

# 电压控制不连续导电模式 DC-DC 变换器的熵特性研究\*

徐红梅<sup>1)2)</sup> 金永镐<sup>2)</sup> 郭树旭<sup>1)†</sup>

1) (吉林大学电子科学与工程学院, 长春 130012)

2) (延边大学工学院, 延吉 133002)

(2013 年 8 月 16 日收到; 2013 年 9 月 4 日收到修改稿)

结合 DC-DC 变换器非线性特性随反馈增益  $k$  变化的关系, 以及熵能够反映序列总体统计特征的特点, 提出一种基于熵估计 DC-DC 变换器非线性行为的新方法. 以一阶电压反馈不连续导电模式 DCM Buck 和 Boost 变换器为例, 详细分析了不同反馈增益  $k$  和初值  $x_0$  形成的数值序列及熵的分布情况. 研究表明: DC-DC 变换器的熵由反馈增益  $k$  决定, 与初值  $x_0$  无关, 最终小于理论极大值  $\log_2 N$  ( $N$  为统计区间个数); 熵能够准确区分 DC-DC 变换器的倍周期分岔和混沌行为, 从而得到一种新的可量化的 DC-DC 变换器非线性动力学行为指标; 完善了该类变换器非线性动力学分析的理论和方法.

**关键词:** DC-DC 变换器, 熵, 混沌, 反馈增益  $k$

**PACS:** 84.30.Jc, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.62.248401

## 1 引言

DC-DC 变换器具有高转换率和快速的负载动态响应特性而广泛应用于电源及其管理模块中<sup>[1-3]</sup>. 由于 DC-DC 变换器具有离散和拓扑结构不断变化的强非线性特点, 利用非线性动力学理论研究 DC-DC 变换器的非线性现象已经取得了丰硕成果<sup>[4-13]</sup>. 近年来, 随着混沌理论的发展, 根据混沌系统初值敏感性和不确定性的特点, 已有文献通过对 DC-DC 变换器的建模和参数估计, 采用分岔图、Lyapunov 指数和 Jacobian 矩阵分析等方法, 证明 DC-DC 变换器在一定工作条件下和参数范围内存在丰富的分岔和混沌现象, 如倍周期分岔<sup>[14]</sup>, Hopf 分岔<sup>[15]</sup>、切分岔<sup>[16]</sup>、环面分岔<sup>[17]</sup>、吸引子共存<sup>[18]</sup>等. 对这些非线性现象的研究, 有助于揭示 DC-DC 变换器的物理本质, 从而达到优化电路参数, 提高变换器稳定性的目的.

许多学者试图从不同角度研究 DC-DC 变换器的混沌机理. 文献 [19] 根据符号动力学理论中最大子序列的性态检测 DC-DC 变换器边界碰撞分岔; 文献 [20] 采用模块熵理论识别和量化 DC-DC 变换器倍周期分岔和混沌行为; 文献 [21] 根据带权 Lempel-Ziv 复杂度算法定性分析 DC-DC 变换器稳定性和非线性行为复杂程度. 到目前为止, 从数值序列统计特性分析 DC-DC 变换器的非线性特性鲜有报道.

在文献 [20] 的启示下, 本文从宏观角度研究 DC-DC 变换器数值序列分布特性, 试图寻求识别和量化 DC-DC 变换器非线性动力学特性的新指标, 完善该类变换器非线性动力学分析的理论和方法. 通过对一阶电压反馈 DCM (不连续导电模式) Buck 和 Boost 变换器的数值序列分布及熵值分析, 得出结论: DC-DC 变换器确定的表达式得到不确定的数值序列, 不确定的数值序列整体隐含了一定的确定成分; 在数据量充分的情况下, DC-DC 变换器的

\* 吉林省科技厅 (批准号: 201115224) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: guosx@jlu.edu.cn

熵由反馈增益  $k$  决定, 与系统初值  $x_0$  无关, 熵值随着反馈增益  $k$  的增加呈现递增趋势, 但最终小于理论最大值  $\log_2 N$  ( $N$  为统计区间个数).

## 2 熵理论简介

熵定义为离散随机变量出现的期望值 [22], 是从平均意义表征总体信息测度, 表示为

$$H = - \sum_{i=1}^N p(x_i) \log_2 p(x_i), \quad (1)$$

其中  $N$  为字符个数,  $p(x_i)$  为第  $i$  个字符的概率分布, 当某个  $p(x_i) = 0$  时, 规定  $0 \cdot \log_2 0 = 0$ , 以 2 为底数时熵的单位为比特.

熵具有以下性质:

- 1) 熵函数  $H(p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_N))$  中各变量  $p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_N)$  顺序转换, 熵值不变;
- 2) 熵函数  $H(p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_N)) \geq 0$ ;
- 3) 当各个变量的概率分布相同时, 熵取得最大值

$$H_{\max} = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \log_2 \left( \frac{1}{N} \right) = \log_2 N.$$

熵的本质是变化的方向性和时间的方向性, 自然界的一切自发进行过程都是朝熵增方向进行的. 在熵增原理的前提下, 当字符呈现规律性分布时, 有序度高, 复杂度低, 此时对应的熵值小; 当字符分布杂乱无章, 复杂度高, 对应的熵值较高, 因此熵能够反映序列的总体统计特征.

