

双焦透镜对 Bessel 光束传输的影响*

谢晓霞 吴逢铁† 李冬

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 厦门 361021)

(2014 年 4 月 21 日收到; 2014 年 5 月 19 日收到修改稿)

研究非轴对称象散光学元件双焦透镜对无衍射 Bessel 光束的聚焦特性. 基于空间域中的广义惠更斯-菲涅耳衍射理论衍射积分, 用 4×4 阶矩阵来描述非轴对称光学系统, 导出 Bessel 光通过双焦透镜更为普遍和广义的光强分布表达式, 并对其光强进行数值模拟. 分析双焦透镜在 x, y 面上的焦距取不同值时对 Bessel 光的影响. 导出的广义光强分布表达式包括了普通透镜、双焦透镜和柱透镜的所有情况. 研究发现, 当象散越大, 图形畸变程度越大, 导致得到的光学 bottle beam 的光束质量下降, bottle 壁变形, 囚禁微观粒子的能力也随之下降.

关键词: Bessel 光束, 衍射理论, 双焦透镜, 象散

PACS: 02.10.Yn, 24.10.Ht, 42.25.-p

DOI: 10.7498/aps.63.180201

1 引言

空心光束 (dark hollow beam, DHB) 指的是一种在传播方向上中心光强为零的环状光束, 也称为“暗中空光束”. 由于 DHB 具有一系列新颖独特的物理性质^[1,2], 其作为激光导管、光镊和光学扳手, 已成为实现微观粒子 (如微米粒子、纳米粒子、生物细胞、原子和分子等) 精确操纵和控制的有力工具^[3,4], 在生命科学^[5] 和纳米技术^[6] 中发挥着重要的作用. 自 20 世纪 90 年代以来, 人们提出了各种不同的 DHB 模型, 如局域空心光束^[7] (bottle beam)、面包圈光束^[8]、椭圆空心光束^[9]、矩形空心光束^[10] 等, 组成了一个 DHB 家族. 为了在实验上实现这些空心光束, 多种产生 DHB 光束的技术和方法相继被提出, 比如几何光学方法^[11]、模式转换方法^[12] 和光学全息技术^[13,14] 等. 我们课题组在基于轴棱锥或者透镜聚焦无衍射 Bessel 光束产生 DHB 方面做了相关的研究工作^[15,16]. 基于轴棱锥或者透镜聚焦无衍射 Bessel 光束的方法简单高效、

成本低, 国内外有许多相关的报道. 然而在 DHB 应用中, 光学系统不可避免地受光路失准直、光学元件的加工制造误差和热变形等影响. 由此而引起的象散对 DHB 的应用具有现实指导意义. 近年来, 许多学者在此方面做了详细的研究. Cai 等^[10,17,18] 对 DHB 在失准直光学系统、象散光学系统和大气中的传输方面做了大量的研究; Zhao 等^[19] 和 Ez-Zariy 等^[20] 分别研究了由于光路失准直情况下的透镜聚焦无衍射 Bessel-Gauss 光束对产生 DHB 的影响. 在实际应用中, 由于光学元件的加工误差、挤压或者热变形, 导致透镜发生形变, 使其在 x 方向和 y 方向的聚焦不等, 因此我们建立了一个双焦透镜模型来研究透镜聚焦 Bessel 光束所产生的 DHB 的影响. 双焦透镜是一种重要的光学元件, 在高阶涡旋光束的均匀性研究中经常用到^[21,22]. 本文研究了一般情况下非轴对称象散光学元件双焦透镜对无衍射 Bessel 光束的聚焦特性, 通过广义惠更斯-菲涅耳衍射理论衍射积分导出了广义光强分布表达式, 这一表达式包括了普通透镜、双焦透镜和柱透镜的所有情况. 数值模拟了聚焦光束光强分

* 国家自然科学基金 (批准号: 61178015)、福建省自然科学基金 (批准号: 2012J01278) 和泉州市科技重点项目 (批准号: 2014Z127) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

布, 并分析双焦透镜在 x - y 平面上的焦距之差对产生的 bottle beam 特性的影响.

