

## 耀变体 S5 0716+714 的混沌特性研究\*

欧建文 张皓晶† 郑永刚 张雄

(云南师范大学物理与电子信息学院, 昆明 650500)

(2013年7月22日收到; 2013年11月6日收到修改稿)

长期观测显示, 耀变体 S5 0716+714 具有复杂的光变行为. 本文运用混沌理论, 研究了 S5 0716+714 四个较大爆发阶段的射电、光学和 X 波段的光变曲线. 分别计算了它们的关联维和 Lyapunov 指数. 结果表明: 1) 光变曲线的关联维和 Lyapunov 指数都介于纯混沌系统与随机噪声之间; 2) 相轨迹是一个与 Rossler 吸引子相似的混沌系统, 由于受到各种内在或外在因素的影响产生噪声, 导致关联维和 Lyapunov 指数均比 Rossler 吸引子大, 相轨迹出现紊乱. 从这两个混沌判据上看, 三个波段均表现出很强的混沌特性, 因此推断 S5 0716+714 的光变是一个混沌现象.

**关键词:** 耀变体, 光变曲线, 混沌特性, 天体 S5 0716+714

**PACS:** 98.54.Cm, 05.45.-a, 05.45.Ac

**DOI:** 10.7498/aps.63.049801

## 1 引言

耀变体 (Blazar) 具有高光度、高偏振、快速光变和非热辐射等特征, 是活动星系核 (AGNs) 中性质独特的一个子类<sup>[1]</sup>. 研究 AGNs 的光变可以标度出中心黑洞质量<sup>[2]</sup>、黑洞吸积过程以及高能辐射源的内部结构<sup>[3]</sup>等, 但目前为止对光变的解释仍然没有统一论.

我们曾运用多种手段和数值方法研究 Blazar 的光变行为. 如, 张皓晶等<sup>[4-6]</sup>长期致力于光变周期研究, 搜集大量数据, 运用小波分析、功率谱、离散相关函数等方法获得了多个 Blazar 天体的光变周期; 唐洁等<sup>[7,8]</sup>结合光变数据, 运用 Logistic 回归分析、结构函数等方法成功对类星体进行了认证和分类; 熊定荣等<sup>[9]</sup>从大量公布的最新观测数据中运用统计方法得到许多有意义的结果. 这些研究大都基于传统数学方法. 最近新兴的专门解决非线性问题的混沌理论为研究复杂的光变行为提供了一个新思路.

天体物理早期的理论研究指出, 可以很好地

用混沌理论来构建黑洞的测地线, 吸积盘的边界具有微分同胚的分形结构<sup>[10,11]</sup>. 随后, de Moura 和 Letelier<sup>[12]</sup>研究了非旋转黑洞中粒子的逃逸行为, 指出粒子逃逸对初始条件具有极端敏感性, 并且用分形维数定量分析了不同逃逸区域的混沌行为. Caranicolas 和 Zotos<sup>[13]</sup>则研究了 AGNs 中吸积盘的混沌演化.

对 Blazar 的长期观测显示, 它的辐射过程具有内禀的非线性特征, 即光变时标不确定、光变振幅不确定, 但是又含有某种内在的非线性行为<sup>[14-16]</sup>. 混沌理论正是研究这种看似随机但又含有某种内在机制现象的最佳技术方法.

尽管功率谱分析可以很好地区分致密天体的某些特征时间尺度<sup>[17]</sup>, 例如峰值频率的倒数可理解为对应的时间尺度, 服从指数分布的功率谱则对应于随机噪声<sup>[18]</sup>. 然而, Misra 等<sup>[19]</sup>用混沌分析方法详细研究了 GRS 1915+105 X 射线 12 个能段的光变, 指出在  $\lambda$ ,  $\theta$ ,  $\kappa$ ,  $\beta$  态下它们具有相同的指数分布谱, 应该对应于随机噪声, 但混沌分析 (相空间重构和关联维) 指出, 它们的具体指标不同, 这几

\* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: U1231203)、国家自然科学基金 (批准号: 11163007, 11063004)、云南省自然科学基金 (批准号: 2010CD046) 和云南省引力理论创新团队和云南省高能天体物理创新团队资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: kmzhanghj@163.com

个能段可能都是混沌系统, 只不过有的受噪声影响大( $\lambda, \beta$  态), 有的受噪声影响小( $\theta, \kappa$  态); 在 $\gamma, \chi$  态下具有不同的功率谱, 但混沌分析指出它们具有相同的混沌指标, 并且可能都是随机噪声.

基于上述传统分析方法与混沌方法的差异, 我们把混沌理论引入到被广泛研究过的 S5 0716+714 天体中, 分别从关联维和 Lyapunov 指数两个指标判定 S5 0716+714 的混沌特性.

