

## 一种基于新型间歇混沌振子的舰船线谱检测方法\*

丛超<sup>1)2)</sup> 李秀坤<sup>1)2)†</sup> 宋扬<sup>1)2)</sup>

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013年8月23日收到; 2013年12月18日收到修改稿)

为了实现低信噪比下未知频率的舰船辐射线谱的检测, 对常规型间歇混沌振子列检测方法进行了改进, 提出了一种基于适应步长型间歇混沌振子的信号检测方法. 该方法可以只用一个 Duffing 振子, 通过设定一组能够覆盖待测信号所在频段的求解步长序列, 实现对未知频率、具有任意初相位的微弱周期信号的搜索检测. 为进一步提高系统的弱信号检测性能, 分析了 Holmes 型 Duffing 方程在不同频率内置策动力下对弱信号灵敏度的差异. 综合理论分析和仿真研究结果给出了 Duffing 振子在内置策动力角频率为 0.4 rad/s 时对弱信号检测性能最佳, 并据此对所采用的 Duffing 振子进行了优化; 仿真结果表明, 改进后的 Duffing 振子的弱信号检测性能提高了 12 dB. 最后将此方法应用于一组含有舰船辐射线谱的实船数据, 结果表明此方法可以实现低信噪比下的未知频率微弱线谱检测.

**关键词:** 微弱线谱检测, 未知频率检测, 间歇混沌, 最优频点

**PACS:** 43.30.Wi, 05.45.-a, 02.60.Pn

**DOI:** 10.7498/aps.63.064301

## 1 引言

被动声纳信号处理中, 线谱检测和提取具有举足轻重的地位. 首先, 线谱所特有的集中而稳定的能量可以提高检测性能; 其次, 由于不同类型和航速的舰船的线谱频率不同, 所以线谱可用来估计目标的运动参数 (舰船低频 100 Hz 以下线谱成分含有丰富的信息<sup>[1]</sup>). 因此, 对舰船线谱的检测和提取一直是国内外研究的重点. 传统的舰船线谱检测主要是基于频谱分析和随机系统理论的信号处理方法, 当距离目标较远或目标信号很弱时, 具有很大的局限性<sup>[2]</sup>. 随着潜艇隐身技术的发展, 潜艇的噪声愈来愈低, 这对低信噪比下被动目标的检测和跟踪提出了更高的要求. 由于混沌振子具有对同频微弱信号敏感和对噪声免疫能力强的优良特性<sup>[3,4]</sup>, 使其成为弱信号检测方面的一个研究热点.

随着非线性系统理论和混沌理论研究的深入,

利用水声信号的非线性和混沌特征实现水下微弱目标信号的检测得到了很大发展. 在国外, 一些发达国家在此领域也开展了深入研究. 加拿大的 Haykin 和 Li<sup>[5]</sup> 通过对海洋表面雷达波的反射研究, 得出了雷达海杂波包含混沌的结论, 认为用非线性学科中的混沌和分形方法研究海杂波比随机方法更为合适. 美国加利福尼亚大学的 Abarbanel 教授在水声信号的非线性研究方面取得了重要成果, 通过对水声信号的非线性特征进行分析并对其进行非线性系统建模, 将其应用于水下目标信号的非线性研究, 并成功地使声呐系统对弱的水下目标信号的检测能力提高了 10 dB<sup>[6]</sup>. 在国内, 海军工程大学的姜荣俊和朱石坚<sup>[7]</sup> 进行了利用混沌振子检测水下目标辐射噪声线谱成分的可能性研究, 并以 Duffing 方程为例证明了混沌技术在水声对抗中具有潜在的应用价值. 西北工业大学的李亚安等<sup>[8]</sup> 在水下目标信号线谱成分的混沌检测方面进行了初步研究, 结果显示混沌振子可以对频率已知的微

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51279033) 和国家自然科学基金重点项目 (批准号: 11234002) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: [lixuokun@hrbeu.edu.cn](mailto:lixuokun@hrbeu.edu.cn)

弱线谱进行有效检测. 石敏和徐袭<sup>[9]</sup>提出了将自相关和混沌理论相结合的微弱线谱检测方法, 此方法进一步增强了混沌振子的弱线谱检测性能. 近年来, 基于混沌振子的舰船辐射线谱检测方法的研究结果表明: 在待测线谱频率已知的条件下, 混沌振子可以实现低信噪比条件下的微弱线谱检测, 最低信噪比可以达到  $-25$  dB<sup>[10-12]</sup>. 然而对于极其微弱的水下目标信号, 通常无法利用传统的信号处理方法计算它的频率, 因此它的线谱分量的频率是未知的, 这使得将此方法应用于实际的微弱线谱检测受到了限制. 此外, 目前的方法都是以 Duffing 系统的相态跃变作为判断线谱有无的判据, 这导致了检测的准确性会受到待测信号初相位的严重影响, 并且这类方法还需根据待测信号的频率对 Duffing 系统的参数进行调整<sup>[13-15]</sup>, 所以此类混沌振子方法不能实现对实际舰船线谱的有效检测.

针对上述问题, 本文尝试应用间歇混沌振子列方法对舰船线谱进行检测, 以解决待测线谱频率未知和具有初相位的问题. 为了解决以往的间歇混沌振子列方法所存在的系统复杂度高和检测准确度低的问题, 本文根据 Duffing 系统的数值求解特点, 对常规的间歇混沌振子列检测方法进行了改进. 改进后的方法可以只用一个参数固定的 Duffing 振子, 通过设定一组能够覆盖待测线谱所在频段的系统求解步长序列, 实现对频率未知、具有任意初相位的微弱线谱的搜索检测. 为进一步提高 Duffing 振子的弱信号检测性能, 本文对 Holmes 型 Duffing 方程在不同内置策动力频率下的弱信号检测性能进行了分析. 结合理论分析和仿真结果, 发现 Duffing 振子在内置策动力频率为  $0.4$  rad/s 时对弱信号检测性能最佳, 最低检测信噪比可以达到  $-37$  dB. 综合上述分析结果, 本文提出了一种基于新型间歇混沌振子的弱信号检测方法, 此方法可以实现超低信噪比下的未知频率的弱信号检测. 最后将此方法应用于一组含有舰船辐射线谱的实船数据, 检测结果表明此方法可以实现低信噪比下的未知频率微弱线谱检测.

## 2 常规的间歇混沌振子列检测方法

### 2.1 间歇混沌的基本原理

以 Holmes 型 Duffing 方程为例:

$$x'' + \mu x' - x + x^3 = A \cos(\omega t), \quad (1)$$

该方程可描述非线性弹簧系统的运动, 方程中  $\mu$  为阻尼比,  $A \cos(\omega t)$  为系统的周期策动力. 由于方程中非线性项的存在, Duffing 方程具有丰富的非线性动力学特性, 表现为系统状态随  $A$  的变化而出现规律的变化: 依次经历同宿轨道、混沌、间歇混沌态和大尺度周期态.  $A$  具有两个阈值  $r_c, r_d$ , 当  $r$  超过  $r_d$  时系统进入大尺度周期态<sup>[16]</sup>. 在 (1) 式中加入待测信号, 得到检测模型

$$x'' + \mu x' - x + x^3 = \gamma_d \cos(\omega t) + a \cos((\omega + \Delta\omega)t + \varphi), \quad (2)$$

式中  $\gamma_d \cos(\omega t)$  为系统内置策动力,  $\gamma_d$  稍小于系统阈值  $\gamma_c$ , 即将系统调整到混沌临界态.  $a \cos((\omega + \Delta\omega)t + \varphi)$  为待测信号,  $\Delta\omega$  和  $\varphi$  分别为其与内置策动力之间的绝对频差与初相位,  $a$  为待测信号幅度值, 且  $a \ll \gamma_d$ . 根据 (2) 式, 系统的总周期策动信号  $\Gamma(t)$  为

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \gamma_d \cos(\omega t) + a \cos((\omega + \Delta\omega)t + \varphi) \\ &= \gamma(t) \cos(\omega t + \theta(t)), \end{aligned} \quad (3)$$

式中,

$$\gamma(t) = \sqrt{\gamma_d^2 + 2\gamma_d a \cos(\Delta\omega t + \varphi) + a^2}. \quad (4)$$

观察 (4) 式可知, 在  $\Delta\omega \neq 0$  时,  $\Gamma(t)$  的幅值  $r(t)$  将在  $(\gamma_d - a, \gamma_d + a)$  的范围内变化, 即在系统阈值  $\gamma_c$  上下波动. 由于 (2) 式对应的 Duffing 系统的状态只取决于策动力的幅值, 所以与之对应的系统状态将在混沌态和周期态间变化, 即系统输出呈现间歇混沌状态, 具体时域输出形式如图 1(b) 所示.