## 3 不连续模式变换器的熵特性分析

当 DC-DC 变换器处于不连续工作模式时, 可以视为一维动力系统. 现分别以一阶电压反馈 DCM Buck 变换器和 Boost 变换器为例, 讨论不同反馈增益  $k$  和初值  $x_0$  对数值序列分布产生的影响, 说明熵对于开关变换器混沌特性分析的适用性, 并将这种影响量化.

### 3.1 一阶 DCM Buck 变换器的熵特性

电压型 DCM Buck 变换器原理如图 1 所示. 图中  $E$  为输入电压,  $X$  为期望的稳态输出电压,  $D$  为

稳态占空比,  $k$  为反馈比例增益. 变换器工作状态可用如下一阶迭代映射方程近似描述为 [23]

$$x_{n+1} = f(k, x_n) = \alpha x_n + \frac{\beta [D - k(x_n - X)]^2 E (E - x_n)}{x_n}, \quad (2)$$

其中,  $x_n$  代表第  $n$  次迭代电感电流为零时刻的电容电压, 其他参数说明如下:

$$\alpha = 1 - \frac{T}{RC} + \frac{T^2}{2C^2 R^2}, \quad (3)$$

$$\beta = \frac{T^2}{2LC}, \quad (4)$$

$$h(d_n) = \begin{cases} 0 & d(x_n) < 0 \\ 1 & d(x_n) < 0, \\ d(x_n) & \text{其他} \end{cases}, \quad (5)$$

$$d(x_n) = D - k(x_n - X). \quad (6)$$

变换器采用文献 [23] 中的参数值, 见表 1. 以反馈增益  $k$  为变量的电压型 DCM Buck 变换器分岔图如图 2 所示.

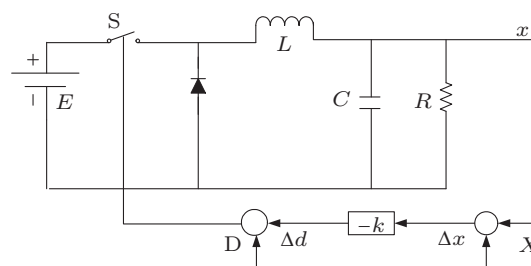


图 1 电压型 DCM Buck 变换器原理图

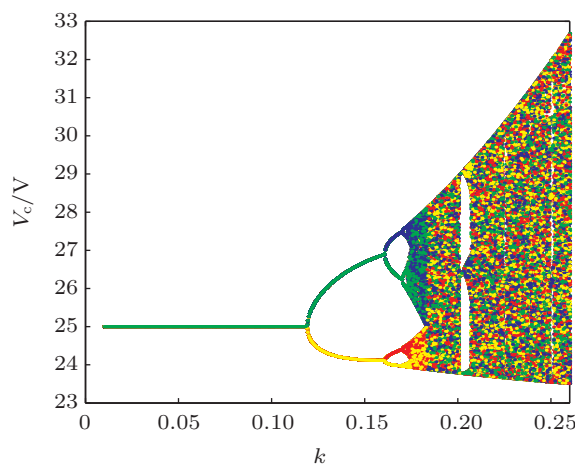


图 2 电压型 DCM Buck 变换器分岔图

表 1 DCM DC-DC 变换器参数

参数	数值	参数	数值
开关周期 $T/\mu\text{s}$	333.33	占空比 $D$	0.2874 (Boost)
电容 $C/\mu\text{F}$	222	占空比 $D$	0.2874 (Buck)
负载 $R/\Omega$	12.5	电感 $L/\mu\text{H}$	208
$\beta$	1.2	$\alpha$	0.8872

不同反馈增益  $k$  对应的数值序列统计分布情况实验规则设置如下: 设数值序列长度为  $L$ , 每个

区间内数值序列值个数为  $m_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为统计区间个数), 每个区间内数值序列统计概率为  $p_i = m_i/L$ , 且  $\sum_{i=1}^N p_i = 1$ . 系统初值  $x_0$  在 23—31 之间取 100 个数值, 通过 (2) 式得到  $L = 100000$  离散迭代数值序列, 对数值序列进行  $N = 100$  个统计区间分区. 图 3 分别给出了不同反馈增益  $k$  对应的数值序列统计分布情况.

