

## 垂直振动床中的能量传递与耗散\*

刘传平<sup>1)2)</sup> 王立<sup>1)2)†</sup> 张富翁<sup>1)</sup>

1)(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

2)(北京市高等学校节能与环保工程研究中心, 北京 100083)

(2013年11月4日收到; 2013年11月26日收到修改稿)

本文采用数值方法分析了一维垂直振动床内颗粒动能/温度、能量耗散以及体积分数的分布规律. 离散元模拟结果表明: 当床底做低频、小振幅振动时, 床层内颗粒整体随床底上下运动, 沿床高方向颗粒动能逐渐增加; 对于高频振动, 床层内的颗粒做无规则的运动, 沿床高方向颗粒动能逐渐降低. 在不同振动频率(高频、低频)下体积分数、能量耗散也表现出不同的分布规律. 将离散元模拟结果与动力学理论计算值对比, 当系统做高频振动时, 两模型所得结果基本吻合; 而对于低频、小振幅振动, 所得结果存在较大差异. 由于低频、小振幅振动时床内颗粒并非做无规则运动, 动力学理论的适用性需进一步完善.

**关键词:** 振动床, 动能传递, 离散元模拟, 颗粒动力学

**PACS:** 45.70.-n, 51.10.+y, 45.50.-j

**DOI:** 10.7498/aps.63.044502

## 1 引言

对气体或液体加热, 加热区域温度升高, 随后热量从加热区域向非加热区域传递, 并形成一定的温度分布. 热量的传递过程是通过分子之间的相互碰撞实现的: 当两个分子相互接近时, 分子的动能转变为势能; 一旦动能完全转变为势能后, 两分子不能继续接近, 此时分子间的斥力将使两分子被弹开, 势能又转变为动能. 对于气体或液体, 分子碰撞前后动能和势能之和不变, 即分子之间的碰撞可视为完全弹性碰撞.

对颗粒物质施加振动, 颗粒相互之间产生剧烈地碰撞. 此时, 颗粒系统从表观现象上与气体或液体非常相似, 即“granular gas”或“granular liquid”<sup>[1]</sup>. 然而, 颗粒之间的碰撞为非完全弹性碰撞, 颗粒动能在相互碰撞过程中一部分转化为系统的内能, 即颗粒系统为耗散体系<sup>[2-4]</sup>. 颗粒系统的强耗散特性使得颗粒物质在振动作用下表现出远比传统流体更为丰富的非线性行为, 例如振动对流<sup>[5]</sup>、振动分离<sup>[6,7]</sup>、表面波<sup>[8]</sup>等现象.

在颗粒床层底部施加振动, 振动的能量通过床底与床层底部颗粒的碰撞传入床层. 对于床层中任意位置的颗粒, 从下部床层传入的能量一部分通过碰撞耗散, 余下部分继续向床层上部传递. 处于稳定状态后, 沿床高方向颗粒具有不同的能量, 即稳定的能量分布, 使得整个系统的能量耗散速率等于床底的能量输入速率; 当振动参数(振幅和频率)发生改变时, 床层内颗粒能量、能量传递与耗散、床层颗粒体积分率等亦随之发生改变.

目前, 离散元模拟<sup>[9-12]</sup>是床层内颗粒运动最有效的数值分析方法之一. 离散元模型物理过程清晰, 能够反映床内每一颗粒任意时刻的受力与运动, 分析能量在床层中传递和耗散规律. 对床层能量传递和耗散分析的另一方法是采用颗粒动力学理论<sup>[13,14]</sup>. 在颗粒动力学理论中, 认为颗粒运动具有类似于气体分子运动的特点, 并将颗粒脉动动能定义为颗粒温度( $T$ ). 基于这一拟气体假设, 采用热传导理论分析振动能量的传递和耗散<sup>[15-17]</sup>. 在动力学理论中, 床底的振动仅向床层提供“热流”, 只要“热流”大小相等, 床内能量传递和耗散不发生改变. 因此动力学模型不能反映改变振动频率和改

\* 国家自然科学基金(批准号: 51076010)和中央高校基本科研业务费(批准号: FRF-SD-12-013A, FRF-TP-12-053A)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liwang@me.ustb.edu.cn

变振幅这两种操作方式的差异.

本文分别采用离散元模型和动力学模型, 分析床层内颗粒的运动, 研究振动参数(振幅、频率)对颗粒动能/温度、能量耗散以及颗粒体积分数的影响规律, 并将离散元模型模拟结果与动力学理论计算结果进行对比, 探讨两者的异同.

## 2 计算模型

模型所计算的区域为长方体, 几何尺寸为  $80\text{ mm} \times 80\text{ mm} \times 1000\text{ mm}$ , 如图 1 所示. 计算区域底部为床底, 做正弦振动:

$$s = A \sin(2\pi ft), \quad (1)$$

其中,  $A$ ,  $f$  分别为振幅和频率,  $t$  为运动时间. 床底振动前, 将一定数量(1440 个)的颗粒随机初始化为计算区域内, 颗粒在重力作用下下落并最终堆积在计算区域底部(深色区域), 形成高度为  $h$  的床层. 计算区域四周侧面为周期边界, 颗粒离开侧面边界后会立刻从对面侧面以相同的速度进入. 颗粒直径  $d = 12\text{ mm}$ , 密度  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ , 颗粒材料及床底材料的物性参数见表 1.

