

随机摄动强跟踪粒子滤波算法*

张琪^{1)†} 乔玉坤²⁾ 孔祥玉¹⁾ 司小胜¹⁾

1) (第二炮兵工程大学, 302 教研室, 西安 710025)

2) (武警工程大学, 信息工程系, 西安 710078)

(2013 年 12 月 22 日收到; 2014 年 3 月 12 日收到修改稿)

如何解决粒子的退化问题和提高算法对突变状态的跟踪能力, 是粒子滤波算法研究和应用中需要考虑的两个主要因素. 传统的再采样算法虽然可以解决退化问题, 但是容易导致粒子耗尽; 扩展粒子滤波算法虽然可在一定程度上解决粒子耗尽问题, 但其对突变状态的跟踪能力却不近人意; 强跟踪粒子滤波算法可以提高对突变状态的跟踪能力, 但却未能较好地改善粒子退化问题. 针对上述问题, 本文将随机摄动再采样方法引入强跟踪粒子滤波算法, 提出了一种随机摄动强跟踪粒子滤波算法. 当粒子退化问题严重时, 对权值最大的粒子添加随机摄动, 用摄动粒子替换退化粒子以解决粒子退化问题, 同时由于摄动粒子的加入增加了粒子集的多样性, 可在一定程度上缓解粒子耗尽问题, 提高算法对突变状态的跟踪能力. 利用标准验证模型和分时恒定系统对所提出的算法进行了仿真验证, 仿真结果证明了该算法的可行性和有效性.

关键词: 粒子滤波, 退化问题, 随机摄动, 强跟踪滤波算法**PACS:** 05.45.Tp, 05.40.-a**DOI:** 10.7498/aps.63.110505

1 引言

粒子滤波算法 (particle filter, PF) 是非线性非高斯系统中状态估计的主流算法^[1,2], 目前已经在诸多领域得到了成功应用, 如目标跟踪^[3]、数据检测^[4]、计算机视觉^[5] 和故障诊断^[6] 等. 粒子滤波算法在应用中存在的主要问题是粒子退化问题和粒子耗尽问题, 即经过多次迭代之后, 除了少数的几个粒子权值不为零之外, 其余大部分粒子的权值几乎接近甚至等于零, 这样就会导致大量的计算资源浪费在毫无意义的粒子上. 很多学者致力于粒子退化问题研究并提出了一些解决方法, 这些方法可以概括为以下两类: 一类是对粒子进行再采样, 另一类是选取适当的重要性密度函数. 在再采样算法研究方面, 目前提出的主要算法包括分层采样、留数采样、系统采样等等, 再采样粒子滤波算法 (sequential importance re-sampling, SIR)^[7] 是其中的代表性算法, 其基本思想是通过复制粒子集中

权值较大的粒子, 并替换权值较小的粒子. 虽然再采样粒子滤波算法可以在一定程度上解决退化问题, 但是由于经过再采样后, 具有较大权值的粒子被多次复制, 致使粒子集仅包含很少的相异样本, 从而使粒子丧失多样性. 在选取适当的重要性密度函数研究方面, 国内外很多学者开展了相关研究工作^[8,9], De Freitas 将扩展卡尔曼滤波算法 (extended Kalman filtering, EKF) 引入粒子滤波, 形成了扩展粒子滤波器 (extended particle filter, EPF)^[10]. 而 Rudolph van der Merwe 将无迹卡尔曼滤波算法 (unscented Kalman filtering, UKF) 引入粒子滤波, 从而提出了无迹粒子滤波器 (unscented particle filter, UPF)^[11]. EKF 和 UKF 算法都在一定程度上解决了粒子退化问题, 但是由于这两种算法本身的局限性, 使得 EPF 和 UPF 对突变状态容易出现较大的跟踪误差.

针对上述问题, 作者在文献^[12] 中将强跟踪滤波算法 (strong tracking filter, STF)^[13] 引入

* 国家自然科学基金 (批准号: 61104223, 61174030, 61374120) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: 15829799698@163.com

粒子滤波, 利用STF产生重要性密度函数, 提出了一种强跟踪粒子滤波算法(strong tracking particle filter, STPF). STF算法对突变状态有着独特的跟踪能力, 而STPF算法很好地继承了STF算法在突变状态跟踪方面的优越性能, 因此STPF算法对突变状态的跟踪精度很高. 但由于选取重要性密度函数进行再采样方法本身的局限性, STPF算法在解决粒子退化问题方面的效果依然不尽人意. 本文针对上述问题, 将随机摄动再采样方法引入STPF, 提出了随机摄动强跟踪粒子滤波算法(stochastic perturbation strong tracking particle filter, SPSTPF), 以期保证粒子滤波算法对突变状态跟踪精度的同时, 解决或缓解算法的粒子退化问题.

2 粒子滤波算法

粒子滤波算法是一种典型的基于序贯重点采样(sequential importance sampling, SIS)的非线性滤波方法. 对于基本粒子滤波算法的详细信息参见文献[7].

