

# 基于加权实数编码遗传算法的超材料优化设计\*

常红伟<sup>1)</sup> 马华<sup>2)†</sup> 张介秋<sup>1)</sup> 张志远<sup>1)</sup> 徐卓<sup>2)</sup> 王甲富<sup>1)</sup> 屈绍波<sup>1)‡</sup>

1)(空军工程大学理学院, 西安 710051)

2)(西安交通大学, 电子与陶瓷教育部重点实验室, 西安 710049)

(2013年10月26日收到; 2014年1月8日收到修改稿)

针对超材料优化设计参数多、权重各异的特点, 提出一种基于加权实数编码的遗传算法。该算法采用等位基因或双倍基因实现对遗传基因的加权编码, 是二进制编码中加权思想的推广。与普通遗传算法相比, 加权实数编码遗传算法加入了人工选择因素, 既可以加快种群收敛速度, 又可以提高算法的求解质量, 尤其适用于种群规模较大的遗传优化计算。文中以一个超材料吸波体的优化设计为例, 对算法进行了验证。

**关键词:** 超材料, 优化设计, 遗传算法, 加权实数编码

**PACS:** 78.67.Pt, 02.60.Pn, 41.20.Jb

**DOI:** 10.7498/aps.63.087804

## 1 引言

自从由开口谐振环(SRR)和长金属线结构实现负折射率的左手材料<sup>[1]</sup>出现以来, 具备超常物理性质的人工复合结构——超材料(metamaterial)成为近年来国际学术界的研究热点之一。随着超材料理论的逐渐成熟和应用范围的不断拓宽, 设计出性能良好、结构简单的超材料已经成为当前科研人员的重要工作<sup>[2,3]</sup>, 因此超材料的优化设计是目前超材料研究的重要方向之一。

目前, 超材料优化设计主要有三个层次: 尺寸、形状及拓扑。尺寸优化<sup>[4]</sup>是指在保持超材料结构形态不变的情况下, 对结构参数大小的优化; 形状优化<sup>[5]</sup>是指在不同结构形态之间的选择优化; 拓扑优化<sup>[6,7]</sup>是指在不限制结构形态的前提下, 以性能指标为目标的结构自动优化。其中, 尺寸层次的优化最简单、最直接, 一些成熟的优化算法如牛顿下降法, Powell法以及单纯形法等被应用到简单结构的超材料优化设计中。上述这些优化算法有自身的

应用限制, 如约束条件的使用不够灵活、高维结构的计算效率低、对初始状态的依赖程度高、得到全局最优解的概率较低等<sup>[8]</sup>。随着一些仿生的全局寻优高级算法如遗传算法、粒子群算法<sup>[9]</sup>, 蚁群算法<sup>[10]</sup>、模拟退火算法及其它们的混合算法<sup>[11]</sup>等的不断完善, 这些算法已用于超材料的优化设计。其中, 遗传算法凭借其强大的稳健性、优异的鲁棒性和算子的多样性, 在不同种类、不同目标的超材料优化设计<sup>[12]</sup>中得到了更加广泛的应用。

遗传算法<sup>[13]</sup>是一种模拟生物进化过程的概率搜索算法, 即利用某种编码技术作用于称为染色体的位串, 并模拟由这些染色体标识的生物种群的进化过程。在求解问题的过程中, 遗传算法必须在目标问题的实际表示与染色体基因之间建立联系, 即所谓编码。遗传算法一般采用二进制位串编码<sup>[14]</sup>, 因为该编码具有普适性好、易于产生和操作等优点; 但对于遗传算法在许多工程中的应用, 这种简单的编码方法很难直接描述出问题的性质。超材料优化设计中结构参数较多, 且参数变化范围大、精度要求高, 若使用二进制编码则串长过长, 进行遗传

\* 国家自然科学基金(批准号: 61331005, 11204378, 11274389, 11304393, 61302023)、中国博士后科学基金(批准号: 2013M532131, 2013M532221)和陕西省基础研究计划(批准号: 2011JQ8031, 2013JM6005)资助的课题。