## 2 混沌分析方法

### 2.1 重构相空间和关联维

传统的低维坐标系无法揭示复杂系统的内在动力学行为, 因此运用混沌理论的重构相空间技术, 把一维时间序列重构到具有最佳嵌入维和延迟时间的相空间中, 提取动力系统各变量的演化信息<sup>[20]</sup>. 若  $x$  表示观测变量,  $x(t)$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) 为观测时间序列, 选择合适的嵌入维数  $m$  和延迟时间  $\tau$ , 重新组合得到一组新的  $m$  维向量序列:

$$x_m(t) = \{x(t), x(t + \tau), \dots, x[t + (m - 1)\tau]\}, \quad (1)$$

式中  $t = 1, 2, \dots, M; M = N - (m - 1)\tau$ .

在重构的  $m$  维相空间中, 计算距离在  $R$  以内的  $M$  个点的平均个数称为关联函数, 它定义为<sup>[21]</sup>

$$C_n(R) = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M(M-1)} \times \sum_i^M \sum_{j, j \neq i}^M H(R - |x_i - x_j|), \quad (2)$$

其中,  $H(\cdot)$  是 Heaviside 函数:

$$H(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}. \quad (3)$$

当两向量点距离  $R \rightarrow 0$  时, 关联函数  $C_n(R)$  与  $R$  存在关系  $\lim_{R \rightarrow 0} C_n(R) \propto R^{D_c}$ , 在双对数坐标下

$$D_c = \lim_{R \rightarrow 0} \frac{d \lg C_n(R)}{d \lg R}, \quad (4)$$

$D_c$  即是关联维数, 它能够描述混沌吸引子的自相似结构, 是定量表征系统复杂程度的一个重要参量<sup>[22]</sup>.

### 2.2 Lyapunov 指数

Lyapunov 指数是根据  $m$  维相空间中的相轨迹有无扩散运动来判定系统的混沌特性, 它刻画了混

沌系统的初值敏感性, 具体反映相轨迹间的发散速率<sup>[22]</sup>. Lyapunov 指数定义为<sup>[23]</sup>

$$\lambda = \frac{1}{t_m - t_0} \sum_{i=0}^M \ln \frac{L'_i}{L_i}, \quad (5)$$

式中,

$$L'_i = |x(t_i) - x(t_i - 1)|, \\ L_i = |x(t_i) - x_i(t_i - 1)|,$$

$L$  是相空间中两点的欧氏距离,  $x(t_i)$  是  $t_i$  时刻相空间中的一个状态点,  $x_i(t_i)$  是  $t_i$  时刻在状态  $x(t_i)$  以  $\varepsilon$  为半径的领域内的一点.

当  $\lambda < 0$  时, 系统有稳定的不动点;  $\lambda = 0$  时, 对应系统的周期解, 即系统出现周期振荡现象;  $\lambda > 0$  时, 系统具有混沌特征<sup>[22]</sup>.

## 3 模拟信号的混沌分析

为检验混沌分析方法在区分信号特性方面的准确性和可靠性, 我们分别给出了频率为  $\frac{10}{2\pi}$  Hz 的周期信号、随机噪声、典型的混沌系统 Rossler 吸引子、Rossler 吸引子施加随机噪声等四组模拟信号, 见图 1 (上).

关联维是表征系统复杂程度的一个参量, 从对模拟信号的分析中看 (图 2 (a)), 周期信号的关联维最小且不随着嵌入维  $m$  的增大而变化, 是一个稳定的定值  $D_c(m) \approx 1.19$ ; 相反, 随机噪声的关联维随着  $m$  的增大而不断增大, 大致成线性关系  $D_c(m) \approx m$ ; Rossler 吸引子的关联维随着  $m$  增大逐渐达到饱和状态  $D_c(m) \approx 1.38, m = 4$ ; 加入随机噪声后, Rossler 吸引子的关联维延迟达到饱和并且  $D_c$  相应提高, 此时  $D_c(m) \approx 1.74, m = 6$ .

Lyapunov 指数刻画了信号的初值敏感性, 当  $\lambda = 0$  时系统有周期解,  $\lambda > 0$  时系统具有混沌特性. 从图 2 (b) 可以看到, 周期信号的 Lyapunov 指数始终接近于 0, 严格来说  $\lambda$  应等于 0, 这或许是由于计算机数据是离散的不能得到严格周期信号导致, 因此求解后  $\bar{\lambda} = -1.6 \times 10^{-3}$  视为等于 0 是可接受的; 随机噪声的 Lyapunov 指数始终大于 0, 表明该系统一直处于混乱无序的状态; Rossler 吸引子在  $m = 2$  时迅速下降, 表明它在  $m = 2$  的相空间中很快趋于有序; 与关联维情况类似, 随机噪声提高了纯混沌系统 Rossler 吸引子的 Lyapunov 指数值, 但介于纯混沌系统与纯噪声之间.