考虑一个典型的非线性动态系统

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, \nu_{k-1}), \\ y_k &= h(x_k, n_k), \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $x_k \in R^{n_x}$ 是 k 时刻系统的状态向量, $y_k \in R^{n_y}$ 是系统的观测输出, $\nu_k \in R^{n_\nu}$ 是系统噪声, $n_k \in R^{n_n}$ 是观测噪声, 映射

$$\begin{aligned} f &: R^{n_x} \times R^{n_\nu} \mapsto R^{n_x}, \\ h &: R^{n_x} \times R^{n_n} \mapsto R^{n_y}, \end{aligned} \quad (2)$$

分别构成系统的状态方程和观测方程. 通常用粒子集中有效粒子的个数 N_{eff} 对粒子滤波算法的退化程度进行度量, N_{eff} 的定义如下式所示:

$$N_{\text{eff}} = \text{round} \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N (w_k^i)^2} \right). \quad (3)$$

(3) 式中 $\text{round}(\cdot)$ 表示向最近的整数取整, w_k^i 表示 k 时刻第 i 个粒子的归一化权值, 若 N_{eff} 越小则表明粒子退化问题越严重.

SIR 算法是粒子滤波算法的代表性算法, 其算法流程如下[7]:

步骤1 初始化. 在 $k = 0$ 时刻, 根据重要性密度函数抽样得到 N 个粒子, 假定抽样出的每个粒子用 $\langle x_k^i, 1/N \rangle$ 表示, 令 $k = 1$.

步骤2 更新每一个粒子的状态.

$$x_k^i = f(x_{k-1}^i, \nu_{k-1}). \quad (4)$$

由 x_{k-1}^i 根据 (4) 式, 更新 k 时刻的粒子 x_k^i .

步骤3 对每个粒子赋予一定的权值, 即加权,

$$w_k^i = w_{k-1}^i p(y_k | x_k^i). \quad (5)$$

根据 (5) 式计算 x_k^i 的权值.

步骤4 对权值归一化处理,

$$w_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}. \quad (6)$$

步骤5 如果有效粒子数小于 $N/3$, 则进行再采样, 同时对粒子集中的粒子重新赋予权值,

$$w_k^i = \frac{1}{N}. \quad (7)$$

步骤6 估计 k 时刻粒子状态,

$$x_k^* = \sum_{i=1}^N x_k^i \times w_k^i. \quad (8)$$

令 $k = k + 1$, 返回步骤2.

3 强跟踪滤波算法 [13]

当一个系统达到稳态, 并且滤波器也达到稳态时, 常规的EKF算法将几乎丧失对突变状态的跟踪能力, 跟踪结果误差很大甚至发散. 强跟踪滤波算法具有很好的动态跟踪能力, 本文提及的强跟踪滤波算法指带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波器.

考虑如下非线性系统:

$$x(k+1) = f(k, u(k), x(k)) + \Gamma(k)v(k), \quad (9)$$

$$y(k+1) = h(k+1, x(k+1)) + e(k+1), \quad (10)$$

其中, $x \in R^n$ 为状态向量; $y \in R^m$ 为输出向量. $u \in R^p$ 为输入向量; 整数 $k \geq 0$ 为离散时间变量; 非线性函数

$$f: R^p \times R^n \rightarrow R^n, \quad h: R^n \rightarrow R^m,$$

具有关于系统状态的一阶连续偏导数. $\Gamma \in R^{n \times q}$ 为已知矩阵. 测量噪声 $e(k)$ 和系统噪声 $v(k)$ 分别为 m 维和 q 维的高斯白噪声, 并且具有如下统计特性:

$$Ev(k) = Ee(k) = 0, \quad (11)$$

$$E[v(k)v^T(j)] = Q(k)\delta_{k,j}, \quad (12)$$

$$E[e(k)e^T(j)] = R(k)\delta_{k,j}, \quad (13)$$

$$E[v(k)e^T(j)] = 0, \quad (14)$$

其中, $R(k)$ 为对称正定阵; $Q(k)$ 为对称非负定阵.

初始状态 $x(0) \sim N(x_0, P_0)$, 且 $x(0)$ 与 $v(k)$, $e(k)$ 统计独立.

STF 的计算流程如下:

步骤1 初始化. 令 $k = 0$, 选择初始值 $\hat{x}(0|0)$, $P(0|0)$ 和弱化因子 β .

步骤2

$$\hat{x}(k+1|k) = f(k, u(k), \hat{x}(k|k)) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & H(k+1, \hat{x}(k+1|k)) \\ &= \left. \frac{\partial h(k+1, x(k+1))}{\partial x} \right|_{x(k+1)=\hat{x}(k+1|k)}, \\ & F(k, \hat{x}(k|k)) \\ &= \left. \frac{\partial f(k, u(k), x(k))}{\partial x} \right|_{x(k)=\hat{x}(k|k)}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \gamma(k+1) &= y(k+1) \\ &\quad - h(k+1, \hat{x}(k+1|k)). \end{aligned} \quad (17)$$

由 (15) 式得到 $\hat{x}(k+1|k)$; 由 (16) 式得到 $H(k+1, \hat{x}(k+1|k))$ 和 $F(k, \hat{x}(k|k))$; 由 (17) 式得到 $\gamma(k+1)$.

