

载人登月转移轨道偏差传播机理分析与稳健性设计*

贺波勇 李海阳[†] 张波

(国防科学技术大学, 航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2013年5月28日收到; 2013年6月26日收到修改稿)

载人登月转移轨道具有飞行时间长, 动力学模型复杂, 非线性强且变系数的特点, 而载人登月工程对转移轨道可靠性要求极高, 研究地月转移轨道偏差传播机理和轨道稳健性设计不仅具有工程意义, 更具有探索地月空间复杂引力场对轨道偏差作用的科学意义. 本文首先分析了日地月中心引力和地球 J_2 项摄动等主要作用力对转移轨道偏差的作用范围与影响大小, 其次提出了一种基于标称轨道数据的变系数非线性动力学系统偏差传播机理解析分析方法, 最后构建了基于偏差传播矩阵的转移轨道稳健性评价指标, 并基于 NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithms) 算法求解了载人登月转移轨道稳健性优化设计问题. 仿真结果表明, 本文提出的偏差传播机理分析方法能快速准确地求解出载人登月转移轨道偏差传播矩阵, 利用偏差传播矩阵进行协方差分析和中途修正脉冲计算是简单准确的, 考虑稳健性的转移轨道优化设计可以提高标称轨道品质.

关键词: 载人登月, 转移轨道, 偏差分析, 稳健性设计

PACS: 05.45.-a, 06.20.Dk, 87.55.de, 96.50.Bh

DOI: 10.7498/aps.62.190505

1 引言

早在 Apollo 工程中, 人们就意识到轨道偏差影响分析的重要性^[1], 并研究了转移轨道中途修正解析计算方法^[2,3], 但并没有深入研究偏差传播机理, 也没有将稳健性设计思想纳入轨道优化设计中. 21世纪以来, 世界范围内掀起了载人登月探测的第二轮热潮, 转移轨道优化设计和偏差传播分析再度成为载人登月方向研究的热点问题之一. Peng 等^[4]研究了载人登月自由返回轨道设计及轨道参数特性; Shen 等^[5]研究了载人月地定点返回轨道设计及其轨道参数特性; Xi 等^[6]研究了载人登月任务中止应急返回轨道设计与特性; Jesick 等^[7]研究了从自由返回轨道射入月球轨道的优化方法; 周文艳, 杨维廉^[8]研究了采用数值积分迭代求解地月转移轨道中途修正问题的方法; 卢伟涛等^[9]提出了飞行器变系数非线性动力学系统的代数数值解法思想; 孙宝忱, 荣思远^[10]采用协方差分析法初步分析了地球中心引力对向月飞行轨道的偏差作用. 可见, 载人登月轨道设计已趋成熟, 而转移轨道偏差传播

机理分析和考虑偏差的轨道稳健性设计还需完善.

稳健性 (robustness) 由 Taguchi^[11] 所创立, 并很快应用到结构, 气动, 推进, 控制和成本等学科领域^[12-14], 也逐渐应用到航天器轨道设计领域. 随着多目标智能进化算法的快速发展, 轨道稳健性优化设计是一个新的研究趋势^[15]. Way^[16] 将稳健性设计引入到星际再入轨道设计中, Tang 等^[17] 将稳健性概念引入到交会对接轨道优化中, Gabriele 等^[18] 将稳健性设计引入到月地返回跳跃式再入轨道优化中, Luo 等^[19] 研究了交会对接轨道安全性定量评价准则, Li 等^[20] 研究了仅测角相对导航的安全性问题.

本文针对载人登月转移轨道动力学系统非线性变系数的特点, 提出了综合考虑转移轨道各段主要作用力的偏差传播机理解析分析方法, 并研究了应用偏差传播矩阵解析求解偏差传播协方差矩阵, 偏差轨道快速中途修正脉冲的方法, 最后提出了基于偏差传播矩阵的转移轨道稳健性评价指标, 并提出了基于 NSGA-II 算法的转移轨道稳健性优化设计方法.

* 国家自然科学基金 (批准号: 11372345) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2013CB733100) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: lihaiyang@nudt.edu.cn

2 载人登月转移轨道偏差传播机理分析

2.1 动力学模型建立与简化

一般将载人登月地月转移轨道精确动力学模型建立在地心 J2000 坐标系中

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu_E \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{A}_N + \mathbf{A}_{NSE} + \mathbf{A}_{NSM} + \mathbf{A}_R + \mathbf{A}_D + \mathbf{A}_P, \quad (1)$$

式中, 右端第一项为地球的中心引力, 其余项依次为: \mathbf{A}_N , N 体引力摄动加速度; \mathbf{A}_{NSE} , 地球非球形摄动加速度; \mathbf{A}_{NSM} , 月球非球形摄动加速度; \mathbf{A}_R , 太阳光压摄动加速度; \mathbf{A}_D , 大气阻力摄动加速度; \mathbf{A}_P , 推力加速度. 日月星历及坐标转化信息通过 DE405/LE405 星历求解. 这里忽略了木星, 金星和

火星的摄动, 地球潮汐的摄动, 地球扁率的间接摄动以及相对论效应等微小量.

除高精度标称轨道设计, 一般情况都用不同程度简化的动力学模型. 本文忽略了量级小于地球 J_2 项的摄动项. 图 1 给出了一条载人登月自由返回轨道地月转移段受地球中心引力, 月球中心引力, 太阳中心引力和地球 J_2 项摄动引力大小. 可见, 在近地段地球引力占主要作用, 地球 J_2 项摄动作用较小且很快减小, 近月段月球引力占主要作用, 而在转移轨道中段, 大部分时间日月地月引力量级相当. 该条载人登月自由返回轨道参考文献 [4] 所述方法求取, 入轨时刻为 10 Oct 2024 20:00:00.000 UTCG, 入轨参数如表 1 所示, 约 13 Oct 2024 16:38:03.165 UTCG 到达近月点 (入轨后 2.85975885 天).

该条轨道空间轨迹如图 2 所示.

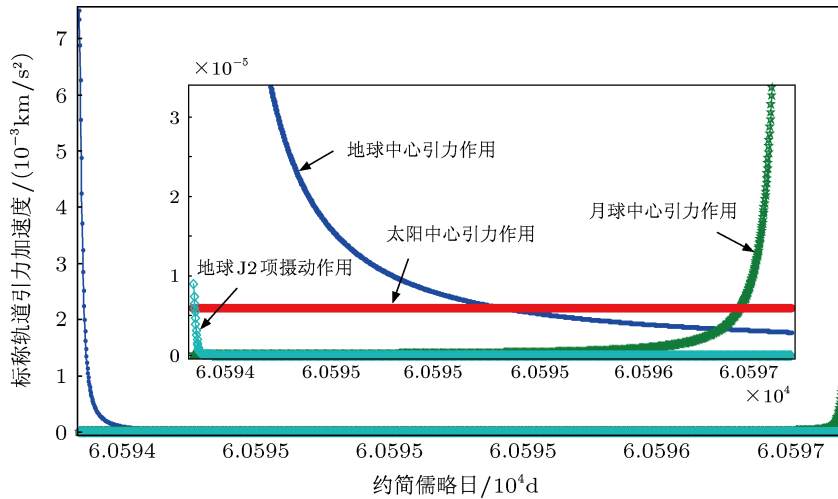


图 1 载人登月自由返回轨道地月转移轨道主要作用力大小及分布

表 1 入轨时刻轨道六根数

轨道六根数	半长轴/km	偏心率	轨道倾角/rad	升交点赤经/rad	近拱点角距/rad	真近点角/rad
参数	242920	0.97	0.349	0.33	2.43368	0

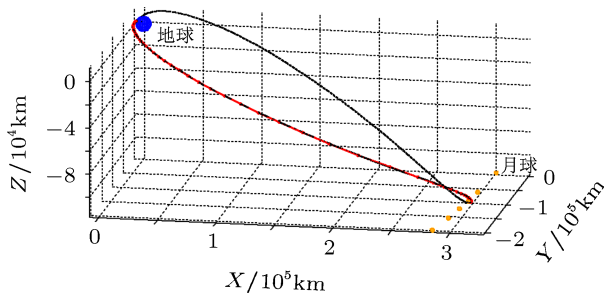


图 2 载人登月自由返回轨道空间轨迹

飞船在地月空间飞行与日地月空间位置关系如图 3 所示.

考虑地球 J_2 项摄动的四体动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} &= -\mu_E \frac{\mathbf{r}}{r^3} - \mu_M \left(\frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} + \frac{\rho_M}{\rho_M^3} \right) - \mu_S \left(\frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} + \frac{\rho_S}{\rho_S^3} \right) \\ &\quad - \left(\frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{2r^5} - \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 z^2}{2r^7} \right) \mathbf{r} \\ &\quad - \frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{r^5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \Delta v_i \delta(t - t_i), \quad (2) \end{aligned}$$

其中, μ_E, μ_M 和 μ_S 是地球, 月球和太阳的引力常数, r, r_M 和 r_S 分别为飞船相对于地球, 月球和太阳的位置失径, ρ_M 和 ρ_S 为月球和太阳相对于地球的位置失径. 地球 J_2 项系数等于 1.082636×10^{-3} , R_E 为地球平均赤道半径等于 6378.150 km. z 为飞船地心位置失径的 z 方向分量. $\sum_{i=1}^n \Delta v_i \delta(t - t_i)$ 为施加的脉冲等效加速度.

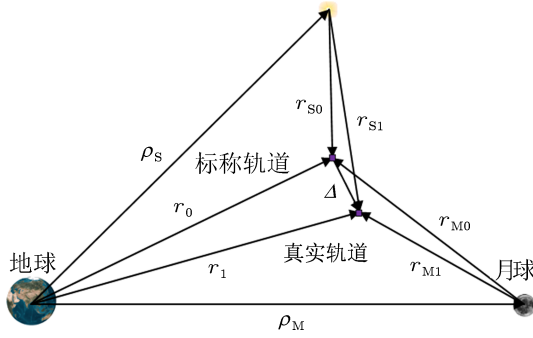


图3 地月空间四体动力学模型示意图

2.2 偏差传播机理分析

偏差传播分析方法可以归纳为两类^[21], 一类是 Monte-Carlo 仿真方法, 这种方法原理简单, 需要统计多次仿真结果完成, 用时较长且无法得知偏差传播机理; 另一类是 CADET (Covariance Analysis Describing Function Technique) 方法, 这种方法先推导出系统协方差传播微分方程, 如果限定偏差的分布模型, 就可以快速得到偏差传播协方差矩阵, 这种方法对线性系统来说是精确的, 对定常参数非线性系统会出现一定程度近似, 而很难解决载人登月转移轨道这种变系数非线性系统偏差传播问题.

载人登月转移轨道入轨偏差一般分为入轨状

态偏差和入轨窗口偏差, 而入轨窗口偏差可以等同为入轨状态偏差. 在研究偏差传播时, 一般不考虑施加的推力控制, 只研究飞船无控飞行真实轨道与标称轨道偏差传播机理和特性. 如图3所示, 用 r_0 表示标称轨道某时刻飞船相对于地球的位置失径. r_1 表示该时刻飞船相对于地球的真实位置失径, 标称轨道动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{r}_0 &= v_0, \\ \dot{v}_0 &= -\mu_E \frac{r_0}{r_0^3} - \mu_M \left(\frac{r_{M0}}{r_{M0}^3} + \frac{\rho_M}{\rho_M^3} \right) - \mu_S \left(\frac{r_{S0}}{r_{S0}^3} + \frac{\rho_S}{\rho_S^3} \right) \\ &\quad - \left(\frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{2r_0^5} - \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 z_0^2}{2r_0^7} \right) r_0 \\ &\quad - \frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{r_0^5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

当入轨状态存在偏差时, 真实轨道动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= v_1, \\ \dot{v}_1 &= -\mu_E \frac{r_1}{r_1^3} - \mu_M \left(\frac{r_{M1}}{r_{M1}^3} + \frac{\rho_M}{\rho_M^3} \right) - \mu_S \left(\frac{r_{S1}}{r_{S1}^3} + \frac{\rho_S}{\rho_S^3} \right) \\ &\quad - \left(\frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{2r_1^5} - \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 z_1^2}{2r_1^7} \right) r_1 \\ &\quad - \frac{3\mu_E J_2 R_E^2}{r_1^5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

引入位置偏差 $\Delta = r_1 - r_0$, 两式做差, 忽略二阶以上小量, 得到 $\dot{\Delta}$ 关于 Δ 和 r_0 的关系式

$$\begin{aligned} \dot{\Delta} &= \left(\mu_E \frac{\begin{pmatrix} 3 \frac{r_0 \cdot r_0^T}{r_0^2} - I \end{pmatrix}}{r_0^3} + \mu_M \frac{\begin{pmatrix} 3 \frac{r_{M0} \cdot r_{M0}^T}{r_{M0}^2} - I \end{pmatrix}}{r_{M0}^3} + \mu_S \frac{\begin{pmatrix} 3 \frac{r_{S0} \cdot r_{S0}^T}{r_{S0}^2} - I \end{pmatrix}}{r_{S0}^3} \right. \\ &\quad + \left(\frac{3\mu_E J_2 R_E^2 \begin{pmatrix} 5 \frac{r_0 \cdot r_0^T}{r_0^2} - I \end{pmatrix}}{2r_0^5} - \frac{15\mu_E J_2 R_E^2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \cdot r_0 \cdot r_0^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}{2r_0^7} \cdot \left(7 \frac{r_0 \cdot r_0^T}{r_0^2} - I \right) \right) \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{3\mu_E J_2 R_E^2 \begin{pmatrix} 5 \frac{r_0 \cdot r_0^T}{r_0^2} - I \end{pmatrix}}{r_0^5} \right) \Delta. \end{aligned} \quad (5)$$

上式中依次为地球, 月球, 太阳中心引力和地球 J_2 项摄动对位置偏差的二阶微分作用, 大小如图 4 所示.

可见, 地球 J_2 项摄动对偏差二阶微分的作用很快减小到小于太阳中心引力的作用, 而它们的作用都远小于地球和月球的量级, 随着飞船与月球的距

离接近, 地球中心引力的作用逐渐减小, 月球中心引力的作用逐步增大. 这就解释了文献 [10] 中协方差分析方法仅近地阶段精度可信的原因. 再结合图 1, 可见太阳中心引力对偏差二阶微分的作用远小于对飞船的直接引力作用, 这是因为日心距变化远小于地心距和月心距的变化.

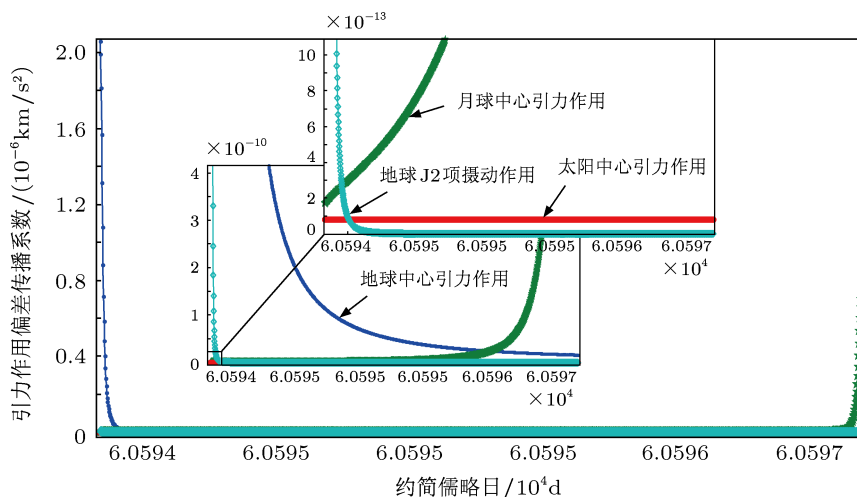


图 4 载人登月自由返回轨道地月转移段位置偏差二阶微分方程系数大小

2.3 偏差传播矩阵求解方法

引入偏差状态量 $\delta \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \Delta \\ \dot{\Delta} \end{bmatrix}$ 和状态量一阶微分 $\delta \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\Delta} \\ \ddot{\Delta} \end{bmatrix}$, 则偏差传播方程可以写为

$$\delta \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ f(t_i, r_0(t_i)) & 0 \end{bmatrix} \cdot \delta \mathbf{X}, \quad (6)$$

式中, $\ddot{\Delta} = f(t_i, r_0(t_i), \cdot) \cdot \Delta$, 设

$$\mathbf{A}(t_i, r_0(t_i)) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ f(t_i, r_0(t_i)) & 0 \end{bmatrix}.$$

按照线性系统理论, 可得状态转移矩阵

$$\delta \mathbf{X}(t_{i+1}) = e^{\mathbf{A}(t_i)(t_{i+1}-t_i)} \delta \mathbf{X}(t_i). \quad (7)$$

特别是标称轨道数据采用定步长积分器求解时, 有 $t_{i+1} - t_i = \Delta t$, $\mathbf{A}(t_i)$ 可以通过 t_i 时刻标称轨道数据求解, 而 $e^{\mathbf{A}(t_i)\Delta t}$ 通过 Taylor 级数展开为

$$e^{\mathbf{A}(t_i)\Delta t} = I + \mathbf{A}(t_i) \cdot \Delta t + \frac{(\mathbf{A}(t_i)\Delta t)^2}{2!} + \frac{(\mathbf{A}(t_i)\Delta t)^3}{3!} + \dots + \frac{(\mathbf{A}(t_i)\Delta t)^n}{n!}$$

$$= \sum_{i=0}^n \frac{(\mathbf{A}(t_i)\Delta t)^i}{i!}. \quad (8)$$

具体计算时, 可根据精度要求和 Δt 大小决定取 n 阶截断误差. 设 $\mathbf{P}_i = e^{\mathbf{A}(t_i)\Delta t}$, \mathbf{P}_i 即为 t_i 时刻偏差传播矩阵. t_{i+1} 时刻偏差协方差矩阵为

$$\mathbf{C}(t_{i+1}) = \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{C}(t_i) \cdot \mathbf{P}_i^T, \quad (9)$$

其中, $\mathbf{C}(t_i)$ 为 t_i 时刻偏差协方差矩阵.

已知标称轨道数据和初始时刻偏差协方差矩阵 $\mathbf{C}(t_0)$, 可计算任意时刻 t_f 的偏差协方差矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t_f) &= \mathbf{P}_{t_{f-1}} \cdot \mathbf{P}_{t_{f-2}} \cdots \mathbf{P}_{t_1} \cdot \mathbf{P}_{t_0} \\ &\quad \cdot \mathbf{C}(t_0) \cdot \mathbf{P}_{t_0}^T \cdot \mathbf{P}_{t_1}^T \cdot \mathbf{P}_{t_{f-2}}^T \cdot \mathbf{P}_{t_{f-1}}^T \\ &= \prod_{i=0}^{f-1} \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{C}(t_0) \cdot \prod_{i=0}^{f-1} \mathbf{P}_i^T. \end{aligned} \quad (10)$$

已知入轨偏差, 终端偏差可以直接通过算术运算相乘得到

$$\delta \mathbf{X}(t_f) = \prod_{i=0}^{f-1} \mathbf{P}_i \cdot \delta \mathbf{X}(t_0), \quad (11)$$

其中, $\prod_{i=0}^{f-1} \mathbf{P}_i$ 可以认为 t_0-t_f 时刻该标称轨道对偏差的传播矩阵.

如果入轨后 $t_{\text{Mid-Cor}}$ 时刻对轨道进行中途修正, 则由导航系统于 $t_{\text{Mid-Cor}}$ 前预报 $t_{\text{Mid-Cor}}$ 时刻偏

差状态 $\delta X(t_{\text{Mid-Cor}})$, 该次中途修正所需速度脉冲可以通过广义逆运算快速求解

$$\Delta v(t_{\text{Mid-Cor}}) = - \left(\prod_{i=\text{Mid-Cor}}^{i=f-1} P_{i(1:6,3:6)} \right)^{-1} \times \prod_{i=\text{Mid-Cor}}^{i=f-1} P_{i_i} \cdot \delta X(t_{\text{Mid-Cor}}), \quad (12)$$

式中, $\left(\prod_{i=\text{Mid-Cor}}^{i=f-1} P_{i(1:6,3:6)} \right)^{-1}$ 表示矩阵 $\prod_{i=\text{Mid-Cor}}^{i=f-1} P_{i_i}$ 的右边 3 列元素组成的新 6×3 阶矩阵的广义逆矩阵.

设置标称轨道采用 RK4(Runge-Kutta 4 阶定步长积分器) 积分, 步长 0.5 s, 事先计算好 494167 组标称轨道参数, Taylor 展开式取 5 阶, 在 Intel®Core™ i5-2400 CPU @ 3.1 GHz PC, MATLAB R2008 b 平台上计算偏差传播矩阵 $\prod_{i=0}^{i=f-1} P_{i_i}$, 耗时 90 s. 随机生成一组位置偏差 $3\sigma_r = 5 \text{ km}$, 速度偏差 $3\sigma_v = 5 \text{ m/s}$ 的入轨偏差, 用 (11) 式计算得到近月点偏差与数值积分偏差计算结果如表 2 所示, 根据

Schur 定理, 存在正交矩阵 Q 使偏差传播矩阵

$$\prod_{i=0}^{i=f-1} P_{i_i} = Q^T \lambda Q, \quad (13)$$

$$\lambda = \text{diag}\{\lambda_x \quad \lambda_y \quad \lambda_z \quad \lambda_{vx} \quad \lambda_{vy} \quad \lambda_{vz}\}. \quad (14)$$

表 3 给出定积分步长 0.5 s, Taylor 展开式取不同阶次, λ 的不同. 可见, 定积分步长 0.5 s, Taylor 展开取 2 阶, 精度已经相当高.

进一步研究标称轨道定积分步长对 λ 的影响, Taylor 展开取 2 阶. 如表 4 所示. 可见, 定积分步长越小越好, 一般精度要求情况下不宜大于 10 s. 载人登月地月转移轨道接近 3 天, 约合 $25 \times 10^4 \text{ s}$, 如果步长取 10 s, 就需要计算和存储 2.5×10^4 组积分数据, 实际计算时可根据精度要求, 内存空间和计算速度综合考虑选择步长及 Taylor 展开阶次.

如果求入轨时刻进行轨道修正所需的速度脉冲, 只需用 (12) 式进行计算便可得到修正速度脉冲 $\Delta v(t_0) = [-0.119 \quad -0.269 \quad 0.769]^T \text{ m/s}$, 与文献 [8] 方法求取结果一致.

表 2 终端偏差验证

地心 J2000	入轨偏差	数值积分终端偏差	偏差传播矩阵终端偏差	相对误差/%
X/km	-0.1874	-5.3823×10	-5.3214×10	1.13
Y/km	-0.5637	-5.7742×10	-5.7692×10	0.08
Z/km	0.3976	-3.3697×10	-3.4047×10	1.04
$V_x/(\text{km/s})$	-2.010×10^{-5}	-2.9690×10^{-2}	-2.9710×10^{-2}	0.06
$V_y/(\text{km/s})$	3.133×10^{-5}	7.3944×10^{-3}	6.8656×10^{-3}	7.15
$V_z/(\text{km/s})$	1.0813×10^{-4}	1.5694×10^{-2}	1.5239×10^{-2}	2.89

表 3 Taylor 展开阶次的影响

阶次	1	2	3	4	5
λ_x	-686.1698456334	-685.83514530953	-685.83510278071	-685.83510278302	-685.83510278302
λ_y	274.66966456758	274.916636942309	274.916686008903	274.916686013332	274.916686013332
λ_z	-21.17861006854	-21.169899179833	-21.169900063731	-21.169900063808	-21.169900063808
λ_{vx}	-0.047252296638	-0.047232873009	-0.0472328710360	-0.0472328710354	-0.0472328710353
λ_{vy}	0.0036349666095	0.0036382401706	0.0036382395200	0.0036382395200	0.0036382395200
λ_{vz}	-0.001458602359	-0.0014578898902	-0.0014578899769	-0.0014578899783	-0.0014578899783
时间/s	54	63	72	81	90

表 4 标称轨道定积分步长的影响

步长/s	1	5	10	50	100
λ_x	-686.07283278022	-688.234317301	-691.26665435787	-711.77466764320	-735.71009285083
λ_y	274.85838510232	274.29145373581	273.458870007768	268.048244145911	261.122413235781
λ_z	-21.170128229345	-21.14342136205	-21.074070220986	-20.934355855123	-20.910467606493
λ_{vx}	-0.047232359780	-0.047292003868	-0.0474476197250	-0.0477652612873	-0.047828052666
λ_{vy}	0.003639011656	0.0036465357855	0.00365764231617	0.00373186381074	0.00383355488312
λ_{vz}	-0.00145738471	-0.001452807255	-0.0014464345406	-0.0014047862610	-0.0013593227543
时间/s	31	6	3	0.6	0.3

3 稳健性评价与稳健性设计

3.1 稳健性评价指标

在其他学科中, 稳健性评价指标通常是指目标函数达到一定均值后方差最小, 以及使目标函数不小于某一指定值的概率到达最大值. 再入轨迹稳健性优化沿用了这一思想^[18], 而 Luo 等^[19] 在交会对接问题中分析了燃料消耗和交会时间方差不如交会终端条件的脱靶量实际意义重要的工程实际问题, 提出了基于终端脱靶量方差的稳健性评价指标, 有效地提高了交会对接问题的稳健性. 而载人登月地月转移轨道具有以下特性:

- 1) 入轨时刻和近月制动时刻可以不严格满足要求 (允许窗口内小幅变化);
- 2) 转移轨道入轨加速等效速度脉冲尽可能少;
- 3) 近月点只约束轨道倾角, 近月点高度;
- 4) 地月转移轨道对入轨偏差比较敏感, 1 m/s 的速度偏差可以造成近月点数千千米的位置误差^[8];
- 5) 地月转移轨道中途修正次数有限 (受测控约束, 一般 2,3 次), 一般需预留约 100 m/s 的中途修正速度脉冲等效燃料;
- 6) 入轨偏差由运载火箭上面级决定, 短期难以大幅减小.

所以, 本文提出用偏差传播矩阵来衡量轨道稳健性是符合工程实际的.

定义偏差传播矩阵位置敏感矩阵特征值绝对值和

$$\lambda_r = |\lambda_x| + |\lambda_y| + |\lambda_z|. \quad (15)$$

速度敏感矩阵特征值绝对值和

$$\lambda_v = |\lambda_{vx}| + |\lambda_{vy}| + |\lambda_{vz}|. \quad (16)$$

从稳健性设计角度出发, 希望 λ_r 和 λ_v 越小越好, 设计出的标称轨道对偏差不敏感. λ_r 和 λ_v 数量级通常相差很大, 为了便于度量稳健性指标, 采用归一化处理方法, 令

$$R = \lambda_r/\lambda_r^0 + \lambda_v/\lambda_v^0, \quad (17)$$

其中, λ_r^0 和 λ_v^0 是归一化系数, 通常由设计人员根据数据单位确定. R 为最终的稳健性评价指标.

3.2 稳健性设计

设计稳健性设计多目标优化目标函数为

$$J_1(x) = \Delta v_E + \Delta v_{LP},$$

$$J_2(x) = R, \quad (18)$$

约束为

$$\text{s.t. : } \begin{cases} a_E(1 - e_E) = r_p^E, \\ i_E = i_E^0, \\ f_E = 0, \\ i_{LP} = i_{LP}^0, \\ h_{LP} = h_{LP}^0, \\ 0 \leq h_{EP} \leq 122 \text{ km}, \\ -10^\circ \leq \Theta_R \leq -5^\circ, \end{cases} \quad (19)$$

式中, Δv_E 为从地球停泊轨道向月球加速飞行入轨等效脉冲, Δv_{LP} 为近月制动成环月圆轨道所需脉冲, r_p 为近地距, 由停泊轨道高度决定, i_E^0 为停泊轨道倾角, 受发射场地理纬度约束, i_{LP}^0 为月心轨道倾角, h_{LP}^0 为近月点高度, h_{EP} 和 Θ_R 是自由返回轨道返回地球能力的自身约束.

3.3 Pareto 最优解集

NSGA-II 是在航天领域应用较为广泛的一种多目标智能优化算法, 是 Deb 等^[22,23] 采用快速非优越排序和排挤机理对 NSGA 的改进, 既能驱使搜索过程收敛到 Pareto 最优前沿, 又能保证 Pareto 最优解的多样性. Nazemi 等^[24] 成功应用 NSGA-II 解决了稳健性设计中多目标优化 Pareto 解集求解问题.

本文设置优化变量为地月转移入轨参数地心椭圆轨道远地点, 升交点赤经和近拱点角距 $x = [r_a^E \quad \Omega \quad \omega]$, 约束近地距 $r_p^E = 7287.6 \text{ km}$, 地心轨道倾角 $i_E^0 = 0.349 \text{ rad}$ (20°), 月心轨道倾角 $i_{LP}^0 = 3.0155 \text{ rad}$, 近月点高度 $h_{LP}^0 = 916 \text{ km}$, 配置稳健性设计优化目标函数参数 $\lambda_r^0 = 1018 \text{ km}$, $\lambda_v^0 = 0.038 \text{ km/s}$, NSGA-II 算法求解 Pareto 解集如图 5. 图中, 设置种群数 $\text{pop} = 200$, 遗传变异代数 $\text{gen} = 20$. Pareto 解集表明, 稳健性评价指标较小的

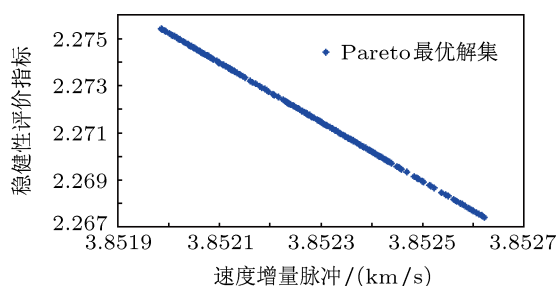


图 5 载人登月自由返回轨道稳健性设计 Pareto 最优解集

自由返回轨道需要较大的速度增量,且与速度增量小范围内线性负相关,这是因为速度增量较大的自由返回轨道转移时间较小,偏差传播时间较短,因此稳健性指标较小,稳健性高.

4 结论

针对载人登月转移轨道动力学系统变系数,非线性强,轨道稳健性要求高的特点,提出了基于标称轨道数据的偏差传播机理分析方法和基于偏差传播矩阵的轨道稳健性评价准则与设计方法.运载火箭上面级产生的入轨偏差,轨道动力学模型简化

和 GNC 系统偏差等导致的轨道偏差不可避免,详细分析了载人登月地月转移轨道偏差传播机理,快速精确计算变系数非线性轨道动力学系统偏差传播矩阵,自主快速计算了中途修正脉冲,提出了基于偏差传播矩阵的地月转移轨道稳健性评价指标,基于 NSGA-II 算法求解了包含稳健性指标的载人登月转移轨道 Pareto 最优解集.仿真结果表明,本文提出的方法是有效的,可以快速精确分析地月空间引力场对转移轨道偏差传播机理,可以通过适当减少地月转移轨道飞行时间来提高轨道稳健性.该方法可为我国载人登月工程地月转移轨道设计和控制提供参考.

-
- [1] Miller J E, Laats A 1970 *J. Spacecraft Rockets* **7** 551
- [2] Breakwell J V 1960 *Advances in Astronautical Science* **5** 53
- [3] Breakwell J V 1961 *Advances in Astronautical Science* **7** 219
- [4] Peng Q B, Shen H X, Li H Y 2011 *Sci. China Tech. Sci.* **54** 3243
- [5] Shen H X, Zhou J P, Peng Q B, Li H Y 2012 *Sci. China Tech. Sci.* **55** 2561
- [6] Xi X N, Huang W D, Wang W 2010 *Sci. China Tech. Sci.* **53** 2691
- [7] Jesick M, Ocampo C 2011 *J. Astronautical Sciences* **58** 35
- [8] Zhou W Y, Yang W L 2004 *Journal of Astronautics* **25** 89 (in Chinese) [周文艳, 杨维廉 2004 宇航学报 **25** 89]
- [9] Lu W T, Wang S J, Zhang H 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3655 (in Chinese) [卢伟涛, 王顺金, 张华 2007 物理学报 **56** 3655]
- [10] Sun B C, Rong S Y 2006 *Missile and Space Vehicle* **6** 1 (in Chinese) [孙宝忱, 荣思远 2006 导弹与航天运载技术 **6** 1]
- [11] Taguchi G, Clausing D 1990 *Harvard Business Review* Jan-Feb, 1990 p65
- [12] Zhang Y M, Zhang X F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3989 (in Chinese) [张义民, 张旭方 2008 物理学报 **57** 3989]
- [13] Wang X H, Wang J H, Pang L, Chen X J, Yuan T T, Luo W J, Liu X Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 177301 (in Chinese) [王鑫华, 王建辉, 庞磊, 袁婷婷, 罗卫军, 刘新宇 2012 物理学报 **61** 177301]
- [14] Zhang B, Li H Y, Tang G J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 029601 (in Chinese) [张波, 李海阳, 唐国金 2013 物理学报 **62** 029601]
- [15] Jin Y C, Branke J 2005 *IEEE Trans on Evolutionary Computation* **9** 303
- [16] Way D W 2001 *Ph.D. Dissertation* (Georgia Institute of Technology)
- [17] Tang G J, Luo Y Z, Li H Y 2007 *Aerospace Science and Technology* **11** 563
- [18] Gabriele D Z, Marray K, Rodrigo H, Luis F P 2009 *AIAA GN&C Conference*, Chicago Illinois, Aug10-13, 2009 p5771
- [19] Luo Y Z, Liang L B, Wang H, Tang G J 2011 *J. Guid. Control Dynam.* **34** 1264
- [20] Li J R, Li H Y, Tang G J, Luo Y Z 2011 *Sci. China Tech. Sci.* **54** 1865
- [21] Luo Y Z 2007 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [罗亚中 2007 博士学位论文 (长沙: 国防科学技术大学)]
- [22] Farina M, Deb K, Amato P 2004 *IEEE Trans on Evolutionary Computation* **8** 425
- [23] Srinivas N, Deb K 1995 *IEEE Trans on Evolutionary Computation* **2** 221
- [24] Nazemi A, Yao X, Chan A H 2006 *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vancouver BC, Canada, July 16-21, 2006 p1901

Analysis of transfer orbit deviation propagation mechanism and robust design for manned lunar landing*

He Bo-Yong Li Hai-Yang[†] Zhang Bo

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 28 May 2013; revised manuscript received 26 June 2013)

Abstract

Earth-moon transfer orbit for manned lunar landing needs a long flight time, complex, nonlinear and variable coefficient dynamics model, and asks for a high reliability. Analysis of deviation propagation mechanism and robust design of transfer orbit are investigated in this paper. It is not only practical for projecting, but also significant for exploring the role of earth-moon space gravitational field upon transfer orbit deviation. This paper analyses firstly the boundary and the amplitude of the sun, earth, and moon central gravitation, the earth J_2 perturbation that affect the transfer orbit deviation transmission. And then a method to analyse the deviation propagation mechanism based on nominal orbital data is obtained analytically. A robust indicator of transfer orbit based on deviation transition matrix is proposed, and a robust optimization design method that employs NSGA-II (nondominated sorting genetic algorithms) for earth-moon transfer orbit with robust indicator is proposed. Simulation shows that the analysis of transfer orbit deviation propagation mechanism can obtain earth-moon transfer orbit deviation propagation matrix quickly and precisely, and the deviation propagation matrix can be used to obtain the covariance matrix and mid-course correction ΔV analytically and exactly. The quality of nominal transfer orbit is improved by optimizing with robust indicator.

Keywords: manned lunar landing, transfer orbit, deviation analysis, robust design

PACS: 05.45.-a, 06.20.Dk, 87.55.de, 96.50.Bh

DOI: 10.7498/aps.62.190505

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11372345), and the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2013CB733100).

[†] Corresponding author. E-mail: lihaiyang@nudt.edu.cn