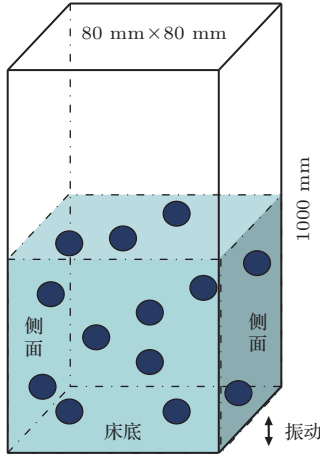


图 1 模型计算区域几何结构

表 1 材料物性参数

名称	符号	值
泊松比(颗粒、壁面)	$\gamma$	0.25
弹性模量(颗粒、壁面)	$E$	$1 \times 10^8$
剪切模量(颗粒、壁面)	$G$	$1 \times 10^8$
颗粒弹性恢复系数	$e_p$	0.25
颗粒之间摩擦系数	$\mu_{pp}$	0.9
壁面的弹性恢复系数	$e_w$	0
颗粒与壁面的摩擦系数	$\mu_{pw}$	0

### 2.1 离散元模型

床底振动后, 床层内颗粒随之发生运动, 床内颗粒的运动方程为

$$mdu/dt = F_n + F_t + mg, \quad (2)$$

其中,  $u$  为颗粒运动速度,  $m$  为颗粒质量,  $g$  为重力加速度,  $F_n$  和  $F_t$  分别为颗粒碰撞时受到的法向作用力和切向作用力. 颗粒与床底之间、颗粒与颗粒之间均为弹性碰撞, 碰撞过程中的碰撞力采用 Hertz-Mindlin 无滑移接触模型计算<sup>[18]</sup>, 计算时间步长取  $1 \times 10^{-6}\text{ s}$ . 碰撞过程中颗粒所受的法向力和切向力分别为

$$F_{nij} = -(k_n \alpha^{3/2} - c_n u_{ij} \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (3)$$

$$F_{tij} = -k_t \delta - c_t u_{ct}, \quad (4)$$

式中,  $\alpha$ ,  $\delta$  分别为碰撞接触点法向和切向重叠量,  $u_{ij}$  为颗粒  $i$  相对于颗粒  $j$  的速度,  $\mathbf{n}$  为从颗粒  $i$  球心指向颗粒  $j$  球心的单位矢量,  $u_{ct}$  为接触点的滑移速度,  $k_n$  和  $c_n$  分别为颗粒  $i$  的法向弹性系数和法向阻力系数,  $k_t$  和  $c_t$  分别为切向弹性系数和切向阻尼系数. 当

$$|F_{tij}| > \mu_s |F_{nij}|, \quad (5)$$

颗粒  $i$  与颗粒  $j$  发生滑动, 切向力为

$$F_{tij} = \mu_s |F_{nij}| \mathbf{n}_t, \quad (6)$$

式中,  $\mu_s$  为摩擦系数. 弹性系数、阻尼系数的计算公式如下:

$$k_n = \frac{4}{3} E^* (R^*)^{-1/2}, \quad (7)$$

$$k_t = 8G^* (R^* \alpha)^{-1/2}, \quad (8)$$

$$c_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m^*}, \quad (9)$$

$$c_t = c_n, \quad (10)$$

其中,

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \right)^{-1},$$

$$G^* = \left( \frac{1 - \nu_i^2}{G_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{G_j} \right)^{-1},$$

$$R^* = \frac{R_i + R_j}{R_i R_j},$$

$$m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j},$$

$$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}},$$

$$S_n = 2E^*\sqrt{R^*\alpha},$$

下标  $i, j$  分别表示碰撞的颗粒,  $E$  为弹性模量,  $G$  为剪切模量,  $e$  为弹性恢复系数. 当颗粒与壁面碰撞时, 以上碰撞模型同样适用. 当  $i$  或  $j$  代表壁面 ( $i, j = w$ ) 时,  $R_w$  趋于无穷大,  $R^* = 1, m^* = 1$ . 颗粒与壁面的碰撞为完全弹性碰撞,  $e_w = 0, \mu_{pw} = 0$ .

颗粒动能根据颗粒运动速度计算:

$$e_k = \frac{1}{3}mu^2. \quad (11)$$

在  $x, y, z$  方向上, 颗粒动能分别为  $e_{kx} = mu_x^2, e_{ky} = mu_y^2, e_{kz} = mu_z^2$ . 颗粒的平均动能为

$$E_k = \frac{1}{3}m\langle u^2 \rangle, \quad (12)$$

其中,  $\langle \rangle$  表示统计平均值, 在本文中, 统计时间取 6 s. 在  $x, y, z$  方向上, 颗粒平均动能分别为  $E_{kx} = m\langle u_x^2 \rangle, E_{ky} = m\langle u_y^2 \rangle, E_{kz} = m\langle u_z^2 \rangle$ .

在床层振动过程中, 颗粒之间产生非完全弹性碰撞, 颗粒碰撞前后的动能差即为每次碰撞引起的动能耗散:

$$\Delta e_k = e_{ki} + e_{kj} - e'_{ki} - e'_{kj}, \quad (13)$$

其中,  $e'_{ki}$  和  $e'_{kj}$  分别为颗粒  $i, j$  碰撞后的动能. 将单位时间单位体积内床层颗粒碰撞的总能量耗散定义为床层的能量耗散速率:

$$\gamma = \sum_V^t \Delta e_k, \quad (14)$$

而床层颗粒体积分数定义为

$$\eta = \frac{1}{6}\pi d^3 n, \quad (15)$$

其中,  $n$  为颗粒密度数, 即单位体积内颗粒数量.