步骤3 计算渐消因子 $\lambda(k+1)$.

$$V_0(k+1) = \begin{cases} \gamma(1)\gamma^T(1), & k=0, \\ \frac{\rho V_0(k) + \gamma(k+1)\gamma^T(k+1)}{1+\rho}, & k \geq 1, \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} N(k+1) &= V_0(k+1) - H(k+1, \hat{x}(k+1|k))\Gamma(k) \\ &\quad \times Q(k)\Gamma^T(k)H^T(k+1, \hat{x}(k+1|k)) \\ &\quad - \beta \cdot R(k+1), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} M(k+1) &= H(k+1, \hat{x}(k+1|k))F(k, u(k), \hat{x}(k|k)) \\ &\quad \times P(k|k)F^T(k, u(k), \hat{x}(k|k)) \\ &\quad \times H^T(k+1, \hat{x}(k+1|k)), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{tr}[N(k+1)]}{\text{tr}[M(k+1)]}, \quad (21)$$

$$\lambda(k+1) = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 \geq 1, \\ 1, & \lambda_0 < 1. \end{cases} \quad (22)$$

步骤4 计算状态估计值 $\hat{x}(k+1|k+1)$.

$$\begin{aligned} P(k+1|k) &= \lambda(k+1)F(k, u(k), \hat{x}(k|k)) \\ &\quad \times P(k|k)F^T(k, u(k), \hat{x}(k|k)) \\ &\quad + \Gamma(k)Q(k)\Gamma^T(k), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} K(k+1) &= P(k+1|k)H^T(k+1, \hat{x}(k+1|k)) \\ &\quad \times [H(k+1, \hat{x}(k+1|k))P(k+1|k) \\ &\quad \times H^T(k+1, \hat{x}(k+1|k)) \\ &\quad + R(k+1)]^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

由 $P(k+1|k)$ 和 $K(k+1)$, 得到状态估计值

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1|k+1) \\ &= \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\gamma(k+1). \end{aligned} \quad (25)$$

步骤5 计算 $P(k+1|k+1)$.

$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) \\ &= [I - K(k+1)H(k+1, \hat{x}(k+1|k))] \\ &\quad \times P(k+1|k). \end{aligned} \quad (26)$$

令 $k = k+1$, 返回步骤2.

4 随机摄动强跟踪粒子滤波算法

退化问题是粒子滤波算法在应用中存在的主要问题之一^[7]. SIR 算法在一定程度上解决了粒子退化问题, 但产生了严重的粒子耗尽问题; EPF 算法也在一定程度上解决了退化问题, 但对跟踪系统的突变状态, 却无能为力. 鉴于 STF 算法对突变状态的强跟踪能力, 作者在文献^[12]中尝试将 STF 引入粒子滤波算法, 利用 STF 更新粒子, 并根据 STF 的计算结果, 产生新的重点密度, 旨在缓解粒子退化问题, 并提高算法的跟踪能力.

STF 算法在突变状态跟踪方面具有优越的性能, STPF 算法也很好继承了这一优点, 所以 STPF 算法对突变状态的跟踪精度得到了大幅提高. 然而由于 STPF 采用选取重要性密度函数进行再采样, 鉴于这类再采样算法本身的局限性, 致使 STPF 算法依然不能很好地解决粒子退化问题. 针对上述问题, 本文将随机摄动再采样方法引入 STPF, 提出了一种随机摄动 STPF 算法: 当粒子集中的有效粒子数低于 $N/3$ (N 为粒子集中的粒子数) 时, 采用随机摄动再采样方法进行再采样, 旨在有效解决 STPF 算法的粒子退化问题, 并保持算法在跟踪突变状态方面的优越性能.

4.1 随机摄动再采样算法

算法思想: 当有效粒子数小于 $N/3$ 的时候, 对权值最大的粒子进行变异, 变异个数为退化的粒子数, 再分别计算变异粒子的权值, 并用变异粒子替换粒子集中的退化粒子. 一般的再采样算法总是对所有粒子进行再采样, 导致计算量比较大. 而随机摄动再采样算法只是在退化现象严重时, 对最优粒子进行变异, 这样可以在一定程度上减少计算量, 使样本集保持一定多样性. 保证最好的粒子被用于后验概率密度的估计, 减轻退化现象的影响, 从而使算法具有较好的跟踪能力.

定义 1 设样本集中的粒子数为 N , 有效粒子数为 N_{eff} , 则随机摄动再采样粒子数 N_{sp} 为

$$N_{\text{sp}} = N - N_{\text{eff}}. \quad (27)$$

定义 2 设样本集中权值最大的粒子为 $\bar{x}_k^1$, 有效粒子数为 N_{eff} , 则随机摄动再采样粒子为

$$\bar{x}_k^{[1:N_{\text{sp}}]} = \bar{x}_k^1 + \text{randn}(), \quad (28)$$

式中 $\text{randn}()$ 表示随机摄动 (通常取 $\text{randn}()$ 的均值和方差为初始粒子概率密度函数的 $1/10$).

算法流程:

步骤 1 判断, 如果 $N_{\text{eff}} < N/3$.