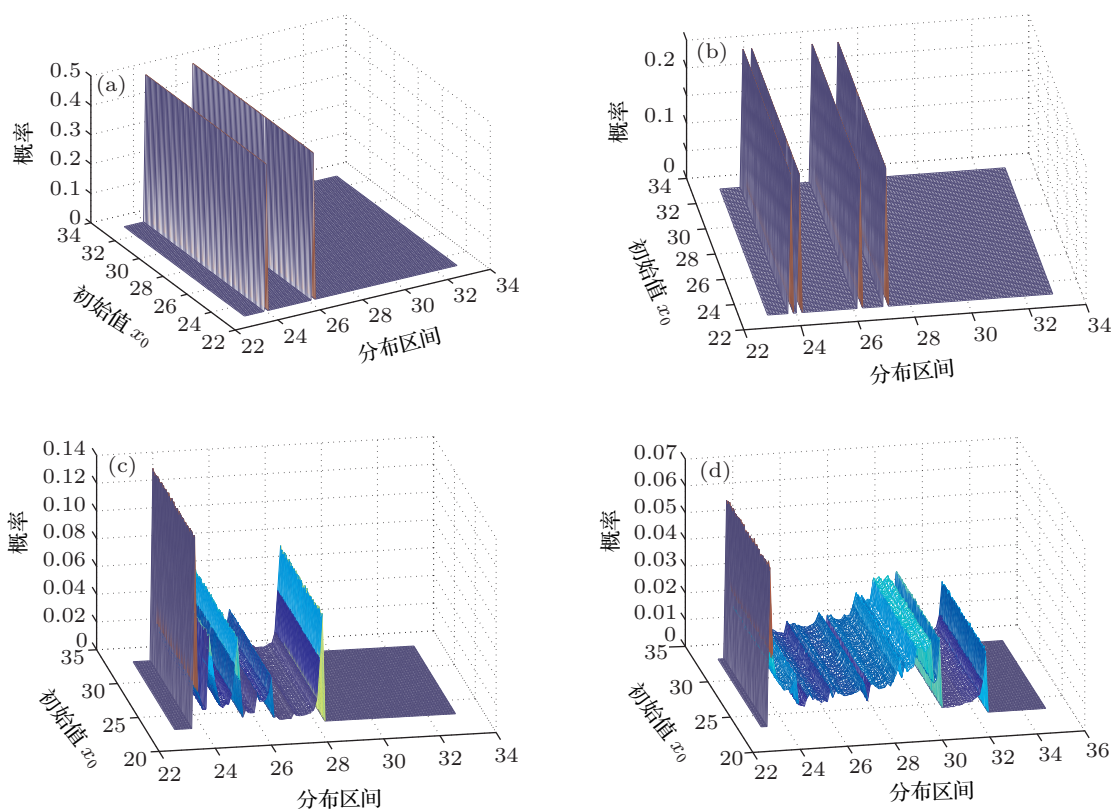


图 3 电压型 DCM Buck 变换器数值序列分布 ( $L = 100000, N = 100$ ) (a)  $k = 0.14$ ; (b)  $k = 0.165$ ; (c)  $k = 0.19$ ; (d)  $k = 0.26$

从图 3 可以得到:

1) 不同反馈增益  $k$  对应的 DCM Buck 变换器序列分布明显不同, 序列分布图 3(a) 对应周期 2 状态; 图 3(b) 对应周期 4 状态; 图 3(c) 对应弱混沌状态; 这时序列出现连续的非零值分布状态, 图 3(d) 对应强混沌状态, 与图 3(c) 相比, 此时混沌状态序列连续非零值数目及其分布范围随着反馈增益  $k$  的增大而明显增大, 与 DCM Buck 变换器分岔图中数值序列分布状态符合;

2) 不同初值  $x_0$  对应的 DCM Buck 变换器数值序列分布几乎不受影响.

为了得到更广泛的结论, 采用熵值计算 DCM Buck 变换器数值序列分布随反馈增益  $k$  和初值  $x_0$

的变化规律. 反馈增益  $k$  取值范围为 0.1—0.26, 初值  $x_0$  取值范围为 23—31, 选取具有代表性的结果如图 4—6 所示. 其中 (a) 表示熵的三维图, (b) 表示当反馈参数  $k$  一定时不同初值情况下熵的均值, (c) 表示当反馈参数  $k$  一定时不同初值情况下熵的方差.

图 4—6 中 DCM Buck 变换器数值序列分布熵反映的信息归纳如下:

1) 图 4(a) 的熵值分布图比图 5(a) 的熵值分布图光滑, 因为在数据序列长度相同时, 统计区间越少, 落在各个统计区间的数量越充分, 得到的概率越稳定, 相应熵值越光滑, 所以图 4(c) 的方差相应小于图 5(c) 的方差;

2) 图 6(a) 的熵值分布图比图 4(a) 的熵值分布图光滑, 因为在统计区间长度相同时, 数据序列越长时, 各个统计区间得到的概率越稳定, 所以图 4(c) 的方差相应大于图 6(c) 的方差, 对于熵均值, 只要序列长度达到一定数值后就趋于稳定, 这也解释了图 4(c) 和图 6(c) 的均值差异不明显的原因;

3) 当反馈增益  $k$  确定时, DCM Buck 变换器的熵值基本维持不变, 与初值  $x_0$  和数据长度无关;

当 DCM Buck 变换器处于稳定态时, 熵值为零;

处于周期态时, 熵值保持恒定; 处于混沌状态时, 熵值随反馈增益  $k$  的增加而增大, 最终小于各自的最大值  $\log_2 50 = 5.6439 \text{ bit}$  和  $\log_2 100 = 6.6439 \text{ bit}$ ;

4) 在熵值递增过程中会出现熵值减小的情况, 这是因为反馈增益  $k$  处在特定值时, DCM Buck 变换器没有进入混沌状态, 而是停留在周期分岔状态, 所有数据都集中在几个统计区间内, 导致这些突变点的熵值降低, 与混沌系统具有周期点稠密性的特点相一致.