† 通讯作者。E-mail: mahua@mail.xjtu.edu.cn

‡ 通讯作者。E-mail: qushaobo@mail.xjtu.edu.cn

操作、编码和解码都会占用大量计算机时间; 若采用十进制浮点数(实数)编码<sup>[15,16]</sup>, 则无需转换数制和数据类型(因为实数编码直接对应超材料结构中的参数值), 既可以减少编码和解码所用的计算机时间, 又容易满足编码的完备性、健全性和非冗余性的要求。同时, 超材料优化设计中各结构参数对性能的影响程度不同, 即基因权重不同, 而普通实数编码的遗传算法无法体现出基因权重的大小。因此本文提出加权实数编码(weighted real-coded, WRC)方法, 并将其应用于超材料优化设计中。

## 2 基于加权实数编码的遗传算法

### 2.1 加权实数编码

加权实数编码是采用固定参数变等位基因个数的编码方法。个体的一个参数由 $N(N \geq 1)$ 个等位基因标识,  $N$ 由该参数在表现型中的影响因子决定。加权实数编码是基于复数编码中实部和虚部共同表达染色体中一对等位基因(或双倍基因)的思想, 仿照二进制编码中通过改变码长实现加权的方

法, 在实数编码中改变某基因位上的等位基因个数的加权编码方法。其中各基因的权重 $\eta_i$ 为

$$\eta_i = \frac{f_i}{\sum_{k=1}^M f_k}, \quad (1)$$

式中 $f_i$ 为基因*i*的等位基因个数,  $f_k$ 为基因*k*的等位基因个数,  $M$ 为染色体总的基因个数。

在二进制编码中, 遗传基因的权重是通过基因位串的码长来体现的, 如图1所示。图1(b)中参数3权重增加, 而图1(a)中各参数为等权重(每个虚线分开的小格代表一个码长)。在加权实数编码中, 遗传基因的权重是通过基因位的个数来体现的, 如图1(d)中参数3权重增加, 而图1(c)中各参数为等权重(每个实线分开的小格代表一个基因位)。由上述两种编码方式加权的实现示意图可以看出, 二进制编码中实现加权会导致算法的步长变小, 缩减遗传算法的搜索空间, 不利于寻找全局最优解, 而加权实数编码克服了这一缺点, 实现加权并不会改变算法的搜索步长。

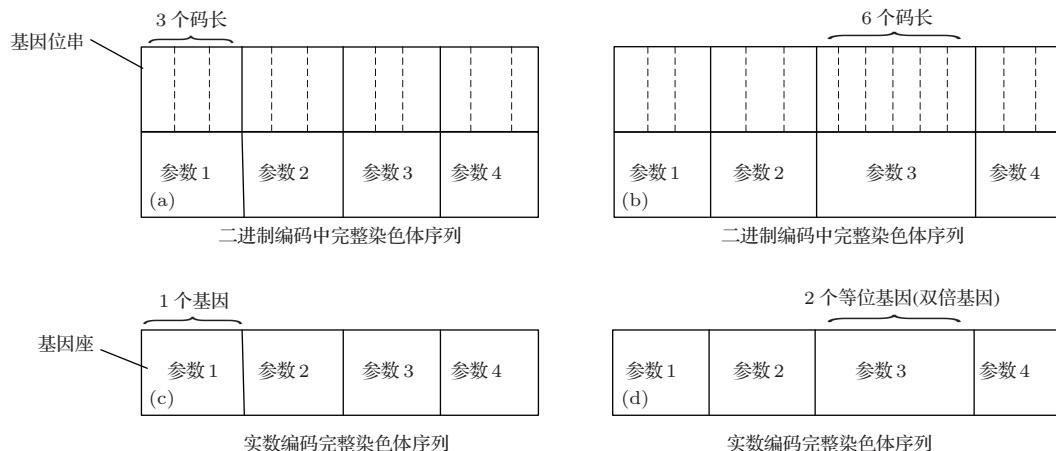


图1 二进制编码和实数编码中实现加权的示意图 (a) 二进制位串编码中基因等权重; (b) 二进制位串编码中参数3权重增加; (c) 实数编码中基因等权重; (d) 实数编码中参数3权重增加