2 理论分析

理想的无衍射光束是自由空间标量波动方程的一组特解, 可以表示为波矢在一个锥面上的平面波的叠加, 在 $z = 0$ 处的无衍射光场 [23] 可以表示为

$$E_1(x_1, y_1, 0) = \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp[ik_t(x_1 \cos(\varphi) + y_1 \sin(\varphi))] d\varphi, \quad (1)$$

其中 k_t 是平面波的径向波矢分量; $A(\varphi)$ 是理想无衍射光的角谱, $A(\varphi)$ 取不同的分布时, 得到表示不同的无衍射光束, 当 $A(\varphi) = \exp(im\varphi)$ 时得到无衍射 Bessel 光束; m 是无衍射 Bessel 光束的阶数.

柯林斯推导出用矩阵元表达的复杂光学系统衍射积分公式. 当光学系统中含有柱面透镜、椭球面镜、双焦透镜等非对称光学元件时, 则描述对称光学系统的 2×2 阶矩阵要扩张成 4×4 阶矩阵来描述非轴对称光学系统 [23].

对用 4×4 阶矩阵来描述的非轴对称光学系统, 空间域中的广义惠更斯-菲涅耳衍射理论衍射积分为

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i|B|^{-1/2}}{\lambda} \right) \exp(ikz) \iint_{S_1} E_1(x_1, y_1, 0) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B^{-1}A & -B^{-1} \\ C - DB^{-1}A & DB^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \right\} dx_1 dy_1, \quad (2)$$

式中的积分是对源点 (x_1, y_1) , $ABCD$ 为光通过光学系统的变换矩阵, 均为 4×4 阶矩阵.

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/f_1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/f_2 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/z - 1/f_1 & 0 & -1/z & 0 \\ 0 & 1/z - 1/f_2 & 0 & -1/z \\ -1/z & 0 & 1/z & 0 \\ 0 & -1/z & 0 & 1/z \end{pmatrix}. \quad (3)$$

将 (3) 式代入 (2) 式中得到

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i}{z\lambda} \right) \exp(ikz) \iint_{S_1} E_1(x_1, y_1, 0) \times \exp \left\{ \frac{ik}{2} \left[\left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{z} \right) - \frac{2(x_1x_2 + y_1y_2)}{z} + \left(\frac{x_2^2 + y_2^2}{z} - \frac{x_1^2}{f_1} - \frac{y_1^2}{f_2} \right) \right] \right\} \times dx_1 dy_1, \quad (4)$$

f_1, f_2 分别为双焦透镜在 x, y 方向的焦距; z 是轴向传播距离.

将 (1) 式代入 (4) 式中, 整理得到

$$E_2(x_2, y_2, z) = \left(-\frac{i}{z\lambda} \right) \exp(ikz) \exp \left(ik \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} \right) \times \int_0^{2\pi} A(\varphi) \int_{-a}^a \int_{-a}^a \exp \left[ik \left(\frac{1}{2z} - \frac{1}{2f_1} \right) x_2^2 \right] \times \exp \left[i \left(k\alpha \cos(\varphi) - \frac{k}{z} x_2 \right) x_1 \right] \times \exp \left[ik \left(\frac{1}{2z} - \frac{1}{2f_2} \right) y_2^2 \right] \times \exp \left(i \left(k\alpha \sin(\varphi) - \frac{k}{z} y_2 \right) y_1 \right) \times dx_1 dy_1 d\varphi. \quad (5)$$

令

$$\chi_1 = \frac{1}{2z} - \frac{1}{2f_1}, \quad \chi_2 = \frac{1}{2z} - \frac{1}{2f_2}, \\ \gamma_1 = \alpha \cos(\varphi) - \frac{x_1}{z}, \quad \gamma_2 = \alpha \sin(\varphi) - \frac{y_1}{z},$$

其中 $\alpha = \sin \theta$, θ 是波矢与 z 轴的夹角.

