

多源激励下双层隔振浮筏系统的线谱混沌化*

张敬¹⁾²⁾ 徐道临^{1)†} 李盈利¹⁾ 周加喜¹⁾

1) (湖南大学机械与运载工程学院, 汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 长沙 410082)

2) (湖南理工学院机械工程学院, 岳阳 414006)

(2014年4月27日收到; 2014年5月19日收到修改稿)

采用混沌化技术可以重构水下航行器的水声线谱特征, 改善隐声性能. 基于这一特殊应用背景, 研究了多源激励下双层隔振浮筏系统的非线性时延反馈混沌化问题. 在二维简化浮筏系统模型的基础上, 完整地呈现了非线性时延反馈控制的线谱混沌化方法, 为隔振浮筏的线谱混沌化设计提供了标准流程. 仿真结果表明了该方法的可行性, 探讨了多源激励条件下控制增益、时延和反馈频率等控制参数对系统混沌化效果的影响, 并与单源激励进行了对比分析.

关键词: 多源激励, 双层隔振浮筏, 非线性时延反馈控制, 混沌化

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq, 05.45.Ac

DOI: 10.7498/aps.63.180505

1 引言

近年来, 混沌化的概念 (chaotification, 或混沌反控制, anti-chaos control) 越来越受关注, 其涉及的工程应用领域包括多媒体信息安全与保密、柔性系统设计、流体及超细粉末混合、控制系统设计等^[1-8]. 其中一项具有开创性的研究工作^[9-12]是利用混沌化技术来改变系统振动噪声的线谱结构, 从而提高水下航行器的隐声性能. 艇内机械振动噪声引发的水声线谱特征可以被用来识别水下航行器的航行速度和位置, 极大地威胁航行器的安全性, 必须加以抑制或改造.

基于传统线性隔振理论的技术可以降低线谱强度但不能改变线谱的频谱构造特性, 而混沌化方法通过输出混沌宽频连续谱可以消除水声线谱特征. 这是研究线谱混沌化的动因所在. 早期的研究思路^[9]是通过未受控非线性隔振系统的倍周期分岔途径获得混沌状态. 未受控的混沌化通常只会产生于某些特殊的参数区间, 当工况改变时, 例如激励幅值或频率发生改变, 混沌状态就可能消失. 为

了摆脱特殊参数域的限制, 在大参数域诱发混沌状态, 主动控制技术成为线谱混沌化的主流趋势. Yu 等^[10]采用广义混沌同步化方法, 通过对系统刚度参数的混沌信号驱动使得非线性隔振系统混沌化. 这种方法对系统刚度要求比较敏感, 受到系统静态稳定性的局限. 类似的同步化思路是利用投影同步化方法^[13]的比例缩放功能, 经过耦合控制驱动使对应的非线性隔振系统输出端噪声信号趋于零. 这种方法需要与原系统等量的控制输入能量, 在实际中很难实现.

众所周知, 施加时延反馈的系统具有无限维度. 即使是对非常简单的一阶微分系统, 时延反馈控制也能产生复杂的混沌行为^[14,15]. 基于时延反馈在应用中易于实现, 且不增加系统设计的物理复杂度, 采用时延反馈控制这一新策略来研究隔振浮筏系统的混沌化问题具有很好的应用前景. 基于对线性时延反馈控制的隔振浮筏系统进行稳定性分析, Li 等^[16,17]得到了线性时延系统混沌化的临界控制条件, 并对系统的复杂动力学行为进行了详细分析. 临界条件可以为混沌化设计中的系统参数和

* 国家自然科学基金 (批准号: 11102062, 11272116) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20130161110037) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: dlxu@hnu.edu.cn

控制参数设置提供理论参考. 在电路系统混沌控制的理论研究中, Wang 等^[18,19]采用非线性时延反馈控制, 在小能量输入下使系统由周期运动转变为混沌运动状态. 这种控制方法被我们引入到双层隔振浮筏系统^[20]中, 实现了小能量下大参数范围内的持续混沌化. 这项工作的意义在于建立了隔振浮筏线谱混沌化的一个标准设计流程, 直接推导出非线性时延反馈控制的解析函数, 为系统混沌化的设计提供了严格的理论依据, 因此避免了大量烦琐的数值计算. 相比于线性时延反馈控制^[16], 隔振浮筏系统混沌化的突出优点是对输入控制能量的要求显著降低.

目前在隔振浮筏系统混沌化的研究中, 仅限于单源外激励条件下的混沌化. 而实际隔振浮筏系统具有多源激励特性^[21-24]. 非线性时延反馈控制混沌化方法能否适应于多源激励条件下的隔振浮筏系统, 是关系到时延混沌化方法的技术应用可行性

的关键问题之一. 本研究基于非线性时延反馈控制器设计, 重点考察了反馈增益、时延量和反馈频率等控制参数对多源激励隔振浮筏系统混沌化的影响, 阐述了多源激励环境下的线谱混沌化特性.

2 多源激励下双层隔振浮筏系统的数学模型

双层隔振浮筏系统模型如图 1(a) 所示, 由机组和框架式浮筏及线性和非线性隔振元器件组合而成. 在不考虑扭转等复杂运动的情况下, 该模型可以简化为图 1(b) 所示的双层质量-弹簧系统. M_1 和 M_2 分别表示机组和浮筏的质量. M_1 具有多个激励源且由非线性隔振器和阻尼器支撑, M_2 由连接到固定地面的等效线性阻尼和线性弹簧支撑. 在 M_1 和 M_2 之间有一个作动器, 用来施加时延控制.

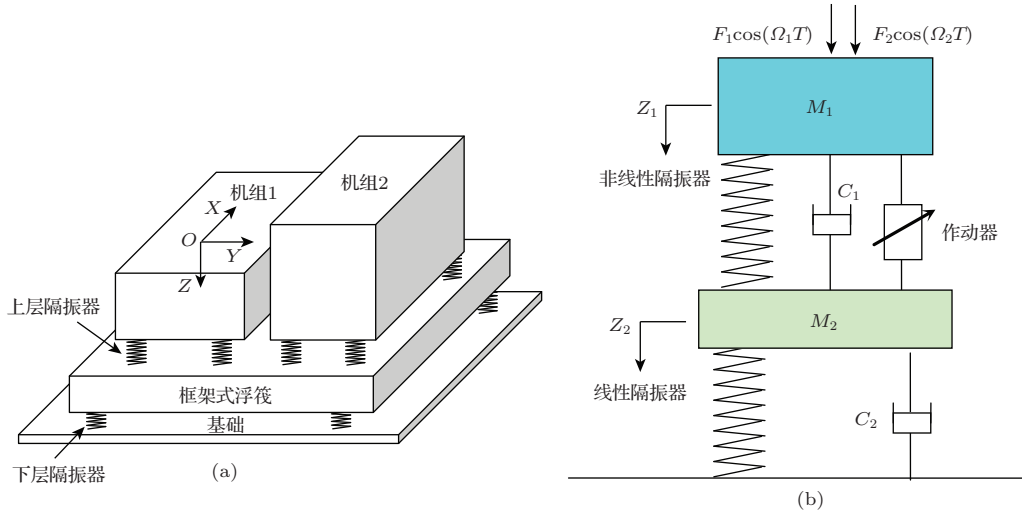


图1 双层隔振浮筏系统 (a) 系统模型; (b) 简化的两层质量-弹簧系统

多源激励下双层隔振浮筏系统的动力学方程如下:

$$\begin{aligned}
 M_1 \ddot{Z}_1 = & -C_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) - (K_1 - 2K_2H + 3K_3H^2) \\
 & \times (Z_1 - Z_2) + (K_2 - 3K_3H)(Z_1 - Z_2)^2 \\
 & - K_3(Z_1 - Z_2)^3 + F_1 \cos(\Omega_1 T) \\
 & + F_2 \cos(\Omega_2 T) + U(T - T_d), \\
 M_2 \ddot{Z}_2 = & -C_2 \dot{Z}_2 - K_2 Z_2 + C_1(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_2) \\
 & + (K_1 - 2K_2H + 3K_3H^2)(Z_1 - Z_2) \\
 & - (K_2 - 3K_3H)(Z_1 - Z_2)^2
 \end{aligned}$$

$$+ K_3(Z_1 - Z_2)^3 - U(T - T_d), \quad (1)$$

其中 C_1 为非线性隔振器的阻尼系数; K_1, K_2, K_3 分别表示上层非线性隔振器的线性、二次和三次刚度系数; C_2 为下层线性隔振器的阻尼系数; F_1, Ω_1 和 F_2, Ω_2 分别表示激励源的幅值与频率; U 为时延控制器; $T_d \geq 0$ 为反馈控制的延迟时间. 令