### 2.2 加权实数编码遗传算法的模式分析

由遗传算法的模式定理可知, 一个模式 $H$ 在遗传算子选择、交叉和变异的共同作用下, 其子代的样本数 $m(H, t+1)$ 符合下式<sup>[17]</sup>:

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[ 1 - P_c \frac{\delta(H)}{l-1} \right] \times [1 - o(H)P_m], \quad (2)$$

式中 $m(H, t)$ 为模式 $H$ 在当代的样本数,  $f(H)$ 为模式 $H$ 的平均适应度,  $\bar{f}$ 为当代种群的平均适应度,  $P_c$ 为交叉概率,  $\delta(H)$ 为模式 $H$ 的定义距,  $l$ 为染色体长度,  $o(H)$ 为模式 $H$ 的阶数,  $P_m$ 为遗传算法的变异概率。由(2)式可知, 在交叉概率和变异概率不变的情况下, 阶数低, 定义距短, 平均适应度高于群体平均适应度的模式在子代中将以指数级增长。加权实数编码的遗传算法中, 算法的加权操作对模式的阶数没有影响, 只是将各个参数的权重体现在

染色体编码中,使得满足 $f(H)$ 大于平均适应度 $\bar{f}$ 的模式增多,从而提高了优良模式在子代遗传的概率。根据模式理论,模式的定义距将会增加,但与图1(b)所示增加相同权重的加权二进制编码方法相比,定义距增量 $\Delta\delta(H)$ 为

$$\Delta\delta(H) = \Delta\delta(H)_{\text{bite}} \cdot (1/N), \quad (3)$$

式中,  $\Delta\delta(H)_{\text{bite}}$  为加权二进制编码中增加相同权重时的定义距增量,  $N$  为二进制编码中一个基因的码长(假设各基因码长相等)。由(3)式可以看出, 加权实数编码遗传算法定义距增量是加权二进制编码遗传算法定义距增量的 $1/N$ 。由此可见, 加权实数编码一方面保证了遗传算法优良模式样本数指数级的增长,从而满足寻找最优解的必要条件;另一方面,克服了加权二进制编码在进化过程中逐渐减少某些优良模式样本数的缺点,降低了算法的早熟概率。

在超材料结构的优化设计中,加权实数编码遗传算法(WRC-GA)是将参数的物理意义考虑其中,相当于在算法的进化过程中加入了人工选择因素(遗传算法本身是靠自然选择进化的,“自然”就是算法中的适应度函数),因此算法的求解效率和求解质量都可得到很大提高。但权重如果把握不当或人工选择不合理,算法就会过早收敛,出现早熟,优化效果反而变差。

### 3 实例仿真验证

为将加权实数编码遗传算法应用于超材料结构优化设计中,我们利用商用电磁仿真软件CST中提供的与MATLAB软件的接口,建立了MATLAB与商用电磁仿真软件CST的交互<sup>[18]</sup>。其中,加权实数编码遗传算法主程序由MATLAB编程执行,模型的计算由CST软件完成。与以往实现手段<sup>[19]</sup>相比,采用专业的商用仿真软件对超材料性能进行仿真的可信度更高,简化了编程压力,同时通用性更强,可将加权实数编码遗传算法方便地用于其他超材料结构的优化设计中。

#### 3.1 超材料吸波体<sup>[20]</sup>结构构建

为验证加权实数编码遗传算法在超材料结构优化设计中的效果,优化设计了极化方向不敏感的太赫兹超材料吸波体结构,并与文献[21]中结果进行了比较。此吸波体结构由前向环板结构、介质基板和后向金属环组成,如图2所示,  $a$  为正面结构中金属外环的边长,  $w$  为该金属环的宽度,  $b$  为正面结构中正方形贴片的边长,  $c$  为后向金属环的边长,  $l$  为后向金属环的宽度;周期单元长度为 $(a+u)$ ,单元厚度为 $h$ 。

