物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 6 (2014) 060401

缓变下垫面和耗散作用的非线性Rossby波*

宋健[1)2)] 杨联贵[1)†] 刘全生[1)]

1)(内蒙古大学数学科学学院, 呼和浩特 010021)

2)(内蒙古工业大学理学院, 呼和浩特 010051)

(2013年11月13日收到; 2013年12月9日收到修改稿)

从准地转位涡方程出发, 采用摄动方法和时空伸长变换推导了在缓变下垫面和耗散共同作用的Rossby代数孤立波方程, 得到Rossby波振幅满足带有缓变下垫面的非齐次Benjamin-Davis-Ono-Burgers (BDO-Burgers) 方程的结论. 指出地形效应和耗散是诱导非线性Rossby 波产生的重要因素, 说明了在缓变下垫面强迫效应和非线性作用相平衡的假定下, Rossby 孤立波振幅的演变满足非齐次BDO-Burgers方程, 给出在切变基本气流下缓变下垫面和正压流体中Rossby波的相互作用.

关键词: 非齐次BDO-Burgers方程, 缓变下垫面, 耗散

PACS: 04.30.Db, 43.75.Fg, 92.10.Ei, 92.70.Cp **DOI:** 10.7498/aps.63.060401

1 引 言

大气下垫面是地球表面, 它包括海洋、陆地以及陆地上的高原、山地、平原、森林、草原、城市等. 在全球变暖和人类活动的相互作用, 下垫面的缓慢变化将会对大气和海洋产生影响[1−8]. Rossby波是指生命史很长结构上有组织的前后一致的大尺度永久性波动[9−12]. 对于正压流体, Long[13]在1964年做了开创性的研究, 得到在β平面近似下Rossby波振幅演变满足Korteweg-de Vries (KdV)方程, Benney[14]在1966年推广了Long的结论, 同时还得到Rossby孤立波波速与波振幅有关的结论, 刻画了非线性的重要性. Larsen[15]和Clarker[16]也研究了Rossby孤立波振幅的演变, 他们都得到了一系列与文献[13]类似的结果. Redekopp[17]和Wadati[18]从正压流体和分层流体的模式推导了Rossby孤立波振幅演变的方程分别满足KdV方程和改进的KdV (mKdV)方程的结论, 极大地推广了文献[13]的结果. Redekopp和Weidman[19]研究了切变气流中Rossby孤立波的产生, 指出在纬向流中Rossby孤立波存在的必要条件. Maslowe和Redekopp[20]讨论了在分层流体中纬向流的切变对Rossby波的影响. Charney和Straus[21]基于准地转位涡度方程构造了一个β平面通道中考虑地形、非绝热加热和摩擦的正压大气模式, 这项工作开创了大气多平衡态非线性动力学的研究[22,23]. BDO方程源于物理海洋背景[24,25], 具有许多与KdV方程类似的性质, 同时还存在与众不同的代数孤立波解, Ono[26,27]用多重尺度方法, 从准地转位涡方程导出在分层流体中Rossby孤立波振幅演变满足BDO. Meng和Lü[28]采用扰动展开和时空伸长变换导出了包括地形和耗散强迫的非齐次BDO-Burgers方程, 讨论了地形强迫和耗散强迫Rossby孤立波的产生, 显示出地形耗散对扰动具有明显的增幅作用. 于鑫和赵强[29]在完全Coriolis力下获得线性Rossby波振幅满足KdV-Burgers方程, 同时杨洁和赵强[30]给出了超长波的解析解. 汪萍和戴新刚[31]讨论了外强迫作用下正压大气非线性特

* 国家自然科学基金 (批准号: 11362012)、国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 11202092, 11301259)、中国科学院海洋环流与波动重点实验室开放研究基金 (批准号: KLOCAW1108)、内蒙古自然科学基金 (批准号: 2011MS0112, 2012MS0107, 2013MS0105)和内蒙古自治区研究生教育创新计划研究生科研创新资助项目 (批准号: 1402020201-01007, 1402020201-01006) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: liangguiyang@imu.edu.cn

 http://wulixb.iphy.ac.cn

征数值模拟, 说明了大气大尺度非线性运动的某些特征. 随着人类文明的发展, 加剧了全球变暖和全球海平面大幅度的升高[32], 这都说明地形会随时间发生变化. 非线性方程的孤立波解在非线性问题中占有重要地位, 给出了许多求孤立波解的方法, 如Hirota's双线性方法、椭圆函数展开等方法[33−36]以及数值方法[37,38]等被广泛应用. 本文在基本气流切变的条件下研究了缓变下垫面和耗散作用对Rossby波振幅的演变.