步骤 2 将 x_k^i 按照 w_k^i 降序排序为 $\bar{x}_k^i$.

步骤 3 有效粒子保持不变

$$\bar{x}_k^{[1:N_{\text{eff}}]} = \bar{x}_k^{[1:N_{\text{eff}}]}.$$

步骤 4 对失效粒子进行随机摄动再采样

$$\bar{x}_k^{[(N_{\text{eff}}+1):N]} = \bar{x}_k^1 + \text{randn}(). \quad (29)$$

步骤 5 对再采样后的粒子集中的粒子重新赋予权值

$$w_k^{[1:N]} = \frac{1}{N}. \quad (30)$$

4.2 SPSTPF

算法流程:

步骤 1 初始化.

根据初始值 $\hat{x}(0|0)$ 和 $P(0|0)$ 抽样, 得到初始粒子集 $\{\langle x_0^i, 1/N \rangle | i = 1, \dots, N\}$, 选择弱化因子 β , 令 $k = 1$.

步骤 2 调用 STF 算法的 (15)–(25) 式, 更新粒子集中的粒子, 得到粒子的状态估计值和重要性密度函数

$$q(x_k^i | x_{k-1}^i, y_k)$$

$$= N(\hat{x}(k+1|k)^i, P(k+1|k)^i). \quad (31)$$

步骤 3 粒子加权,

$$w_k^i = w_{k-1}^i \times \frac{p(y_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, y_k)}. \quad (32)$$

步骤 4 权值归一化处理,

$$w_k^i = \frac{w_k^i}{\sum_{i=1}^N w_k^i}. \quad (33)$$

步骤 5 计算状态估计值,

$$x_k^* \approx \sum_{i=1}^N w_k^i \times x_k^i. \quad (34)$$

步骤 6 判断如果 $N_{\text{eff}} < N/3$.

步骤 7 x_k^i 按照 w_k^i 降序排序为 $\bar{x}_k^i$.

步骤 8 前面的 N_{eff} 个有效粒子保持不变,

$$\bar{x}_k^{[1:N_{\text{eff}}]} = \bar{x}_k^{[1:N_{\text{eff}}]}.$$

步骤 9 变异.

$$\bar{x}_k^{[(N_{\text{eff}}+1):N]} = \bar{x}_k^1 + \text{randn}(), \quad (35)$$

(35) 式中 $\bar{x}_k^1$ 为样本集中权值最大的粒子, $\text{randn}()$ 表示随机摄动.

步骤 10

$$w_k^{[1:N]} = \frac{1}{N}. \quad (36)$$

步骤 11 令 $k = k + 1$, 返回步骤 2.

引理 正交性原理^[13]

使得 (25) 式的滤波器为强跟踪滤波器的一个充分条件是选择一个适当的时变增益阵 $K(k+1)$, 使得

$$1) \quad E[x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)] \cdot [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)]^T = \min. \quad (37)$$

$$2) \quad E[\gamma(k+1+j)\gamma^T(k+1)] = 0, \\ k = 0, 1, 2, \dots; \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (38)$$

SFEKF 满足如上的正交性原理.

对于 SPSTPF 算法而言, 最终的状态估计值

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1),$$

其中

$$\sum_{i=1}^N w_k^i = 1. \quad (39)$$

定理 SPSTPF 算法是强跟踪滤波器, 即 SPSTPF 算法满足

$$1) \quad E \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right] \times \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right]^T = \min, \quad (40)$$

$$2) \quad E [\gamma(k+1+j)\gamma^T(k+1)] = 0, \quad k=0, 1, 2, \dots; j=1, 2, \dots \quad (41)$$

证明

$$1) \quad E \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right] \times \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right]^T = E \left[\sum_{i=1}^N w_{k+1}^i x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right] \times \left[\sum_{i=1}^N w_{k+1}^i x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right]^T = E \left(\sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \right)^2 [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)] \times [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)]^T.$$

由 (39) 式, 得

$$\text{上式} = E [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)] \cdot [x(k+1) - \hat{x}(k+1|k+1)]^T.$$

由 (37) 式, 可得

$$E \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right] \times \left[x(k+1) - \sum_{i=1}^N w_{k+1}^i \hat{x}^i(k+1|k+1) \right]^T = \min.$$

(40) 式得证.

2) SFEKF 满足正交性原理, 所以 SFEKF 满足 (38) 式. 而 SPSTPF 是在 SFEKF 的基础上提出的, 且粒子滤波算法不影响 $\gamma(k+1)$ 的计算结果, 所以 (41) 式成立.

综上所述, 定理得证.

5 算法仿真实验及结果分析

对于 SPSTPF 算法, 选用两个仿真实例验证 SPSTPF 算法在解决退化问题和估计突变状态方面的能力. 实例 1 是粒子滤波算法的标准验证模型, 用来验证 SPSTPF 算法估计标准验证模型状态和解决退化问题的能力; 实例 2 用来验证 SPSTPF 对突变状态的强跟踪能力.

5.1 标准验证模型的仿真实验及结果分析

验证实例 1 标准验证模型

该模型在大量文献^[14]中均可看到, 是研究各种粒子滤波算法性能的标准验证模型之一.