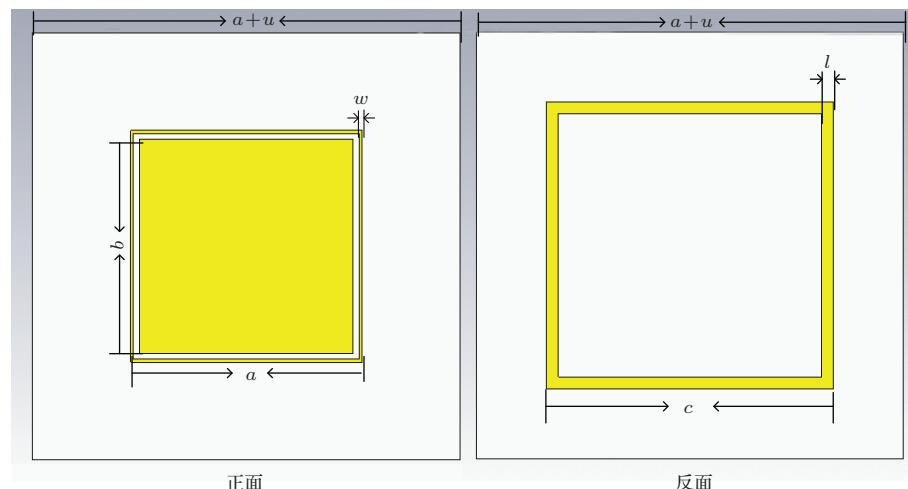


图2 超材料吸波体结构图

在CST软件中建立上述超材料吸波体结构模型,边界条件设为周期性的边界条件,近场距离设为 $2 \mu\text{m}$ ,  $X-Y$ 平面边界设为两端口( $Z_{\max}$ ,  $Z_{\min}$ ),仿真算法采用频域有限差分法,频率范围设为3.5—6 THz。

#### 3.2 适应度函数的设计

超材料吸波体的性能指标吸收率 $A(\omega)$ 可以表示为<sup>[22]</sup>

$$A(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega), \quad (4)$$

式中  $R(\omega)$  是反射率,  $T(\omega)$  是传输率. 在 CST 软件中, 设电磁波从端口 1 入射, 从端口 2 出射, 则  $R(\omega)$ ,  $T(\omega)$  可表示为

$$R(\omega) = |S_{11}|^2, \quad (5)$$

$$T(\omega) = |S_{21}|^2. \quad (6)$$

超材料吸波体的优化目标是在保证  $A(\omega)$  大于某值的情况下尽可能拓展带宽. 用遗传算法中适应度函数可描述为两个子目标: 一是在谐振频段内的吸收率要尽可能高, 二是在保证吸收率的前提下带宽足够宽. 关于吸收率指标, 本文基于加权实数编码的遗传算法优化方向是最小值方向, 所以其中一个适应度函数  $f_1$  为

$$f_1 = R(\omega) + T(\omega) = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2, \quad (7)$$

式中,  $S_{11}$  和  $S_{21}$  选取的是吸收率大于  $A_{goal}$  (吸收率最低容忍值, 根据具体要求设定, 本文设为 80%) 的所有频点中相应  $S_{11}$  和  $S_{21}$  最大的值. 关于带宽指标, 取另一个适应度函数  $f_2$  为

$$f_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \Delta f_i}{f_{\max} - f_{\min}}, \quad (8)$$

式中  $f_{\max}$  为仿真频段的最大频率,  $f_{\min}$  为仿真频段的最小频率,  $\Delta f_i$  为吸收率大于  $A_{goal}$  的各个频带的带宽. 虽然有两个目标函数, 但两者相关度较大, 宜采用多目标遗传算法中的权重系数法来确定最终适应度函数  $f$

$$f = af_1 + bf_2, \quad (9)$$

式中  $a, b$  为相应的权重系数,  $a + b = 1$ , 本文选取  $a = b = 0.5$ .