2 方程的推导

2.1 控制方程

考虑有地形无量纲形式的准地转位涡方程[39]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\right)\times\left[\nabla^2\psi+\beta y+h(x,y,t)\right]=-k\nabla^2\psi, \tag{1}$$

方程(1)中,ψ是流函数; β为常数, 它是Rossby参数; k是耗散系数, 取正的常数; ∇^2为Laplace算子, 定义为

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \tag{2}$$

$h(x,y,t)$是地形廓线. 为了得到非齐次BDO-Burgers方程, 切变基本流$\overline{U}$[26,27]

$$\overline{U}=\begin{cases}\overline{U_1}=c_1 & y>1\\ \overline{U}(y) & 0\leqslant y\leqslant 1\\ \overline{U_2}=c_2 & y<0\end{cases}, \tag{3}$$

这里c_1, c_2是常数.

2.2 非齐次BDO-Burgers方程

取基本流函数为纬向流

$$\varPsi(y)=-\int_0^y[\overline{U}(s)-c_0+\varepsilon\alpha]\mathrm{d}s, \tag{4}$$

式中ε是度量非线性程度的强弱的小参数, 当$\varepsilon\ll 1$, 成为弱非线性问题, α是量级为1的常数, 它的引入是为考虑线性情况下系统是非共振的[40,41], 称为失谐参数. c_0相当于线性Rossby波在切变基本流$\overline{U}(y)$中当波长很长的波速. 给出下垫面[42−44]

$$h(x,y,t)=h_{\mathrm{B0}}(x,y)+\varepsilon h_{\mathrm{B1}}(t), \tag{5}$$

这里$h_{\mathrm{B0}}(x,y)$是地形随经度和纬度变化的函数, $h_{\mathrm{B1}}(t)$是下垫面随时间缓慢变化的函数. 为了使地形强迫和非线性之间达到平衡, 设[28]

$$h_{\mathrm{B0}}(x,y)=\varepsilon^2\varOmega(x,y),\quad k=\varepsilon^2\lambda, \tag{6}$$

总的流函数

$$\begin{aligned}\psi(x,y,t)&=\varPsi(y)+\varepsilon\psi'(x,y,t)\\&=-\int_0^y[\overline{U}(s)-c_0+\varepsilon\alpha]\mathrm{d}s\\&\quad+\varepsilon\psi'(x,y,t),\end{aligned} \tag{7}$$

其中$\psi'(x,y,t)$是扰动流函数, 将(6)和(7)式代入方程(1)得到扰动流函数的方程:

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial t}+\left(\overline{U}-c_0+\varepsilon\alpha\right)\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi'+\frac{\mathrm{d}h_{\mathrm{B1}}}{\mathrm{d}t}\\&+\left(\beta-\frac{\mathrm{d}^2\overline{U}}{\mathrm{d}y^2}\right)\frac{\partial\psi'}{\partial x}+\varepsilon(\overline{U}-c_0+\varepsilon\alpha)\frac{\partial\varOmega}{\partial x}\\&+\varepsilon J(\psi',\nabla^2\psi')+\varepsilon^2J(\psi',\varOmega)=-\varepsilon^2\lambda\nabla^2\psi',\end{aligned} \tag{8}$$

式中

$$J(A,B)=\frac{\partial A}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y}-\frac{\partial A}{\partial y}\frac{\partial B}{\partial x}$$

是Jacobi算子.