对 (5) 式做变量替换后, 利用菲涅耳积分

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iax^2) dx = C(\beta) + iS(\beta), \quad (6)$$

则 (6) 式可以化简为

$$E_2(x_2, y_2, z)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{ik}{2\pi z} \right) \exp(ikz) \exp\left(ik \frac{x_2^2 + y_2^2}{2z} \right) \\
 &\times \int_0^{2\pi} A(\varphi) \exp\left[-ik \left(\frac{\gamma_1^2}{4\chi_1} + \frac{\gamma_2^2}{4\chi_2} \right) \right] \\
 &\times \frac{1}{\left(4\sqrt{\frac{\chi_1\chi_2}{\lambda^2}} \right)} [(C(\xi_2) + iS(\xi_2)) \\
 &- (C(\xi_1) + iS(\xi_1))] [(C(\eta_2) + iS(\eta_2)) \\
 &- (C(\eta_1) + iS(\eta_1))] d\varphi, \tag{7}
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &= -2\sqrt{\frac{\chi_1}{\lambda}} a + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\lambda\chi_1}}, \\
 \eta_1 &= -2\sqrt{\frac{\chi_2}{\lambda}} a + \frac{\gamma_2}{\sqrt{\lambda\chi_2}}, \\
 \xi_2 &= 2\sqrt{\frac{\chi_1}{\lambda}} a + \frac{\gamma_1}{\sqrt{\lambda\chi_1}}, \\
 \eta_2 &= 2\sqrt{\frac{\chi_2}{\lambda}} a + \frac{\gamma_2}{\sqrt{\lambda\chi_2}}.
 \end{aligned}$$

透镜后的光场强度分布

$$I(x_2, y_2, z) = |E_2(x_2, y_2, z)|^2. \tag{8}$$

当 $f_1 = f_2 = f$ 时, 双焦透镜变为普通无象散球面聚焦透镜, 利用无象散透镜聚焦无衍射 Bessel 光束可以产生 bottle beam, 对比我们课题组曾做了详细的研究^[16]. 利用(4)式求得的光场分布表达式与文献^[16]一致; 当双焦透镜在 x, y 方向上的焦距中某一焦距趋于无穷大时, 则双焦透镜变为柱

透镜情形. Marcelino 在文献^[24]中对柱透镜聚焦 Bessel 光束产生唇状焦散光束进行了详细的研究.

3 数值模拟与分析

为了分析双焦透镜对 Bessel 光所产生的影响, 利用计算机对 Bessel 光经双焦透镜后的光强分布进行数值模拟. 数值计算中所用入射光波长 λ 为 632.8 nm, 轴棱锥折射率 n 为 1.5, 轴棱锥锥面底角为 1° , 入射光斑半径为 1.5 mm.

当双焦透镜的在 $x-y$ 平面上的焦距之差为零, 即 $f_1 = f_2$ 时, 此时光学元件为我们通常研究的普通聚焦透镜. 入射光垂直入射时不存在象散, Bessel 光通过聚焦透镜后将会产生 bottle beam. 我们取 $f_1 = f_2 = 60$ mm 进行模拟, 在光轴上随着 z 的增大, 其光强分布如图 1 所示.