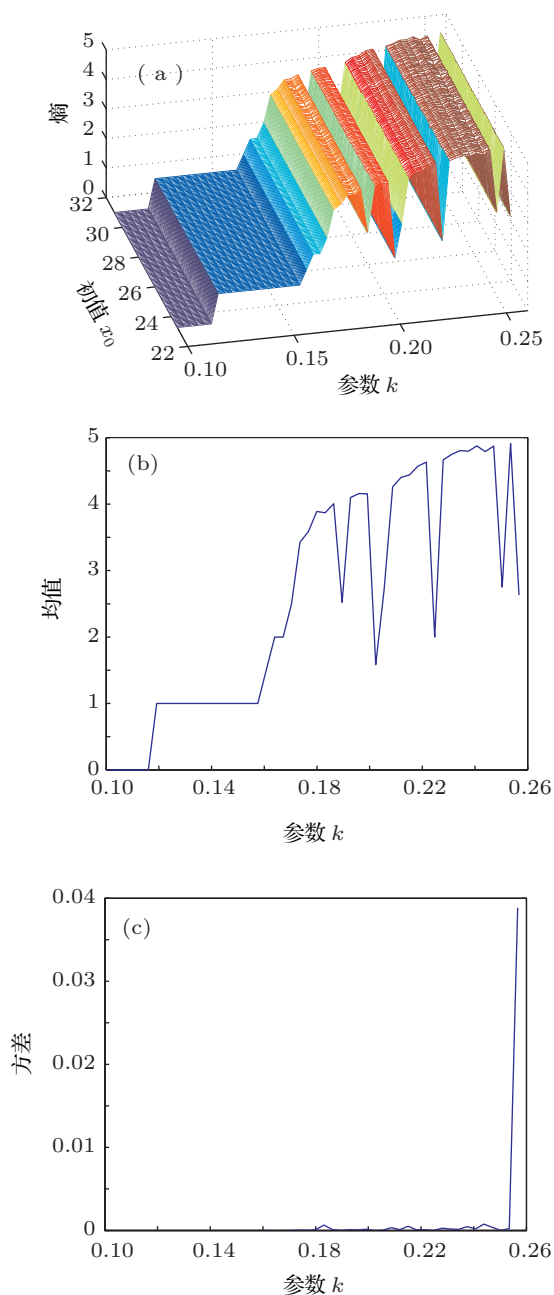


图 4  $L = 3000, N = 50$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

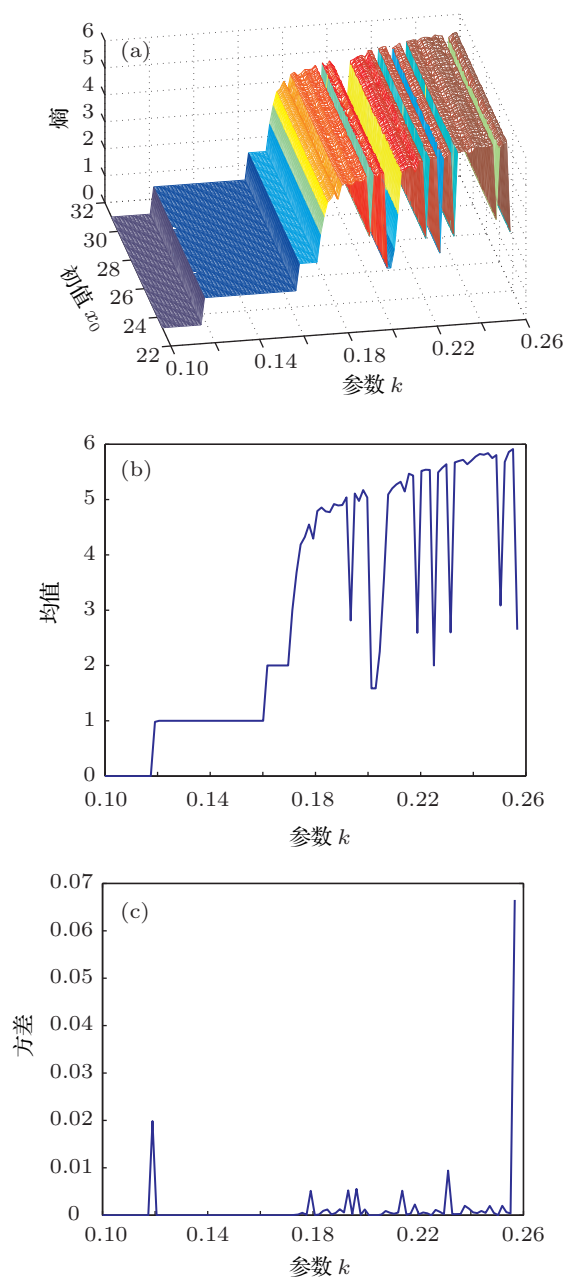


图 5  $L = 3000, N = 100$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

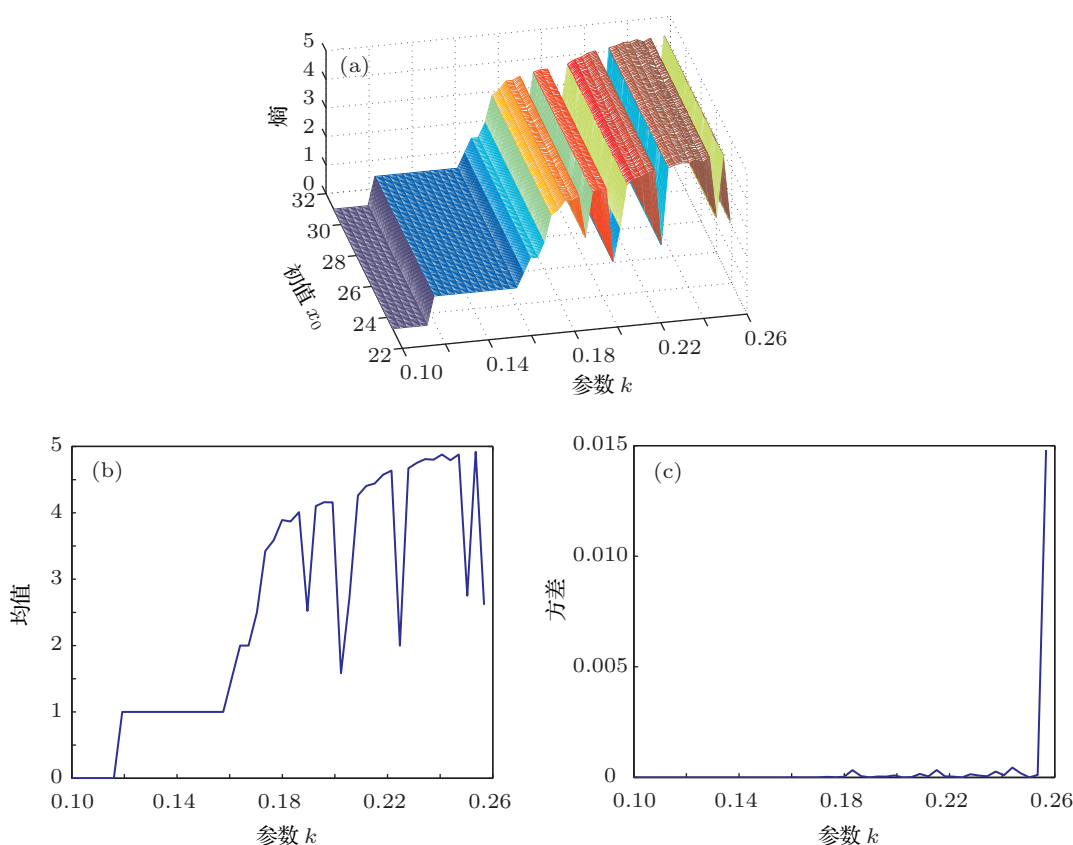


图6  $L = 5000, N = 50$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

### 3.2 一阶 DCM Boost 变换器的熵特性

电压型反馈型 DCM Boost 变换器如图 7 所示. 一阶迭代映射方程近似描述为 (7) 式 [24]. 其中各参数含义与 Buck 变换相同, 参数取值见表 1. 以反馈增益  $k$  为变量的 DCM Boost 变换器分岔图如图 8 所示.