## 2.2 动力学模型

当床层做剧烈振动时, 床层内颗粒的运动和碰撞具有不规则性和随机性. 类比于气体, 将颗粒的平均脉动动能定义为颗粒温度<sup>[19]</sup>

$$T = \frac{1}{3}m\langle v^2 \rangle, \quad (16)$$

其中,  $v$  为颗粒运动的脉动速度,  $v = u - \bar{u}$ ,  $u$  为颗粒瞬时速度,  $\bar{u}$  为颗粒平均速度, 体现为颗粒的宏观运动速度. 当颗粒的平均运动速度  $\bar{u} = 0$  时,  $v = u$ . 对比颗粒动能和颗粒温度定义, 存在  $T = E_k$ .

床内颗粒随床底振动, 对床层内的能量传递过程进行分析, 如图 2 所示. 振动能量通过床底与床层底部颗粒的碰撞传入床层, 然后沿床高方向上自

下往上传递, 由于颗粒间相互碰撞会耗散颗粒自身一部分动能, 在传递过程中颗粒能量流逐渐减小. 在床层内任意高度上选取一微元体 ( $dA \times dh$ ), 对微元体做能量分析. 振动能量从微元体底部传入微元体, 一部分由于颗粒的相互碰撞在微元体内部耗散, 余下部分继续向上部床层传递. 微元体的能量平衡方程如下式所示:

$$dJ = \gamma dA dh, \quad (17)$$

其中,  $dJ$  为进出微元体的静能量流,  $dJ = J_{in} - J_{out}$ ,  $J_{in}, J_{out}$  分别是微元体底部流入和顶部流出的能量流,  $\gamma$  为床层内颗粒碰撞引起的能量耗散速率.

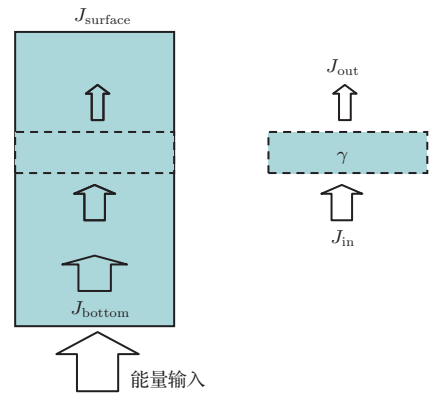


图 2 颗粒床层内能量传递

床层内的能量流 ( $J$ ) 采用类似于傅里叶定律的计算式<sup>[20]</sup>:

$$J = k \frac{dT}{dh}, \quad (18)$$

其中,  $k$  为热传导系数:

$$k = \frac{4MGPd}{\sqrt{\pi m}(1+4G)T^{1/2}}, \quad (19)$$

其中,  $M = 1 + \frac{9\pi}{32} \left(1 + \frac{5}{12G}\right)^2$ ,  $G = \eta g_0$ ,  $g_0 = \frac{(2-\eta)}{2(1-\eta)^3}$ ,  $P$  为压力. 压力与温度之间存在以下关系<sup>[20,21]</sup>:

$$P = \frac{6}{\pi d^3} \frac{\eta(1+\eta+\eta^2-\eta^3)}{(1-\eta^3)} T. \quad (20)$$

床层内能量耗散速率<sup>[20]</sup>

$$\gamma = \frac{24}{\sqrt{\pi m}} (1-e) \frac{P}{1+4G} G \frac{T^{1/2}}{d}. \quad (21)$$

系统内的耗散能量由床底输入, 系统稳定后, 输入的能量全部通过颗粒碰撞在床层内耗散. 在床层顶部, 床层与外界无能量交换, 即

$$J_{surface} = 0. \quad (22)$$

床底向床层输入的能量流为<sup>[20,22]</sup>

$$J_{\text{bottom}} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} P \frac{2\bar{V}^2}{T/m + \bar{V}^2}, \quad (23)$$

其中,  $V$  为床底的运动速度,  $\bar{V}^2$  为床底运动速度平方的平均值.

联立方程(17)—(21), 并根据床底和床顶部的能量流边界条件(22)和(23)式, 计算床层内的温度分布与能量耗散.

### 3 结果分析与讨论

#### 3.1 颗粒运动

采用离散元模型, 根据(1)—(10)式得到床层内颗粒的运动规律. 图3(a), (b), (c)给出了不同振幅( $A = 0.002, 0.005, 0.01$  m;  $f = 10$  Hz)时床层内颗粒的运动, 其中,  $u_z$ (空心点曲线)和 $u_x$ (实心点曲线)分别表示颗粒垂直方向和水平方向上的运动

速度.

当 $A = 0.002$  m时(图3(a)), 床底的无量纲振动强度 $\Gamma < 1$  ( $\Gamma = (2\pi f)^2 A/g$ ), 振动过程中床内颗粒未完全脱离床底, 即颗粒与床底一起做正弦运动. 增加振幅( $A = 0.005$  m)(图3(b)), 当无量纲振动强度 $\Gamma > 1$ 时, 颗粒被抛起. 由颗粒垂直方向的运动速度可以看出, 床层颗粒仍然是整体上随着床底振动周期性地抛起-下落. 继续增加床底振动振幅, 颗粒上下运动的幅度增加, 颗粒抛起-下落所需时间增长. 图3(c)为 $A = 0.01$  m时床内颗粒的运动, 相比于床底振动周期, 此时颗粒抛起-下落的周期发生衰减.

由于颗粒之间的非对心碰撞, 垂直振动引起颗粒一定的水平运动, 即产生水平运动速度 $u_x$ . 随着振动幅度的增加,  $u_x$ 亦越大; 但是与 $u_z$ 相比,  $u_x$ 较小. 床内颗粒在水平方向上做无规则的运动和碰撞, 但是在垂直方向, 床层整体上处于“有序”的上下振动.