状态方程和观测方程为

$$x_k = f(x_{k-1}, k) + \nu_{k-1}, \quad y_k = \frac{x_k^2}{20} + n_k, \quad (42)$$

其中

$$f_k(x_{k-1}, k) = \frac{x_{k-1}}{2} + \frac{25x_{k-1}}{1+x_{k-1}^2} + 8 \cos(1.2k), \quad (43)$$

n_k 和 ν_k 是均值为 0, 方差分别为 $R_k = 1$, $Q_k = 10$ 的高斯噪声. 初始概率密度函数为 $N(0, 5)$, $x_0 = 0.1$, $\rho = 0.95$, $\beta = 4$. 取 $N = 100$ (即粒子数为 100) 来进行 100 步的迭代估计. 图 1 所示为 SPSTPF 算法对标准验证模型的估计情况图.

由图 1 (a)—(d) 可见, SPSTPF 算法能很好地跟踪标准验证模型的状态, 说明 SPSTPF 算法在状态跟踪方面是可行并有效的.

有效样本数 N_{eff} 是评价粒子滤波算法退化现象的重要指标, N_{eff} 越小表示退化现象越严重. 为了验证 SPSTPF 算法对退化现象的改善情况, 对 STPF 算法和 SPSTPF 算法分别运行 10 次, 并分别求其有效样本数的平均值, 以作验证.

表 1 有效样本数

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$N_{\text{eff}1}$	92	75	82	100	43	86	78	69	73	98
$N_{\text{eff}2}$	35	27	39	43	57	21	12	19	26	47

$$\bar{N}_{\text{eff}1} = 79.6, \quad \bar{N}_{\text{eff}2} = 32.6.$$

表1中, N_{eff_1} 和 $\tilde{N}_{\text{eff}_1}$ 分别代表 SPSTPF 的有效样本数和平均有效样本数; N_{eff_2} 和 $\tilde{N}_{\text{eff}_2}$ 分别代表 STPF 的有效样本数和平均有效样本数.

从表1以及两种算法 N_{eff} 的平均值可见, SPSTPF 的有效样本数平均值 $\tilde{N}_{\text{eff}_1}$ 为 STPF 有效样本数平均值 $\tilde{N}_{\text{eff}_2}$ 的 2.4 倍, SPSTPF 在解决退化问题方面明显优于 STPF. 仿真结果说明由于随机摄

动再采样方法的引入, SPSTPF 可以很好地解决退化问题.

算法第 100 步估计之后的粒子权值分布图能更直观地说明 SPSTPF 算法相对于 STPF 算法对退化问题的解决程度, 两种算法第 100 步迭代之后的粒子权值分布图分别如图 2(a) 和 (b) 所示.