$$x_{n+1} = f(k, x_n) = \alpha x_n + \frac{\beta h(d_n)^2 E^2}{x_n - E}. \quad (7)$$

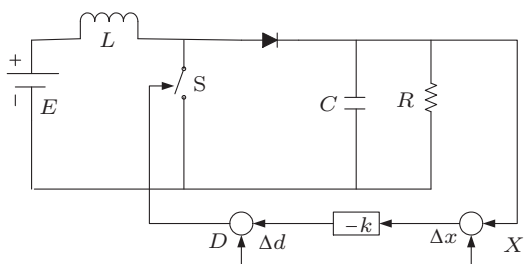


图7 电压反馈型 DCM Boost 变换器原理图

图 9 分别给出了数据长度  $L = 100000$  时, 对数值序列进行 100 个分区, 不同反馈增益  $k$  对应的数

值序列统计分布情况.

验证 DCM Boost 变换器熵的仿真规则如下: 反馈增益  $k$  取值范围为 0—0.14, 取 100 个数值, 系统初值  $x_0$  在 23—30 之间取 100 个数值, 根据 (7) 式得到离散迭代数值序列, 选取具有代表性的结果如图 10—12 所示. 其中 (a) 表示熵的三维图, (b) 表示当反馈参数  $k$  一定时不同初值情况下熵的均值, (c) 表示当反馈参数  $k$  一定时不同初值情况下熵的方差.

