

基于小波 leaders 的海杂波时变奇异谱分布分析*

熊刚^{1)2)†} 张淑宁^{2)‡} 赵慧昌²⁾

1)(上海理工大学光电信息与计算机工程学院/光电信息研究院, 上海 200093)

2)(南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

(2013 年 12 月 24 日收到; 2014 年 4 月 11 日收到修改稿)

海杂波的奇异谱分析不仅能从理论上揭示海洋表面的动力学机理, 同时也是对海探测雷达的关键技术之一. 本文提出基于小波 leaders 的海杂波时变奇异谱分析方法, 将时间信息引入海杂波的奇异谱分析之中, 从而实现动态的解析描述海杂波随时间变化的奇异谱特性. 在理论上, 通过信号自身加窗, 将时间信息引入传统的奇异谱 (或称多重分形谱), 实现了对海杂波时变奇异谱分布分析; 在算法上, 充分利用了小波 leaders 技术对于多种奇异性的提取能力 (包括 chirp 奇异性 and cusp 奇异性), 通过对时变奇异性指数和时变尺度函数的 Legendre 变换, 实现对海杂波时变奇异谱分布的计算; 在应用部分, 采用经典的多重分形模型——随机小波序列 (RWC) 以及三级海态条件下连续波多普勒体制雷达海杂波进行仿真分析, 实验结果表明: 1) 基于小波 leaders 的奇异谱分布能跟踪海杂波的时变尺度特性, 有效展示其时变奇异性谱分布; 2) 算法具有较好的负矩特性和统计收敛性. 该方法能为复杂非线性系统及随机多重分形信号分析提供参考.

关键词: 小波 Leaders, 多重分形, 时间-奇异性谱分布, 海杂波

PACS: 05.45.Df, 47.53.+n, 64.60.al, 84.40.Xb

DOI: 10.7498/aps.63.150503

1 引言

海杂波是指海面对于雷达电磁波散射所产生的特定回波信号, 由于受风、浪的影响, 海杂波具有高度非线性、非平稳和时变特性, 使得对于海杂波的建模、分析和处理变得十分困难. 作为机载雷达和对海警戒雷达的关键技术之一, 海杂波的存在对于海平面以及低空飞行器, 如巡航导弹、舰船和漂浮物等目标探测形成了极大的挑战.

传统方法是基于利用统计分布模型来描述海杂波的特性, 如对数正态分布、Weibull 分布模型、复合 K 分布模型等^[1]. 但是海杂波受风浪等多重因素影响, 单一的统计分布并没有从海杂波的物理意义等方面分析, 同时, 统计方法通常认为海杂波是平稳过程, 但实质上海杂波具有强烈的非平稳特性, 在实际中应用统计方法来实现海杂波背景下

信号分析和目标探测存在较大的局限性. 基于非线性理论的建模和预测方法为研究海杂波提供了全新的思路, 包括时频分布、混沌与分叉、分形、自组织和突变等等. 其中 Mandelbrot 提出的分形理论, 包括由此发展而来的重分形、高维分形、变换域分形、多序列相关分形、分形统计学等理论为海杂波的分析 and 处理带了广阔的发展空间^[2]. 1983 年, Grassberger 和 Procaccia 最早提出了基于配分函数的多重分形谱估计方法^[3], 随后 Frisch 和 Halsey 等对该理论做了进一步研究^[4,5]. Kantelhardt^[6] 和 Zhou^[7] 等提出了基于消除趋势项分析的多重分形谱 (multifractal based on detrended fluctuation analysis, MFDFA), 该方法解决了噪声和信号波动对多重分形谱计算的影响, 而且特别适合于任意数据长度的数字计算^[8]; 随后, Gu 等^[9] 提出了基于移动平均的多重分形谱算法 (multifractal based on detrended moving analysis, MFDMA), 并通过

* 国家自然科学基金 (批准号: 61171168, 61301216, 60702016) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: pdxiong@gmail.com

‡ 通讯作者. E-mail: shuningzhang@163.com

实验证明后向MFDMA算法性能优于MFDFA算法. 最近, 针对多序列之间的相关分形, Zhou又提出了基于移动平均的相关多重分形谱的概念(multifractal detrended cross-correlation analysis, MFDCCA)^[10]. Muzy等一大批非线性动力学和分形数学的科学家们先后将小波应用于多重分形分析, 并提出了基于小波系数的多重分形谱^[11,12]、小波模极大值方法(wavelet transform module maxima, WTMM)^[13,14]和基于小波leaders的多重分形谱^[15], 其中小波leaders方法解决了基于小波系数方法和WTMM方法在计算中存在的的不稳定性、计算量庞大、数学基础缺乏等方面的不足^[15]. 针对非平稳奇异谱特性, 笔者提出了基于WTMM的时间-奇异性多重分形谱分布^[16], 并对二进制层叠模型^[17]、随机小波序列^[18]以及海杂波信号^[19]进行了仿真分析. 最近, 还有学者提出采用分段分数布朗运动模型对海杂波进行模拟^[20], 从而研究海杂波背景下小目标检测的分形方法等^[21-23].