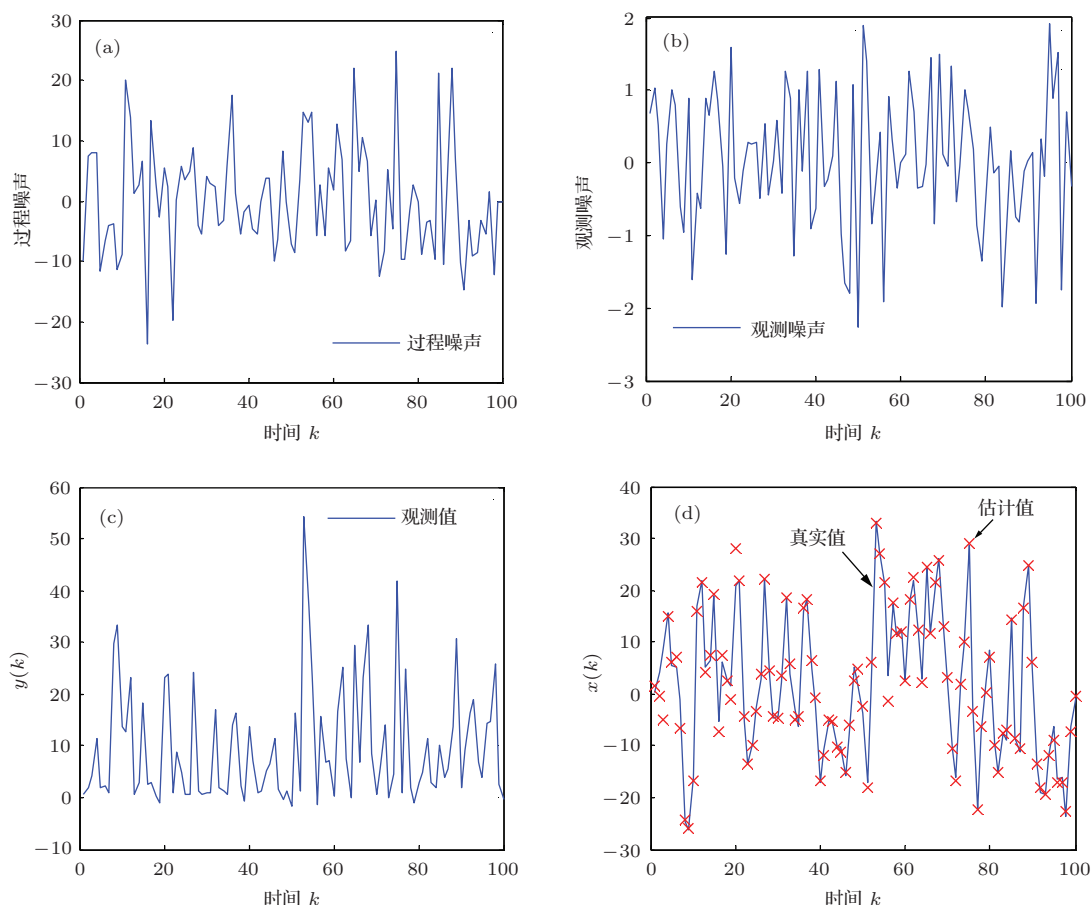


图1 仿真结果 (a) 过程噪声; (b) 观测噪声; (c) 观测值; (d) 状态估计结果

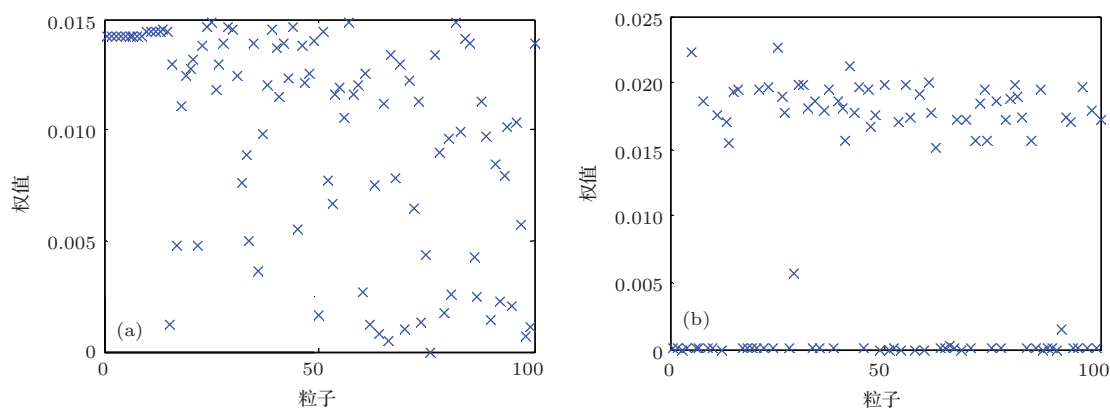


图2 粒子权值分布图 (a) SPSTPF; (b) STPF

由图2(a)可见, SPSTPF算法的100个粒子权值均匀分布在 $[0, 0.015]$ 区间, 只有个别粒子的权值为0, 大部分粒子为有效粒子; 由图2(b)可见, STPF的100个粒子权值分布在 $[0, 0.025]$ 区间, 大部分粒子的权值为0, 只有少部分粒子为有效粒子. 可见SPSTPF算法相对于STPF可以很好地解决退化问题.

粒子耗尽, 即经过再采样之后, 粒子集中的相异粒子数较少. 很多再采样方法虽然可以解决退化问题, 但是对粒子耗尽问题却束手无策, SIR算法就是一个典型的例子. 为了验证SPSTPF算法在解决退化问题的同时有没有造成粒子耗尽, 将SPSTPF和STPF算法在第100步迭代之后的粒子分布图进行比较, 如图3所示.

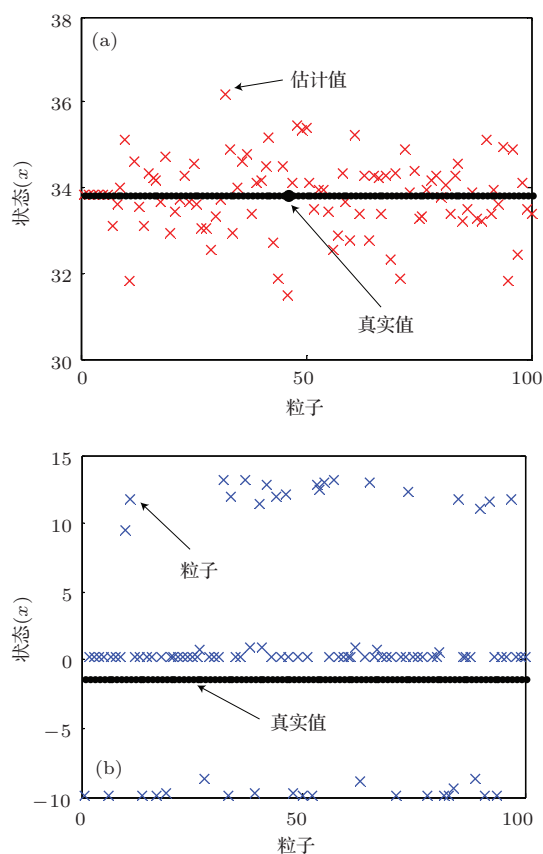


图3 STPF粒子分布图 (a) SPSTPF; (b) STPF

由图3(a)可见, SPSTPF算法在迭代100步之后的粒子均匀分布在真实值两侧, 重复粒子少, 粒子的多样性很好; 从图3(b)可见, STPF迭代100步之后, 粒子分布在 $[-10, 15]$ 之间, 粒子过于分散, 且粒子集中的相同粒子较多, 只有少数的相异粒子, 粒子多样性较差. 综上所述, SPSTPF算法的粒子集中相异粒子较多, 粒子的多样性好, 不存在

粒子耗尽问题.