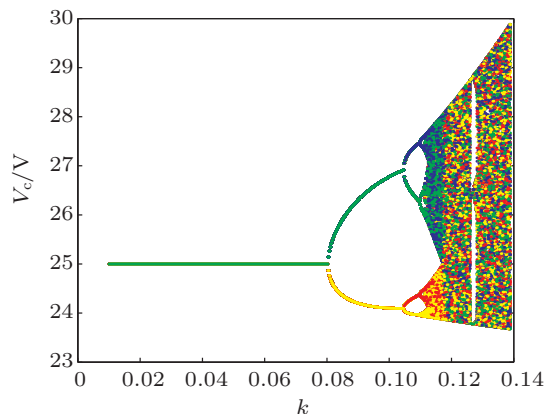


图8 电压反馈型 DCM Boost 变换器分岔图

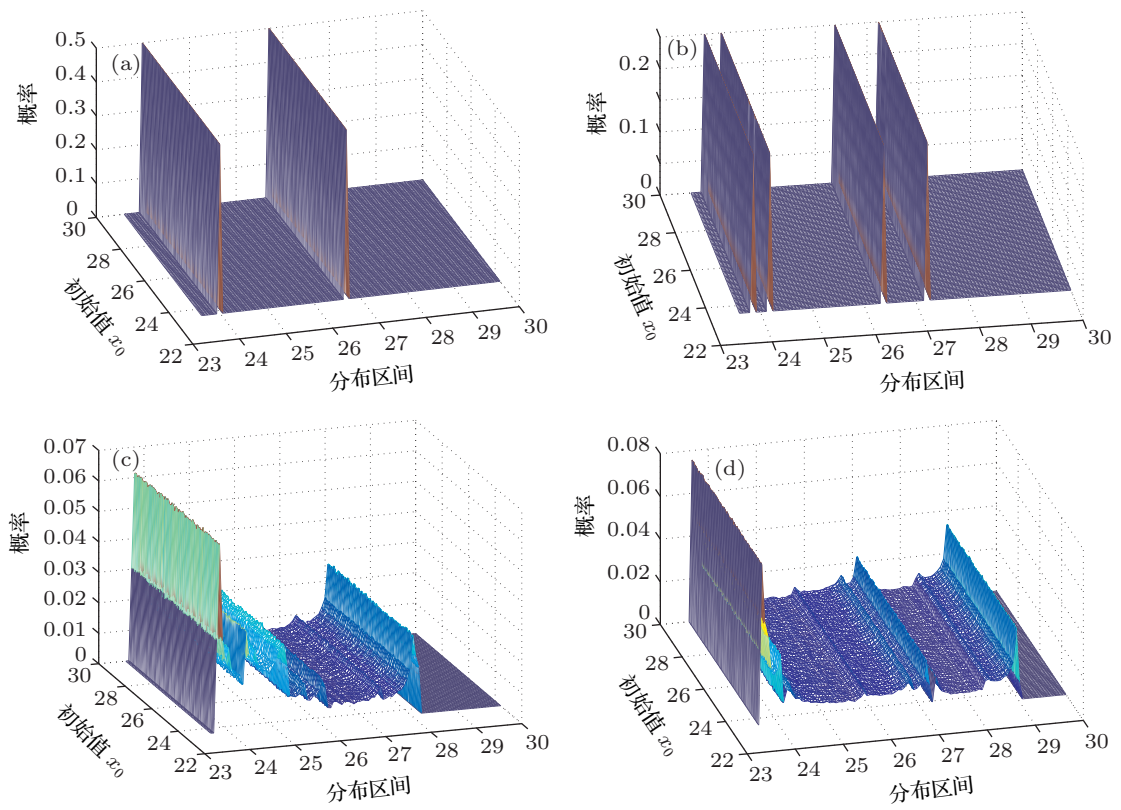


图9 电压反馈型 DCM Boost 变换器数值序列分布 (a)  $k = 0.10$ ; (b)  $k = 0.107$ ; (c)  $k = 0.12$ ; (d)  $k = 0.138$