方程(8)表示在区域$0\leqslant y\leqslant 1$的方程,它的边界线为$y=0$和$y=1$, 根据Ono[27]在外部区域$y<0$和$y>1$不考虑地形, 且取柯氏力$f=0$. 由(8)式知外部区域的方程

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial t}+\left(\overline{U_1}-c_0+\varepsilon\alpha\right)\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi'+\varepsilon J(\psi',\nabla^2\psi')\\&=0\quad y>1,\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial}{\partial t}+(\overline{U_2}-c_0+\varepsilon\alpha)\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi'+\varepsilon J(\psi',\nabla^2\psi')\\&=0\quad y<0.\end{aligned} \tag{10}$$

为了使方程(8)中的非线性效应与频散项相平衡我们对变量x,t引入Gardner-Morikawa变换

$$X=\varepsilon x,\quad T=\varepsilon^2t,\quad y=y. \tag{11}$$

将(11)式代入方程(8)得到

$$\begin{aligned}&\left(\varepsilon\frac{\partial}{\partial T}+(\overline{U}-c_0+\varepsilon\alpha)\frac{\partial}{\partial X}\right)\left(\varepsilon^2\frac{\partial^2\psi'}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\psi'}{\partial y^2}\right)\\&+\overline{\beta}(y)\frac{\partial\psi'}{\partial X}+\varepsilon\left(\overline{U}-c_0+\varepsilon\alpha\right)\frac{\partial\varOmega}{\partial X}\\&+\varepsilon\left(\frac{\partial\psi'}{\partial X}\frac{\partial}{\partial y}-\frac{\partial\psi'}{\partial y}\frac{\partial}{\partial X}\right)\left(\varepsilon^2\frac{\partial^2\psi'}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\psi'}{\partial y^2}\right)\\&+\varepsilon^2\left(\frac{\partial\psi'}{\partial X}\frac{\partial\varOmega}{\partial y}-\frac{\partial\psi'}{\partial y}\frac{\partial\varOmega}{\partial X}\right)+\varepsilon\frac{\mathrm{d}h_{\mathrm{B1}}}{\mathrm{d}T}\end{aligned}$$

$$= -\varepsilon\lambda\left(\varepsilon^2\frac{\partial^2\psi'}{\partial X^2}+\frac{\partial^2\psi'}{\partial y^2}\right), \tag{12}$$

上述方程中已没有快变量 x, t, 只有缓变量 X, T, (12) 式中 $\overline{\beta}(y)=\beta-\dfrac{\mathrm{d}^2\overline{U}}{\mathrm{d}y^2}$.

扰动流函数有如下的小参数展开形式[45]

$$\begin{aligned}&\psi'(X,y,T)\\ =&\psi_0(X,y,T)+\varepsilon\psi_1(X,y,T)+O(\varepsilon^2),\end{aligned} \tag{13}$$

将 (13) 式代入方程 (12) 得到各阶约化摄动问题的方程.

对于 $O(\varepsilon^0)$ 阶, 有

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial^2\psi_0}{\partial y^2}\right)+\frac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\frac{\partial\psi_0}{\partial X}=0, \tag{14}$$

方程 (14) 中 $\overline{U}-c_0\neq 0$.

ψ_0 有如下形式的分离变量解[46]

$$\psi_0=A(X,T)\varPhi(y), \tag{15}$$

将 (15) 式代入方程 (14) 得

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2}+\frac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\right)\varPhi(y)=0, \tag{16}$$

如果给定 $\overline{U}(y)$, 利用外部条件能够确定函数 $\varPhi(y)$ 与 c_0. 由于 $\overline{\beta}(y)$ 是关于纬度变量 y 的非线性函数, 方程 (16) 很难获得解析解. 另外, 在本阶问题中, 只能确定波的空间结构, 而不能确定波振幅随时间的演变. 为了确定波振幅 $A(X,T)$ 的演变, 继续求解高阶问题.

对于 $O(\varepsilon^1)$ 阶, 有

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial^2\psi_1}{\partial y^2}\right)+\frac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\frac{\partial\psi_1}{\partial X}\\ =&\left(\frac{\partial A}{\partial T}+\alpha\frac{\partial A}{\partial X}\right)\frac{\overline{\beta}(y)}{(\overline{U}-c_0)^2}\varPhi(y)\\ &+A\frac{\partial A}{\partial X}\frac{\varPhi^2(y)}{\overline{U}-c_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\right)\\ &-\frac{\partial\varOmega}{\partial X}+A\frac{\lambda\varPhi(y)\overline{\beta}(y)}{(\overline{U}-c_0)^2}-\frac{1}{\overline{U}-c_0}\frac{\mathrm{d}h_{\mathrm{B1}}}{\mathrm{d}T},\end{aligned} \tag{17}$$

本阶出现 X 方向的频散效应, 而Jacobi算子项在本阶出现了非线性效应, 因此它们分别为弱频散效应和弱非线性效应. 用 $\varPhi(y)$ 乘以方程 (17) 的两端, 并在变量 y 的区间 $[0,1]$ 积分

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial X}\left(\varPhi(y)\frac{\partial\psi_1}{\partial y}-\psi_1\frac{\partial}{\partial y}\varPhi(y)\right)\Big|_0^1\\ =&\left(\frac{\partial A}{\partial T}+\alpha\frac{\partial A}{\partial X}\right)\int_0^1\frac{\overline{\beta}(y)}{(\overline{U}-c_0)^2}\varPhi^2(y)\mathrm{d}y\\ &+A\frac{\partial A}{\partial X}\int_0^1\frac{\varPhi^3(y)}{\overline{U}-c_0}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\right)\mathrm{d}y\\ &-\frac{\partial}{\partial X}\int_0^1\varPhi(y)\varOmega\,\mathrm{d}y+A\int_0^1\frac{\lambda\varPhi^2(y)\overline{\beta}(y)}{(\overline{U}-c_0)^2}\mathrm{d}y\\ &-\frac{\mathrm{d}h_{\mathrm{B1}}}{\mathrm{d}T}\int_0^1\frac{\varPhi(y)}{\overline{U}-c_0}\mathrm{d}y.\end{aligned} \tag{18}$$

方程 (18) 的左端由外部方程 (9) 和 (10) 确定. 由于外部扰动是通过内部产生的, 因此[27]

$$\xi=x, T=\varepsilon^2 t, \tag{19}$$

$$\psi(x,y,t)=\varepsilon\widetilde{\psi}(\xi,y,T). \tag{20}$$

将 (19) 和 (20) 式代入方程 (9) 和 (10) 得到最低阶的外部方程

$$(\overline{U_1}-c_0)\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial y^2}\right)=0\quad y>1, \tag{21}$$

$$(\overline{U_2}-c_0)\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial y^2}\right)=0\quad y<0, \tag{22}$$

这里假设 $\overline{U_1}-c_0\neq 0$, $\overline{U_2}-c_0\neq 0$, 根据Ono[27] 由方程 (21) 和 (22) 得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial\xi^2}+\dfrac{\partial^2\widetilde{\psi}}{\partial y^2}=0\\ \widetilde{\psi}\to 0, |y|\to\infty\end{cases}. \tag{23}$$

方程 (23) 的解为

$$\begin{cases}\widetilde{\psi}(\xi,y,T)=\dfrac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\psi}(\xi',1,T)\dfrac{(y-1)}{(\xi-\xi')^2+(y-1)^2}\mathrm{d}\xi' & y>1\\ \widetilde{\psi}(\xi,y,T)=\dfrac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\psi}(\xi',1,T)\dfrac{y}{(\xi-\xi')^2+y^2}\mathrm{d}\xi' & y<0\end{cases}, \tag{24}$$

其中 P 表示上述积分主值. 对 (24) 式关于变量 y 求导得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,y,T)}{\partial y}=\dfrac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\psi}(\xi',1,T)\dfrac{(\xi-\xi')^2-(y-1)^2}{[(\xi-\xi')^2+(y-1)^2]^2}\mathrm{d}\xi' & y>1\\ \dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,y,T)}{\partial y}=\dfrac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\widetilde{\psi}(\xi',1,T)\dfrac{(\xi-\xi')^2-y^2}{[(\xi-\xi')^2+y^2]^2}\mathrm{d}\xi' & y<0\end{cases}. \tag{25}$$

y 方向的内部解在 $y=0,1$ 处光滑, 因此在 $O(\varepsilon^1)$ 有

$$\begin{cases}\psi_0(X,1,T)+\varepsilon\psi_1(X,1,T)=\widetilde{\psi}(\xi,1,T)+O(\varepsilon)\\ \psi_0(X,0,T)+\varepsilon\psi_1(X,0,T)=\widetilde{\psi}(\xi,0,T)+O(\varepsilon)\end{cases} \tag{26}$$

与

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\psi_0(X,1,T)}{\partial y}+\varepsilon\dfrac{\partial\psi_1(X,1,T)}{\partial y}=\dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,1,T)}{\partial y}+O(\varepsilon)\\ \dfrac{\partial\psi_0(X,0,T)}{\partial y}+\varepsilon\dfrac{\partial\psi_1(X,0,T)}{\partial y}=\dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,0,T)}{\partial y}+O(\varepsilon)\end{cases}. \tag{27}$$

由 (15) 和 (26) 式得

$$\begin{cases}A(X,T)\Phi(1)=\widetilde{\psi}(\xi,1,T)\\ A(X,T)\Phi(0)=\widetilde{\psi}(\xi,0,T)\\ \psi_1(X,1,T)=0\\ \psi_1(X,0,T)=0\end{cases}. \tag{28}$$

将 (26) 式代入 (25) 式得

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,1,T)}{\partial y}=-\varepsilon\Phi(1)\dfrac{\partial}{\partial X}H(A(X,T))\\ \dfrac{\partial\widetilde{\psi}(\xi,0,T)}{\partial y}=\varepsilon\Phi(0)\dfrac{\partial}{\partial X}H(A(X,T))\end{cases}, \tag{29}$$

这里

$$H(A(X,T))=\frac{1}{\pi}P\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{A(X',T)}{X-X'}\mathrm{d}X'$$

是 $A(X,T)$ 的 Hilbert 变换, 由方程 (27) 和 (29) 得

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\Phi(1)}{\mathrm{d}y}=0\\ \dfrac{\mathrm{d}\Phi(0)}{\mathrm{d}y}=0\end{cases} \tag{30}$$

和

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\psi_1(X,1,T)}{\partial y}\\ =-\Phi(1)\dfrac{\partial}{\partial X}H(A(X,T))\\ \dfrac{\partial\psi_1(X,0,T)}{\partial y}\\ =\Phi(0)\dfrac{\partial}{\partial X}H(A(X,T))\end{cases}, \tag{31}$$

方程 (30) 就是方程 (16) 的边界条件, 由此可以确定本征函数 $\Phi(y)$ 与本征值 c_0. 将方程 (28), (30) 和 (31) 式代入 (18) 式得

$$\frac{\partial A}{\partial T}+\alpha\frac{\partial A}{\partial X}+\gamma A\frac{\partial A}{\partial X}+S\frac{\partial^2 H(A)}{\partial X^2}+\lambda A$$
$$=Q\frac{\mathrm{d}h_{\mathrm{B}1}}{\mathrm{d}T}+\frac{\partial F}{\partial X}, \tag{32}$$

其中

$$\begin{cases}\gamma=\dfrac{1}{\sigma}\int_0^1\dfrac{\Phi^3}{\overline{U}-c_0}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\dfrac{\overline{\beta}(y)}{\overline{U}-c_0}\right)\mathrm{d}y\\ S=\dfrac{1}{\sigma}[\Phi^2(1)+\Phi^2(0)]\\ Q=\dfrac{1}{\sigma}\int_0^1\dfrac{\Phi}{\overline{U}-c_0}\mathrm{d}y\\ F=\dfrac{1}{\sigma}\int_0^1\Phi\Omega\,\mathrm{d}y\\ \sigma=\displaystyle\int_0^1\dfrac{\overline{\beta}(y)\Phi^2}{(\overline{U}-c_0)^2}\mathrm{d}y\end{cases}.$$

方程 (32) 说明缓变下垫面和耗散作用下 Rossby 孤立波振幅的演变满足非齐次 BDO-Burgers 方程, 方程的系数依赖于函数 $\beta,\overline{U}(y)$ 与地形廓线 $h_{\mathrm{B}0}(x,y)$. 如果不存在下垫面强迫和耗散及其缓变下垫面, 此时方程 (32) 是齐次 BDO 方程, 其孤立波解

$$A(X,T)=\frac{A_0\delta^2}{(X-c_sT)^2+\delta^2}, \tag{33}$$

A_0 是初始孤立波振幅,

$$\delta^2=\frac{16S^2}{A_0^2\gamma^2},\quad c_s=\alpha+\frac{A_0\gamma}{4}$$

是代数孤立波的波速.

3 结 论

正压流体中,应用约化摄动法导出了弱非线性 Rossby 孤立波振幅的演变满足非齐次 BDO-Burgers 方程, 当基本气流有水平切变,地形和耗散都是非线性 Rossby 波产生的重要因子. 在全球环境变化的影响下, 大气下垫面随时间缓慢变化, 这种变化对大气运动会产生影响, 而 Rossby 孤立波可以更好地描述大气运动的真实状态[47–49].

参考文献

[1] Zhang Z Q, Sun C Q 1999 *Chin. Sci. Bull.* **44** 464 (in Chinese)[张志强, 孙成权 1999 科学通报 **44** 464]

[2] Sha W Y, Shao X M, Huang M 2002 *Sci. Sin. Terrae* **32** 317 (in Chinese)[沙万英, 邵雪梅, 黄玫 2002 中国科学 **32** 317]

[3] Liu S Y, Ding Y J, Li J, Shangguan D H, Zhang Y 2006 *Quaternary Sciences* **26** 762 (in Chinese)[刘时银, 丁永建, 李晶, 上官冬辉, 张勇 2006 第四纪研究 **26** 762]

[4] Zhou G S, Wang Y H 1999 *J. Natural Resources* **14** 318 (in Chinese)[周广胜, 王玉辉 1999 自然资源学报 **14** 318]

[5] Wang C H, Dong W J, Wei Z G 2001 *Acta Geog. Sin.* **56** 523 (in Chinese) [王澄海, 董文杰, 韦志刚 2001 地理学报 **56** 523]

[6] Yang G S, Shi Y F 1995 *Acta Geog. Sin.* **50** 302 (in Chinese) [杨桂山, 施雅风 1995 地理学报 **50** 302]

[7] Shi Y F 1996 *J. Natural Disasters* **5** 106 (in Chinese) [施雅风 1996 自然灾害学报 **5** 106]

[8] Lü X M, Wu S H, Yang Q Y 2003 *Progress in Geography* **22** 260 (in Chinese)[吕新苗, 吴绍洪, 杨勤业 2003 地理科学进展 **22** 260]

[9] Nezlin M V, Snezhkin E N 1993 *Rossby Vortices, Spiral Structures, Solitons* (Heidelberg: Springer-Verlag)

[10] Maxworthy T, Redekopp L G 1976 *Nature* **260** 509

[11] Maxworthy T, Redekopp L G 1976 *Icarus* **29** 261

[12] Maxworthy T, Redekopp L G, Weidman P D 1978 *Icarus* **33** 388

[13] Long R R 1964 *J. Atmos. Sci.* **21** 197

[14] Benney D J 1966 *J. Math. Phys.* **45** 52

[15] Larsen L N 1965 *J. Atmos. Sci.* **22** 222

[16] Clarke A 1971 *Geophys. Fluid Dyn.* **2** 343

[17] Redekopp L G 1977 *J. Fluid Mech.* **82** 725

[18] Wadati M 1973 *J. Phys. Soc. Japan* **34** 1289

[19] Redekopp L G, Weidman P D 1978 *J. Atmos. Sci.* **35** 790

[20] Maslowe S A, Redekopp L G 1980 *J. Fluid Mech.* **101** 321

[21] Chraney J G, Straus D M 1980 *J. Atmos. Sci.* **37** 1157

[22] Feng G L, Dong W J, Jia X J, Cao H X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1181 (in Chinese)[封国林, 董文杰, 贾晓静, 曹鸿兴 2002 物理学报 **51** 1181]

[23] Feng G L, Gong Z Q, Zhi R, Zhang D Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2745

[24] Benjamin T B 1967 *J. Fluid Mech.* **29** 559

[25] Davis R E, Acrivos A 1967 *J. Fluid Mech.* **29** 593

[26] Ono H 1975 *J. Phys. Soc. Japan* **39** 1082

[27] Ono H 1982 *J. Phys. Soc. Japan* **50** 2757

[28] Meng L, Lü K L 2002 *Chin. J. Comput. Phys.* **19** 159

[29] Yu X, Zhao Q 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 039201

[30] Yang J, Zhang Q 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 750 (in Chinese)[杨洁, 赵强 2010 物理学报 **59** 750]

[31] Wang P, Dai X G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4961 (in Chinese)[汪萍, 戴新刚 2005 物理学报 **54** 4961]