从图 1 中可以看出, Bessel 光通过对称透镜后, 先形成近似无衍射光, 随着 z 的逐渐增大, 近似无衍射光演变成强度为零的暗中空区域, 且暗域外围第一个亮环的亮度大于其他亮环; 当到达焦平面处时形成一个亮度最大的亮环, 见图 1(c), 此时暗域半径达到最大. 随着 z 的继续增大, 暗域半径和亮环亮度变小, 接着暗域消失, 出现类似无衍射光重建的现象, 因此构成了完整的一个局域空心光束. 进一步观察图 1 可以发现, 在空心光束中心存在一个小亮点, 这是由于衍射等因素的影响导致 bottle

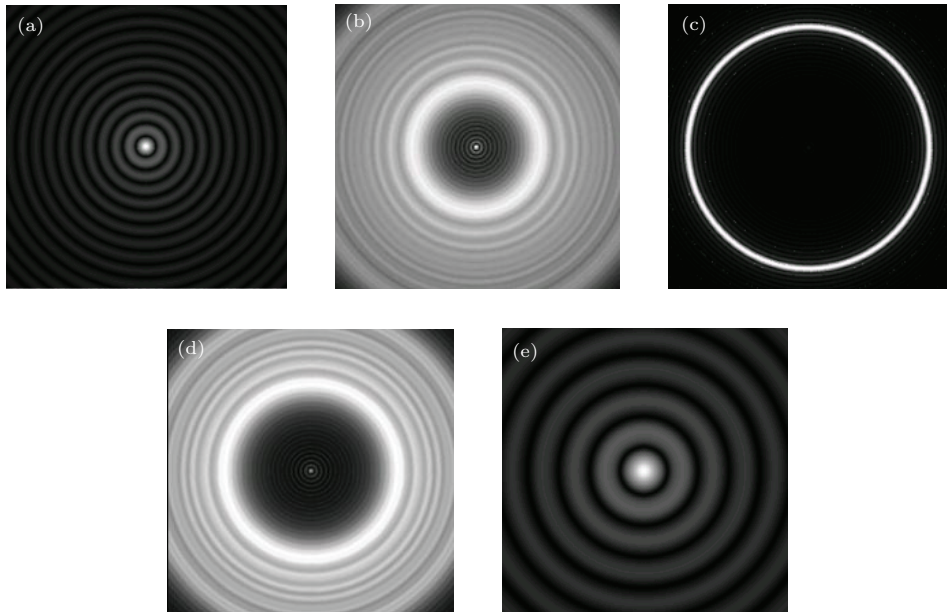


图 1 Bessel 光束通过聚焦透镜后在不同位置的截面光强分布 (a) $z = 50$ mm; (b) $z = 58$ mm; (c) $z = 60$ mm; (d) $z = 61.5$ mm; (e) $z = 75$ mm

beam 内部轴上光强不为零. 张前安等^[16]提出在光路中插入螺旋相位板的方法, 很好地消除了 bottle beam 轴上的小光点, 有利于提高光束对粒子的囚禁能力. 对于 Bessel 光经过聚焦透镜后的演变情况及其特性吴逢铁等已进行过较详尽的研究^[15,16], 本文的数值模拟结果与我们实验小组之前所获得的实验结果一致^[25].

当双焦透镜在 $x-y$ 平面上的焦距存在差值即 $f_1 \neq f_2$ 时. 利用 (4) 和 (8) 式, 取 $z = 50$ mm 进行数值模拟, 随着 $x-y$ 平面上的焦距之差不同, Bessel 光经双焦透镜的光强分布如图 2 所示.

当 f_1 与 f_2 不相等时, 即为非轴对称元件, 此时光束通过双焦透镜时将会产生象散. 由图 2 可以看

出, 光束在 f_1 与 f_2 的差值较小时, 此时象散较小, 对光场的影响较小, 见图 2(b); 但随着 f_1 与 f_2 的差值增加, 此时棱镜的不对称程度变大, 象散增加, 由于象散的存在导致光束相位发生变化, 使得光场发生畸变. 我们发现光场的中心光斑向外分裂, 暗域外围的第一个亮环发生形变, 并且整个光强分布不再是圆对称, 而是呈现类似椭圆形分布, 形成分裂畸变的图形.

为了详细观察象散对 bottle beam 的影响, 我们选择在暗域半径达到最大时即当 $f_1 = z$ 时, 对 Bessel 光通过双焦透镜的三维光强进行模拟. 取 $f_1 = z = 80$ mm, 变化 f_2 的值, 得到如图 3 所示的三维光强分布.