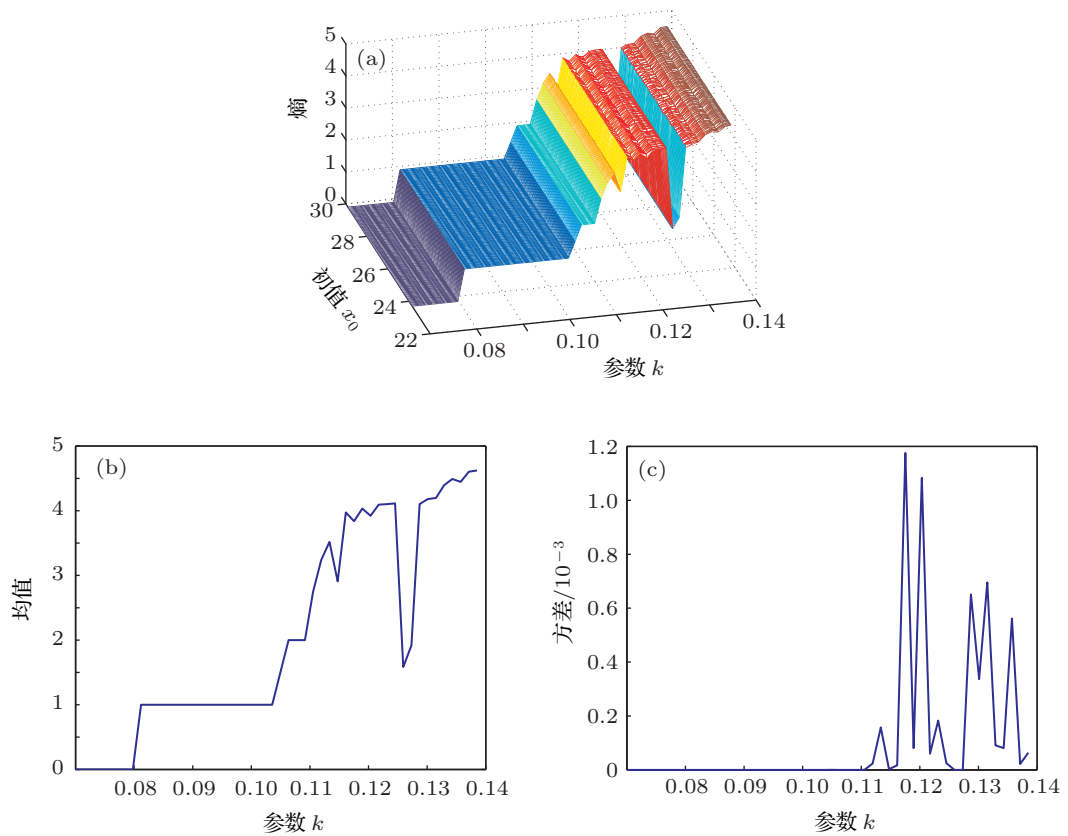


图10  $L = 3000, N = 50$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

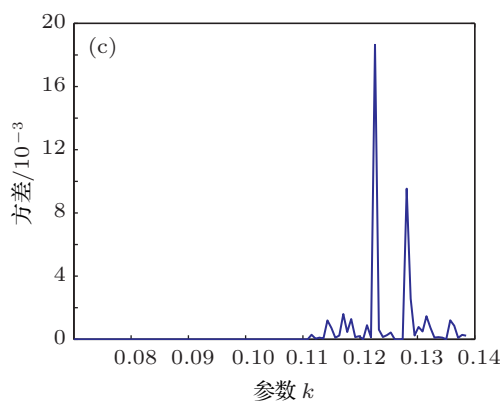
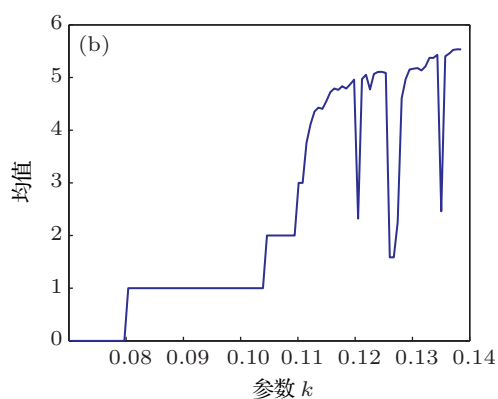
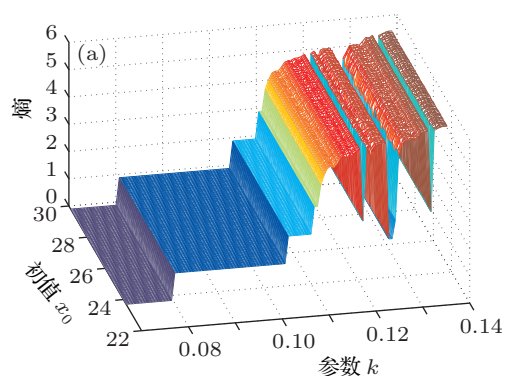


图 11  $L = 3000, N = 100$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

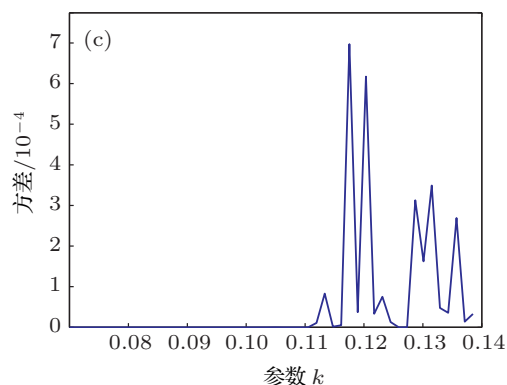
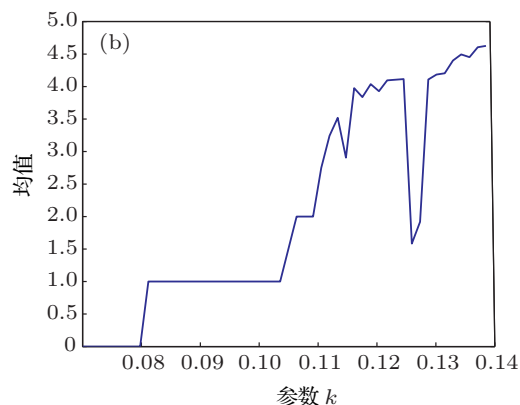
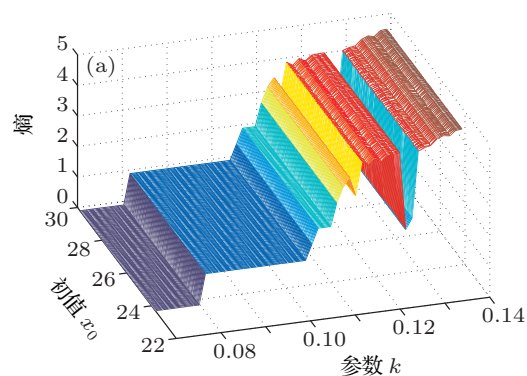


图 12  $L = 5000, N = 50$  时的结果 (a) 熵三维图; (b) 熵均值; (c) 熵方差

采用分析 DCM Buck 变换器同样的方法, 得到不同反馈参数  $k$  和初值  $x_0$  情况下的 DCM Boost 变换器数值序列概率分布和信息熵, 同样验证了熵理论对于 DCM Boost 变换器的正确性和有效性。

## 4 结论

本文提出一种采用信息熵理论分析 DC-DC 变换器数值序列非线性特性的新方法. 通过对一阶 DCM Buck 和 Boost 变换器不同参数对应的信息熵分析结果表明, 在熵增原理前提下, 信息熵能够

区分周期态和混沌行为, DC-DC 变换器混沌系统不确定特性下存在一些相对稳定的特性: 1) 随着反馈参数  $k$  的增加, 信息熵趋近理论极大值, 表明 DC-DC 变换器数值序列接近均匀分布; 2) 当初值  $x_0$  改变时, 其对应的数值序列的信息熵不发生改变, 证明 DC-DC 变换器混沌系统的信息熵不具有初值依赖性; 3) 由于 DC-DC 变换器的数值序列满足一定的分布特性, 从而可以从宏观上对 DC-DC 变换器混沌系统的数值分布做出合理的预判, 为深入了解 DC-DC 变换器的混沌特性和混沌控制提供理论依据。