本文在上述研究的基础上, 提出了基于小波leaders (wavelet leaders, WL) 的海杂波时变奇异谱分布方法, 一方面通过引入时间信息, 解决传统多重分形谱仅对信号作总体奇异性谱描述的不足, 给出海杂波的奇异性谱分布; 另一方面通过基于小波leaders的奇异谱算法, 解决基于小波系数的计算稳定性(负矩特性)和WTMM^[24]在计算量和理论基础上的不足, 实现对于海杂波时变奇异性谱分布的描述.

2 时变奇异谱分布(TVSSD)理论

2.1 理论模型^[24]

对于分形过程或海杂波序列 $x(t)$, 将其时间延迟的共轭作为窗函数, 构建其瞬时自相关函数 $r_{xx}(t, \tau) = E[x^*(t + \tau/2)x(t - \tau/2)]$. 对于给定的时间 t , 计算信号的时变奇异性指数, 如时变的Holder指数 $h(t, \tau)$. 根据各向异性假定, 随机过程的统计特征可由采样序列 $x(t)$ 的时变奇异性指数 $h(t, \tau)$ 表征. 定义 $E^{[t, \alpha]}$ 为 t 时刻具有奇异性指数 α 的分形子集, 则 $E^{[t, \alpha]}(\tau) := \{r_{xx}(t, \tau) : \liminf_{n \rightarrow \infty} h(t, \tau) = \alpha\}$, 由此, 可得时变的奇异谱分布为

$$(t, \alpha) \rightarrow \dim(E^{[t, \alpha]}(\tau)). \quad (1)$$

基于时变奇异性指数与分形集合的覆盖理论^[25], 对于瞬时自相关函数, 假定存在单元 ε 与单

元测度 $\mu_t(\alpha)$, 满足幂律关系 $\mu_t(\alpha) \sim \varepsilon^\alpha$, 其中奇异性指数 α 控制着单元测度 $\mu_t(\alpha)$ 的奇异性. 对 $x_t(\alpha)$ 作任意的 δ 覆盖 $\{U_i\}_{i \in N}$, 其中 $0 < \text{diam} U_i < \delta$, 引入定义^[24]

$$H_\delta^r(x_t(\alpha), \mu_t(\alpha)) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} (\text{diam} U_i)^r : x_t(\alpha) \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i \right\}. \quad (2)$$

由此, 可得 $x_t(\alpha)$ 的 r 维时变Hausdorff测度为

$$H^r(x_t(\alpha), \mu_t(\alpha)) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_\delta^r(x_t(\alpha), \mu_t(\alpha)). \quad (3)$$

假定存在临界指数 $f_h(t, \alpha)$ 满足^[24]

$$H^r(x_t(\alpha), \mu_t(\alpha)) = \begin{cases} 0, & r > f_h(t, \alpha), \\ \infty, & r < f_h(t, \alpha), \\ \text{有限数}, & r = f_h(t, \alpha). \end{cases} \quad (4)$$

则称 $f_h(t, \alpha)$ 为基于Hausdorff测度的时变奇异谱分布. $f_h(t, \alpha)$ 可解释为 t 时刻信号所具备的奇异谱分布, 或解释为信号 $x(t)$ 中奇异性为 α 的分形子集的维数随时间的分布, $f_h(t, \alpha)$ 可表示为^[24]

$$f_h(t, \alpha) = \inf \left\{ r : \lim_{\delta \rightarrow 0} \inf \sum_{i=1}^{\infty} (\text{diam} U_i)^r = 0 \right\}. \quad (5)$$

2.2 算法实现

与传统多重分形谱估计类似, 实际观测时间序列的时变奇异谱分布估计算法也是一个关键问题. 但是, 由于序列的时变特性、观测数据的采样精度和有限长度的影响, 如果直接从时变奇异谱分布的定义出发难以有效估计. 文献^[16]提出了基于时变概率测度和小波系数的多重分形谱分布(wavelet coefficient based multifractal spectrum distribution, WC-MFSD)估计算法, 避免了从定义出发直接估计的问题. 最近, 文献^[24]提出了基于WTMM的多重分形谱分布算法(简记为WTMM-MFSD), 进一步提高了奇异谱分布估计的精度.