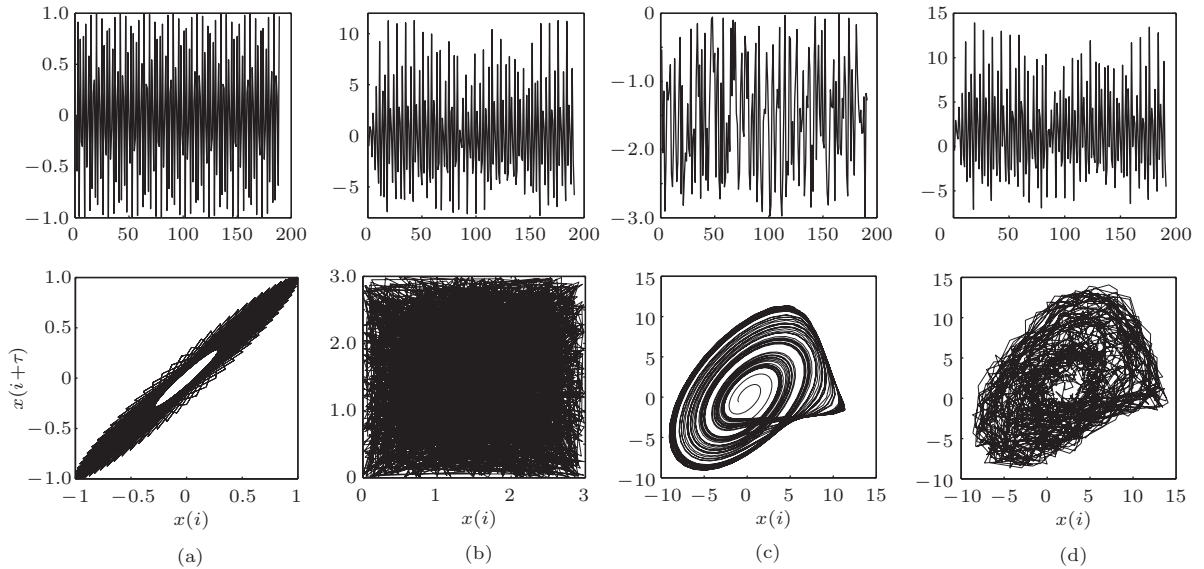


图1 原始信号(上)及其相图(下) (a) 周期信号; (b) 随机噪声; (c) Rossler吸引子; (d) Rossler吸引子+随机噪声

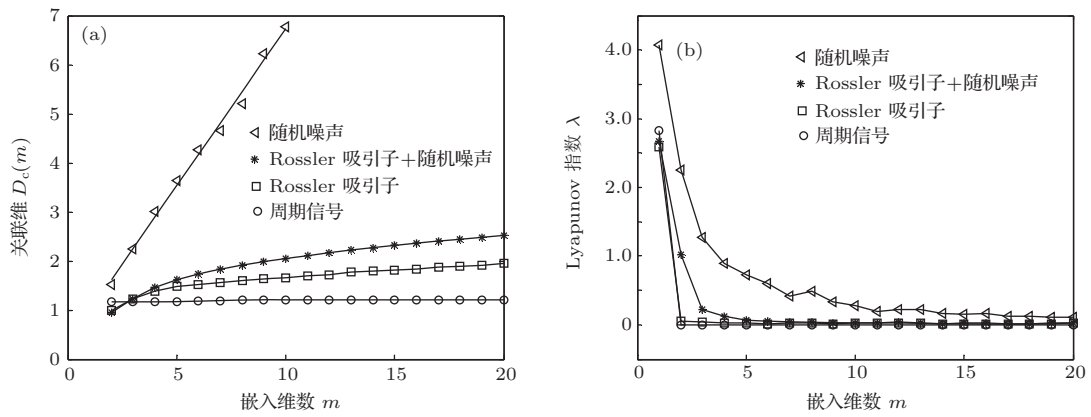


图2 四种模拟信号的(a) 关联维曲线和 (b) Lyapunov指数

通过上述分析, 用关联维和Lyapunov指数方法可以容易区分周期信号、随机噪声和混沌系统. 为形象理解, 我们把模拟信号重构于延迟时间  $\tau = 5$  的相图中. 原始信号之间没有显著差异, 但重构到相图后, 混沌系统明显有别于周期信号和随机噪声. 因此用混沌方法分析具体的天文数据是合理可靠的.

## 4 光变分析

### 4.1 数据

从文献获得 S5 0716+714 天体光学 V 波段观测数据, 选取 1996 年 3 月、1997 年 1 月、1999 年 10 月和 2000 年 10 月四次大爆发的数据点 [5], 对这四个爆发阶段做日平均处理. 由于受天气、观测设备

等现实条件影响, 日平均光变曲线存在许多无记录的间隔. 为便于数据处理, 利用传统的立方插值法对空缺数据进行补充.