间歇混沌 (又称阵发混沌) 是非线性系统在时间和空间表现出的有序和无序交替出现的特殊动力学现象. Duffing 系统呈现有规则的间歇混沌现象的条件是  $|\Delta\omega/\omega| \leq 0.03$ <sup>[17]</sup>. 观察 (4) 式可知, 当待测信号存在初相位  $\varphi (0 \leq \varphi < 2\pi)$  时, 只要满足频率条件  $|\Delta\omega/\omega| \leq 0.03$ , 系统的总策动力幅值仍将在  $(\gamma_d - a, \gamma_d + a)$  的范围内变化, 即仍会出现间歇混沌现象, 所以此方法不受待测信号的初相位影响. 图 2 为当系统加入具有相同幅值、频差和不同初相位的待测信号时的系统时域输出. 由仿真结果可知, 待测信号的初相位不会影响间歇混沌现象的出现, 只会决定间歇混沌的初相态. 综上分析和仿真结果可知, 基于间歇混沌振子列的信号检测方法的准确性不受待测信号初相位的影响.

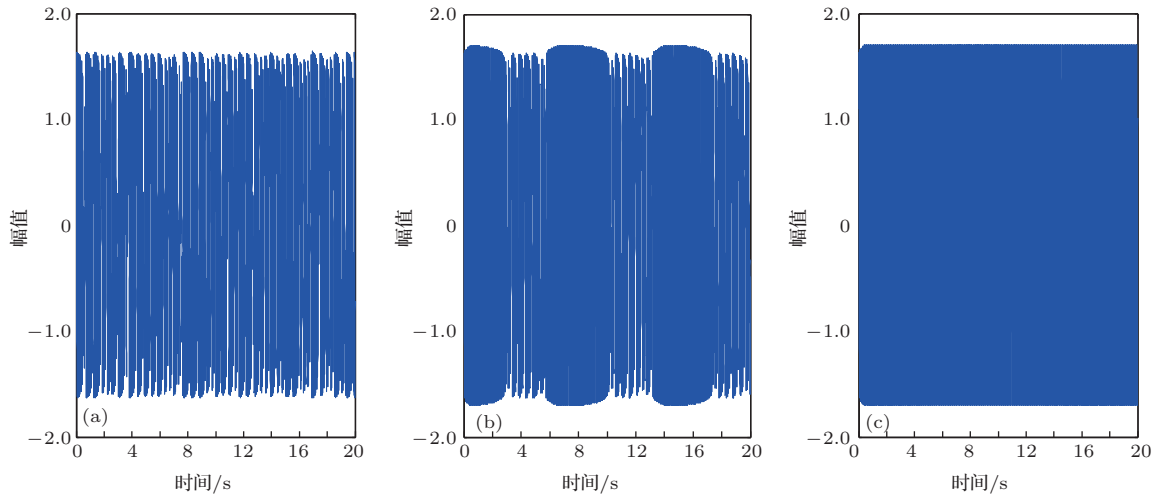


图1 Duffing 系统处于不同相态时的时域输出 (a) 混沌态 Duffing 系统的时域输出; (b) 间歇混沌态 Duffing 系统的时域输出; (c) 周期态 Duffing 系统的时域输出

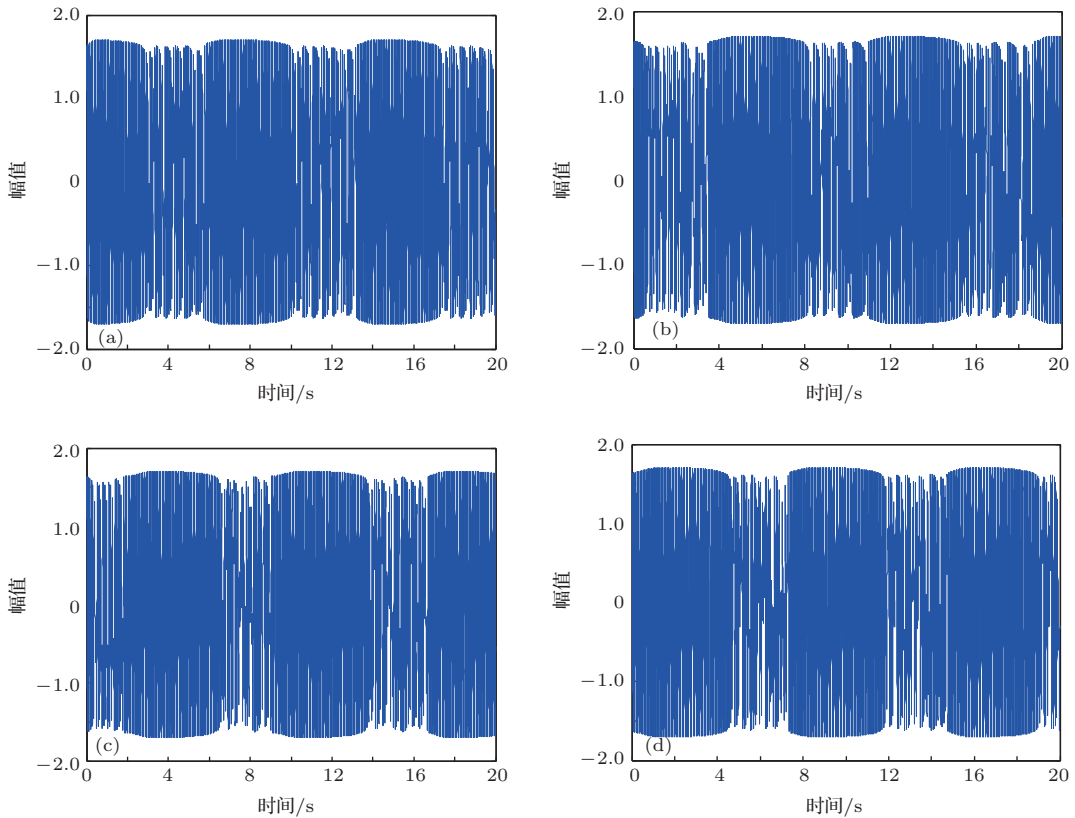


图2 系统内置策动力为  $0.826\cos t$ , 待测信号的幅值均为 0.01, 角频率均为 1.03 rad/s (a) 初相位是 0; (b) 初相位是  $\frac{\pi}{2}$ ; (c) 初相位是  $\pi$ ; (d) 初相位是  $\frac{3}{2}\pi$

## 2.2 常规型间歇混沌振子列方法的不足

基于常规间歇混沌的信号检测方法的具体步骤为: 将待测信号所在的频段以  $h(h \in (0.97—1.03))$  为公比划分为一个频率数列, 根据频率数列中的每一频点设定一组系统参数; 然后将待测数据

分别加入到各组参数对应的检测系统中, 并观察系统的时域输出, 若在某连续两个频点处均出现标准间歇混沌现象, 则表明待测信号存在。

常规的间歇混沌振子列信号检测方法解决了待测信号频率未知和具有初相位的问题, 但此方法存在两个明显不足: 1) 由于不同内置策动力频率的 Duffing 方程对应的检测系统参数是不同的,

所以需要针对混沌振子列中的每一个振子频率设定一个检测振子, 对于宽频范围内的信号检测, 大量的振子会使检测系统变得非常复杂; 此外, 由于 Duffing 方程的策动力阈值的准确值不能通过解析方法算得, 而只能通过仿真方法对精确值进行逼近, 所以针对各振子频率准确设定系统策动力临界值具有相当的难度; 2) 由于 Duffing 振子受到小频率参数的限制, 当系统内置策动力频率变高时, 作为 Duffing 振子检测信号判据的系统动态特性将会随之变差, 这会导致系统的弱信号检测性能受到严重影响.