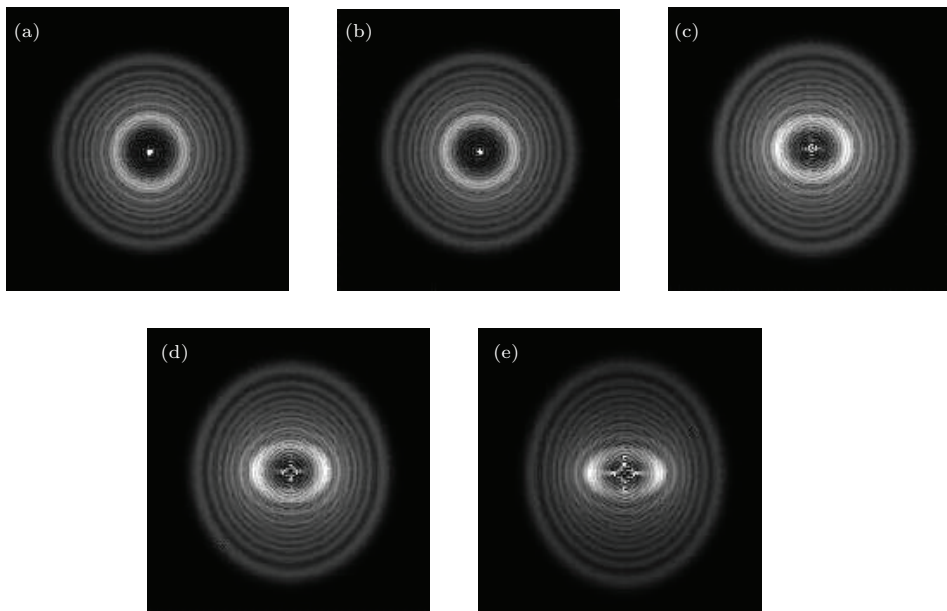


图 2 Bessel 光束通过不同焦距差的双焦透镜后的截面光强分布 (a) $f_1 - f_2 = 0$; (b) $f_1 - f_2 = 2$ mm; (c) $f_1 - f_2 = 5$ mm; (d) $f_1 - f_2 = 15$ mm; (e) $f_1 - f_2 = 25$ mm

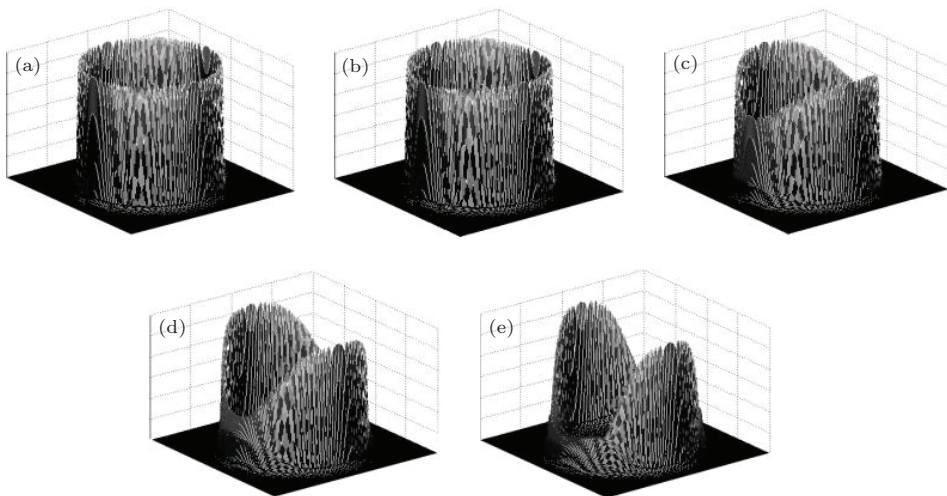


图 3 Bessel 光束通过双焦透镜在暗域半径最大时的三维光强分布 (a) $f_1 - f_2 = 0$; (b) $f_1 - f_2 = 1.5$ mm; (c) $f_1 - f_2 = 5$ mm; (d) $f_1 - f_2 = 8$ mm; (e) $f_1 - f_2 = 15$ mm