然而, 基于WC-MFSD的对海杂波处理存在两点不足. 首先, 海杂波经小波分解后存在大量接近于0的小波系数, 根据基于小波系数结构函数的定义可知, 在通过 q 阶求和公式计算 $S^d(j, q)$ 时, 对于负矩 $q < -1$ 必将导致 $S^d(j, q)$ 的计算出现无穷大的不稳定情况. 此时, 基于小波系数的奇异谱分布在实际计算尺度函数时, 特别是当 $q < -1$

时, 计算结果将失效, 从而导致相应的 Legendre 变换后, 时变奇异谱分布的右半部分计算结果存在严重的不稳定性. 其次, 尽管 WC-MFSD 能有效提取 cusp 奇异信息, 但当信号具有 chirp 奇异性或震荡奇异性存在时, WC-MFSD 方法将失效. 而对于 WTMM-MFSD, 小波局部模极大值对于奇异性提取的数学理论尚不完备, 加之 WTMM 算法需要多尺度极值搜索导致了庞大的计算量, 使得该方法的实用性大打折扣^[15].

3 基于小波 Leaders 的海杂波奇异谱分布

3.1 基于 WL 的多重分形谱算法

Lashermes 和 Jaffard 最早采用小波 leaders 替代传统小波系数和小波模极大值, 提出了基于小波 leaders 多重分形谱分析 (WL based Multifractal Formalism, WLMF)^[15]. 给定某个尺度 j , 所谓的小波 leaders 可定义为所有小于尺度 j 、三倍邻域内最大小波系数, 记为 $\max(|d_x(j, k)|)$, 其中 $(j, k) \in 3\lambda_{j,k}$, $\lambda_{j,k}$ 定义为二进制网格区域 $(k2^{-j}, (k+1)2^{-j}]$, $2^{j'} < 2^j$. 从数学理论以及数字估计观点出发, WLMF 能实现在全矩范围内对多重分形谱的准确估计, 包括震荡奇异信号或突变奇异信号. 此外, WLMF 还具有比基于小波的多重分形以及 WTMM 方法更小的计算量和更好的高维拓展能力.

WL 由具有多尺度 $3\lambda_{j,k}$ 区域内最大小波系数的模组成, 形成了多尺度的分层结构. 假定 F 为有界函数, 则 F 的 WL 可表示为 $d_\lambda = \sup_{\lambda' \subset 3\lambda} |c_{\lambda'}|$, 其中 $c_{\lambda'}$ 为函数 F 的小波变换系数. 假定 F 为一致 Holder 函数, 则函数 F 的小波结构函数定义为^[15]

$$W_F(p, j) = 2^{-dj} \sum_{\lambda \in \Lambda_j} (d_\lambda)^p. \quad (6)$$

对于一维时间序列 $d = 1$, F 函数的尺度函数定义为^[15]

$$\zeta_F(p) = \liminf_{j \rightarrow +\infty} \left(\frac{\log(W_F(p, j))}{\log(2^{-j})} \right). \quad (7)$$

根据 Legendre 变换, 基于小波 leaders 的多重分形谱可定义为^[15]

$$d_F(H) = \inf_{p \in \mathbb{R}} (d - \zeta_F(p) + Hp), \quad (8)$$

在一致 Holder 正则性条件下, 可以证明 $d_F(H)$ 提供了对理想的 Hausdorff 多重分形谱的上界紧谱估计^[15].

3.2 基于 WL 的时变奇异谱分布

首先假定海杂波时间序列为 $x(t)$, 根据第二节分析, 定义海杂波的瞬时自相关函数为 $v(t, \tau) = x(t + \tau/2)x^*(t - \tau/2)$, 可得海杂波的时变其离散小波变换系数

$$c_t(j, k) = 2^{-j/2} \int v(t, \tau) \psi(2^{-j}\tau - k) d\tau. \quad (9)$$

其中 $\psi(\cdot)$ 为小波函数, 假定二进制区间 $\lambda_{j,k} = [k2^j, (k+1)2^j)$, 通过与相邻的两个模相等的区间联合, 可得多尺度三邻域区间为 $3\lambda_{j,k} = \lambda_{j,k-1} \cup \lambda_{j,k} \cup \lambda_{j,k+1}$, 其示意图如图 1 所示. 将 $c_t(j, k)$ 标记为 $c_\lambda(t)$, 可得海杂波的时变小波 leaders 可表示为

$$d_\lambda(t) = \sup_{\lambda' \subset 3\lambda} |c_{\lambda'}(t)|. \quad (10)$$

在一致 Holder 正则性条件下, 小波 leaders 具有多尺度分层体系, 且关于尺度 2^j 具有单增特性, 通过 WL 可以准确确定海杂波信号自相关 $v(t, \tau)$ 的局部 Holder 指数. 该性质为小波 leaders 应用于海杂波多重分形分析提供了理论依据^[15]: 即如果函数 F 具有一致 Holder 性质, 且在延迟时间 τ_0 处有 Holder 指数 $h(\tau_0) \geq 0$, 那么在满足消失矩条件 $N_\psi > h$ 且 $2^{-j}k = \tau_0$ 时, 有

$$d_{\lambda_j(x_0)}(t) \sim_{j \rightarrow \infty} 2^{-jh_t(\tau_0)}. \quad (11)$$

因此, 在局部幂律条件以及 $2^{-j} \rightarrow 0$ 极限条件下, 海杂波的小波 leaders 精确提取和继承了海杂波在 t 时刻 Holder 指数 $h_t(k)$. 小波 leaders 与局部奇异性指数的幂律特性确保了基于小波 leaders 多重分形谱分布的有效性和关联性.

传统基于小波系数的海杂波多重分形谱分布, 由于小波系数局部极值附近的快速振荡特性以及近似为 0 的小波系数存在, 导致配分函数 (partition function, PF) 的计算存在不稳定性, 而基于小波 leaders 的谱分布消除了上述影响.

对于小的尺度, 小波系数保留了海杂波的细节和低频信息, 而对于大的尺度, 小波系数保留了海杂波的轮廓和低频信息, 采用 Arneodo 提出的结构函数的定义, 可得时变结构函数

$$S_t(j, q) = 2^{-j} \sum_k |d_\lambda(t)|^q. \quad (12)$$

计算 $S_t(j, q)$ 关于尺度的对数渐进线性拟合, 即当尺度 $j \rightarrow 0$ 时, $S_t(j, q) \sim j^{\tau(t, q)}$, 可得海杂波的时变尺度函数

$$\tau(t, q) = \liminf_{j \rightarrow +\infty} \left(\frac{\log(S_t(j, q))}{\log(2^{-j})} \right). \quad (13)$$

对时变尺度函数作 Legendre 变换, 可得基于 WL 的海杂波多重分形谱分布函数

$$f(t, \alpha) = \inf_{p \in R} \{ \alpha(t, q)q - \tau(t, q) \}, \quad (14)$$

其中

$$\alpha(t, q) = d\tau(t, q)/dq$$

且 $\tau(t, q)$ 代表了 Schwartz 类或紧支类尺度函数.

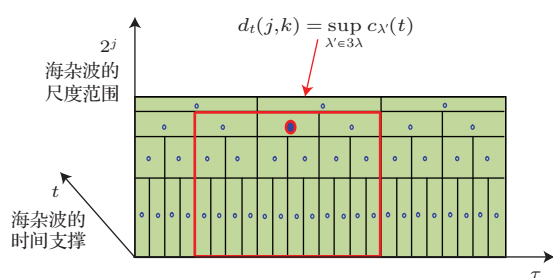


图1 基于小波 leaders 的奇异谱分布示意图 (对于给定的时刻 t , 瞬时自相关函数的小波 leaders $d_t(j, k)$ ('o') 定义为尺度 $2^{j'} < 2^j$ 的 $3\lambda_{j,k}$ 区间内最大的小波系数 $|c_t(\cdot, \cdot)|$ ('•') (红色区域), 尔后通过时变结构函数 $S_t(j, q)$ 和时变尺度函数 $\tau(t, q)$ 可得海杂波的时变奇异谱分布函数)

3.3 随机小波序列的时变奇异谱分布

为验证基于小波 leaders 的时变奇异谱分布对具有多种奇异性特性的特征提取能力, 选择典型的多分形信号模型——随机小波序列^[18] (random wavelet series, RWS) 作为信号样本. 由于 RWS 同时具有 chirp 奇异性 and cusp 奇异性特征, 可以较好的模拟海杂波的特性. 对于尺度 $j \in N$, 根据对数正态分布律 ρ_j 选择独立的 2^j 个随机变量 β_{jk} , 令 $C_{j,k} = \chi_{j,k} 2^{-j} \beta_{jk}$, 其中 $\chi_{j,k}$ 为符号变量或称相位变量. 仿真中, 选择正态分布律 ρ_j 为 $N_{m, \sigma^2} = (2, 0.4)$, 使其奇异性指数范围与海杂波大致符合, 由此重构小波序列

$$x(t) = \sum_{j \in N} \sum_{k=0}^{2^j-1} C_{j,k} \psi_{j,k}(t)$$

即为随机小波序列.

如图2所示, 其中图2(a)表示随机小波序列, 图2(b)为基于小波 leaders 的 RWS 奇异谱分布. 从时域上来看, RWS 信号具有明显的局部突变 cusp 奇异性 and 区域震荡的 chirp 奇异性, 采用 3.2 节

基于小波 leaders 的奇异谱分布算法, 数字计算结果如图2(b), 从图中可见, RWS 的奇异谱分布为三维的抛物面, 展示了信号随时间变化的奇异谱, 对于任意给定时刻 t , 其多重分形谱为二次的抛物线, 符合传统的多重分形奇异谱分析的结论; 对于任意给定奇异性指数, 可以观察其随时间变化特征, 以及在各时刻奇异谱二次曲线中的比重分布. 由前面的分析可知, 基于小波系数的 RWS 奇异谱分布由于无法正确提取 chirp 奇异性特征, 以及对于负矩计算的不稳定性将无法得到 RWS 时变多重分形谱

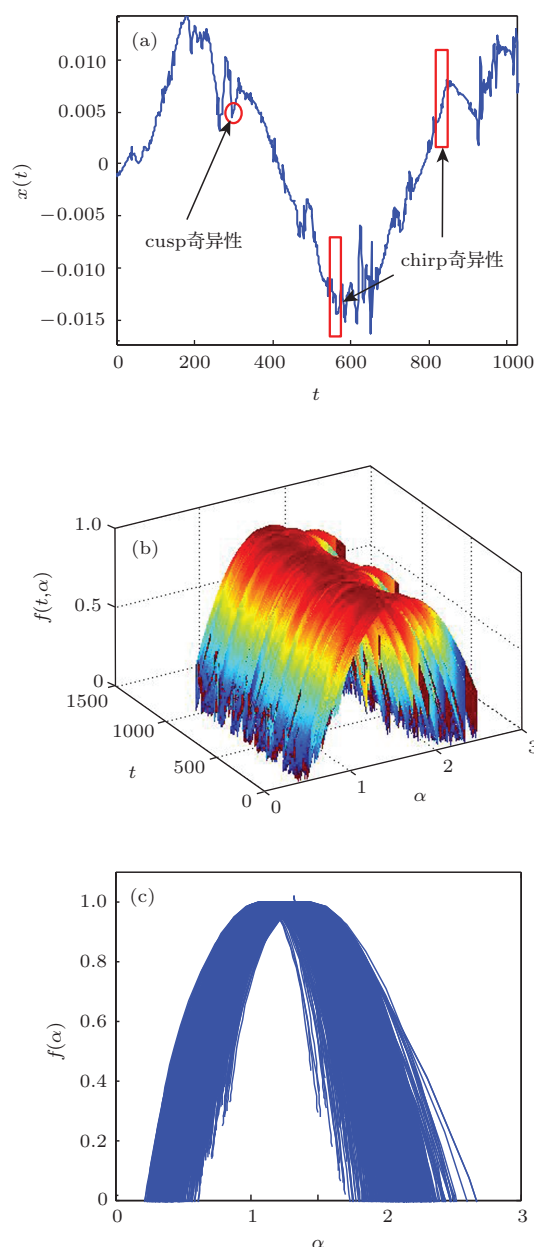


图2 随机小波序列及基于小波 leaders 的时变奇异谱分布数字仿真 (a) 随机小波序列, 其中分析小波为 'db4', 对数正态分布参数为 $\mu = 2$, $\sigma = 0.4$; (b) 基于小波 leaders 的时变奇异谱分布图; (c) 基于小波 leaders 的时变奇异谱分布图二维仿真图

分布特征. 图 2(c) 给出了基于小波 leaders 的时变奇异谱分布图二维仿真图, 从中可见, 各时刻计算所得的二维奇异谱曲线图, 最小的奇异性指数落在 $[0.2, 0.5]$ 附近, 最大的奇异性指数落在 $[1.7, 2.6]$ 之间, 有效展示了随机小波序列在各时刻的奇异谱波动变化.

4 数据实验及讨论

本节利用基于小波 leaders 的奇异谱分布方法分析了实测的海杂波信号. 实验和研究表明, 海面回波受多种因素的影响, 如风力、风向、风速, 以及海面状态, 如海情和风浪大小和波长. 同时海面也属于分布目标, 它所呈现的有效散射面积也是用电磁波束照射的面积乘以散射系数, 而海面的散射系数与波速指向 (入射余角)、海面状态、工作频率以及极化方向密切相关. 由于海洋表面具有分形特性, 电磁波与海洋表面的相互作用后, 散射的海洋回波信号幅度和后向散射角分布保留了海洋面的分形特性, 大量的研究证明海杂波具有复杂的非线性多重分形特征^[19], 而且包含大量 chirp 奇异性 and cusp 奇异性. 本节采用的实验数据, 来源于南京

理工大学雷达干扰与抗干扰实验站某型雷达引信海杂波数据采集试验, 采用的雷达引信为连续波多普勒体制, 载波频率为 142 MHz 高频振荡信号, 雷达引信的运行速度为 980 m/s, 飞行高度距海面约 10—25 m. 在三级海态条件下, 搜索接收机接收经海面复杂作用后反射的雷达电磁波, 按照双通道调制模型假定, 将海面对电磁波的作用可等效为海杂波对雷达电磁波的调幅和调频, 因此, 可进行双通道解调和多普勒滤波处理, 得到两路信号即为调幅通道的海杂波信号和调频通道的海杂波信号, 然后通过 25 kHz 采样得到实验样本, 图 3(a) 所示为频谱通道海杂波的时域波形, 数据样本的时间间隔为 40 μ s, 样本长度 4096 个采样点, 每组样本时间为 160 ms.

仿真中, 选择的 4 阶正交 Daubechies 小波, 小波变换最大尺度选定为 8, 时变结构函数的 q 阶矩的取值范围为 $[-10, 10]$. 基于小波系数和小波 leaders 的奇异谱分布记为 $f^d(t, \alpha)$ 和 $f^l(t, \alpha)$, 分别通过时变结构函数对尺度的对数线性回归进行拟合^[15], 然后通过标准的 Legendre 变换得到时变的奇异谱分布函数.

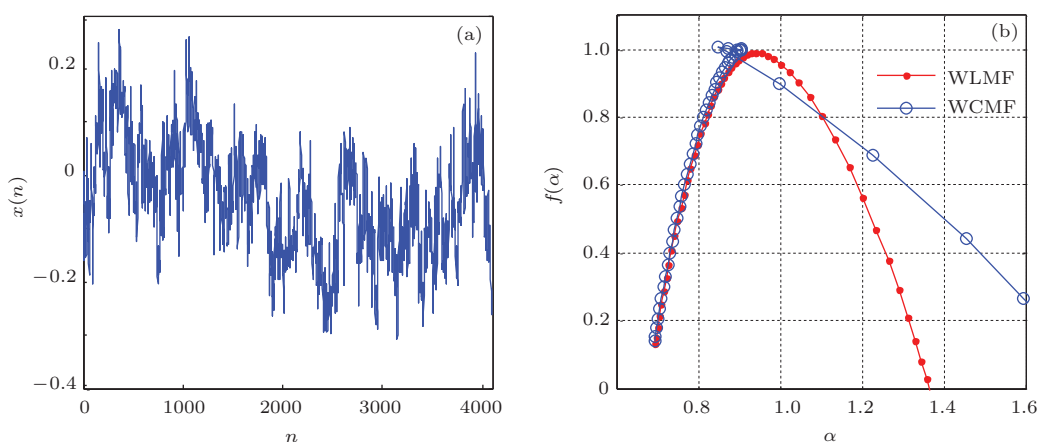


图 3 海杂波及其传统的多重分形谱仿真分析

图 3(a) 为部分海杂波样本, 图 3(b) 为通过统计计算得到的海杂波多重分形谱, 从图中可见, 在奇异谱的左半部分, 也即当 $q > 0$ 时, 基于 WL 的多重分形谱与基于小波系数的多重分形谱计算结果一致, 但在奇异谱的右半部分, 也即当 $q < 0$ 时, 基于小波系数的计算结果严重失真. 图 4(a) 给出了基于 WL 的海杂波奇异谱分布仿真结果, 作为对比, 图 4(b) 给出了基于小波系数的海杂波奇异谱分布仿真结果; 从仿真分析结果可见, 基于小波系

数的奇异谱分布 $f^d(t, \alpha)$ 无法给出完整的海杂波谱分布, 而基于 WL 的奇异谱分布 $f^l(t, \alpha)$ 给出的统计收敛的海杂波奇异谱分布, 奇异性指数分布在奇异性区间 $\alpha \in [0.4, 1.9]$, 这说明基于 WL 的奇异谱分布能有效提取海杂波的时变奇异谱特征, 跟踪了海杂波的奇异谱随时间的变化特性. 可见, $f^l(t, \alpha)$ 真实表达了海杂波的奇异谱分布, 而 $f^d(t, \alpha)$ 的计算结果严重失真. 图 5 给出了海杂波时变奇异谱分布图二维仿真图, 对比分析可见, 基于小波 leaders

的谱分布完整地显示了各时刻海杂波奇异谱二维曲线, 而基于小波系数的方法产生了严重的计算误差, 从图 5(a) 还可以看出, 海杂波的最小奇异性指

数落在 $[0.4, 0.7]$ 附近, 最大的奇异性指数落在 $[1.3, 1.9]$ 之间, 有效展示了海杂波在各时刻的奇异谱波动变化.

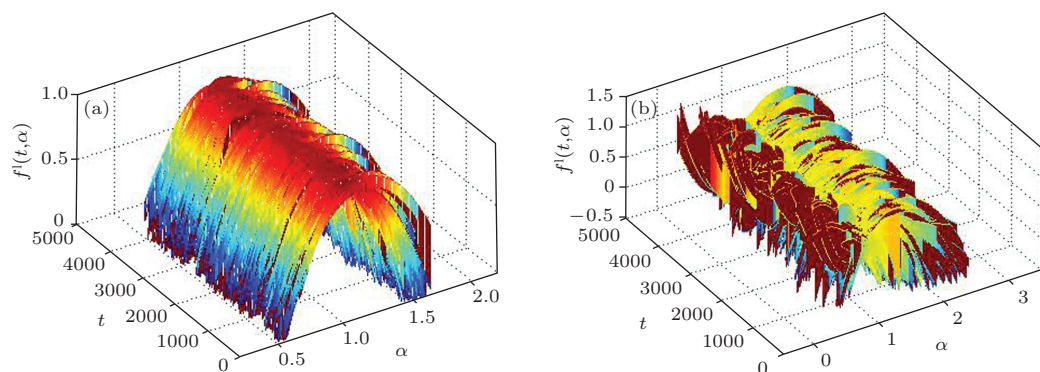


图4 海杂波时变奇异谱分布仿真分析 (a) 基于小波 leaders 方法; (b) 基于小波系数方法

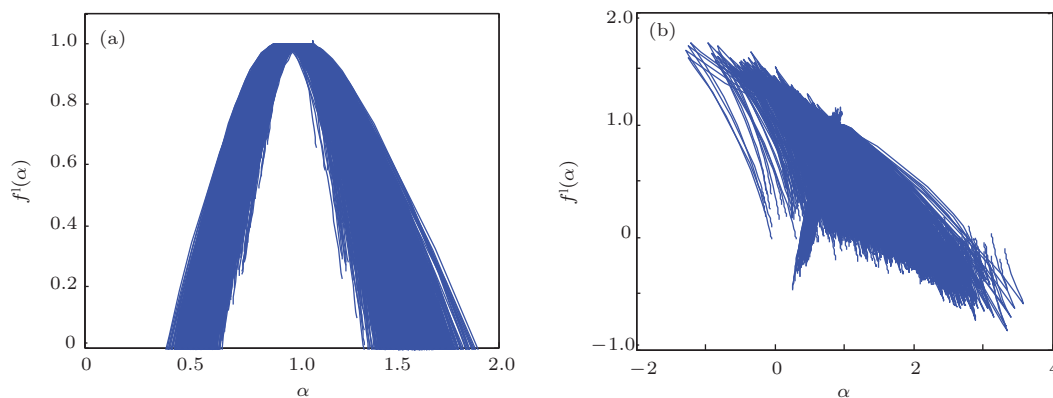


图5 海杂波时变奇异谱分布二维仿真分析 (a) 基于小波 leaders 方法; (b) 基于小波系数方法

针对传统的奇异谱分析, 文献[15]研究了三种算法, 即基于小波系数的奇异谱、WTMM方法以及小波 leaders 的统计特性, 并通过数字仿真证明了基于小波 leaders 的奇异谱能够正确提取 chirp 类奇异信息和 cusp 类奇异信息, 所以特别适用于自然分形噪声信号. 而本节的实验分析研究表明, 基于小波 leaders 的算法在海杂波的时间-奇异性二维谱分布特征提取中同样具有有效性.

5 结 论

本文给出了基于小波 leaders 的海杂波奇异谱分布分析方法, 该方法跟踪了海杂波的时变尺度函数特性, 有效展示了海杂波随时变化的奇异谱特性, 从而可以提取任意给定时刻的传统多重分谱以及任意给定的奇异性指数随时间演化的动态特性. 通过统计计算发现, 该方法具有较小的计算量和统计收敛性.

与目前基于小波系数的奇异谱分布方法相比, 基于小波 leaders 奇异谱分布解决了对于 chirp 奇异性指数提取能力, 以及对于负矩计算的不稳定性. 与文献[24]中基于 WTMM 的奇异谱分布相比, 基于小波 leaders 的海杂波奇异谱分布同样具有较大的优越性, 首先, 从对信号奇异性的数学基础而言, 基于小波 leaders 的奇异谱分布与基于 WTMM 的奇异谱分布主要的差异在于, 基于 WL 的奇异谱分布方法中小波 leaders 对于信号尺度特性和尺度函数的描述有可靠的数学证明[15], 而基于 WTMM 的方法在局部极值选择上存在极大的数量级跨度, 而且各尺度局部极大值并非按均匀间隔排列, 小波局部模极大值关于的尺度特性对于奇异性指数的描述、尺度函数对于分析小波函数选择的独立性以及尺度函数的 legendre 变换关于奇异谱的上界估计, 这些基本问题并没有充分的理论基础. 其次, 在计算方面, 基于 WTMM 的奇异谱分布由于连续

小波变换和逐尺度的局部极值搜索, 需要大量的计算; 而基于小波 leaders 的奇异谱分布得益于正交小波分析的快速算法, 在计算速度具有明显的优势, 这也意味着基于小波 leaders 的方法可以应用于任意长度的分形时间序列分析, 而基于 WTMM 的方法则只能针对相对短的时间序列/信号进行处理.

针对基于小波 leaders 的海杂波奇异谱分布, 进一步的研究将集中在以下几个方面, 一是继续探讨基于小波 leaders 的海杂波时变奇异谱分布统计特性; 二是海杂波的杂噪比对于时变奇异谱分布分析的影响; 三是基于小波 leaders 的时变奇异谱分布对于二维和高维信号的拓展能力.

参考文献

- [1] Anastassopoulos V, Lampropoulos G A 1995 *IRC*, Washington, DC, p662
- [2] Mandelbrot B B 1986 *Nonlinear Dynamics*, Nijhof, Dordrecht p279
- [3] Grassberger P, Procaccia I 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 346
- [4] Frisch U, Sulem P L 1984 *Phys. Fluids* **27** 1921
- [5] Halsey T C, Jensen M H, Procaccia K P I 1986 *Phys. Rev. A* **33** 1141
- [6] Kantelhardt J W, Zschiegner S A, Koscielny-Bunde E, Havlin S, Bunde A, Stanley H E 2002 *Physica A* **316** 87
- [7] Gu G F, Zhou W X 2006 *Physical Rev. E* **74** 061104
- [8] Chhabra A, Jensen R 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 121327
- [9] Gu G F, Zhou W X 2010 *Phys. Rev. E* **82** 011136
- [10] Zhou W X 2008 *Physical Rev. E* **77** 066211
- [11] Muzy J F, Bacry E, Arneodo A 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 3515
- [12] Bacry E, Arneodo A, Muzy J F 1993 *J. Stat. Phys.* **70** 635
- [13] Muzy J F, Bacry E, Arneodo A 1993 *Phys. Rev. E* **47** 875
- [14] Arneodo A, Argoul A, Muzy J F, Bacry E 1995 *Fractals* **1** 629
- [15] Lashermes B, Jaffard S, Abry P 2005 *ICASS*, Philadelphia, USA 2005 pp161–164
- [16] Xiong G, Yang X N, Zhao H C 2008 *ICIC*, Shanghai CCIS **15** pp541–548
- [17] Arneodo A, Bacry E, Muzy J F. J 1998 *Math. Phys.* **39** 4142
- [18] Aubry J M, Jaffard S 2002 *Commun. Math. Phys.* **227** 483
- [19] Xiong G, Yang X N, Zhao H C 2005 *IEEE MAPE*, Beijing, **8** pp1236–1239
- [20] Liu N B, Guan J, Huang Y, Wang G Q, He Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 190503 (in Chinese) [刘宁波, 关键, 黄勇, 王国庆, 何友 2012 物理学报 **61** 190503]
- [21] Xing H Y, Gong P, Xu W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 160504 (in Chinese) [行鸿彦, 龚平, 徐伟 2012 物理学报 **61** 160504]
- [22] W He J B, Liu Z, Hu S L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110208 (in Chinese) [贺静波, 刘忠, 胡生亮 2011 物理学报 **60** 110208]
- [23] Yang J, Bian B M, Yan Z G, Wang C Y, Li Z H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100506 (in Chinese) [杨娟, 卞保民, 闫振纲, 王春勇, 李振华 2011 物理学报 **60** 100506]
- [24] Xiong G, Zhang S N, Liu Q 2012 *Physica A* **391** 4727
- [25] Falconer K 2007 *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications* (2nd Ed.) (Beijing: Posts & Telecom Press) p231 (in Chinese) [Falconer K 2007 分形几何: 数学基础及其应用 (第2版) (北京: 人民邮电出版社) 第231页]

Time-varying singularity spectrum distribution of sea clutter based on wavelet leaders^{*}

Xiong Gang^{1)2)†} Zhang Shu-Ning^{2)‡} Zhao Hui-Chang²⁾

1) (*Institute of Photoelectric Information / School of Optical Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for S&T, Shanghai 200093, China*)

2) (*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of S&T, Nanjing 210094, China*)

(Received 24 December 2013; revised manuscript received 11 April 2014)

Abstract

Singularity spectrum analysis of sea clutter is the key technology of detecting radar for sea target, which can discover the dynamic mechanism of the sea surface theoretically. In this paper, based on wavelet leaders the time-varying singularity spectrum distribution of sea clutters is proposed, which introduces time information to the traditional singularity spectrum, and displays the time-varying characteristic of singularity spectrum analytically. In theory, by way of self-windowed fractal signal, we introduce the time information to the traditional singularity spectrum, and realize multifractal spectrum distribution of sea clutters. In algorithm, based on the wavelet leaders, we adapt the process of embodying chirp-type and cusp-type singularities, and obtain the time-varying singularity spectrum distribution of sea clutters by the Legendre transform of the time-varying scaling function. In practice, we analyze the classical multifractal model—random wavelet series and the real sea clutter data of continuous wave Doppler radar in level III sea state. Experiments indicate that (1) the time-varying singularity spectrum distribution based on wavelet leaders can trace the time-varying scale characteristic and display the time-varying singularity spectrum distribution of sea clutters; (2) the algorithm possesses good statistical convergence, low computational cost, and passive moment property. The time-varying singularity spectrum distribution based on wavelet leaders may serve as a reference sample for nonlinear dynamics and multifractal signal processing.

Keywords: wavelet leaders, multifractal formalism, time-singularity multifractal spectrum distribution, sea clutter

PACS: 05.45.Df, 47.53.+n, 64.60.al, 84.40.Xb

DOI: 10.7498/aps.63.150503

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61171168, 61301216, 60702016).

[†] Corresponding author. E-mail: pdxiong@gmail.com

[‡] Corresponding author. E-mail: shuningzhang@163.com