### 3 基于适应步长型间歇混沌振子的信号检测方法

#### 3.1 适应步长型间歇混沌的原理

为将动态特性良好的低频 Duffing 振子用于任意频率弱周期信号的检测, 文献 [17, 18] 分别提出了两种行之有效的方法. 文献 [17] 用变量代换的方法对 Holmes-Duffing 方程进行了变形, 变形后的 Duffing 方程可以对任意频率的正弦信号进行检测, 并且具有良好的动态特性. 文献 [18] 提出了一种变尺度的方法, 此方法通过将 Duffing 系统的计算步长设定为待测信号的角频率, 可以将 Duffing 系统的参数固定在性能良好的小频率参数下, 实现对任意频率信号的检测. 上述两种方法将 Duffing 振子的适用范围进行了拓展, 但都存在一个不足, 即需要预知待测信号的频率, 这使得上述方法不能直接用于未知频率信号的检测. 文献 [18] 提出的变尺度型 Duffing 振子相较于文献 [17] 的方法具有可以固定检测系统参数的优势, 这一特性可以弥补能检测未知频率信号的间歇混沌振子列方法存在的系统复杂度高的不足. 基于此, 本文尝试将文献 [18] 提出的变尺度方法和间歇混沌振子列方法进行结合, 以实现低信噪比下的未知频率的弱信号检测. 这种设想是否可行的关键在于可否通过对 Duffing 系统的求解步长进行调整, 使角频率不在  $(1 \pm 0.03)\omega$  ( $\omega$  为系统内置策动力频率) 范围内的待测信号也可使系统出现间歇混沌现象.

在用 Duffing 系统检测实际信号时, 判断信号有无的判据是 Duffing 系统加入待测信号后输出的状态, 这一输出状态取决于系统的策动力项. 由于 Duffing 方程只能通过数值方法进行求解, 所以实

际应用的 Duffing 系统的策动力项是一个离散的序列. 这一序列由系统内置策动力和待测信号组成, 其中 Duffing 系统内置策动力的序列间隔为求解步长, 待测信号的序列间隔为  $1/f_s$  ( $f_s$  为采样频率). 由于待测信号的序列间隔不受系统求解步长的影响, 这意味着可能通过对系统的求解步长进行适应性选取, 令频率不在  $(1 \pm 0.03)\omega$  ( $\omega$  为系统内置策动力频率) 范围内的待测信号也可使系统出现间歇混沌现象. 考虑两种情况: 一种是系统的策动力项中既有内置策动力又有待测信号, 内置策动力为  $F \cos(\omega t)$ ,  $F$  为系统策动力临界值, 待测弱信号为  $f \cos(\omega_1 t)$ ,  $\omega_1$  为待测信号频率, 待测信号的采样频率为  $f_s$ , 系统求解步长为  $\frac{\omega_1}{h\omega f_s}$ , 此时 Duffing 系统的总策动力项为序列

$$a_n = F \cos\left(\frac{n\omega_1}{hf_s}\right) + f \cos\left(\frac{n\omega_1}{f_s}\right) \quad (n = 1 \cdots N);$$

另一种情况是系统的策动力项只有内置策动力, 内置策动力由系统临界值  $F \cos(\omega t)$  和弱信号  $f \cos(h\omega \cdot t)$  构成, 其中  $h \in (0.97, 1.03)$ , 系统求解步长为  $\frac{\omega_1}{h\omega f_s}$ , 此时系统时域输出将出现间歇混沌态, 总策动力项为序列

$$a_n = F \cos\left(\frac{n\omega_1}{hf_s}\right) + f \cos\left(\frac{n\omega_1}{f_s}\right) \quad (n = 1, \cdots, N).$$

对比上述两种情况可以发现, 二者的系统策动力项完全相同. 由于 Duffing 系统的输出完全取决于系统的策动力项, 所以上述两种情况对应的 Duffing 系统输出状态完全相同, 即当把采样频率为  $f_s$ , 频率为  $\omega_1$  的待测弱信号加入到临界态的 Duffing 系统, 并将系统求解步长设定为  $\frac{\omega_1}{h\omega f_s}$  ( $h \in (0.97, 1.03)$ ) 时, 系统将出现间歇混沌现象. 由于这种间歇混沌现象是通过对求解步长进行适应性选取而得到的, 所以称为适应步长型间歇混沌. 下面通过仿真实例对这种间歇混沌现象加以验证. 仿真条件: 系统内置策动力为  $0.826 \cos t$ , 以采样频率为  $f_s = 1 \text{ kHz}$ , 角频率为  $10 \text{ rad/s}$  的正弦信号  $0.01 \cos(10t)$  模拟待测信号. 由适应步长型间歇混沌的出现条件可知, 当求解步长在

$$\frac{\omega_1}{h\omega f_s} = \frac{10}{h \times 1 \times 1000} = \frac{1}{100h} \quad (h \in (0.97, 1.03))$$

时, 系统输出将出现间歇混沌.

观察图 3 可以发现, 当把采样频率为  $f_s$ , 频率为  $\omega_1$  的待测弱信号加入到临界态的 Duffing 系统, 且将系统求解步长设定为  $\frac{\omega_1}{h\omega f_s}$  ( $h \in (0.97, 1.03)$ )

时, 系统时域输出将为间歇混沌态. 这表明对于未知频率的微弱周期信号, 可以将 Duffing 系统的内

置策动力频率固定, 通过设定一组能够覆盖待测信号所在频段的求解步长序列, 实现对信号的检测.