从图3中可以看出, 在 f_1, f_2 之间的差值较小时, 象散对光束的影响较小, 此时 bottle 的形状还较完整, 见图3(b); 随着差值的增加, bottle 的外壁渐渐往下陷, 形成开口形状的光强分布, 见图3(c), (d), (e). bottle 外壁的下陷导致 bottle beam 原有的三维封闭的暗中空区域分布被破坏, 这种情况将会导致 bottle beam 在激光导管、光镊和光学扳手及激光囚禁微观粒子的能力下降或无法实现. 因此在实际应用中, 应该尽量避免在组装激光导管、光镊和光学扳手等微粒操作系统时对透镜挤压或其他因素造成透镜在 $x-y$ 平面上焦距不同而导致的 bottle 的三维封闭的暗中空区域分布被破坏.

当 f_1 与 f_2 的差值增加到一定程度时, 双轴透镜 $x-y$ 平面上有一面焦距远大于另一面, 此时双透镜形状类似于柱透镜, 若取焦距分别为 80, 100 和 120 mm 时, 研究 Bessel 光通过柱透镜后, 其光强随光轴上 z 值不同而变化, 如图4—6所示.

从图4—6可看出, Bessel 光束通过透镜后, 形成渐曲线状的光强分布, Marcelino 称此为唇状焦

散光束 (lips caustic beam). 这是由于象散导致输出光的波面斜率发生改变, 使得光通过透镜后干涉点变化, Bessel 光横截面光强原有的圆对称性被破坏, 此时在同轴唇状焦散线上形成两个光强度较大的光点; 在光轴上随着 z 的增大, 光场能量开始集中在唇状焦散线的边缘上, 出现类似椭圆形的光斑, 在光斑中心呈现出交替交叉的条纹, 唇状焦散线向两边扩大. 随着透镜焦距 f 的增大, bottle beam 的尺寸会随之增大. Bessel 光束通过柱透镜也有类似的现象, 从三组不同焦距的光强分布图中发现 f 增大, 外围光斑也随之增大, 关于 Bessel 光束通过柱透镜的变化及影响, Marcelino 等在文献[24]中已有相关的分析与描述. 本文在此基础上增加了 Bessel 光束通过焦距不同的柱透镜时所产生的影响, 并通过证明导出当(4)式中的焦距有一个趋于无穷大的值时, 公式中描述的相位延迟函数与文献[24]一致, 即柱透镜是双焦透镜的一种特殊情况.

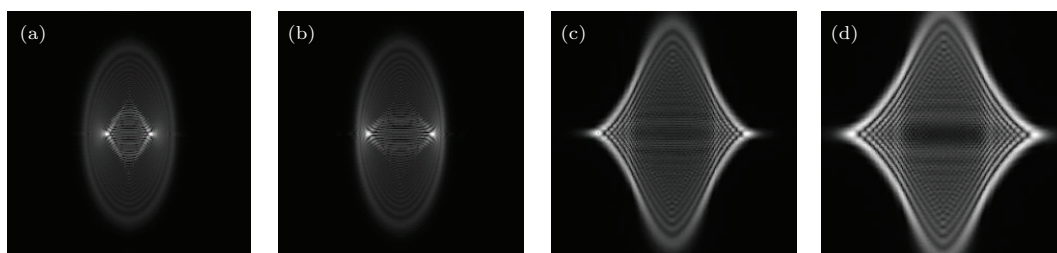


图4 Bessel 光束通过焦距为 80 mm 的柱透镜后在不同位置的截面光强分布 (a) $z = 60$ mm; (b) $z = 70$ mm; (c) $z = 110$ mm; (d) $z = 120$ mm