同时, 还给出了相应爆发阶段的射电和 X 射线数据. 射电波段主要源自密歇根大学射电天文台 (UMRAO) 8.0 GHz [24]、普朗克射电天文研究所 Effelsberg 射电望远镜 [24] 和文献 [25] 8.4 GHz 频段的数据, 见图 3. 1996—2000 年间, X 波段的 Blazar 观测数据非常少, 在 BeppoSAX 卫星上最终分配给 S5 0714+716 的观测时间仅有 1996-11-14, 1998-11-07 和 2000-10-30 三个阶段 [26,27], 2000-10-30 正好与 V 波段 2000-10 爆发相重合, 因此 X 射线选择这一时期的观测数据. 相较于光学观测, 尽管射电波段数据少, X 波段只有日内观测数据, 但作为对 S5 0714+716 天体混沌特性的验证仍具有一定价值.

### 4.2 光学 V 波段的关联维

以 1996 年 3 月份爆发数据为例计算关联函数  $C_n(R)$  和距离  $R$  的双对数关系曲线, 在线性区域内求出每条曲线的斜率得到  $m$  维相空间对应的关联维  $D_c$ . 从图 4 可以看出, 随着嵌入维数  $m$  增加曲线变陡, 斜率增大 (关联维  $D_c$  增大), 在  $m$  增加到 14 时斜率趋于稳定关联维达到饱和, 此时  $D_c \approx 2.491$ .

类似地, 计算其余三个爆发阶段的关联维, 所得具体数值见表 1. 作为比较, 图 5 也给出随机噪声、Rossler 吸引子和 Rossler 吸引子施加随机噪声三种情况的关联维. 四个爆发阶段都介于 Rossler 吸引子与随机噪声之间, 并且与 Rossler 吸引子施

加随机噪声的情况相近, 但所对应的嵌入维数和饱和关联维各不相同. 从变化趋势上看, 1996-03, 1997-01 和 2000-10 爆发阶段相似, 1999-10 阶段受到更大的随机噪声影响.

### 4.3 光学 V 波段的 Lyapunov 指数

图 6 是 Lyapunov 指数随嵌入维数的变化图, 同样给出了随机噪声、Rossler 吸引子和 Rossler 吸引子施加随机噪声三条典型曲线. 与图 5 类似, 四个爆发阶段均处于 Rossler 系统与随机噪声之间, 并且明显看出它们的变化趋势是 Rossler 系统与随机噪声的混合. 它们的 Lyapunov 指数随着随嵌入维数增大迅速下降, 但始终大于 0, 表明存在有序状态但始终含有混乱因素.

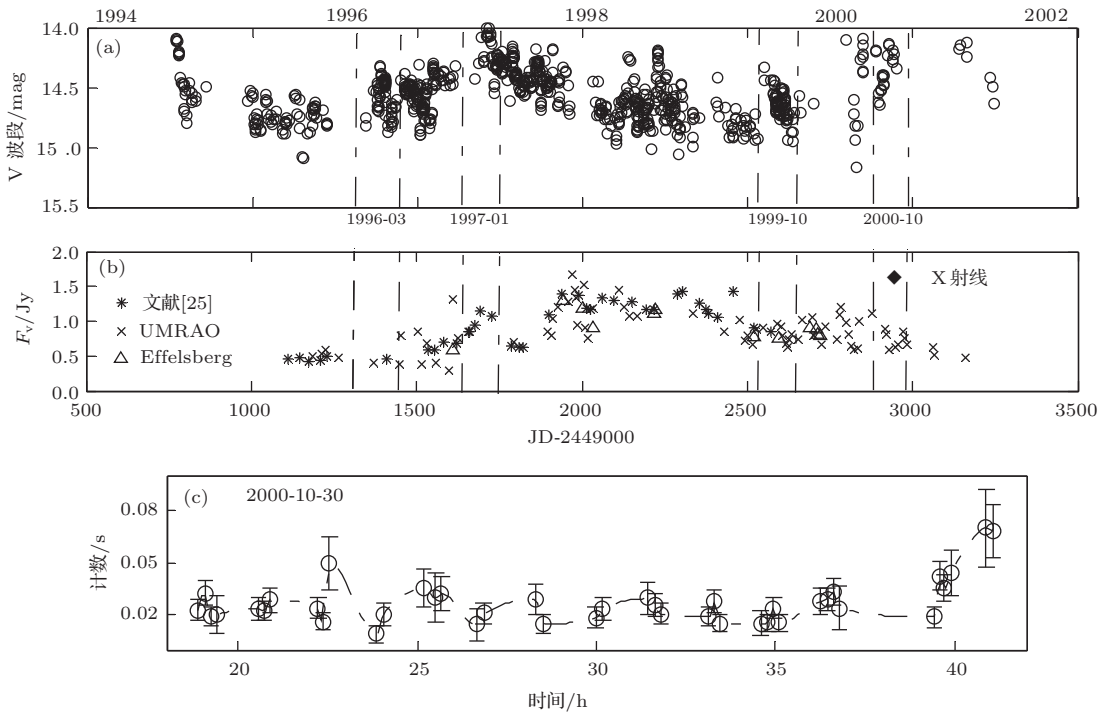


图 3 S5 0716+714 的光变曲线 (a) 光学 V 波段; (b) 射电 8.0 和 8.4 GHz 波段; (c) X 射线 1.0—3.0 keV

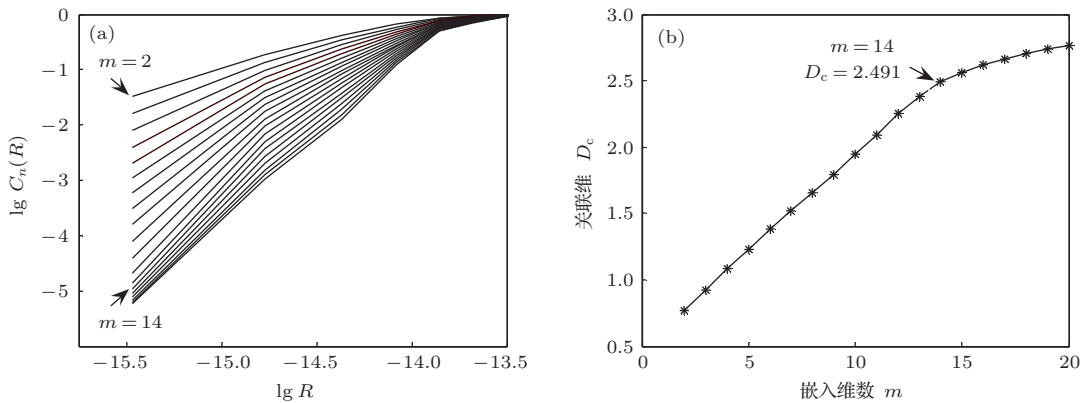


图 4 1996-03 爆发阶段的 (a) 关联函数和 (b) 饱和关联维

表 1 光学各爆发阶段的具体混沌指标

	嵌入维数	饱和关联维	Lyapunov 指数	随机噪声相对强度 $\beta$	类型
1996-03	14	2.491	0.0452	17%	C+N
1997-01	10	2.723	0.0685	22%	C+N
1999-10	17	3.702	0.0988	30%	C+N
2000-10	7	1.431	0.0544	4%	C+N
随机噪声	—	—	$> 0.105$	—	noise
Rossler 吸引子	4	1.384	0.0199	—	chaos
Rossler 吸引子 + 随机噪声	6	1.744	0.0479	15%	C+N

注: C 表示 chaos, N 表示 noise.

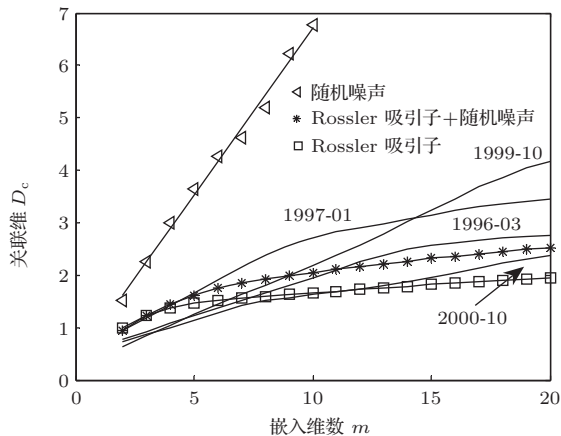


图 5 各爆发阶段的关联维曲线

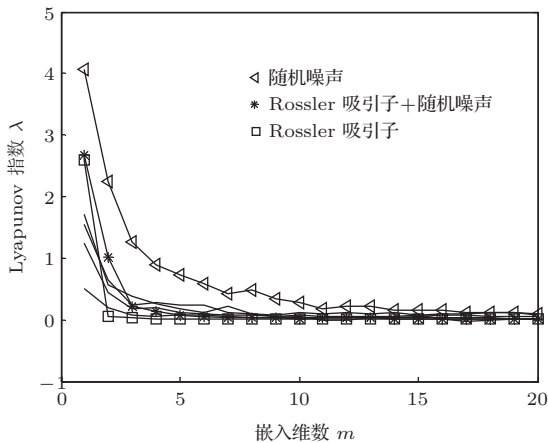


图 6 各爆发阶段的 Lyapunov 指数

#### 4.4 光学 V 波段的相图

通过以上两小节分析, 用关联维和 Lyapunov 指数方法可以容易区分混沌系统与随机噪声. 混沌系统的饱和关联维、Lyapunov 指数都远远小于随机噪声; 施加随机噪声后, 混沌系统的饱和关联维和 Lyapunov 指数均会有所增加. 因此, 这四个爆发阶段的光变曲线是一个混沌现象, 但是受到了不

同程度的随机噪声影响, 在重构相空间中, 它们具有相似的混沌吸引子. 如果用  $S_{Ro}$  表示 Rossler 吸引子,  $S_{Ra}$  表示随机噪声, 那么

$$S_L = S_{Ro} + \beta S_{Ra} \quad (6)$$

表示光变曲线, 其中系数  $\beta$  表示随机噪声的相对强度. 当  $\beta = 15\%$  时, 如图 5 和图 6 (\* 号) 标注所示, 显然它介于 Rossler 吸引子与随机噪声之间, 其余具体数值见表 1.

图 7 给出了 1996 年 3 月、1997 年 1 月、1999 年 10 月和 2000 年 10 月四个爆发阶段的相图. 对比图 1(下), Rossler 吸引子存在一个稳定的周期环, 随机噪声是混乱无序的, 图 7 爆发阶段均存在一个周期环并且受到随机噪声的影响. 2000-10 阶段的饱和关联维和 Lyapunov 指数与 Rossler 吸引子最接近, 反映在相图上图 1(c) 与图 7(d) 类似; 同样, 1996-03 阶段的相图与  $S_{Ro} + 15\% \cdot S_{Ra}$  相图(图 1(d)) 类似; 1997-01 与 1999-10 阶段的饱和关联维和 Lyapunov 指数较大, 在相图上表现较为混乱无序.

#### 4.5 射电、X 射线的关联维和 Lyapunov 指数

类似地, 用关联维和 Lyapunov 指数分析射电和 X 射线的观测数据. 从图 8(a) 和 (b) 看到, 射电和 X 射线的关联维大大降低, 并且接近于 Rossler 吸引子, Lyapunov 指数低于 Rossler 吸引子施加随机噪声的情况. 由于普遍认为 X 射线主要是来自吸积造成的引力能释放, 最接近中心黑洞; 射电波段受星际尘埃、天气状况影响小, 在这两个波段噪声要比光学波段小, 因此混沌分析的值有所降低.

对 S5 0714+716 天体射电、光学和 X 射线三个波段的观测数据分析, 它们的关联维都随着  $m$  的增

大逐渐达到饱和, Lyapunov 指数明显有别于随机噪声而更趋近于 Rossler 吸引子, 在光学波段由于受噪声影响大, 它的关联维和 Lyapunov 指数均比

射电、X 射线数值高. 从这两个典型的混沌判据上看, 三个波段均表现出很强的混沌特性, 因此推断 S5 0714+716 的光变是一个混沌现象.

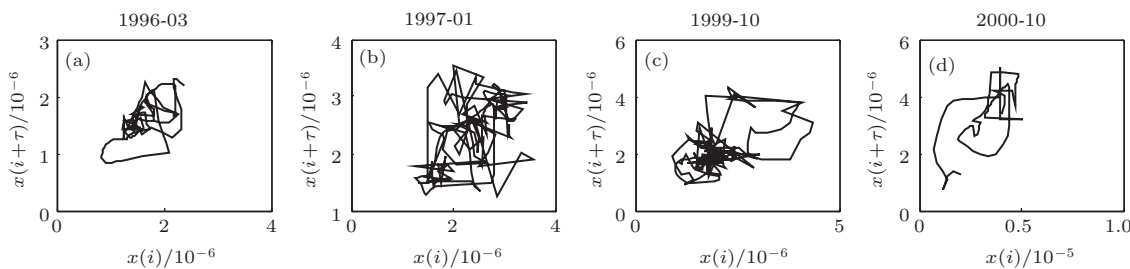


图7 各爆发阶段的相图

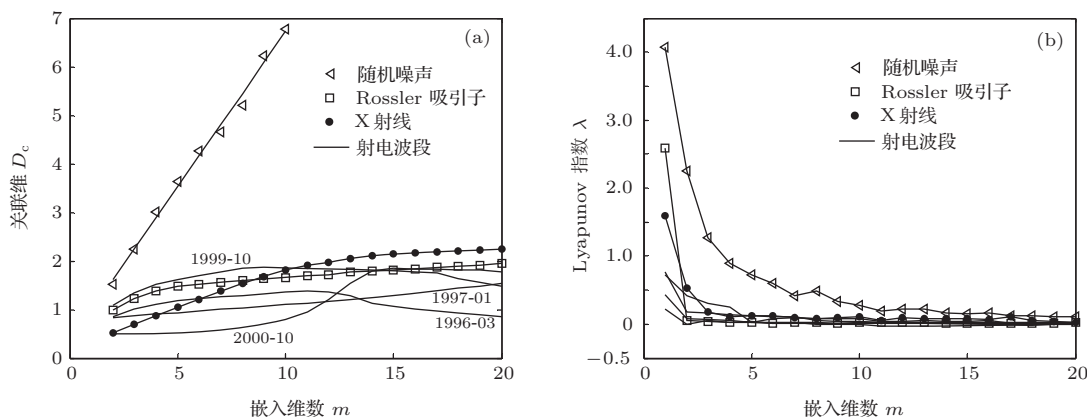


图8 射电和 X 射线的 (a) 关联维曲线和 (b) Lyapunov 指数

### 5 讨论

由于受现实条件制约, 不能得到完美无间隔的观测数据, 因此需要进行插值处理, 显然这种处理会带来误差. 此外, 天气、观测设备等种种不可避免的外部因素产生的噪声也应当考虑在内. 除这些噪声外, 吸积盘自身的不稳定性<sup>[28]</sup>、磁场的湍流效应<sup>[29]</sup>, 甚至吸积盘中的局部扰动也会造成大范围的波动<sup>[30]</sup>, 这些都会产生极大的随机噪声.

依据混沌分析方法, S5 0716+714 的光变曲线既有别于周期信号和混沌信号, 更不同于随机噪声, 而恰恰是介于纯混沌系统与随机噪声之间, 表明 S5 0716+714 的光变是一个叠加了各种随机噪声的混沌现象. 曾有研究指出, 在中心黑洞周围存在自组织结构的吸积盘<sup>[27]</sup>, 短时标光变在这种自组织结构吸积盘中会产生复杂的长时标光变<sup>[28]</sup>, 这就是典型的混沌系统的初值敏感性, 它是系统的内禀性质, 只需某种微小的扰动就能造成系统极为复杂的行为. 与 Rossler 吸引子类似, 如果 S5

0716+714 天体的中心黑洞是由非线性偏微分方程主导的动力系统, 那么它的不稳定解叠加上各种随机噪声, 这就造成了系统的复杂光变行为, 而不单纯是一个随机过程.

### 6 结论

S5 0716+714 天体是活动激烈的 Blazar, 光变幅度达 2—3 个星等, 光变时标从几小时到几十年不等<sup>[5]</sup>, 非常复杂. 详细研究它的光变行为可以提供中心黑洞的许多重要的信息.

本文运用混沌理论, 把 S5 0716+714 光学 V 波段四个大爆发阶段的观测数据重构到  $m$  维相空间中, 分别计算了它们的关联维和 Lyapunov 指数, 发现这两个重要的混沌指标都介于纯混沌系统与随机噪声之间. 射电、X 射线的数据分析得到同样的结果, 只是在光学波段更容易受到噪声影响从而导致关联维和 Lyapunov 指数均比这两个波段的数值高. 此外, 在重构的相空间中恢复混沌吸引子的相轨迹, 显示四个爆发阶段具有相似的混沌吸引子,

并且与 Rossler 吸引子受到随机噪声扰动的情况类似. 由此推断, S5 0714+716 的光变是一个混沌现象, 同时受到了各种内在或外在噪声的影响.

Blazar 天体的多波段光变起源是一个研究热点. Zhang 等<sup>[31]</sup> 系统研究了 TeV BL Lac 天体的光变物理起源, 认为这些光变是来自喷流中激波强度变化, 从而对辐射电子的加速改变而造成的. 喷流中激波强度的改变可能是起源于冕不稳定性而非吸积率改变<sup>[32]</sup>, 冕区的不稳定性根源很可能是盘的不稳定性. 本文的结果表明, S5 0716+714 的光变行为具有混沌特性. 混沌通常是由非线性偏微分方程控制的动力系统. 下一步我们将建立模型, 用非线性偏微分方程描述 Blazar 天体的混沌特性, 揭示其动力学机制. 这将为理解这些对象中冕的不稳定性和盘的不稳定性提供线索.

感谢天津工业大学理学院李淑红老师对本文的指导.

## 参考文献

- [1] Urry C M, Padovani P 1995 *Pub. Astron. Soc. Pac.* **107** 803
- [2] Zhang X, Xie G Z, Bai J M 1998 *Astron. Astrophys.* **330** 469
- [3] Sillanpaa A, Haarala S, Valtonen M J, Sundelius B, Byrd G G 1988 *Astrophys. J.* **325** 628
- [4] Zhang H J, Zhang X, Dong F T, Zheng Y G, Tang L, Mao L S 2009 *Acta Astron. Sin.* **50** 141 (in Chinese)[张皓晶, 张雄, 董富通, 郑永刚, 唐玲, 毛李胜 2009 天文学报 **50** 141]
- [5] Zhang H J, Zhang X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4305 (in Chinese)[张皓晶, 张雄 2007 物理学报 **56** 4305]
- [6] Zhang H J, Zhao G, Zhang X, Dong F T, Xie Z H, Yi T F, Zheng Y G, Bao Y Y 2009 *Sci. Sin. Phys. G* **39** 1029 (in Chinese)[张皓晶, 赵刚, 张雄, 董富通, 谢照华, 易庭丰, 郑永刚, 鲍玉英 2009 中国科学 **39** 1029]
- [7] Tang J, Fu M X, Wu X B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 219501 (in Chinese)[唐洁, 傅明星, 吴学兵 2012 物理学报 **61** 219501]
- [8] Tang J, Wu X B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 119801 (in Chinese)[唐洁, 吴学兵 2011 物理学报 **60** 119801]
- [9] Xiong D, Zhang H, Zhang X, Zheng Y, Liu W, Mao L, Huang B, Kang T, Cha Y, Guo F 2013 *Astrophys. Spa. Sci.* **343** 345
- [10] Dettmann C P, Frankel N E, Cornish N J 1994 *Phys. Rev. D* **50** R618
- [11] Dettmann C P, Frankel N E, Cornish N J 1995 *Fractal* **3** 161
- [12] de Moura A P S, Letelier P S 2000 *Phys. Rev. E* **61** 6506
- [13] Caranicolas N D, Zotos E E 2010 *Astron. Nachrichten.* **331** 330
- [14] Timmer J, Schwarz U, Voss H U, Wardinski I, Belloni T, Hasinger G, Klis M, Kurths J 2000 *Phys. Rev. E* **61** 1342
- [15] Maccarone T J 2002 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **336** 1371
- [16] Emmanoulopoulos D 2007 *Ph. D. Dissertation* (Heidelberg: Ruperto-Carola University of Heidelberg)
- [17] Li T B 2006 *Physics* **35** 367 (in Chinese) [李惕碚 2006 物理 **35** 367]
- [18] Dong S Z, Zhou H, Wu Y F, Chang P, Xu A T, Li H Z 2012 *J. Yunnan Normal Univ.* **32** 20 (in Chinese) [董诗忠, 周宏, 吴永凤, 常平, 徐安田, 李怀珍 2012 云南师范大学学报 **32** 20]
- [19] Misra R, Harikrishnan K P, Ambika G, Kembhavi A K 2006 *Astrophys. J.* **643** 1114
- [20] Packard N H, Crutchfield J P, Farmer J D, Shaw R S 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 712
- [21] Harikrishnan K P, Misra R, Ambika G, Kembhavi A K 2006 *Physica D* **215** 137
- [22] Liu S D, Liang F M, Liu S S, Xin G J 2003 *Chaos and Fractal in Natural Sciences* (Beijing: Peking University Press) p35 (in Chinese) [刘式达, 梁福明, 刘式适, 辛国君 2003 自然科学中的混沌和分形 (北京: 北京大学出版社) 第 35 页]
- [23] Cornish N J, Levin J 2003 *Class. Quant. Grav.* **20** 1649
- [24] Raiteri C M, Villata M, Tosti G 2003 *Astron. Astrophys.* **402** 151
- [25] Venturi T, Dallacasa D, Orfei A, Bondi M, Fanti R, Gregorini L, Mantovani F, Stanghellini C, Trigilio C, Umama G 2001 *Astron. Astrophys.* **379** 755
- [26] Donato D, Sambruna R M, Gliozzi M 2005 *Astron. Astrophys.* **433** 1163
- [27] Ferrero E, Wagner S J, Emmanoulopoulos D, Ostorero L 2006 *Astron. Astrophys.* **457** 133
- [28] Wallinder F H, Kato S, Abramowicz M A 1992 *Astron. Astrophys. Rev.* **4** 79
- [29] Winters W F, Balbus S A, Hawley J F 2003 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **340** 519
- [30] Mukhopadhyay B 2009 *Astrophys. J.* **694** 387
- [31] Zhang J, Liang E W, Zhang S N, Bai J M 2012 *Astrophys. J.* **752** 157
- [32] Zhang J, Zhang S N, Liang E W 2013 *Astrophys. J.* **767** 8

# Chaotic characteristics of blazar object S5 0716+714\*

Ou Jian-Wen Zhang Hao-Jing<sup>†</sup> Zheng Yong-Gang Zhang Xiong

(School of Physics and Electronic Information Technology, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

( Received 22 July 2013; revised manuscript received 6 November 2013 )

## Abstract

Long-term observations show that blazar object S5 0716 +714 has complicated behaviours on multiband. In this paper, the light curves in the radio, V-band and X-ray bands of four outbursts are studied by the chaos theory. We calculate their correlation dimensions and Lyapunov exponents and find that 1) these two values are in a range between a stochastic system and a pure chaotic system; 2) the phase locus of S5 0716 +714 is a chaotic system similar to the Rossler attractor. Various internal or external factors may produce noises, resulting in the fact that the correlation dimension and Lyapunov exponent may be higher than those of the Rossler attractor and the phase locus might be orderless. According to our analysis, we conclude that the light curves of S5 0714+716 show some chaotic features and the variability of this source may be a chaotic phenomenon.

**Keywords:** blazar, light curves, chaotic characteristics, S5 0716+714

**PACS:** 98.54.Cm, 05.45.-a, 05.45.Ac

**DOI:** [10.7498/aps.63.049801](https://doi.org/10.7498/aps.63.049801)

---

\* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. U1231203), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11163007, 11063004), the Natural Science Foundation of Yunnan Province, China (Grant No. 2010CD046), the Gravitational Theory Innovation Team of Yunnan Provincial of China, and the High Energy Astrophysics of University Innovation Team of Yunnan Provincial of China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [kmzhanghj@163.com](mailto:kmzhanghj@163.com)