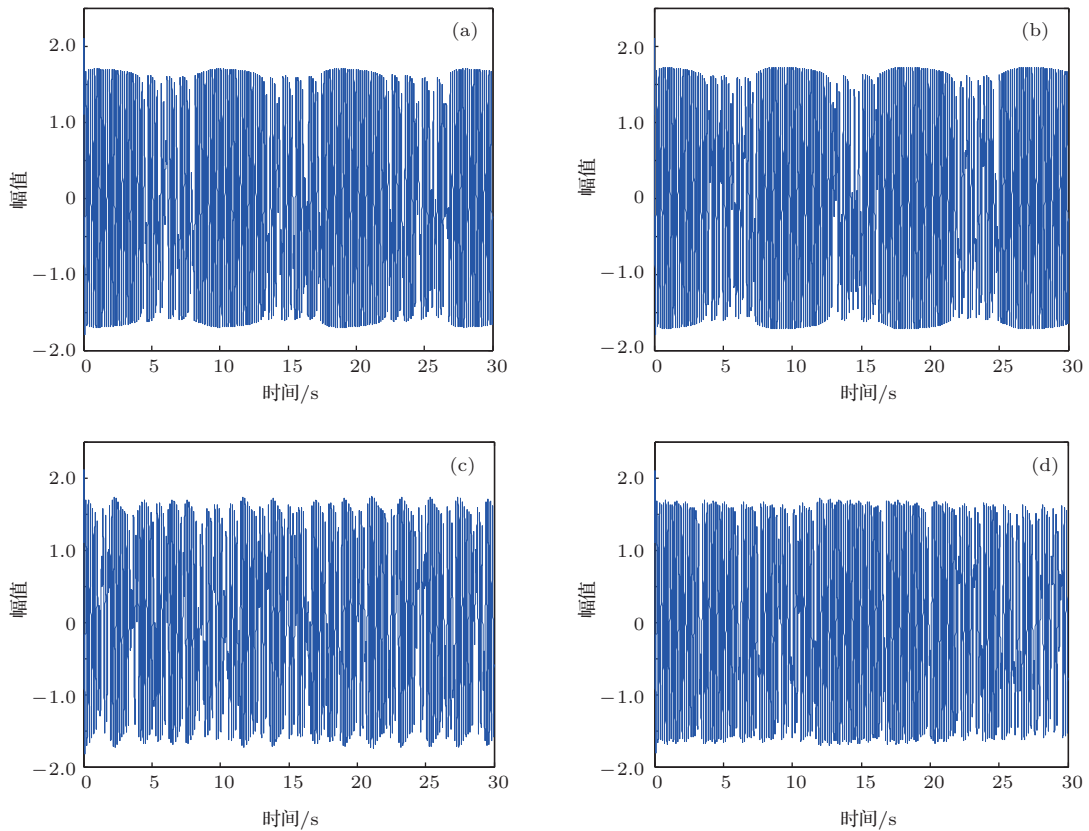


图3 对适应步长型间歇混沌的验证 (a) 步长为 1/97; (b) 步长为 1/103; (c) 采用常规求解步长  $\frac{1}{f_s} = 0.001$ ; (d) 未采用常规步长, 步长取值也不在  $\frac{1}{100h}$  ( $h \in (0.97, 1.03)$ ) 范围中

### 3.2 系统最佳内置策动力频率的分析

基于适应步长型间歇混沌的信号检测方法可以在固定 Duffing 振子内置策动力频率的情况下, 实现对未知频率信号的检测, 但应该将内置策动力频率固定在哪一频率上是一个很关键的问题. 将 Duffing 振子应用于弱信号检测, 主要是因为 Duffing 振子对同频弱周期信号敏感, 并且抗噪声能力强, 所以 Duffing 振子可以在很低的信噪比下实现对弱信号的检测. 但 Duffing 振子在不同频率的策动力下对弱信号的敏感程度有何差异, 在哪一频率下对弱信号的灵敏度最高, 目前尚未见有相关文献对这一特性进行分析. 针对这一问题, 本文对 Duffing 振子所采用的 Holmes-Duffing 方程在不同频率策动力下的弱信号灵敏度进行了分析和仿真对比. 由于在实际应用 Duffing 振子进行弱信号检测时, 系统需处于临界状态, 所以本文着重针对临界态的 Duffing 方程进行分析.

由于 Duffing 方程的线性部分具有滤波性, 所以在外激励频率为  $\omega$  的基本强迫振动中, 一次谐波项  $a(t) \cos(\omega t + \varphi)$  占有绝对优势, 而高次谐波只有很小的振幅, 因此方程的稳态解可近似表示为  $x(t) = c(t) + a(t) \cos(\omega t + \varphi)$ <sup>[19-22]</sup>. 用于弱信号检测的 Duffing 方程属于渐软斥力型 Duffing 方程, Jordan 和 Smith<sup>[23]</sup> 应用谐波平衡法对这类方程的标准型的解进行了分析, 并得到了两组 Duffing 系统输入、策动力频率和系统输出的关系式, 其中适用于处于临界态的 Homes-Duffing 方程的一组关系式为

$$c = 0, \tag{5}$$

$$a^2[\omega^2 + 1 - 0.75a^2]^2 + \mu^2\omega^2 a^2 = h^2, \tag{6}$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{-\mu\omega}{(1 + \omega^2)^2 + \frac{3}{4}a^2}, \tag{7}$$

式中  $\mu > 0$  代表阻尼系数;  $a$  代表基频输出幅值;  $\omega$ ,  $h$  分别代表内置策动力频率和幅值. (6) 和 (7) 式揭

示了 Duffing 系统时域输出与系统内置策动力的频率和幅值的关系, 这对通过观察系统时域输出来判断有无待测信号的间歇混沌检测方法具有重要意义. 观察 (7) 式可知  $\varphi$  与策动力幅值无关, 且只决定了系统输出的初相位, 所以对系统输出相态没有影响. (6) 式则代表了系统输出和内置策动力频率、幅值的关系, 这里对其进行重点分析.

当系统策动力存在微小变化 (即存在微弱待测信号)  $\Delta h$  时, 相应的 (6) 式变为

$$(a + \Delta a)^2[\omega^2 + 1 - 0.75(a + \Delta a)^2]^2 + \mu^2\omega^2(a + \Delta a)^2 = (h + \Delta h)^2, \quad (8)$$

(8) 式减去 (6) 式, 得

$$\begin{aligned} & a^2\Delta a\left(\frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{2}\Delta aa + \frac{3}{4}\Delta a^2 - 2 - 2\omega^2\right) \\ & \times \left(\frac{3}{2}a + \frac{3}{4}\Delta a\right) + (2a + \Delta a)\Delta a \\ & \times \left[\left(\omega^2 + 1 - \frac{3}{4}a^2 - \frac{3}{2}\Delta aa - \frac{3}{4}\Delta a^2\right)^2 + \mu^2\omega^2\right] \\ = & \Delta h(\Delta h + 2h), \end{aligned} \quad (9)$$

(9) 式两端同除以  $\Delta a$ , 并忽略与  $\Delta A$  同阶和比  $\Delta A$  高阶的小量, 可得

$$\frac{27}{8}a^5 - (3 + 3\omega^2)a^3 - 3(\omega^2 + 1)a^2$$

$$(\omega^2)^2 + \left(\mu^2 + 2 - \frac{3}{2}a^2\right)\omega^2 + \frac{9}{16}a^4 + \frac{3}{2}a^2 - \frac{h^2}{a^2} = 0, \quad (12)$$

$$\omega^2 = \frac{1.5a^2 - \mu^2 - 2 \pm \sqrt{4\mu^2 + \mu^4 - 3\mu^2a^2 + 4h^2/a^2}}{2}, \quad (13)$$

由于需满足  $\omega^2 \geq 0$  和 (12) 式中的  $\Delta = 5 - 3a^2 + 4h^2/a^2 > 0$  的约束条件, 所以取

$$\omega^2 = \frac{1.5a^2 - \mu^2 - 2 + \sqrt{4\mu^2 + \mu^4 - 3\mu^2a^2 + 4h^2/a^2}}{2}, \quad (14)$$

由  $\Delta = 5 - 3a^2 + 4h^2/a^2 > 0$  和  $\mu = 0.5$  可得:

$$a^2 \in \left(0, \frac{5 + \sqrt{25 + 48h^2}}{6}\right). \quad (15)$$

将 (14) 式代入 (11) 式即可将系统的灵敏度转换为基频输出幅值的一元函数

$$\left\{ \begin{aligned} \left| \frac{\Delta h}{\Delta a} \right| &= \frac{1}{2h} \left| \frac{27}{8}a^5 - (3 + 3\omega^2)a^2 - 3(\omega^2 + 1)a^2 + 2[\omega^4 + (\mu^2 + 2)\omega^2 + 1]a \right| \\ \omega^2 &= \frac{1.5a^2 - \mu^2 - 2 \pm \sqrt{4\mu^2 + \mu^4 - 3\mu^2a^2 + 4h^2/a^2}}{2} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