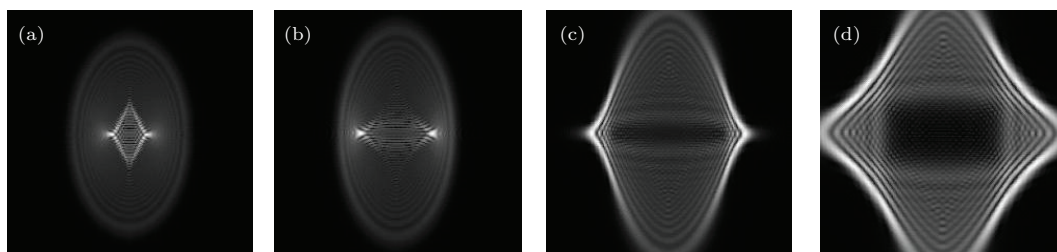


图5 Bessel 光束通过焦距为 100 mm 柱透镜后在不同位置的截面光强分布 (a) $z = 60$ mm; (b) $z = 80$ mm; (c) $z = 120$ mm; (d) $z = 160$ mm;

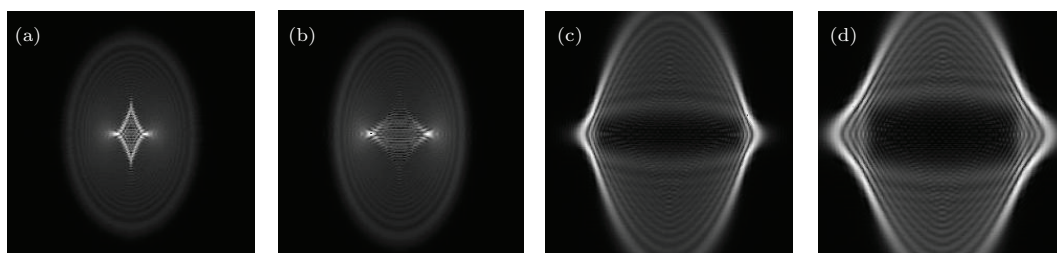


图6 Bessel 光束通过焦距为 120 mm 柱透镜后在不同位置的截面光强分布 (a) $z = 60$ mm; (b) $z = 80$ mm; (c) $z = 140$ mm; (d) $z = 160$ mm

4 结 论

本文研究了一般情况下非轴对称象散光学元件双焦透镜对无衍射 Bessel 光束的聚焦特性, 通过广义惠更斯-菲涅耳衍射理论的衍射积分导出更为普遍的光强分布表达式, 这一表达式涵盖了普通透镜、双焦透镜和柱透镜的所有情形. 利用计算机对其光强进行数值模拟, 讨论双焦透镜在 x - y 平面上的焦距之差对光强分布的影响. 结果表明, x - y 平面上的焦距之差影响象散程度, 差值越大, 象散越大; 随着象散的增加, 输出光的波面斜率及相位发生改变, 导致光束的质量下降, 衍射中心光斑向外分裂畸变, 使得 bottle 发生变形, bottle 壁下降, 对其在微粒子操控领域的能力有较大的影响. 本文所得的这些主要结论对产生光学 bottle 的实际光学系统的设计有参考价值.