### 3.3 遗传算法参数设置

种群个体一般选为 20—40 为宜, 本文初始种群数目设为 20. 选取两个较好的个体作为初始个体, 其他的初始个体在满足约束条件下随机产生. 选择算子采用传统的轮盘法与精英保留策略, 每代保留两个优秀个体. 杂交算子采用算术杂交算法, 变异算子采用基于约束条件的自适应变异算法. 杂交率设为 0.8, 变异概率设为 0.01, 终止条件的最大遗传代数设为 30. 根据图 2 所示结构, 各个参数(如图 2 中标注) 在几何构型和加工工艺约束下应满足以下条件:

$$\begin{cases} -a + b < 0, \\ -a + c - u < 0, \\ -a + b + w < 0, \\ -c + l < 0. \end{cases} \quad (10)$$

### 3.4 仿真结果对比分析

#### 3.4.1 优化后结果与文献中的结果对比

采用加权实数编码的遗传算法进行优化计算, 经对各参数分析可知, 背环宽度  $l$  的大小对吸收率的影响最大. 因此将  $l$  权重增加, 在染色体中用两个等位基因标识, 其他参数均用一个基因标识. 经过 30 代的进化选择, 得到最优个体, 结构参数如表 1 所示. 算法运行结果如图 3 所示. 文献中的结果如图 4(a) 所示, 新的结果参数如图 4(b) 所示. 由图 4(c) 可以看出优化后(实线) 两个中心谐振点往两边移动, 因此带宽展宽, 吸收率为 80% 以上的带宽由原来的 0.737 THz 提高到了 1.368 THz, 提高了 85.6%.

表 1 优化前后个体的结构参数

	$a/\mu\text{m}$	$b/\mu\text{m}$	$c/\mu\text{m}$	$u/\mu\text{m}$	$l/\mu\text{m}$	$w/\mu\text{m}$	$h/\mu\text{m}$	覆铜厚度/ $\mu\text{m}$
优化前	9.750	9.000	12.100	8.250	1.000	0.250	5.000	0.017
优化后	10.095	8.848	15.401	6.159	8.352	0.25	5.747	0.017

#### 3.4.2 加权实数编码遗传算法与普通实数编码遗传算法的性能对比

本文仍然以上述超材料吸波体的优化设计为例, 对普通实数编码的遗传算法与加权实数编码的遗传算法在超材料优化设计中的性能进行对比. 由

2.4 节遗传算法的性能评估标准, 我们将两种算法中各代平均适应度值和最佳适应度值进行对比(适应度值越低效果越好), 结果如图 5 所示: 星形标记为每代个体的平均适应度值, 叉号标记为每代个体的最好适应度值, 其中虚线代表标准实数编码方法

的结果, 实线代表改进的加权实数编码方法的结果。可以看出, 无论从算法的求解效率还是从求解质量来看, 基于加权实数编码的遗传算法都显示出明显的优势: 收敛速度快, 优化效果好。需要注意的是: 加权实数编码的遗传算法是建立在对结构参数物理意义及其作用充分理解并能够对参数所对应的基因权重进行合理选择的基础之上, 否则, 如

果基因权重选择失当, 就可能会使算法过早收敛从而导致优化失败。如图6所示, 将所选结构的背面环形边长c的权重提高到1/4, 其他参数的权重降低到1/8 (图5与图6所示内容与图3(a)相同), 使得算法在第11代的时候便收敛了, 陷入早熟, 优化后最好的适应度值仍较大为0.46, 还不及图5中普通实数编码方法的最终优化结果0.26。

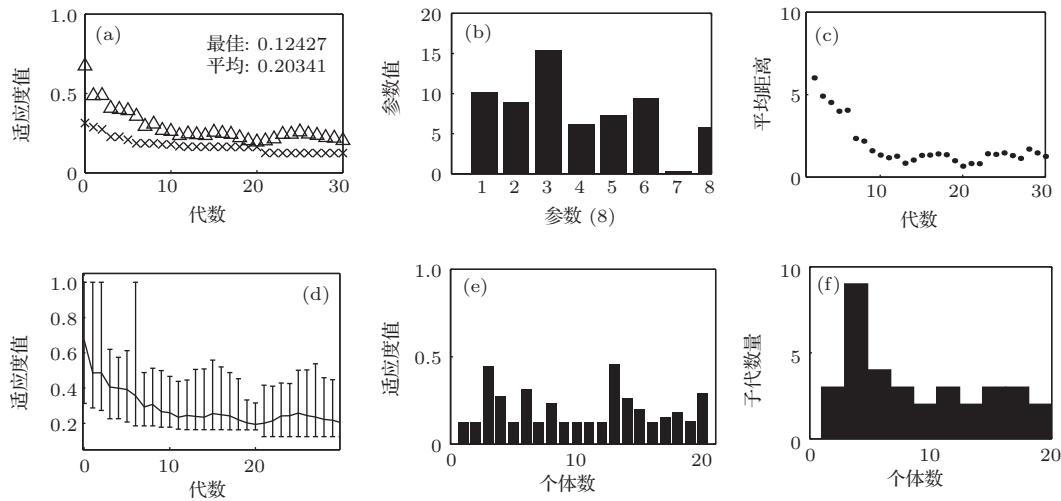


图3 遗传算法进行优化时得到的各代及个体相关情况 (a) 每代中最好个体的适应度值(叉号标记)和平均适应度值(三角标记); (b) 本次计算得到的最佳个体; (c) 各代中每个个体间的距离即海明距离; (d) 各代中最好个体适应度值, 最坏个体适应度值及平均适应度值的分布图; (e) 第30代中每个个体的适应度值; (f) 初始种群中的每个个体在进化过程中产生的后代