可以通过数值解法算得 (16) 式中的极小值和对应的基频输出幅值, 又由 (14) 式可知, 在内置策动力幅值确定的情况下, 策动力频率和基频输出幅

$$+ 2[\omega^4 + (\mu^2 + 2)\omega^2 + 1]a = 2h \frac{\Delta h}{\Delta a}, \quad (10)$$

则,

$$\left| \frac{\Delta h}{\Delta a} \right| = \frac{1}{2h} \left| \frac{27}{8}a^5 - (3 + 3\omega^2)a^3 - 3(\omega^2 + 1)a^2 + 2[\omega^4 + (\mu^2 + 2)\omega^2 + 1]a \right|, \quad (11)$$

$\left| \frac{\Delta h}{\Delta a} \right|$  代表当策动力幅值产生微小变化 (即有微弱同频待测信号存在) 时, 系统输入和输出幅值的变化比,  $\left| \frac{\Delta h}{\Delta a} \right|$  越小, 说明输入的变化引起的输出变化越大, 即系统对与策动力同频的弱信号的灵敏度越高. 观察 (11) 式可以发现, Holmes 型 Duffing 方程对弱信号的灵敏度是策动力频率的函数, 这表明了 Duffing 系统在不同频率策动力下的弱信号检测能力是有差异的, 而分析这种差异则对提高系统的弱信号检测性能具有重要意义. 因为 (11) 式的极小值对应的频点即是 Homes-Duffing 方程对同频弱信号灵敏度最高的频点, 所以分析 Duffing 系统在不同频率内置策动力下对同频弱信号的灵敏度问题, 可转化为在 (6) 式的约束条件下, 求 (11) 式的极小值问题.

如果将 (6) 式中的  $\omega^2$  作为变量, 将  $a^2, h^2$  作为参量, 则 (6) 式可表示成  $\omega^2$  的一元二次方程

值具有一一对应关系. 所以可以通过 (16) 式间接确定对弱信号灵敏度最高的频率. 由于 Duffing 系统只有在小频率参数条件下有较好的动态特性和

检测效果, 随着驱动信号频率设置变大, 系统的动态响应特性也会随之变差, 直至不能出现混沌状态和大尺度周期态<sup>[24-26]</sup>. 考虑到小频率参数的限制, 将(16)式中的 $h$ 取为小频率参数下最为常用的 Duffing 方程策动力的临界值 0.826. 当  $h = 0.826$  时, 通过数值解法求得(16)式在  $a \approx 1.4$  时取得最小值. 将  $a = 1.4$  代入(14)式解得  $\omega \approx 0.5$  rad/s.

由于在用谐波平衡法进行求解时, 着重考虑的是占有优势的一次谐波项, 所以以上分析表明对处于临界态的 Duffing 方程, 当方程中的内置策动力频率为 0.5 rad/s 时, 系统输出的一次谐波对同频微弱信号最为敏感. 因为 Duffing 方程稳态解中的一次谐波项振幅具有绝对优势, 所以系统输出的一次谐波项对同频弱信号的敏感程度可近似代表系统特性. 为进一步确定 Duffing 振子在哪一频率策动力下对弱信号检测性能最佳, 本文对其内置策动力角频率在 0.5 rad/s 周围变化时的弱信号检测性能进行了仿真研究.

表 1 是在功率为  $1 \times 10^{-2}$  W 的高斯白噪声背景下, Duffing 系统在不同频率内置策动力下能检测到的最低强度信号. 观察表中数据可以发现, 系统在内置策动力频率为 0.4 rad/s 时检测性能

最佳. 常规型 Duffing 振子都沿用了文献[17]中的  $\omega = 1$  rad/s 作为 Duffing 系统的内置策动力频率, 对比表中的仿真结果可知, 当采用 0.4 rad/s 为内置策动力频率时, Duffing 振子的检测性能可提高 12 dB. 图 4 是在功率为  $1 \times 10^{-2}$  W 的高斯白噪声背景干扰下, 用内置频率为 0.4 rad/s 的 Duffing 振子进行信号检测的时域输出. 观察仿真结果可知, 系统能准确检测到的最低信号幅值为 0.002 V, 最低检测信噪比为 -37 dB.

表 1 不同内置频率的 Duffing 振子的弱信号检测性能对比

内置角频率/rad.s <sup>-1</sup>	最低信号强度	信噪比/dB
0.2	0.004	-31
0.3	0.003	-34
0.4	0.002	-37
0.5	0.003	-34
0.6	0.005	-29
0.7	0.006	-27
0.8	0.007	-26
0.9	0.008	-25
1.0	0.008	-25
1.1	0.011	-21

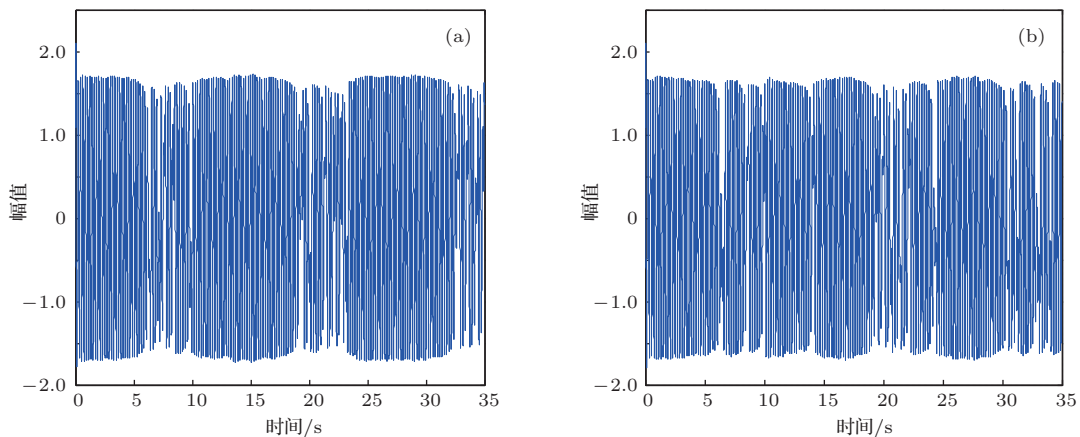


图 4 内置频率为 0.4 rad/s 的 Duffing 振子检测到的最弱信号 (a) 系统内置信号为  $0.8269 \cos(0.4t)$ , 待测信号为  $0.002 \cos(0.4012t)$  时的系统时域输出; (b) 系统内置信号为  $0.8269 \cos(0.4t)$ , 待测信号为  $0.001 \cos(0.4012t)$  时的系统时域输出

### 3.3 一种基于新型间歇混沌振子的微弱线谱检测方法

结合 3.1 和 3.2 的分析结果, 可以得到一种基于新型间歇混沌振子的信号检测方法, 此方法能在极低的信噪比下实现对未知频率的弱信号检测. 这种基于新型间歇混沌振子的弱信号检测方法的检测步骤为:

- 1) 将系统内置策动力角频率固定在对弱信号检测性能最佳的频点 0.4 rad/s, 并将系统调整到临界态;
- 2) 以  $h \in (0.97, 1.03)$  为公比将待测信号所在频段划分为一组数列  $a_n$ ;
- 3) 将待测信号加入检测系统, 计算  $n$  次, 每次的求解步长为  $a_n$ ;
- 4) 观察  $n$  次计算的系统时域输出, 若有某连续

两次的时域输出为标准的间歇混沌状态, 则表明待测信号存在.

由于上述方法是通过适应性地选取求解步长序列实现对信号的搜索检测, 所以称为适应步长型间歇混沌振子方法. 这种新方法解决了三个问题: 1) 此方法可以在待测信号频率和初相位均未知的情况下, 实现低信噪比下的微弱信号检测, 仿真结果表明最低信噪比可以达到  $-37$  dB; 2) 由于此方法将 Duffing 系统的策动力频率固定在了弱信号检测性能最佳的频点  $0.4$  rad/s 处, 这不仅突破了 Duffing 系统小频率参数的限制, 而且还进一步增强了系统的弱信号检测能力; 3) 相较于常规的间歇混沌阵子列方法, 新方法可以在一个参数固定的 Duffing 振子检测系统下通过设定求解步长序列代替设定 Duffing 振子列实现对信号的搜索, 这意味着对于宽频范围内的待测信号, 只需要一个 Duffing 振子即可实现对信号的搜索检测, 这解决了常规型间歇混沌振子列方法存在的系统复杂度高的问题.

综合以上分析可知, 这种新型间歇混沌振子可以在超低的信噪比下, 实现对频率和初相位均未知的弱周期信号的检测. 对于由舰艇动力系统振动产生的低频线谱, 尽管其强度可以降到很低, 但依然会包含周期分量. 所以, 理论上这种新型间歇混沌振子可以有效地对微弱舰船辐射线谱进行检测.

#### 4 实船线谱检测结果

实船数据的采样频率为  $1.2$  kHz, 在测得数据中随机取样两段各约  $10$  s 的数据样本. 先对数据样本进行初步的频谱分析以确定是否有线谱成分. 图 5(a) 和 (b) 是第一段数据样本的时域波形和  $0-100$  Hz 范围的频谱分布, 图 6(a) 和 (b) 是第二段数据样本的时域波形和  $0-100$  Hz 范围的频谱分布. 从图中可以发现, 两段样本数据中都存在线谱成分, 线谱大致分布在  $20-30$  Hz. 由于两段线谱取自于同一次实船数据 (即噪声强度相同), 且选择了相同的归一化参考值, 所以, 可以通过两段线谱的功率谱图来比较强弱, 对比可知第二段线谱更强一些.

为了直观地对比常规间歇混沌方法和适应步长型间歇混沌方法的检测性能, 分别用这两种方法对以上两段数据进行检测. 用适应步长型间歇混

沌方法对实船数据进行线谱检测的步骤:

- 1) 将 Duffing 系统内置策动力频率固定在  $0.4$  rad/s, 并将系统内置策动力幅值调整到临界态;
- 2) 以  $1.03$  为公比, 计算能覆盖待测线谱所在频段  $0-100$  Hz 的系统求解步长序列

$$a_n = \frac{1.03^n}{0.4 \times 2\pi f_s}, \left( \frac{1.03^{218}}{2\pi} \approx 100, n = 1 - 218 \right);$$

- 3) 将待测数据加入到检测系统的策动力项中, 并依次将系统求解步长设定为  $a_n$ , 观察时域输出;

- 4) 根据各求解步长对应的时域输出结果判断待测数据中是否有无线谱成分, 若所有求解步长对应的时域输出都不是间歇混沌态, 则表明在所覆盖频段无线谱成分; 若有某连续两次的时域输出为间歇混沌态, 则表明存在线谱成分.

常规间歇混沌的检测步骤已在 2.2 节介绍过, 此处不做详细说明. 在检测步骤上, 常规间歇混沌方法相较于适应步长型间歇混沌方法, 其主要差别在于需要根据适应步长型间歇混沌方法的步骤 2) 中的  $a_n$  设定  $n$  组系统参数, 这很大程度上增加了系统的复杂度.

在用适应步长型间歇混沌方法对第一段数据进行检测的过程中, 根据序列  $a_n$  依次调整系统计算步长, 发现当系统求解步长为  $a_{171}$  和  $a_{172}$  时, 系统输出为标准间歇混沌态, 图 5(c) 和 (d) 是系统求解步长为  $a_{171}$  和  $a_{172}$  时的系统时域输出, 在其他预设的步长下, 系统输出均未出现标准间歇混沌态. 据此可知数据样本中存在线谱成分, 由间歇混沌出现的条件可算得线谱成分大致在  $24.9-25.7$  Hz 之间, 这与功率谱分析结果一致. 在用常规型间歇混沌方法对第一段数据进行检测的过程中, 依次观察以  $a_n$  ( $n = 1-218$ ) 为系统内置频率设定的  $n$  个系统在加入待测数据后的时域输出, 未发现间歇混沌态输出, 即常规间歇混沌方法未能检测出线谱. 图 5(e) 和 (f) 是在常规间歇混沌方法下, 分别以  $\omega_{171}$  和  $\omega_{172}$  为系统内置频率 (线谱所处频段) 时的系统时域输出.

在用适应步长型间歇混沌方法对第二段数据进行检测的过程中, 当求解步长为  $a_{170}$  和  $a_{171}$  时系统时域输出呈间歇混沌态输出, 据此可算得线谱成分大致在  $24.2-24.9$  Hz 之间, 两段线谱所处频段大致相同主要是因为两段数据取自同一次实船数据. 图 6(c) 和 (d) 是系统求解步长为  $a_{171}$  和  $a_{172}$  时的系统时域输出. 在用常规型间歇混沌方

法对第二段数据进行检测的过程中, 依次观察以  $a_n$  ( $n = 1-218$ ) 为系统内置频率设定的  $n$  个系统在加入待测数据后的时域输出, 发现以  $a_{170}$  和  $a_{171}$  为内置频率时系统的时域输出为间歇混沌态输出, 即常规间歇混沌方法检测出了第二段数据中的线谱. 图 6(e) 和 (f) 是在常规间歇混沌方法下, 分别以  $\omega_{170}$  和  $\omega_{171}$  为系统内置频率 (线谱所处频

段) 时的系统时域输出. 对比图 6 中两种间歇混沌方法的时域输出图可以发现, 适应步长型间歇混沌方法的时域输出的间歇周期更规则、相态更易辨识, 这是因为适应步长型间歇混沌方法将内置策动力频率固定在了检测性能最佳、动态性能优良的频点, 而常规间歇混沌方法则不具备这种优点.

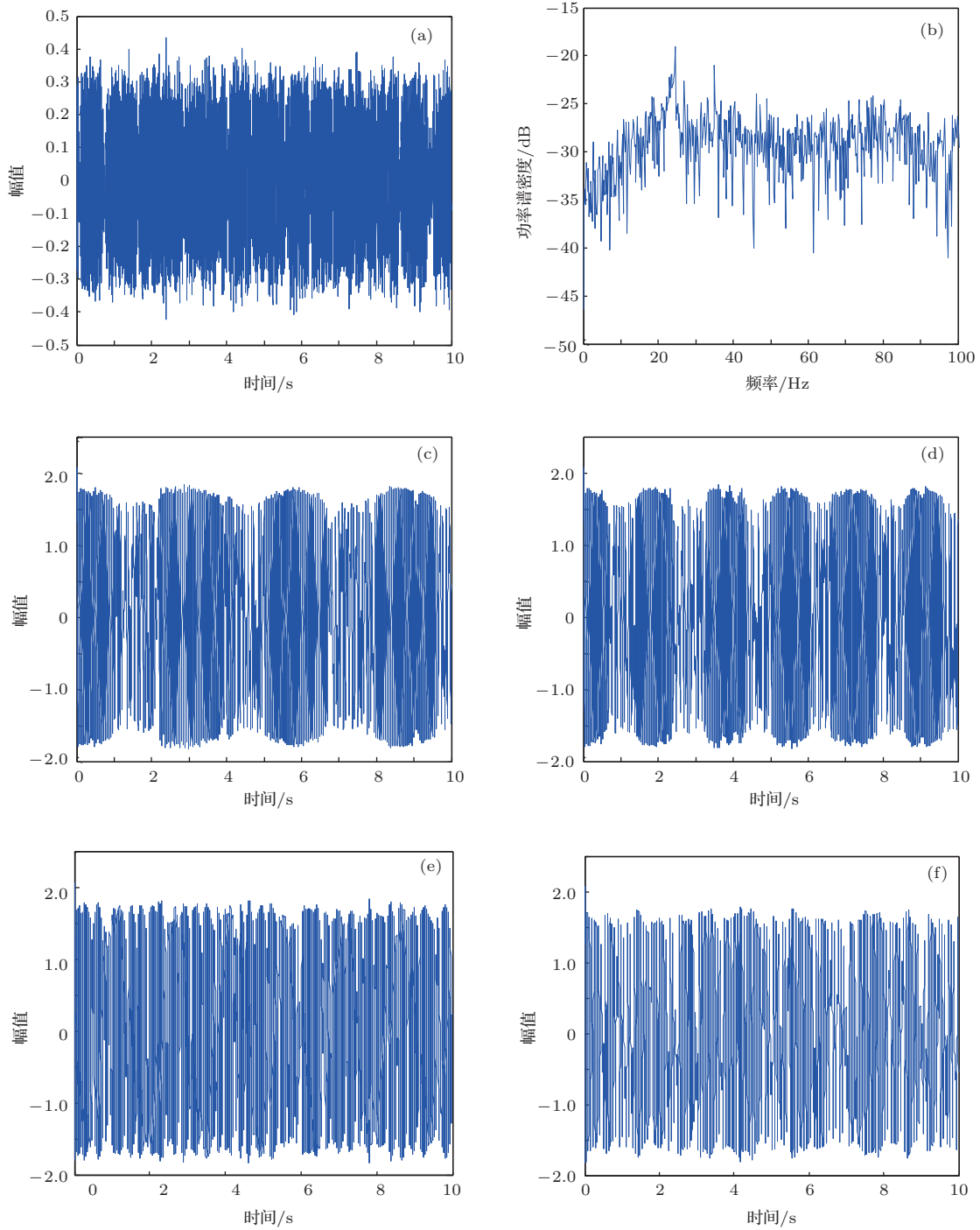


图5 第一段实船线谱对比检测结果 (a) 待测信号的时域波形; (b) 待测信号的功率谱; (c) 适应步长间歇混沌方法下求解步长为  $a_{171}$  时的系统输出; (d) 适应步长间歇混沌方法下求解步长为  $a_{172}$  时的系统输出; (e) 常规间歇混沌方法下内置频率为  $\omega_{171}$  时的系统输出; (f) 常规间歇混沌方法下内置频率为  $\omega_{172}$  时的系统输出

通过以上对比实验可以发现, 适应步长型间歇混沌方法不仅可以有效地对实船线谱进行检测, 而且相较于常规间歇混沌方法具有以下两点优势: 1) 适应步长型间歇混沌方法可以在一个参数固定的Duffing振子检测系统下, 通过设定求解步长序列代替设定Duffing振子列实现对信号的搜索检测,

这使得此方法的系统复杂度大大降低且系统更易实现; 2) 适应步长型间歇混沌方法将系统内置策动力频率固定在了弱信号检测性能最佳、动态性能优良的小频率0.4 rad/s处, 所以相较于常规间歇混沌方法其弱信号检测性能更强、输出相态更易辨识.

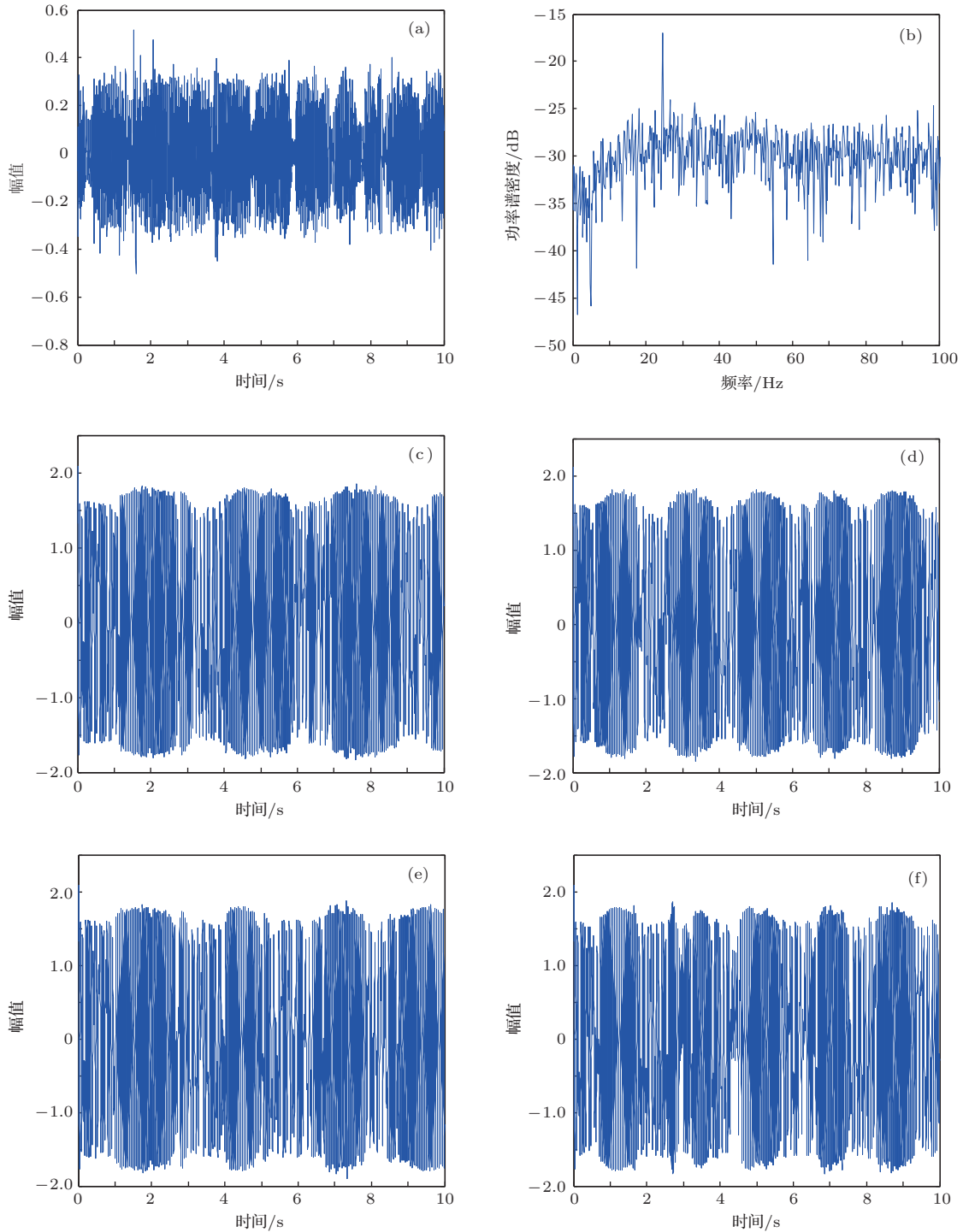


图6 第二段实船线谱对比检测结果 (a) 待测信号的时域波形; (b) 待测信号的功率谱; (c) 适应步长间歇混沌方法下求解步长为  $a_{170}$  时的系统输出; (d) 适应步长间歇混沌方法下求解步长为  $a_{171}$  时的系统输出; (e) 常规间歇混沌方法下内置频率为  $\omega_{170}$  时的系统输出; (f) 常规间歇混沌方法下内置频率为  $\omega_{171}$  时的系统输出

## 5 结 论

1) 针对常规的间歇混沌振子列信号检测方法存在的系统复杂度高和受小频率参数限制的问题, 本文将文献 [18] 提出的变尺度方法和间歇混沌振子列方法进行结合, 提出了一种适应步长型间歇混沌振子. 这种新型间歇混沌振子可以只利用一个 Duffing 振子, 通过变换系统求解步长实现对频率未知、具有任意初相位的弱周期信号的搜索检测.

2) 通过对 Holmes-Duffing 方程在不同频率策动力下对同频弱信号灵敏度的分析, 用数值计算方法求得了对同频弱信号灵敏度最高的内置策动力频率, 并综合仿真结果得出结论: Duffing 振子对弱信号检测性能最佳的内置策动力频率为 0.4 rad/s. 这一结果进一步增强了 Duffing 振子的弱信号检测性能, 仿真结果表明改进后的检测系统的弱信号检测性能可提高 12 dB.

3) 综合上述两部分的结果, 本文提出了一种检测未知频率的微弱舰船线谱的新方法, 理论分析表明此方法可以实现低信噪比下的舰船线谱检测, 而且具有系统复杂度低和检测可靠性高的优点. 最后通过实际舰船线谱的检测结果验证了此方法的有效性.

## 参考文献

- [1] Zheng Z N, Xiang D W 1993 *Passive Detecting and parameter Estimating of Acoustic Signal* (Beijing: Science Press) pp121–127 (in Chinese) [郑兆宁, 向大威 1993 水声信号被动检测与参数估计理论 (北京: 科学出版社) 第 121—127 页]
- [2] Chen J J, Lu J R 2004 *Tech. Acoust.* **23** 57 (in Chinese) [陈敬军, 陆佶人 2004 声学技术 **23** 57]
- [3] Wang G Y, He S L 2003 *IEEE Trans. Circ. Syst.* **50** 945
- [4] Li Y, Yang B J, Shi Y W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 526 (in Chinese) [李月, 杨宝俊, 石要武 2003 物理学报 **52** 526]
- [5] Haykin S, Li X B 1995 *Proceedings of the IEEE* **93** 237
- [6] Abarbanel H D I, Richard K 1995 *Navy J. Underwater Acoust.* **44** 313
- [7] Jiang R J, Zhu S J 2001 *J. Nonlinear Dyn.* **8** 15 (in Chinese) [姜荣俊, 朱石坚 2001 非线性动力学报 **8** 15]
- [8] Zheng S Y, Guo H X, Li Y A 2007 *Chin. Sci. Bull.* **52** 258 (in Chinese) [郑思仪, 郭红霞, 李亚安 2007 科学通报 **52** 258]
- [9] Shi M, Xu X 2012 *Ship and Ocean Engineering* **41** 161 (in Chinese) [石敏, 徐袭 2012 船海工程 **41** 161]
- [10] Zhou S, Lin C S 2009 *Wuhan Univ. Technol.* **33** 161 (in Chinese) [周胜, 林春生 2009 武汉理工大学学报 **33** 161]
- [11] Wang H P, Wang L M, Wang C L 2010 *Ship Electron. Engineer.* **30** 169 (in Chinese) [王红萍, 王黎明, 万程亮 2010 舰船电子工程 **30** 169]
- [12] Zhang Y F, Zheng J, Wang L M 2012 *Tech. Acoust.* **31** 170 (in Chinese) [张永峰, 郑健, 王黎明 2012 声学技术 **31** 170]
- [13] Nie C Y 2009 *Chaotic System and Weak Signal Detection* (Beijing: Tsinghua University Press) pp55–62 (in Chinese) [聂春燕 2009 混沌系统与弱信号检测 (北京: 清华大学出版社) 第 55—62 页]
- [14] Li Y, Yang B J, Shi Y W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 526 (in Chinese) [李月, 杨宝俊, 石要武 2003 物理学报 **52** 526]
- [15] Xu W, Ma S J, Xie W X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 857
- [16] Nie C Y, Shi Y W 2001 *Chin. J. Sci. Instrum.* **22** 32 (in Chinese) [聂春燕, 石要武 2001 仪器仪表学报 **22** 32]
- [17] Wang G Y, Chen D J 1999 *Trans. Industr. Electron.* **46** 440
- [18] Lai Z H, Leng Y G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050503 (in Chinese) [赖智慧, 冷永刚 2012 物理学报 **61** 050503]
- [19] Zhou J, Lu J A, Lu J H 2006 *IEEE Trans. Automatic Control.* **51** 652
- [20] Mohammad P A 2011 *Chin. Phys. B* **20** 090505
- [21] Li Q Y, Wang N C, Yi D Y 2008 *Numerical Analysis* (Beijing: Tsinghua University Press) pp286–291 (in Chinese) [李庆扬, 王能超, 易大义 2008 数值分析 (北京: 清华大学出版社) 第 286—291 页]
- [22] Chu Y Q, Li C Y 1996 *Analysis of Nonlinear Vibrations* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) pp258–261 (in Chinese) [褚亦清, 李翠英 2012 非线性振动分析 (北京: 北京理工大学出版社) 第 258—261 页]
- [23] Jordan D W, Smith P 1987 *Nonlinear Ordinary Differential Equations* (Oxford Univ. Press) pp523–528
- [24] Yi W S, Shi Y W, Nie C Y 2006 *Acta Metrologica Sin.* **27** 156 (in Chinese) [衣文索, 石要武, 聂春燕 2006 计量学报 **27** 156]
- [25] Li Y, Lu P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1672 (in Chinese) [李月, 路鹏 2006 物理学报 **55** 1672]
- [26] Xu W, Ma S J, Xie W X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 857

# A method of detecting line spectrum of ship-radiated noise using a new intermittent chaotic oscillator\*

Cong Chao<sup>1)2)</sup> Li Xiu-Kun<sup>1)2)†</sup> Song Yang<sup>1)2)</sup>

1) (*Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

( Received 23 August 2013; revised manuscript received 18 December 2013 )

## Abstract

In order to achieve the effective detection of the line spectrum of ship-radiated noise in low signal-to-noise ratio (SNR), in this paper we improve the conventional intermittent chaotic oscillator series method, and propose a signal detection method based on the adaptive step intermittent chaotic oscillator. Through setting a sequence of the calculating steps which can cover the frequency band of the signal to be measured, the method can use just one Duffing oscillator to accomplish the searching detection for the weak signal with unknown frequency. In order to further improve the weak signal detection performance, we analyze the Holmes Duffing equation's sensitivity for weak signal detection at different internal frequencies. Through theoretical analysis and simulation study, it is found that the Duffing oscillator has the best weak signal detection performance when its internal frequency is 0.4 rad/s. According to this result we optimize the Duffing oscillator. The simulation result shows that the signal detection performance of the improved Duffing oscillator increases 14 dB. In the end, we use the proposed method to detect a set of actual data which contain the ship radiated line spectrum, the result shows that this method could achieve effective detection of the line spectrum in low SNR.

**Keywords:** weak line spectrum detection, unknown frequency detection, new intermittent chaotic oscillator, the frequency with best detecting performance

**PACS:** 43.30.Wi, 05.45.-a, 02.60.Pn

**DOI:** [10.7498/aps.63.064301](https://doi.org/10.7498/aps.63.064301)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51279033) and the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11234002).

† Corresponding author. E-mail: [lixikun@hrbeu.edu.cn](mailto:lixikun@hrbeu.edu.cn)