参考文献

- [1] Xu P, He X D, Wang J, Zhan M S 2010 *Opt. Lett.* **35** 2164
- [2] Ivanov V V, Isaacs J A, Saffman M, Kemme S A, Ellis A R, Brady G R, Wendt J R, Biedermann G W, Samora S 2013 *Eprint Arxiv* **1305** 5309
- [3] Leake K D, Hawkins A R, Schmidt H 2013 *Photo. Res.* **1** 47
- [4] Zhou Q, Lu J F, Yin J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 093202
- [5] Rykov M A, Skidanov R V 2013 *International Society for Optics and Photonics* San Diego, August 25, 2013 p88102z
- [6] Ramser K, Hanstorp D 2010 *J. Biophoton.* **3** 187
- [7] Du T J, Wang T, Wu F T 2014 *Opt. Commun.* **317** 24
- [8] Vyas S, Kozawa Y, Sato S 2014 *Opt. Lett.* **39** 2080
- [9] Chen G J, Zhou Q Q, Ji X M, Yin J P 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 083701 (in Chinese) [陈国钧, 周巧巧, 纪宪明, 印建平 2014 物理学报 **63** 083701]
- [10] Cai Y, Zhang L 2006 *J. Opt. Soc. Am. B* **23** 1398
- [11] He X, Du T J, Wu F T 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 074201 (in Chinese) [何西, 杜团结, 吴逢铁 2014 物理学报 **63** 074201]
- [12] Gao W, Hu X B, Sun D, Li J Y 2012 *Opt. Express* **20** 20715
- [13] Alpmann C, Esseling M, Rose P, Denz C 2012 *Appl. Phys. Lett.* **100** 111101
- [14] Tao T, Li J, Long Q, Wu X P 2011 *Chin. Opt. Lett.* **12** 12
- [15] Cheng Z M, Wu F T, Fang X, Fan D D, Zhu J Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 214201 (in Chinese) [程治明, 吴逢铁, 方翔, 范丹丹, 朱健强 2012 物理学报 **61** 214201]
- [16] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 034205 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛 2012 物理学报 **61** 034205]
- [17] Zhou G, Cai Y, Chu X 2012 *Opt. Express* **20** 9897
- [18] Cai Y, Zhang L 2006 *Opt. Commun.* **265** 607
- [19] Zhao C L, Wang L G, Lu X H, Chen H 2007 *Opt. Laser Technol.* **39** 1199
- [20] Ez-Zariy L, Nebdi H, Bentefour E H, Belafhal 2012 *J. Opt. Photon.* **2** 318
- [21] Chen H T, Gao Z H, Yang H J, Zuo X F, Wang F H 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 2406
- [22] Bekshaev A Y, Soskin M S, Vasnetsov M V 2004 *Opt. Commun.* **241** 237
- [23] Lü B D 2003 *Laser Optics* (Beijing: Higher Education Press) p16–18 (in Chinese) [吕百达 2003 激光光学 (北京: 高等教育出版社) 第 16—18 页]
- [24] Marcelino A M 2009 *Appl. Opt.* **48** 4826
- [25] Liu L, Wu F T 2008 *Acta Opt. Sin.* **28** 370 (in Chinese) [刘岚, 吴逢铁 2008 光学学报 **28** 370]

Effect of bifocal lens on propagation of Bessel beam*

Xie Xiao-Xia Wu Feng-Tie[†] Li Dong

(Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, College of Information Science and Engineering,
Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

(Received 21 April 2014; revised manuscript received 19 May 2014)

Abstract

In this paper, we study the influence of the bifocal lens on the focusing properties of Bessel beam. Based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral, a more general expression of the light intensity distribution of nonsymmetrical optical system which is described by 4×4 matrix is deduced. The optical field distribution of Bessel beam passing through bifocal lens is given and simulated numerically. The influence of the focal length of the bifocal lens on Bessel beam is analyzed in detail. The generalized expression of the light intensity distribution can involve three cases, i.e., ordinary lens, bifocal lens and cylindrical lens. The greater the astigmatism, the poorer the bottle beam quality will be. The ability to imprison microscopic particles decreases.

Keywords: Bessel beam, diffraction integral theory, bifocal lens, astigmatic

PACS: 02.10.Yn, 24.10.Ht, 42.25.-p

DOI: [10.7498/aps.63.180201](https://doi.org/10.7498/aps.63.180201)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178015), the Natural Science Foundation of Fujian Province, China (Grant No. 2012J01278), and the Science and Technology Key Project of Quanzhou, China (Grant No. 2014Z127).

[†] Corresponding author. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn