

色散渐变光纤中相移控制研究*

孙庆华¹⁾ 潘楠²⁾ 雷鸣²⁾ 刘文军^{2)3)†}¹⁾(北京联合大学机电学院, 北京 100020)²⁾(北京邮电大学理学院, 北京 100876)³⁾(中国科学院物理研究所, 北京凝聚态国家实验室, 北京 100190)

(2014年5月6日收到; 2014年5月21日收到修改稿)

相移控制能有效的避免孤子间的相互作用. 通过利用符号计算和双线性方法, 本文解析研究用于描述色散渐变光纤传输特点的非线性 Schrödinger 方程, 并得到该方程的双孤子解. 基于所得到的双孤子解, 通过研究发现, 当色散渐变光纤中的群速度色散呈 Gauss 型变化时, 可以利用该类光纤实现孤子相移控制, 从而避免孤子相互作用, 提高光通信系统中信号传输质量. 此外, 本文还将讨论色散渐变光纤中各类参数对相移控制的影响. 本文结论还有助于逻辑门和全光开关的研究.

关键词: 孤子, 相移控制, 色散渐变光纤, 非线性 Schrödinger 方程

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg, 42.65.Wi, 42.65.Re

DOI: 10.7498/aps.63.150506

1 引言

孤子是一种特殊形式的超短脉冲^[1]. 根据介质中的色散和非线性效应的相互平衡可以实现孤子的稳定传输^[1-3]. 通过非线性光学^[1]、等离子体物理^[4]和 Bose-Einstein 凝聚^[5]等领域中的理论和实验研究表明, 孤子在传输过程中能保持原有的速度和形状. 由于孤子的这些特性, 使得它可以在光通信和超快信号路由系统中以高比特率传输数据, 从而使得光纤中的孤子研究取得了很大进展^[6-8].

在理想情况下, 单孤子可以在光纤中保持原有形状实现无畸变稳定传输, 但是当两个或多个孤子同时在光纤中传输时, 孤子之间会相互作用, 从而影响光通信系统的传输质量. 因此, 研究孤子的相互作用是比较有意义的研究方向之一. 其中, 相移控制是解决这一难题的有效方法之一, 并已经在实验上被广泛研究^[9-15]. 文献^[10-12]研究了孤子相移对孤子相互作用的影响. 与局域孤子相比, 文

献^[13]表明非局域孤子的相移更大, 并且研究了在铅玻璃中的孤子相移^[14]. 另外, 文献^[15]指出孤子的相移与孤子阶数和介质的椭圆率密切相关.

本文将解析研究色散渐变光纤 (DDF) 中孤子相移控制. DDF 中的孤子传输可以利用非线性 Schrödinger (NLS) 方程描述为^[16-18]

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} - i \frac{D(\xi)}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} + i \rho(\xi) |\psi|^2 \psi = g(\xi) \psi, \quad (1)$$

其中, $\psi(\xi, \tau)$ 表示孤子的时间包络, ξ 是沿光纤方向的传输距离, τ 代表坐标系中的归一化时间. $D(\xi)$ 表示群速度色散 (group velocity dispersion, GVD) 参数, $\rho(\xi)$ 表示 Kerr 非线性参数, $g(\xi)$ 表示与光纤损耗或放大有关的参数. 对于方程 (1) 来说, 孤子放大已经被研究. 孤子的形成和放大的条件也已经得到, 有效的放大也已经实现^[17]. 此外, DDF 中的孤子放大已经被解析研究^[19].

然而, 国内外还没有利用 DDF 进行孤子相移控制的解析研究工作. 在本文中, 我们将利用 DDF 实现孤子相移控制.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61205064) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: jungliu@bupt.edu.cn

2 方程(1)的解析求解

引入因变量变换^[20-23]

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{h(\xi, \tau)}{f(\xi, \tau)}, \quad (2)$$

其中, $h(\xi, \tau)$ 是复函数, $f(\xi, \tau)$ 是实函数, 利用符号计算, 我们得到方程(1)的双线性方程如下:

$$D_\xi h \cdot f - \frac{i}{2} D(\xi) D_\tau^2 h \cdot f - g(\xi) h \cdot f = 0, \quad (3)$$

$$D(\xi) D_\tau^2 f \cdot f + 2\rho(\xi) h h^* = 0, \quad (4)$$

其中, $*$ 表示复共轭. D_ξ 和 D_τ ^[24] 是 Hirota 双线性算子, 定义如下:

$$D_\xi^m D_\tau^n (a \cdot b) = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi'} \right)^m \left(\frac{\partial}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \tau'} \right)^n \times a(\xi, \tau) b(\xi', \tau') \Big|_{\xi'=\xi, \tau'=\tau}, \quad (5)$$

其中, m 和 n 都是正整数, a 是 ξ 和 τ 的函数, b 是 ξ' 和 τ' 的函数.

为了求解双线性方程(3)、(4), 我们可以将 $h(\xi, \tau)$ 和 $f(\xi, \tau)$ 写成幂级数展开式为

$$h(\xi, \tau) = \varepsilon h_1(\xi, \tau) + \varepsilon^3 h_3(\xi, \tau) + \varepsilon^5 h_5(\xi, \tau) + \cdots, \quad (6)$$

$$f(\xi, \tau) = 1 + \varepsilon^2 f_2(\xi, \tau) + \varepsilon^4 f_4(\xi, \tau) + \varepsilon^6 f_6(\xi, \tau) + \cdots, \quad (7)$$

其中 ε 是形式扩展参数. 把(6)、(7)式代入双线性形(3)、(4), 并提取 ε 相同幂级数的系数为0, 从而得到 $h_n(\xi, \tau)$ 和 $f_n(\xi, \tau)$ 的递推关系. 因此可以得到方程(1)的解析双孤子解.

为了得到方程(1)的解析双孤子解, 假设

$$\begin{aligned} h(\xi, \tau) &= h_1(\xi, \tau) + h_3(\xi, \tau), \\ f(\xi, \tau) &= 1 + f_2(\xi, \tau) + f_4(\xi, \tau), \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} h_1(\xi, \tau) &= e^{\theta_1} + e^{\theta_2}, \\ \theta_j &= a_j(\xi)\xi + b_j\tau + k_j \\ &= [a_{j1}(\xi) + i a_{j2}(\xi)]\xi + (b_{j1} + i b_{j2})\tau \\ &\quad + k_{j1} + i k_{j2}, \end{aligned} \quad (9)$$

b_{j1} , b_{j2} , k_{j1} 和 k_{j2} 是实数, $a_{j1}(\xi)$ 和 $a_{j2}(\xi)$ 是待定的函数. 把 $h_1(\xi, \tau)$ 代入方程(3)中, 并提取 ε 的系数, 我们得到 $a_{j1}(\xi)$ 和 $a_{j2}(\xi)$ 的约束条件如下:

$$a_{j1}(\xi) = \frac{1}{\xi} \int [g(\xi) - b_{j1} b_{j2} D(\xi)] d\xi,$$

$$a_{j2}(\xi) = \frac{1}{2\xi} \int (b_{j1}^2 - b_{j2}^2) D(\xi) d\xi.$$

将 $h_1(\xi, \tau)$ 代入方程(4)并提取 ε^2 的系数得

$$\begin{aligned} f_2(\xi, \tau) &= A_1 e^{\theta_1 + \theta_1^*} + A_2 e^{\theta_2 + \theta_1^*} \\ &\quad + A_3 e^{\theta_1 + \theta_2^*} + A_4 e^{\theta_2 + \theta_2^*}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{P}{4b_{11}^2}, \quad A_2 = -\frac{P}{(b_1^* + b_2)^2}, \\ A_3 &= -\frac{P}{(b_1 + b_2^*)^2}, \quad A_4 = -\frac{P}{4b_{21}^2}, \\ \rho(\xi) &= P D(\xi), \end{aligned}$$

并且 P 是一个任意常数.

我们将 $h_1(\xi, \tau)$ 和 $f_2(\xi, \tau)$ 代入方程(3), 并提取 ε^3 的系数, 得到 $h_3(\xi, \tau)$ 的表达式为

$$h_3(\xi, \tau) = A_5 e^{\theta_1 + \theta_2 + \theta_1^*} + A_6 e^{\theta_1 + \theta_2 + \theta_2^*}, \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} A_5 &= \frac{P[(4b_{11}^2\omega - 1)(b_1^* + b_2)^2 - 4b_{11}^2]}{4b_{11}^2(b_1^* + b_2)^2}, \\ A_6 &= \frac{\omega(A_3 B_1 + 2A_4 B_2) - 2(A_3 + A_4)}{2(b_{11} + b_{21})(b_1^* - b_2^*)\omega - 2}, \\ B_1 &= (3b_{11} - b_{21})(b_{11} + b_{21}) - (b_{12} - b_{22})^2, \\ B_2 &= b_{11}(b_1^* - b_2^*) + b_{21}(b_1^* + b_2^*), \\ h(\xi) &= i b_{11}(b_1^* + b_2) D(\xi) - i D(\xi) / \omega, \end{aligned}$$

并且 ω 是一个任意常数.