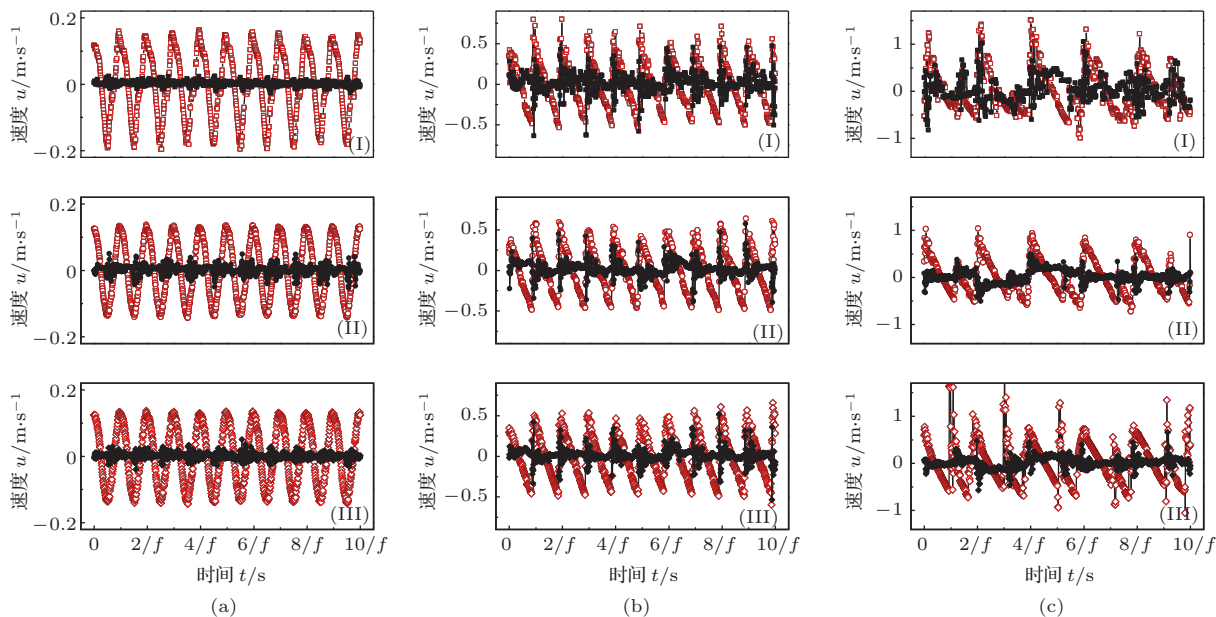


图3 振幅对床层内颗粒运动的影响,  $f = 10$  Hz (a)  $A = 0.002$  m; (b)  $A = 0.005$  m; (c)  $A = 0.01$  m

在图3中, (I), (II), (III)分别代表不同位置( $h = 0.302, 0.145, 0.004$  m)颗粒的运动. 对于小振幅( $A = 0.002, 0.005$  m)振动, 随着颗粒所处高度增加, 颗粒运动越剧烈; 当 $A = 0.01$  m时, 沿床层高度方向上, 床底和床层表面颗粒的运动幅度大、运动剧烈, 而床层中部颗粒运动幅度相对较小.

图4(a), (b), (c)分别为不同振动频率( $f = 10, 20, 100$  Hz;  $A = 0.002$  m)时床层内颗粒的运动.

当 $f = 10$  Hz时(图4(a)), 床底的无量纲振动强度 $\Gamma < 1$ , 颗粒与床底一起作上下运动. 增加振动频率 $f = 20$  Hz(图4(b)), 无量纲振动强度 $\Gamma > 1$ , 床层内颗粒被抛起, 颗粒运动规律与图3(b)相似, 床层整体上仍处于“有序”运动. 继续增加振动频率, 当振动频率 $f = 100$  Hz时(图4(c)), 床层颗粒运动与低频时相比存在两点明显区别: 1) 在水平方向和垂直方向颗粒运动的速度大致相同, 颗粒运动

体现为无规则性; 2) 沿床高方向上, 颗粒的运动剧烈程度存在明显差异, 床底颗粒运动剧烈, 而床层上部颗粒运动幅度很小.

### 3.2 床层能量

#### 1) 颗粒动能

根据离散元模型计算床层内颗粒的运动规律, 当床层内颗粒运动稳定后, 统计一定时间 (6 s) 内颗粒的平均动能  $E_k$ , 即得到床内颗粒动能分布.

当振幅  $A = 0.001$  m 时, 随着振动频率  $f$  的加大, 床内颗粒总动能逐渐增加, 同时沿床高方向颗粒的动能分布也随之发生变化, 如图 5 以及图 5 中插图所示. 对于低频 ( $f = 10, 20$  Hz) 振动, 沿床层高度方向上, 颗粒动能逐渐增加, 即颗粒动能沿床高呈正梯度分布; 对于高频 ( $f = 100$  Hz) 振动, 颗粒动能沿床层高度方向逐渐减小, 即颗粒动能沿床高呈负梯度分布; 而当  $f = 70$  Hz 时, 颗粒动能呈 U 型分布, 床层中部颗粒动能低.

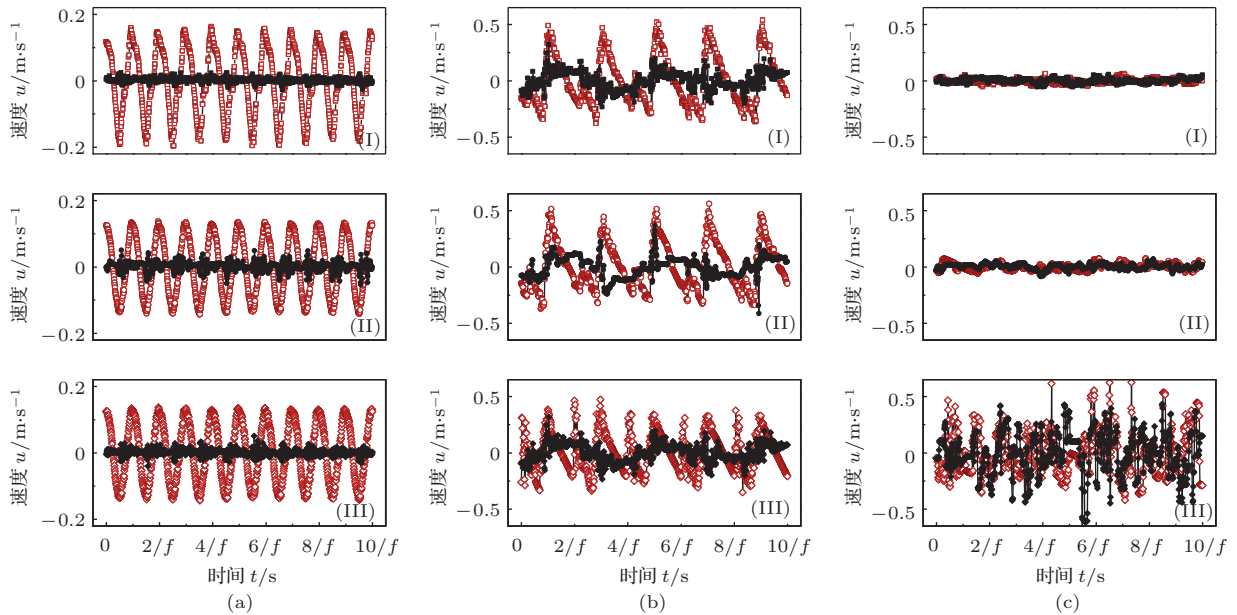


图 4 振动频率对床层内颗粒运动的影响,  $A = 0.002$  m (a)  $f = 10$  Hz; (b)  $f = 20$  Hz; (c)  $f = 100$  Hz

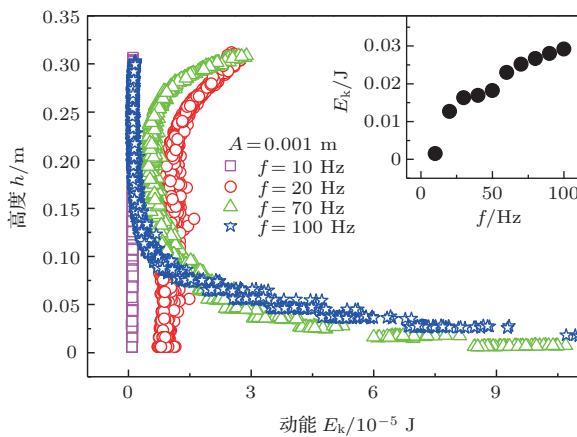


图 5 频率对颗粒动能的影响, 插图为床层总动能变化规律

图 6 为振幅对床内颗粒动能分布的影响规律. 随着振幅的增加, 床层内颗粒总动能增加 (图 6(a), (b), (c) 中插图). 当  $f = 10$  Hz 时 (图 6(a)), 随着振幅增加, 颗粒动能从正梯度分布逐渐转变为 U 型分布; 当  $f = 30$  Hz 时 (图 6(b)), 随着振幅增加,

颗粒动能从 U 型分布逐渐转变为负梯度分布; 当  $f = 100$  Hz 时 (图 6(c)), 颗粒动能呈现为负梯度分布, 随着振幅增加, 动能分布梯度值越来越大.

#### 2) 颗粒温度

采用动力学模型, 根据 (17)—(23) 式计算床层内的温度分布. 在动力学模型中, 改变振动振幅  $A$  或频率  $f$ , 仅影响模型边界条件. 只要振幅与频率乘积  $Af$  相同, 床底具有相同的运动速度 ( $V = 2\pi Af$ ), 床底向床层输入的能量流  $J_{\text{bottom}}$  相同 ((22) 式), 则床层具有相同颗粒温度和温度分布. 因此, 在动力学模型中, 改变振幅和改变频率具有相同的效果.

图 7 给出了频率和振幅对床层温度的影响. 计算结果表明: 随着振动频率、振幅的增加, 床层内颗粒温度升高; 对任意振动频率和振幅, 颗粒温度沿床层高度方向上总是逐渐减小, 即呈负梯度分布; 振动频率、振幅越大, 沿床高方向的温度分布梯度值越大.