5.2 分时恒定系统仿真实验及结果分析

验证实例2 分时恒定系统估计问题^[15]

设系统状态方程和观测方程为

$$x(t) = \begin{cases} 3, & 0 \leq t < T/5, \\ 8, & T/5 \leq t < 4T/5, \\ 3, & 4T/5 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (44)$$

$$y(t) = x(t) + N(0, Q). \quad (45)$$

其中 $T = 50$, $Q = 1$, 初始样本方差为5, $\rho = 0.95$, $\beta = 4$. 粒子滤波的样本个数为100, 进行50步的迭代估计. 为了验证SPSTPF算法对突变状态的跟踪能力, 分别选用粒子滤波的代表性算法SIR算法和EPF算法, 对他们三者的分时恒定状态估计情况进行比较, 如图4所示.

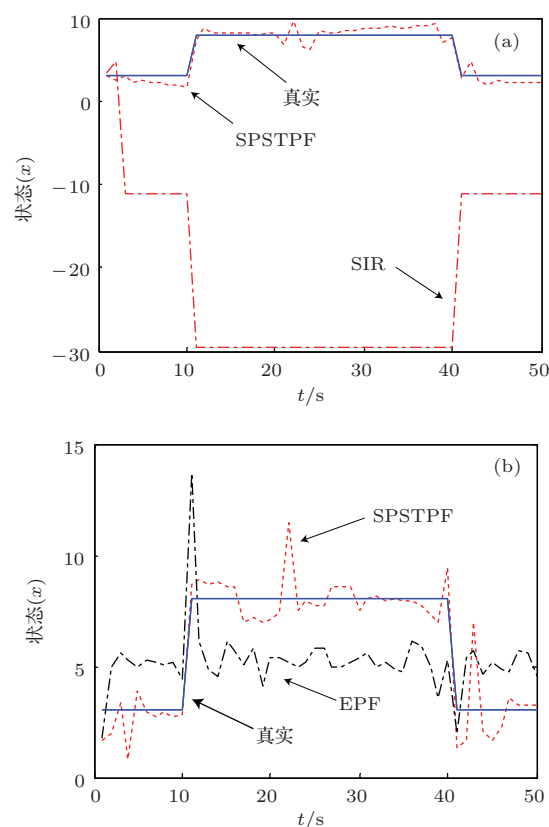


图4 状态估计结果比较图 (a) SPSTPF与SIR; (b) SPSTPF与EPF

图4直观地展示了SPSTPF在估计突变状态时, 相对于SIR和EPF的强跟踪能力. 从图4(a)可见, SIR由于严重的粒子耗尽问题而不能准确地对状态进行估计; 从图4(b)可见, EPF由于EKF本身的缺陷, 而丧失了对突变状态的跟踪能力.

表2 均方根误差

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RMSE _{SIR}	2.2779	0.9923	6.4337	6.2647	7.3551	4.182	9.3257	2.0658	18.571	4.2354
RMSE _{EPF}	1.3563	1.793	1.8748	1.9552	1.8025	1.8253	1.8232	1.8172	1.8122	1.8059
RMSE _{SPSTPF}	0.6241	0.6182	0.8703	0.7975	0.8032	0.7035	0.8573	0.703	0.5684	0.5499

RMSE_{SIR} 均值 = 6.1704, RMSE_{SIR} 方差 = 23.1722, RMSE_{EPF} 均值 = 1.7866, RMSE_{EPF} 方差 = 0.0226, RMSE_{SPSTPF} 均值 = 0.7095, RMSE_{SPSTPF} 方差 = 0.0125.

计算精度是衡量算法有效性的一个重要指标,一般使用均方根误差(RMSE)来度量粒子滤波算法的误差,单次运行的RMSE通过下式计算

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_k^*)^2}. \quad (46)$$

上式中 N 为迭代步数, x_k 和 x_k^* 分别是第 k 步状态的真实值与估计值.为了验证SPSTPF的计算精度,分别对SIR,EPF和SPSTPF运行10次,求其RMSE的均值与方差,以作比较.表2中RMSE_{SIR},RMSE_{EPF}和RMSE_{SPSTPF}依次表示SIR,EPF和SPSTPF算法的均方根误差.

由表2可见,在均方根误差RMSE的均值方面,RMSE_{SIR}的均值约为RMSE_{SPSTPF}均值的9倍,RMSE_{EPF}的均值约为RMSE_{SPSTPF}均值的3倍;而在RMSE的方差方面,RMSE_{SIR}方差约为RMSE_{SPSTPF}方差的1854倍,RMSE_{EPF}方差约为RMSE_{SPSTPF}方差的2倍.可见SPSTPF在估计精度方面相对于SIR和EPF有明显的提高,且性能稳定.