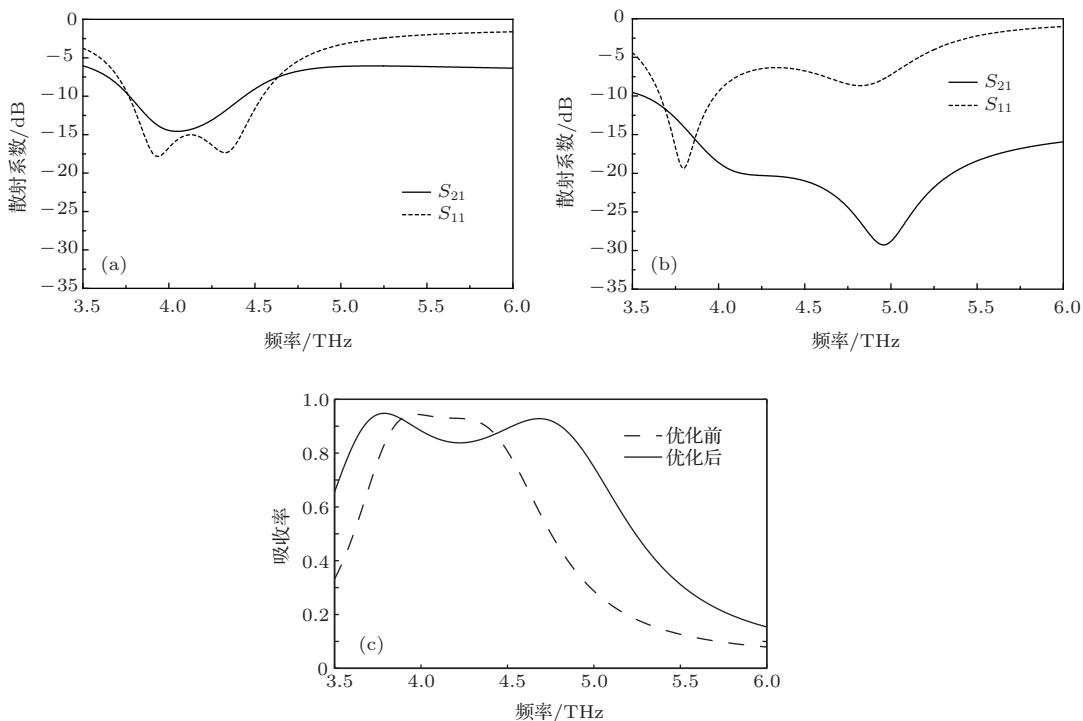


图4 仿真结果 (a) 文献[21]中的 $S_{11}$ 和 $S_{21}$ 参数; (b) 优化后的 $S_{11}$ 和 $S_{21}$ 参数; (c) 优化前后的吸收率对比

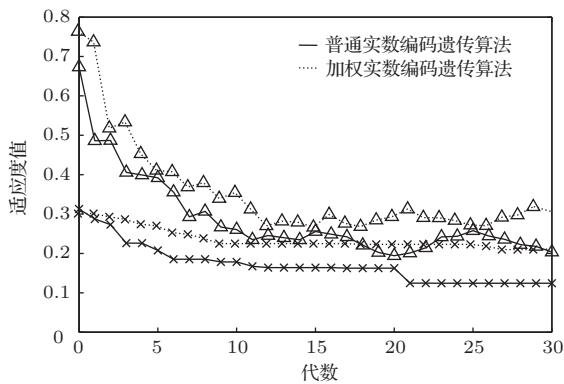


图5 基于两种编码方法的效果对比

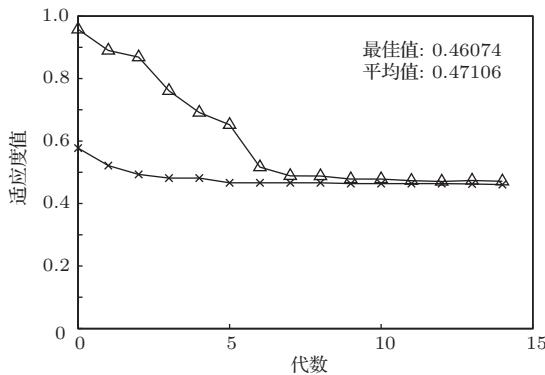


图6 非重要基因权重增加后的优化效果

## 4 结 论

基于加权实数编码遗传算法对超材料在尺寸层次上进行优化设计是可行的。与超材料设计的传统方法相比<sup>[23]</sup>, 采用加权实数编码遗传算法效率高、通用性强, 非常适合计算机辅助设计。同时, 加权实数编码遗传算法加入了人工选择的思想, 具有比较高的求解速率和求解质量, 尤其对规模较大、计算时间较长的超材料设计来说, 既可以大大减少设计周期, 也可以在一定程度上提高设计效果。

## 参考文献

- [1] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J 1999 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **47** 2075
- [2] Chen Y Z, Gong R Z, Nie Y, Wang X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 127801

- [3] Gu C, Qu S B, Pei Z B, Zhou H, Xu Z, Bai P, Lin B Q 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 117802
- [4] Li Y, Sun H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094103 (in Chinese)[李芸, 孙华 2011 物理学报 **60** 094103]
- [5] Liu L G, Li Y Q, Meng Q Z, Wu W W, Mo J J, Fu Y Q, Yuan N C 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 064101
- [6] Diaz A R, Sigmund O 2009 *Struct. Multidiscip. O.* **41** 163
- [7] Erentok A, Sigmund O 2011 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **59** 58
- [8] Watts C M, Liu X, Padilla W J 2012 *Progress Report* **24** 98
- [9] Shen Y, Guo B, Gu T X 2005 *J. UEST China* **34** 696
- [10] Luh G C, Lin C Y 2009 *Appl. Soft. Comput.* **9** 1343
- [11] Chang L, Liao C, Lin W 2012 *Prog. Electromagn. Res.* **122** 105
- [12] Chen P Y, Chen C H, Wang H 2008 *Opt. Express* **16** 12806
- [13] Holland J H 1975 *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (Ann Arbor: The University of Michigan Press) p12
- [14] Han R F 2009 *Theory and Application of Genetic Algorithm* (Beijing: The Weapons Industry Press) pp75–88 (in Chinese) [韩瑞锋 2009 遗传算法原理与应用实例 (北京: 兵器工业出版社)]
- [15] Zhu C 2009 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: Zhong Nan University) (in Chinese) [朱灿 2009 博士学位论文 (长沙: 中南大学)]
- [16] Yin G B, Li S G, Liu S, Wang X Y 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 064215
- [17] Lucdsius C B, Blommers M J J 1991 *Handbook of Genetic Algorithms* (New York: Van Nostrand Reinhold) p10
- [18] User's Guide: CST MICROWAVE STUDIO®VBA Objects. The CST STUDIO SUITE™ Help, 2009
- [19] Wang J B, Lu J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050703 (in Chinese)[汪剑波, 卢俊 2011 物理学报 **60** 050703]
- [20] Landy I, Bingham C M, Tyler T, Jokerst N, Smith D R, Padilla W J 2009 *Phys. Rev. B* **79** 125104
- [21] Gu C, Qu S B, Pei Z B, Zhang J Q, Ma H 2010 *Prog. Electromagn. Res.* **17** 171
- [22] Qu S B, Wang J F, Ma H, Xu Z, Zhang J Q 2013 *Metamaterial Design and Applications in Stealth Technology* (Beijing: Science Press) pp210–261 (in Chinese) [屈绍波, 王甲富, 马华, 徐卓, 张介秋 2013 超材料设计及其在隐身技术中的应用 (北京: 科学出版社) 第 210—261 页]
- [23] Sun L K, Cheng H F, Zhou Y J, Wang J, Pang Y Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 108901 (in Chinese)[孙良奎, 程海峰, 周永江, 王军, 庞永强 2011 物理学报 **60** 108901]

# Optimization of metamaterial based weighted real-coded genetic algorithm\*

Chang Hong-Wei<sup>1)</sup> Ma Hua<sup>2)†</sup> Zhang Jie-Qiu<sup>1)</sup> Zhang Zhi-Yuan<sup>1)</sup>  
Xu Zhuo<sup>2)</sup> Wang Jia-Fu<sup>1)</sup> Qu Shao-Bo<sup>1)‡</sup>

1) (College of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

2) (Key Laboratory of Electronic Materials Research of the Ministry of Education, Xi'an Jiaotong University,  
Xi'an 710049, China)

(Received 26 October 2013; revised manuscript received 8 January 2014)

## Abstract

A weighted real-coded genetic algorithm is proposed in this paper, in allusion to the characteristics of optimizing designs of metamaterials, which have many parameters and parameters of different powers in metamaterial structure. The algorithm utilizing allele or double gene to change the power of one gene, develops the idea of weighted encoded binary coding. Compared with common real-coded based genetic algorithm, the weighted real-coded genetic algorithm adds artificial selection in it, it can not only accelerate the speed of convergence, but also improve the solution quality, especially for the design of large-scale and long computation time. In this paper, the algorithm is verified by optimizing a metamaterial absorber.

**Keywords:** optimizing design, metamaterial, genetic algorithm, weighted real-coded

**PACS:** 78.67.Pt, 02.60.Pn, 41.20.Jb

**DOI:** [10.7498/aps.63.087804](https://doi.org/10.7498/aps.63.087804)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61331005, 11204378, 11274389, 11304393, 61302023), the China Postdoctoral Science Foundation (Grant Nos. 2013M532131, 2013M532221), and the Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant Nos. 2011JQ8031, 2013JM6005).

† Corresponding author. E-mail: [mahua@mail.xjtu.edu.cn](mailto:mahua@mail.xjtu.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [qushaobo@mail.xjtu.edu.cn](mailto:qushaobo@mail.xjtu.edu.cn)