刻的系统斑图 (a) $t = 310$; (b) $t = 312$; (c) $t = 325$

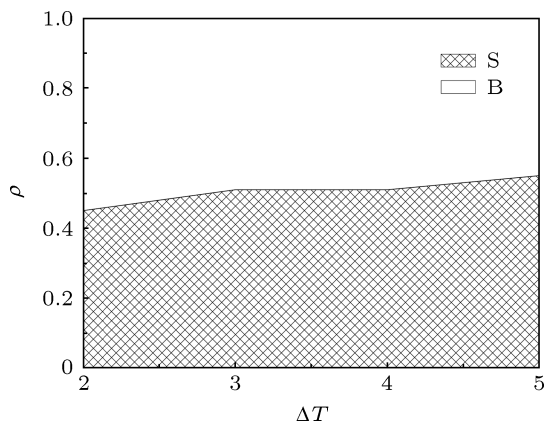


图 11 T_r 随机取值时, 在 $\rho-\Delta T$ 参数平面上的相图 (S 对应螺旋波不破碎区, B 对应螺旋波破碎区)

4 结论

采用离散可激发介质模型研究了不应态时间

随机扰动对螺旋波演化的影响, 通过在均匀介质中随机引入受扰元胞, 发现螺旋波失稳与受扰元胞的数量和扰动幅度有关, 1) 不应态时间缩短时, 扰动幅度越大受扰元胞越容易被提前激发, 当受扰元胞数目增大到一定量时将导致螺旋波失稳, 在适当的条件下, 可以观察到螺旋波漫游和破碎; 2) 不应态时间延长时, 扰动幅度越大越易形成传导阻碍, 可观察到螺旋波漫游、破碎和消失现象; 3) 不应态时间随机取值时, 随着受扰元胞密度的增大, 依次观察到螺旋波漫游和破碎等现象. 本文比较细致的研究了螺旋波在不应态时间不均匀时的演化问题, 发现不应态时间缩短和延长都可以导致螺旋波失稳, 该结果可进一步为螺旋波的控制提供理论依据.

- [1] Zhang H, Hu B, Hu G 2003 *J. Chem. Phys.* **119** 4468
- [2] Tang G N, Deng M Y, Hu B, Hu G 2008 *Phys. Rev. E* **77** 046217
- [3] Smolka L, Marts B, Lin A 2005 *Phys. Rev. E* **72** 056205
- [4] Bub G, Shrier A, Glass L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 028105
- [5] Gao J Z, Yang S X, Xie L L, Gao J H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 030505
- [6] Xie L L, Gao J H 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060516
- [7] Gao J Z, Xie L L, Xie W M, Gao J H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 080503 (in Chinese) [高加振, 谢玲玲, 谢伟苗, 高继华 2011 物理学报 **60** 080503]
- [8] Witkowski F X, Leon L J, Penkoske P A, Giles W R, Spano M L, Ditto W L, Winfree A T 1998 *Nature* **392** 78
- [9] Tian C H, Deng M Y, Kong L J, Liu M R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 080505 (in Chinese) [田昌海, 邓敏艺, 孔令江, 刘慕仁 2011 物理学报 **60** 080505]
- [10] Zhang H, Hu B, Hu G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 026134
- [11] Ma J, Huang L, Wang C N, Pu Z S 2013 *Commun. Theor. Phys.* **59** 233
- [12] Ma J, Ying H P, Liu Y, Li S R 2009 *Chin. Phys. B* **18** 0098
- [13] Qian Y, Liao X H, Huang X D, Mi Y Y, Zhang L S, Hu G 2010 *Phys. Rev. E* **82** 026107
- [14] Deng M Y, Tang G N, Kong L J, Liu M R 2011 *Chin. Phys. B* **20** 020510
- [15] Wei H M, Tang G N 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030501 (in Chinese) [韦海明, 唐国宁 2011 物理学报 **60** 030501]
- [16] Wang C N, Ma J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084501 (in Chinese) [王春妮, 马军 2013 物理学报 **62** 084501]
- [17] Munuzuri A P, Perez-Munuzuri V, Perez-Villar V 1998 *Phys. Rev. E* **58** R2689
- [18] Li B W, Zhang H, Ying H P, Hu G 2009 *Phys. Rev. E* **79** 026220
- [19] Zhuang X L, Zeng Y M, Chen B L 2004 *Modern Anesthesiology* (Beijing: People's Medical Publishing House) pp2090-2093 (in Chinese) [庄心良, 曾因明, 陈伯銮 2004 现代麻醉学 (北京: 人民卫生出版社) 第 2090—2093 页]
- [20] Wei H M, Tang G N 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 040504 (in Chinese) [韦海明, 唐国宁 2011 物理学报 **60** 040504]
- [21] Zemlin C W, Panfilov A V 2001 *Phys. Rev. E* **63** 041912
- [22] Ito H, Glass L 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 674
- [23] Liu H Y, Yang C Y, Tang G N 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010505 (in Chinese) [刘海英, 杨翠云, 唐国宁 2013 物理学报 **62** 010505]

Study on the effect of stochastic perturbations on the dynamics of spiral wave*

Tian Chang-Hai^{1)†} Deng Min-Yi²⁾

1) (*Department of Physics and Electronic Science, Tongren University, Tongren 554300, China*)

2) (*College of Physics and Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China*)

(Received 29 May 2013; revised manuscript received 30 June 2013)

Abstract

The cardiac muscle, which is composed of many discrete cells, is a typical excitable medium. In this paper, we study the effect of refractory period with stochastic perturbations on dynamical behaviors of spiral wave using the model of discrete excitable medium. When the perturbations are random in space, the stability of spiral wave is related to the amplitude of the perturbations and the number of perturbation cells. Computer simulation results show that refractory period perturbations can result in meandering, breakup and disappearance of the spiral waves under suitable conditions, and then their mechanisms are analyzed.

Keywords: spiral wave, excitable media, stochastic perturbation

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.62.190503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 81060307, 11365003, 11165004, 11363003), the Scientific Research Starting Foundation of Tongren University (Grant No. TS1118), and the Science and Technology Program of Tongren (Grant No. (2012)63-13).

† Corresponding author. E-mail: changfeng3511@163.com