6 结 论

SPSTPF算法是针对EPF和SIR不能跟踪突变状态以及STPF的退化问题而提出的.通过将随机摄动再采样方法引入STPF,以STF更新粒子.当出现退化问题时,采用随机摄动再采样方法进行再采样,形成新的样本集,旨在解决退化问题并提高粒子滤波算法对突变状态的跟踪能力.此外,还通过数学方法证明了SPSTPF算法是强跟踪算法.

粒子滤波标准验证模型的仿真结果显示,SPSTPF算法有效解决了STPF的退化问题,提高了算法的跟踪能力;分时恒定系统的仿真结果表明,SPSTPF算法在估计突变状态方面的计算精度相对于SIR和EPF方法有显著提高.

综上所述,本文提出的SPSTPF算法有效解决了退化问题,增加了粒子集的多样性,且在估计突变状态方面具有明显的优势.

参考文献

- [1] Yang Z L, Wang W W, Yin Z X, Zhang J, Chen X 2007 *Chin Phys. Lett.* **24** 1170
- [2] Liu W D, Ren K F, Meunier-Guttin-Cluzel S, Gouesbet G 2003 *Chin Phys.* **12** 1366
- [3] Gring A, Ristic B, Mihaylova L 2012 *IEEE Transactions on Signal Processing* **60** 2138
- [4] Ghirmai T, Bugallo M F, Joaquín Míguez, Djurić P M 2005 *IEEE Transaction on Signal Processing* **53** 2855
- [5] Cheng Chang, Rashid Ansari 2005 *IEEE Signal Processing Letters* **12** 242
- [6] Jie Yu 2012 *Journal of Process Control.* **22** 778
- [7] Djurić P M, Kotecha J H, Zhang J Q, Huang Y F, Ghirmai T, Bugallo M F, Joaquin Miguez 2003 *IEEE Signal Processing Magazine.* **20** 19
- [8] Ning X L, Wang H L, Zhang Q, Chen L H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4426 (in Chinese) [宁小磊, 王宏力, 张琪, 陈连华 2010 物理学报 **59** 4426]
- [9] Hou J, Jing Z R, Yang Y 2013 *Journal of Electronics & Information Technology* **35** 1532 (in Chinese) [侯静, 景占荣, 羊彦 2013 电子与信息学报 **35** 1532]
- [10] De Freitas 2000 *Neural Computation.* **12** 955
- [11] Rudolph van der Merwe, Arnaud Doucet, Nando de Freitas, Eric Wan 2000 *Technical Report CUED/F-INFENG/TR 380*
- [12] Hu C H, Zhang Q, Qiao Y K 2008 *Acta Automatica Sinica* **12** 1522 (in Chinese) [胡昌华, 张琪, 乔玉坤 2008 自动化学报 **12** 1522]
- [13] Zhou D H, Ye Y Z 2000 *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control* (Beijing: Tsinghua university press), p265–267 (in Chinese) [周东华, 叶银忠 2000 现代故障诊断与容错控制 (北京: 清华大学出版社) 第265–267页]
- [14] Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, Neil Gordon 2002 *IEEE Transaction on Signal Processing* **50** 174
- [15] Mo Y W, Xiao D Y 2005 *Control Theory & Application* **22** 269 (in Chinese) [莫以为, 萧德云 2005 控制理论与应用 **22** 269]

Study on stochastic perturbation strong tracking particle filter *

Zhang Qi^{1)†} Qiao Yu-Kun²⁾ Kong Xiang-Yu¹⁾ Si Xiao-Sheng¹⁾

1) (*The Second Artillery Engineering University, 302 Unit, Xi'an 710025, China*)

2) (*The Engineering University of Armed Police Force, Information Engineering Department, Xi'an 710078, China*)

(Received 22 December 2013; revised manuscript received 12 March 2014)

Abstract

To solve the degeneracy phenomenon and to improve the ability for tracking the breaking states are two difficult problems in the application of particle filter. Sequential important re-sampling can reduce or eliminate degeneracy, but the sample impoverishment is a secondary result. Extended particle filter can also reduce the degeneracy, but it cannot track the breaking states. The ability to track the breaking states can be improved by a strong tracking particle filter, but the degeneracy phenomenon will not be well solved still. A stochastic perturbation strong tracking particle filter is proposed for solving the above problems, in which a stochastically perturbative re-sampling is introduced into a strong tracking particle filter. Thus a stochastic perturbation is added to the particle with maximal weight to form some new particles, and the degenerative particles are displaced by the new particles to solve the degeneracy phenomenon and so the sample impoverishment improves the diversity of the samples. The ability of the proposed algorithm to track breaking states is also improved, and the feasibility and validity of the proposed algorithm are demonstrated by the simulation results of the standard validation model and the system with constants in different periods of time.

Keywords: particle filter, degeneracy phenomenon, stochastic perturbation, strong tracking filter

PACS: 05.45.Tp, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.63.110505

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61104223, 61174030, 61374120).

† Corresponding author. E-mail: 15829799698@163.com