为了得到 $f_4(\xi, \tau)$, 将 $h_1(\xi, \tau)$, $f_2(\xi, \tau)$ 和 $h_3(\xi, \tau)$ 代入方程(3), 并提取 ε^4 的系数, 我们得到

$$f_4(\xi, \tau) = A_7 e^{\theta_1 + \theta_2 + \theta_1^* + \theta_2^*}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} A_7 &= -\frac{1}{4(b_{11} + b_{21})^2} \{ 4[A_1 A_4 (b_{11} - b_{21})^2 \\ &\quad - A_2 A_3 (b_{12} - b_{22})^2] \\ &\quad + P(A_5 + A_6 + A_5^* + A_6^*) \}, \end{aligned}$$

不失一般性, 我们假设 $\varepsilon = 1$, 从而得到如下形式的解析双孤子解:

$$\psi(\xi, \tau) = \frac{h(\xi, \tau)}{f(\xi, \tau)} = \frac{h_1(\xi, \tau) + h_3(\xi, \tau)}{1 + f_2(\xi, \tau) + f_4(\xi, \tau)}, \quad (13)$$

式中 $h_1(\xi, \tau)$, $f_2(\xi, \tau)$, $h_3(\xi, \tau)$, $f_4(\xi, \tau)$ 的定义见(9)–(12)式.

3 讨 论

对于解(13), 我们可以选择不同的参数值来得到孤子不同的传输特性. 在DDF中, 非线性和GVD是变化的. 本文中取GVD参数 $D(\xi)$ 是Gauss函数, 其双孤子传输特性如图1所示. 由于光纤的纤芯直径会影响光纤的色散特性, 这种Gauss型的DDF可以通过在光纤拉制过程中逐渐改变单模光纤的直径而得到. 改变Gauss函数的参数, 例如在图1(b)中 $D(\xi) = -0.25e^{-\xi^2}$, 我们可以

增强孤子振幅. 此外, 孤子相移变大. 因此, 通过调整GVD参数 $D(\xi)$, 我们能够控制孤子的相移, 从而有效地避免孤子间的相互作用.

我们可以不断增加Gauss函数的参数来放大孤子振幅, 如图2(a)所示. 由于孤子的振幅变大, 光纤的非线性也变大, 从而导致孤子分裂. 为了解决这个问题, 我们将Gauss函数中 ξ^2 的系数减小, 如图2(b)所示. 同时, 孤子的相移也变小, 改变自由参数 k_{j1} 和 k_{j2} , 我们可以改变孤子之间的间隔, 但是孤子的其他特性没有改变. 此外, 当我们减小 ω 和 P 的值, 我们只能减小孤子的振幅.

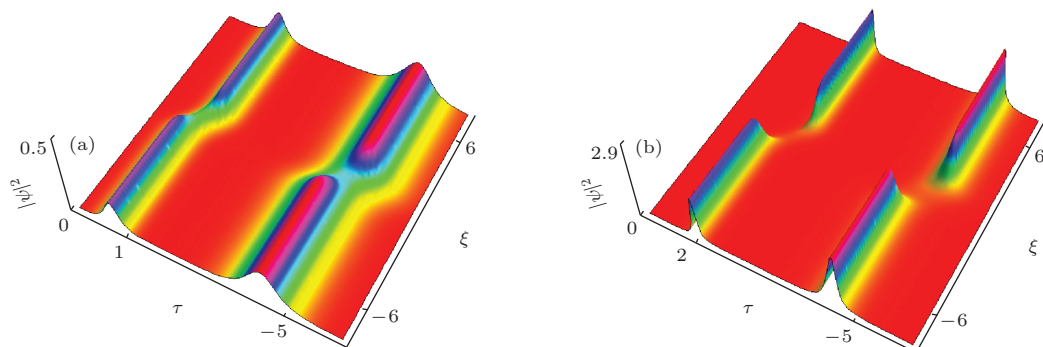


图1 (网刊彩色) Gauss型DDF中孤子传输情形(各参数取为 $k_{11} = -4$, $k_{12} = -5$, $k_{21} = 4$, $k_{22} = 8$, $b_{11} = 2$, $b_{12} = 3$, $b_{21} = 1$, $b_{22} = 3$, $\omega = -10$, $P = -10$) (a)为 $D(\xi) = -0.15e^{-\xi^2}$; (b)为 $D(\xi) = -0.25e^{-\xi^2}$

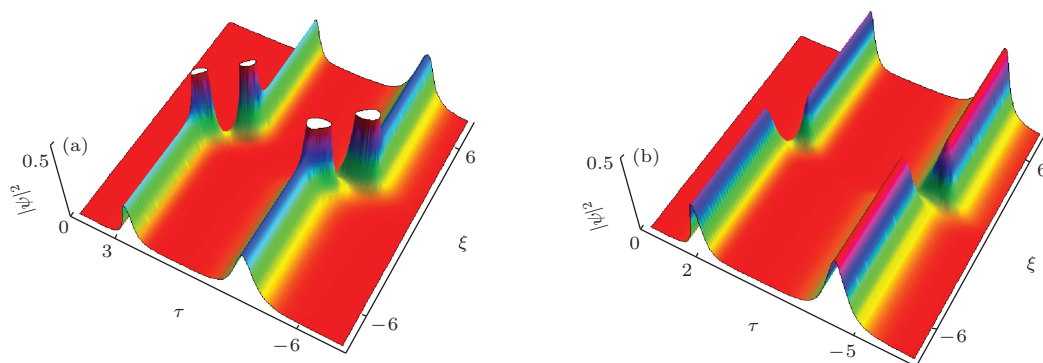


图2 (网刊彩色) Gauss型DDF中孤子传输情形(参数与图1(a)中给出的参数相同) (a)中 $b_{11} = 1$, $b_{21} = 3$; (b)中 $b_{11} = 1$, $b_{12} = 2$, $b_{21} = 3$, $b_{22} = 1$

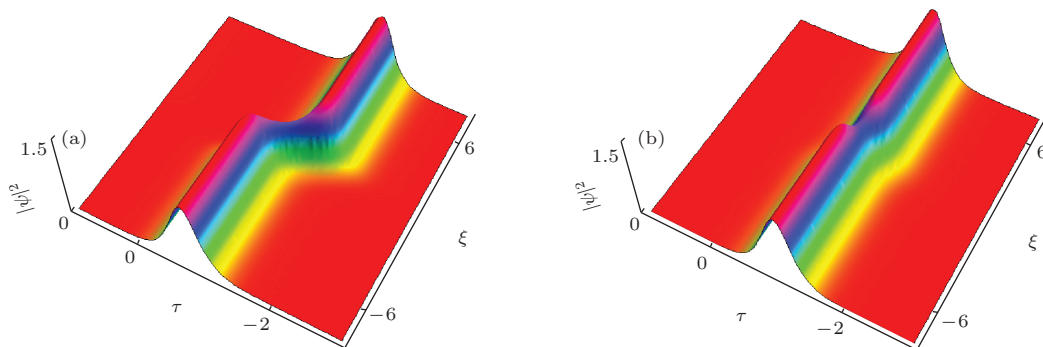


图3 (网刊彩色) Gauss型DDF中孤子传输情形(参数与图1(a)中给出的参数相同) (a)中 $b_{11} = 1$, $b_{21} = 3$; (b)中 $b_{11} = 1$, $b_{12} = 2$, $b_{21} = 3$, $b_{22} = 1$

当 b_{j1} 和 b_{j2} 的值改变,孤子的特性也将改变.如图3(a)所示, $b_{11}=1$ 且 $b_{21}=3$,双孤子传输包络变成单孤子传输,孤子相移变大,如图3(b)所示.因此,我们通过改变 b_{12} 和 b_{22} 也可以控制孤子相移.

4 结 论

本文主要研究了利用色散渐变光纤进行孤子相移控制,并通过孤子相移控制有效的减弱了孤子间的相互作用.通过利用双线性方法,我们得到了用于描述色散渐变光纤中孤子传输的非线性Schrödinger方程(1)的解析双孤子解(13).利用所得到的双孤子解(13),我们选择色散渐变光纤中色散系数呈Gauss型变化时,实现了色散渐变光纤中孤子相移.通过改变该Gauss函数的相关参数,我们能控制孤子相移,并减小孤子间的相互作用(如图1和图2所示).此外,自由参数 b_{j1} 和 b_{j2} 也可以用来减小孤子间的相互作用(如图3所示).本文的结论也能为逻辑门和光开关的研究提供理论指导.

感谢中国科学院物理研究所魏志义研究员,韩海年副研究员,张龙博士和王睿博士的讨论.

参考文献

- [1] Agrawal G P 2007 *Nonlinear Fiber Optics* (San Diego: Academic Press)
- [2] Kivshar Y S, Agrawal G 2003 *Optical solitons: From fibers to photonic crystals* (San Diego: Academic Press)
- [3] Mollenauer L, Gordon J P 2006 *Solitons in optical fibers* (Burlington: Academic Press)
- [4] Belashov V Y, Vladimirov S V 2005 *Solitary waves in dispersive complex media* (Berlin: Springer)
- [5] Li Z J, Hai W H, Deng Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090505
- [6] Chen Z G, Segev M, Christodoulides D N 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 086401
- [7] Tang B, Li D J, Tang Y 2014 *Chaos* **24** 023113
- [8] Wang W B, Yang H, Tang P H, Han F 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184202 (in Chinese) [王威彬, 杨华, 唐平华, 韩芳 2013 物理学报 **62** 184202]
- [9] Anderson D, Lisak M 1986 *Opt. Lett.* **11** 174
- [10] Kanna T, Lakshmanan M 2002 *Eur. Phys. J. B* **29** 249
- [11] Peng P, Li G Q, Xue J K 2007 *Phys. Lett. A* **365** 458
- [12] Li S C, Wu L H, Lin M M, Duan W S 2007 *Chin. Phys. Lett.* **24** 2312
- [13] Guo Q, Luo B R, Yi F H, Chi S, Xie Y Q 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [14] Shou Q, Zhang X, Hu W, Guo Q 2011 *Opt. Lett.* **36** 4194
- [15] Wang Q, Wang X H, Xie Y M, Luo X L, Li D B 2012 *Laser Optoelectron. Prog.* **49** 021901
- [16] Zheng H J, Wu C Q, Wang Z, Yu H S, Liu S L, Li X 2012 *Optik* **123** 818
- [17] Zolotovskii I O, Novikov S G, Okhotnikov O G, Sementsov D I, Yavtushenko I O, Yavtushenko M S 2012 *Opt. Spectrosc* **112** 893
- [18] Zhukov A V, Zolotovskii I O, Okhotnikov O G, Sementsov D I, Sysolyatin A A, Yavtushenko I O 2012 *Opt. Spectrosc* **113** 75
- [19] Liu W J, Lei M 2013 *J. Electromagnet. Wave.* **27** 884
- [20] Liu W J, Tian B, Zhang H Q, Xu T, Li H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063810
- [21] Liu W J, Tian B, Zhang H Q, Li L L, Xue Y S 2008 *Phys. Rev. E* **77** 066605
- [22] Liu W J, Tian B, Zhang H Q 2008 *Phys. Rev. E* **78** 066613
- [23] Liu W J, Tian B Xu T, Sun K, Jiang Y 2010 *Ann. Phys.* **325** 1633
- [24] Hirota R 1971 *Phys. Rev. Lett.* **27** 1192

Study on phase-shift control in dispersion decreasing fibers^{*}

Sun Qing-Hua¹⁾ Pan Nan²⁾ Lei Ming²⁾ Liu Wen-Jun^{2)3)†}

1) (*Beijing Union University, College of Mechanical and Electrical Engineering, Beijing 100020, China*)

2) (*School of Science, P. O. Box 122, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China*)

3) (*Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 6 May 2014; revised manuscript received 21 May 2014)

Abstract

Phase-shift control can effectively avoid soliton interactions. With symbolic computation and Hirota's bilinear method, analytic studies are made on nonlinear Schrödinger equation, which can be used to describe the propagation of solitons in dispersion decreasing fibers. Analytic two-soliton solutions are obtained. With the obtained solutions, when the variable group-velocity dispersion function of dispersion decreasing fibers is a Gaussian one, the phase-shift control is achieved, soliton interactions are avoided, and the pulse quality in optical communication systems can be improved. Moreover, influences of parameters in dispersion decreasing fibers on the phase-shift control are discussed. Results are also helpful for the logic gates and optical switches.

Keywords: phase-shift control, dispersion decreasing fibers, nonlinear Schrödinger equation, solitons

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg, 42.65.Wi, 42.65.Re

DOI: 10.7498/aps.63.150506

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(NSFC) (Grant No. 61205064).

† Corresponding author. E-mail: jungliu@bupt.edu.cn