- [1] Wu C H, Chen C L 2009 *IEEE Trans. Circuits Syst.* II **56** 763
- [2] Hsieh C Y, Chen K H 2009 *IEEE J. Solid-State Circuits* **44** 2568
- [3] Liu X, Guo S X, Chang Y C, Zhu S D, Wang S 2009 *J. Chin. Univ. Posts Telecommun.* **16** 98
- [4] Ma Y, Kawakami H, Tse C K 2004 *IEEE Trans. Circuit Syst.* I **51** 1184
- [5] Zou Y L, Luo X S, Chen G R 2006 *Chin. Phys.* **15** 1719
- [6] De S, Dutta P S, Banerjee S 2012 *Phys. Lett. A* **376** 400
- [7] Zhou Y F, Chen J N, Tse C K, Ke D M, Shi L X, Sun W F 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3676 (in Chinese) [周宇飞, 陈军宁, 谢智刚, 柯导明, 时龙兴, 孙伟锋 2004 物理学报 **53** 3676]
- [8] Toribio E, El Aroudi A, Olivar G, Benadero L 2000 *IEEE Trans. Power Electron* **15** 1163
- [9] Zhusubaliyev Z T, Mosekilde E, De S, Banerjee S 2008 *Phys. Rev. E* **77** 026206
- [10] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020505
- [11] Lu W G, Zhou L W, Luo Q M, Du X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6275 (in Chinese) [卢伟国, 周维维, 罗全明, 杜雄 2007 物理学报 **56** 6275]
- [12] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [13] Chen X, Qiu S S 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7630 (in Chinese) [陈旭, 丘水生 2010 物理学报 **59** 7630]
- [14] Ren H P, Liu D 2005 *Chin. Phys.* **14** 1352
- [15] Wang F Q, Ma X K, Yan Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060510 (in Chinese) [王发强, 马西奎, 闫晔 2011 物理学报 **60** 060510]
- [16] Xie L L, Gong R X, Zhuo H Z, Ma X H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 058401 (in Chinese) [谢玲玲, 龚仁喜, 卓浩泽, 马献花 2012 物理学报 **61** 058401]
- [17] Zhusubaliyev Z T, Mosekilde E, Yanochkina O O 2011 *IEEE Trans. Power Electron.* **26** 1270
- [18] Zhou Y F, Chen J N, Tse C K, Qiu S S, Ke D M, Shi L X, Sun W F 2004 *Acta Elec. Sin.* **32** 264 (in Chinese) [周宇飞, 陈军宁, 谢智刚, 丘水生, 柯导明, 时龙兴, 孙伟锋 2004 电子学报 **32** 264]
- [19] Li M, Ma X K, Dai D, Zhang H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1084 (in Chinese) [李明, 马西奎, 戴栋, 张浩 2005 物理学报 **54** 1084]
- [20] Wang X M, Zhang B, Qiu D Y 2011 *IEEE Trans. Power Electron.* **26** 2101
- [21] Xie F, Yang R, Zhang B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 110504 (in Chinese) [谢帆, 杨汝, 张波 2012 物理学报 **61** 110504]
- [22] Fu Z Y 2001 *Information Theory* (Beijing: Electronics Industry Press) p24 (in Chinese) [傅祖芸 2001 信息论 (北京: 电子工业出版社) 第 24 页]
- [23] Tse C K 1994 *Int. J. Circuit Theory Appl.* **22** 263
- [24] Tse C K 1994 *IEEE Trans. Circuit Syst. I* **42** 16

# Entropy in voltage mode controlled discontinuous conducting mode DC-DC converters\*

Xu Hong-Mei<sup>1)2)</sup> Jin Yong-Gao<sup>2)</sup> Guo Shu-Xu<sup>1)†</sup>

1) ( College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China )

2) ( College of Engineering, Yanbian University, Yanji 133002, China )

( Received 16 August 2013; revised manuscript received 4 September 2013 )

## Abstract

Considering that the variation of nonlinear characteristics of DC-DC converter with parameter  $k$  and the fact that entropy can reflect the statistical characteristic of numerical sequence, in this paper we propose a new method to estimate the nonlinear characteristics of DC-DC converter based on the information about entropy. In this study, taking one-order DCM Buck and Boost converter for example, the distributions of numerical sequences and entropies are analysed under different values of feedback gain  $k$  and initial values of  $x_0$ . The results prove that the entropy of DC-DC converter is determined by feedback gain  $k$  and irrelevant to initial value  $x_0$ , and its final value is smaller than the theoretical maximum value  $\log_2 N$  ( $N$  is the number of partition), and that entropy can discriminate the period-doubling bifurcation and chaos. So a quantifiable nonlinear dynamical behavior index is obtained which can provide theoretical basis for understanding chaos characteristic and chaos control, and perfect the theoretical analysis method in DC-DC converters.

**Keywords:** DC-DC converters, entropy, chaos, feedback gain  $k$

**PACS:** 84.30.Jc, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.62.248401

\* Project supported by the Science and Technology Department of Jilin Province, China (Grant No. 201115224).

† Corresponding author. E-mail: guosx@jlu.edu.cn