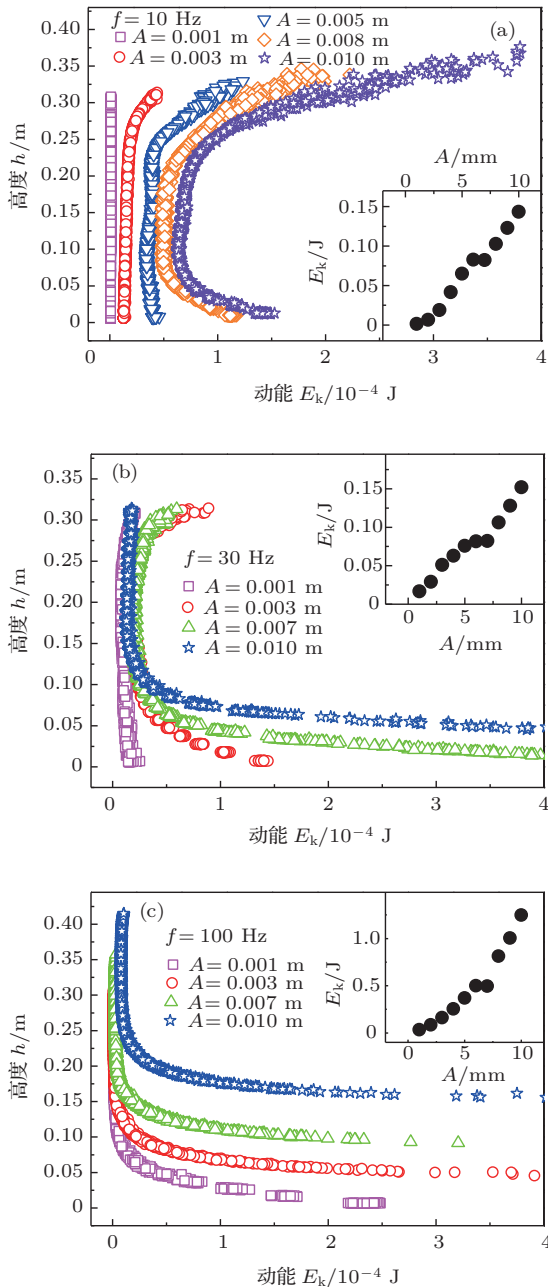


图6 不同振动频率下振幅对颗粒动能的影响, 插图为床层总动能变化规律

对比图5中颗粒动能分布和图7中颗粒温度分布, 当床底为高频振动 ( $f = 100$  Hz) 时, 床层内颗粒动能与颗粒温度分布基本一致, 即沿床高均为负梯度分布. 然而, 对于低频、小振幅振动 ( $f = 10, 20$  Hz), 两者存在较大差异, 颗粒动能为正梯度分布(图5), 而颗粒温度为负梯度分布(图7).

当床底做高频振动时, 床层内颗粒的运动和碰撞具有无规则性(图4). 在振动过程中, 床层内无对流现象, 颗粒在床层中的位置不发生改变, 这意味着颗粒的平均运动速度  $\bar{u} \approx 0$ ,  $T \approx E_k$ . 此时的颗粒运动和碰撞与气体分子相似, 动力学理论可直

接应用于振动颗粒体系.

然而, 当床底做低频、小振幅振动时, 颗粒的运动在水平方向具有无规则性, 而在振动方向表现出显著的周期性上抛-下落规律(图3). 虽然床层内无对流现象, 但此时颗粒的平均运动速度不能视为0处理, 即  $\bar{u} \neq 0$ , 床层内颗粒动能与颗粒温度分布存在很大差异.

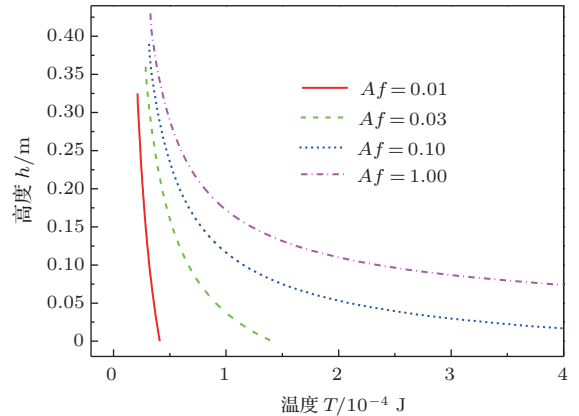


图7 床层颗粒温度分布

### 3.3 床层能量耗散

随着振幅或振动频率的增加, 床底向床层输入的总能量增加, 床层内耗散亦随之增加. 图8为离散元模型所得结果统计得到的床层能量耗散分布, 其中  $\gamma^* = \gamma/\gamma_{av}$ ,  $\gamma_{av}$  为整个床层的平均能量耗散速率,  $\gamma_{av} = \langle \gamma \rangle$ .

当无量纲振动强度  $\Gamma < 1$  时(图8(a)或(b)中线□), 床层整体抛起-下落, 床层内能量耗散速率在床层高度方向上基本相同; 增加振动强度(增加频率或振幅), 当  $\Gamma > 1$  时(图8(a), (b)中线○和◇), 床层底部能量耗散大于顶部, 能量耗散速率沿床高方向呈负梯度.

增加频率或增大振幅, 能量耗散速率分布均呈负梯度, 但负梯度在量值上存在差异. 当床底做大振幅振动时, 床层整体随床底上下振动, 整个床层由于碰撞引起的能量耗散差异不显著, 因此能量耗散速率分布梯度较小(图8(b)中线◇); 当床底做高频振动时, 床底颗粒剧烈运动而床层上部颗粒运动幅度相对较小, 因此床底能量耗散速率远大于上部床层(图8(a)中线◇).

图9为根据动力学模型计算得到的床层能量耗散速率. 在床高方向上, 无论何种振幅和频率, 床层能量耗散速率沿床高方向总是降低, 即能量耗散速率呈负梯度. 振动越剧烈(振动强度或频率越大), 梯度值也越大.

将两模型计算结果进行对比, 对于高频、大振幅振动, 动力学计算值与离散元模拟所得结果定性一致; 振动越剧烈, 两者差异越小. 而当振动强度较弱时, 所得结果相差甚远.

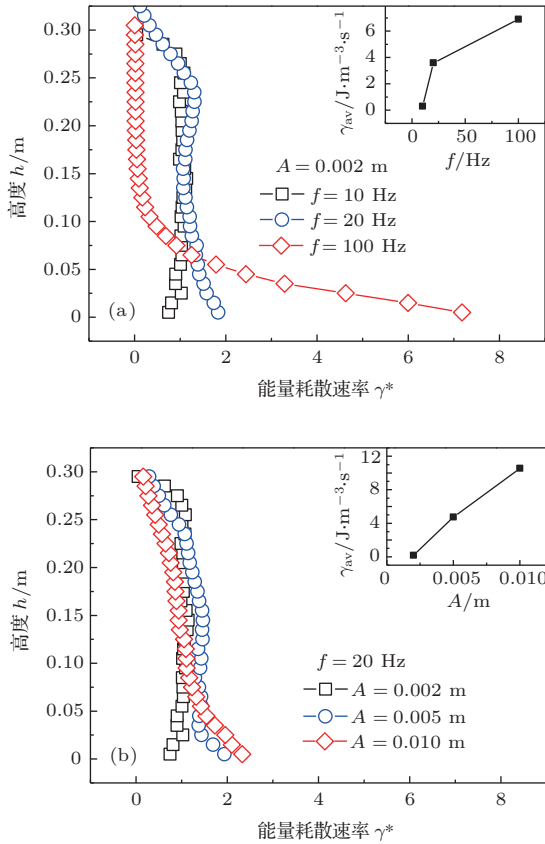


图8 床层内能量耗散速率分布

### 3.4 床层体积分数

当床底振动振幅较小 ( $A = 0.001$  m) 时, 床层颗粒整体上下运动, 床内颗粒体积分数在各个高度上几乎相同 ( $\eta \approx 0.67$ ), 且受频率的影响较小, 如图 10(a) 所示.

增加振幅, 床层颗粒体积分数会发生改变, 颗粒体积分数的变化在不同振动频率时表现不同的特点. 增加低频 ( $f = 10$  Hz) 振动的增幅 (图 10(b)), 床层高度增加, 床层顶部颗粒体积分数减小, 即床层顶部颗粒变得松散. 振幅越大, 床层高度越大, 顶部颗粒体积分数越小. 当床底振动为高频 ( $f = 100$  Hz) 时增加振幅 (图 10(c)), 床层高度增加, 床层底部颗粒体积分数减小, 即床层底部颗粒变得松散. 振幅越大, 床层高度越大, 底部颗粒体积分数越小.

图 11 为根据动力学理论计算得到的床层体积分数. 床层颗粒体积分数几乎呈倒 U 型分布, 在床层底部和顶部颗粒体积分数较小, 而在床层中部颗

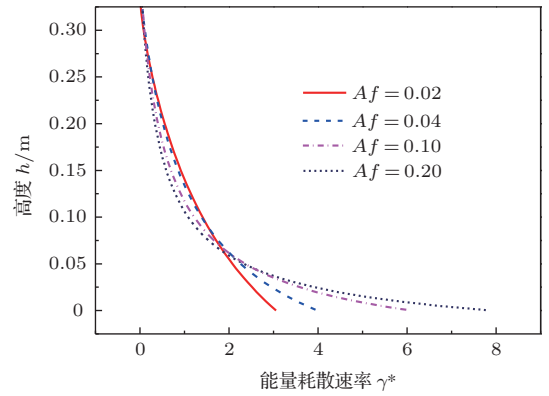


图9 床层内能量耗散速率分布

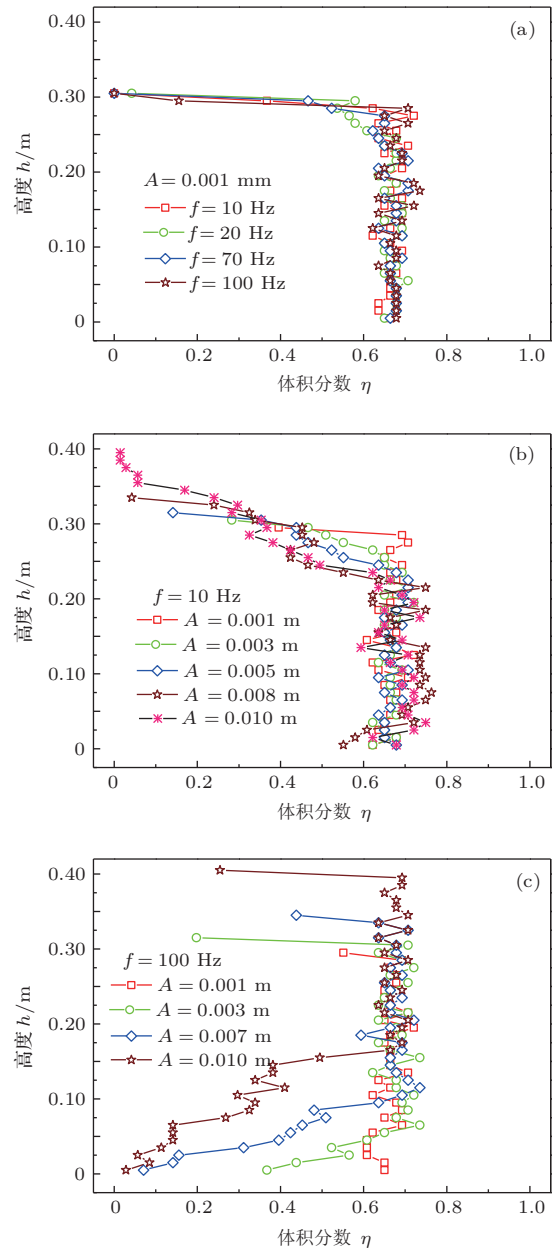


图10 床层内颗粒体积分数

粒体积分数较大. 随着振动振幅或频率的增加, 床层高度增加, 整个床层颗粒体积分数减小, 倒 U 型

分布规律越明显.