[32] Zhang L H, Yan J, Chang F M 2003 *Marine Geol. Lett.* **19** 14 (in Chinese) [庄丽华, 阎军, 常凤鸣 2003 海洋地质动态 **19** 14]

[33] Zhao X Q, Zhi H Y, Zhang H Q 2006 *Chin. Phys.* **15** 2202

[34] Berkir A, Güner Ö 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110202

[35] Falaye B J, Oyewumi K J, Abbas M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110301

[36] Yin J L, Ding S Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 060205

[37] Liu Y Q, Cheng R J, Ge H X 2013 *Chin. Phys. B* **22** 10024

[38] Huang L Y, Jiao Y D, Liang D M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 070201

[39] Pedlosky J 1981 *J. Atmos. Sci.* **38** 2626

[40] Patione A, Warn T 1982 *J. Atmos. Sci.* **39** 1018

[41] Warn T, Brasnett B 1983 *J. Atmos. Sci.* **40** 28

[42] Da C J, Chou J F 2008 *Acta. Phys. Sin.* **57** 2595 (in Chinese)[达朝究, 丑纪范 2008 物理学报 **57** 2595]

[43] Da C J, Feng A X, Gong Z Q, Song J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 039202 (in Chinese)[达朝究, 冯爱霞, 龚志强, 宋健 2013 物理学报 **62** 039202]

[44] Yang H W, Yin B S, Yang D Z, Xu Z H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 12021

[45] Jeffrey A, Kawahara T 1982 *Asymptotic Methods in Nonlinear Waves Theory* (Melbourne: Pitman Publishing Inc.) pp22–26

[46] Zhu B Z, Jin F F, Liu Z Y 1991 *An Introduction to The Nonlinear Dynamics of The Atmosphere and Ocean* (Beijing: China Ocean Press) pp75–96 (in Chinese) [朱抱真, 金飞飞, 刘征宇 1991 大气和海洋的非线性动力学概论 (北京: 海洋出版社) 第 75—96 页]

[47] Luo D H 1999 *Envelope Rossby Solitons in the Large-Scale Atmosphere and Blocking Circulations* (Beijing: China Meteorological Press) (in Chinese) [罗德海 2000 大气中大尺度包洛孤立子理论与阻塞环流 (北京: 气象出版社)]

[48] Luo D H 2000 *Nonlinear Dynamics of Blockings* (Beijing: China Meteorological Press) (in Chinese) [罗德海 2000 阻塞非线性动力学 (北京: 气象出版社)]

[49] Luo D H 2005 *J. Atmos. Sci.* **62** 5

Nonlinear Rossby waves excited slowly changing underlying surface and dissipation*

Song Jian[1)2)] Yang Lian-Gui[1)†] Liu Quan-Sheng[1)]

1) (*School of Mathematical Science, Inner Mongolia University, Hohhot 010021, China*)

2) (*College of Sciences, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 010051, China*)

(Received 13 November 2013; revised manuscript received 9 December 2013)

Abstract

An inhomogeneous Benjamin-Davis-Ono-Burgers (BDO-Burgers) equation including underlying surface, slowly changing underlying surface and turbulent dissipation is derived in terms of quasi-geostrophic vorticity equation by employing the singular perturbation method. An inhomogeneous BDO-Burgers equation describing the evolution of the amplitude of solitary Rossby waves is investigated.

Keywords: inhomogeneous BDO-Burgers equation, slowly changing underlying, dissipation

PACS: 04.30.Db, 43.75.Fg, 92.10.Ei, 92.70.Cp **DOI:** 10.7498/aps.63.060401

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11362012), the National Natural Science Foundation for Young Scholars of China (Grant Nos. 11202092, 11301259), Open Fund of the Key Laboratory of Ocean Circulation and Waves, Chinese Academy of Sciences (Grant No. KLOCAW1108) the Natural Foundation Inner Mongolia, China (Grant Nos. 2011MS0112, 2012MS0107, 2013MS0105) and the Inner Mongolia Autonomous Region Graduate Education Innovation Research Plan Research and Innovation Project, China (Grant Nos. 1402020201-01007, 1402020201-01006).

† Corresponding author. E-mail: liangguiyang@imu.edu.cn