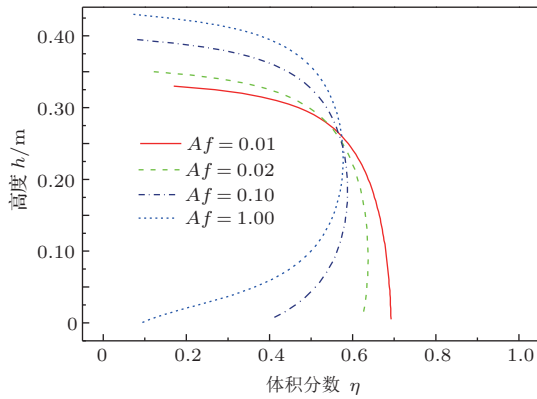


图 11 床层内颗粒体积分数

## 4 结 论

当床层处于高频振动时, 床内颗粒作剧烈的无规则运动, 颗粒之间发生无规律碰撞. 床底输入的能量沿床高方向逐渐耗散, 床底颗粒动能远大于床层上部颗粒, 沿床高方向, 颗粒动能、能量耗散均迅速减小.

当床层振动振幅较小、强度较弱时, 床内颗粒被整体周期性地“抛起-下落”, 床层顶部颗粒运动幅度大于床底颗粒, 颗粒动能、能量耗散沿床高方向逐渐增加.

对于高频振动, 动力学理论计算值与离散元模拟结果基本一致; 而对于低频、小振幅振动, 两模型结果存在较大差异, 将动力学理论应用于低频、小振幅振动床层需进一步完善.

## 参考文献

[1] Jaeger H M, Nagel S R 1996 *Rev. Mod. Phys.* **68** 1259

[2] Hu G Q, Tu H E, Hou M Y 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 341 (in Chinese) [胡国琦, 徐洪恩, 厚美璞 2009 物理学报 **58** 341]

[3] Peng Z, Jiang Y M, Liu R, Hou M Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美璞 2013 物理学报 **62** 024502]

[4] Chen Y P, Pierre E, Hou M Y 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 074501

[5] Ehrichs E E, Jaeger H M, Karczmar G S, Knight J B, Kuperman V Y, Nagel S R 1995 *Nature* **267** 1632

[6] Knight J B, Jaeger H M, Nagel S R 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 3728

[7] Duran J, Rajchenbach J, Clement E 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2431

[8] Melo F, Umbanhowar P B, Swinney H L 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 172

[9] Fraige F Y, Langston P A, Matchett A J, Dodds J 2008 *Particuology* **6** 455

[10] Zhou G D, Sun Q C 2013 *Powder Technol.* **239** 115

[11] Li R, Xiao M, Li Z H, Zhang D M 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 128103

[12] Cai Q D, Chen S Y, Sheng X W 2011 *Chin. Phys. B* **20** 024502

[13] Jenkins J T, Richman M W 1985 *Phys. Fluids* **28** 3485

[14] Dufty J W, Brey J J 2003 *Phys. Rev. E* **68** 030302

[15] Giardiná C, Livi R, Politi A, Vassalli M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2144

[16] Dhar A, Saito K 2008 *Phys. Rev. E* **78** 061136

[17] Ítalo'Ivo L D P, Rosas A, Lindenberg K 2009 *Phys. Rev. E* **79** 061307

[18] Mindlin R D, Deresewicz H 1953 *J. Appl. Mech.* **20** 327

[19] Wildman R D, Huntley J M 2003 *Phys. Fluids* **15** 3090

[20] Viswanathan H, Wildman R D, Huntley J M, Martin T W 2006 *Phys. Fluids* **18** 113302

[21] Carnahan N F, Starling K E 1969 *J. Chem. Phys.* **51** 635

[22] Richman M W 1993 *Mech. Mater.* **16** 211

# Energy transfer and dissipation in vibrational granular bed\*

Liu Chuan-Ping<sup>1)2)</sup> Wang Li<sup>1)2)†</sup> Zhang Fu-Weng<sup>1)</sup>

1) (School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, Beijing 100083, China)

2) (Beijing Engineering Research Center for Energy Saving and Environmental Protection, Beijing 100083, China)

( Received 4 November 2013; revised manuscript received 26 November 2013 )

## Abstract

By using numerical simulation, the kinetic energy/temperature, the energy dissipation and the volume fraction in a 1D vertical vibrational bed are studied. Discrete element simulation shows that the granular bed moves up and down as an ensemble and the kinetic energy of the particles increases along the bed height when the bed bottom vibrates at a low-frequency and low-amplitude. For high-frequency vibrations, the particles in the bed move randomly and their kinetic energy decreases along the bed height. The energy dissipation and the volume fraction of the particles are also influenced by the vibrations frequency obviously, and they show different distributions at the high and low frequencies. In addition, we have compared the result of the discrete element simulation with that of the hydrodynamic simulation. When the bed bottom vibrates at high frequency, the two simulation methods can get the similar results. However, for the low-frequency and low-amplitude vibrations, the computed results are opposite to each other. Since the particles in the bed do not move and collide randomly, the application of the hydrodynamic simulation to the bed with low-frequency and low-amplitude vibrations should be investigated and discussed further.

**Keywords:** vibration bed, kinetic energy transfer, discrete element simulation, particle dynamics

**PACS:** 45.70.-n, 51.10.+y, 45.50.-j

**DOI:** [10.7498/aps.63.044502](https://doi.org/10.7498/aps.63.044502)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51076010) and the Fundamental Research Fund for the Central Universities of China (Grant Nos. FRF-SD-12-013A, FRF-TP-12-053A).

† Corresponding author. E-mail: [liwang@me.ustb.edu.cn](mailto:liwang@me.ustb.edu.cn)