$$K_0 = K_1 - 2K_2H + 3K_3H^2,$$

并引入无量纲参数

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{M_1}{K_1 - 2K_2H + 3K_3H^2}},$$

$$\begin{aligned}
 B &= \sqrt{\frac{K_1 - 2K_2H + 3K_3H^2}{K_3}}, \\
 x_1 &= \frac{Z_1}{B}, \quad x_2 = \frac{Z_2}{B}, \\
 t &= \frac{T}{\Omega_0}, \quad \tau = \frac{T_d}{\Omega_0}, \\
 \omega_1 &= \Omega_1\Omega_0, \quad \omega_2 = \Omega_2\Omega_0, \\
 \mu &= \frac{M_1}{M_2}, \quad \zeta_1 = \frac{C_1}{2\sqrt{M_1K_0}}, \\
 \zeta_2 &= \frac{C_2}{2\sqrt{M_1K_0}}, \quad \xi_1 = \frac{B(K_2 - 3K_3H)}{K_0}, \\
 f_1 &= \frac{F_1}{BK_0}, \quad f_2 = \frac{F_2}{BK_0}, \\
 u &= \frac{U}{BK_0}, \quad k_2 = \frac{K_2}{K_0}. \tag{2}
 \end{aligned}$$

将(2)式代入(1)式, 得到一阶无量纲运动微分方程

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= y_1, \\
 \dot{y}_1 &= -2\zeta_1(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2) + \xi_1(x_1 - x_2)^2 \\
 &\quad - (x_1 - x_2)^3 + f_1 \cos(\omega_1 t) + f_2 \cos(\omega_2 t) \\
 &\quad + u(x, \tau), \\
 \dot{x}_2 &= y_2,
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \ y_1 \ x_2 \ y_2]^T \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} y_1 \\ -2\zeta_1(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2) + \xi_1(x_1 - x_2)^2 - (x_1 - x_2)^3 + f_1 \cos(\omega_1 t) + f_2 \cos(\omega_2 t) \\ y_2 \\ -2\mu\zeta_2 y_2 - \mu k_2 x_2 + 2\mu\zeta_1(y_1 - y_2) + \mu(x_1 - x_2) - \mu\xi_1(x_1 - x_2)^2 + \mu(x_1 - x_2)^3 \end{bmatrix}, \\
 \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -\mu \end{bmatrix}, \tag{6}
 \end{aligned}$$

这里, x_1 和 x_2 分别表示上下层质量体的位移, y_1 和 y_2 分别表示上下层质量体的速度, $h(\mathbf{x})$ 表示系统的输出函数, $u(\mathbf{x}, \tau)$ 是要设计的反馈控制函数.

混沌化的设计思路是将非线性仿射系统通过一组非线性坐标函数转换为一组线性化标准型, 即所谓的精确线性化方法^[25]. 再依据 Li-Yoke 的混沌定义, 在线性化标准型基础上设计混沌化^[26]. 值得指出的是, 基于微分同胚的精确线性化方法属于全局性的, 有别于传统的局部近似线性化方法. 非线

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_2 &= -2\mu\zeta_2 y_2 - \mu k_2 x_2 + 2\mu\zeta_1(y_1 - y_2) \\
 &\quad + \mu(x_1 - x_2) - \mu\xi_1(x_1 - x_2)^2 + \mu(x_1 - x_2)^3 \\
 &\quad - \mu u(x, \tau), \tag{3}
 \end{aligned}$$

式中 $f_1 \cos(\omega_1 t)$ 和 $f_2 \cos(\omega_2 t)$ 表示机组对应的多源激励, 其中激励幅值为 f_1 和 f_2 , 激励频率为 ω_1 和 ω_2 , $u(x, \tau)$ 是控制函数.

3 非线性时延控制方程的推导

本文根据非线性控制理论和 Li-Yoke 混沌定义, 推导混沌化时延控制函数, 并用于多源激励下双层隔振浮筏系统的混沌化设计. 依据双层隔振浮筏系统的结构特点, 对状态向量 \mathbf{x} 施加控制. 受控的非线性系统(3)可以表述为单输入单输出仿射非线性系统:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u(\mathbf{x}, \tau), \\
 y &= h(\mathbf{x}), \tag{4}
 \end{aligned}$$

其中

性坐标转换函数必须满足光滑单值可逆可微, 由李导数向量定义

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z} &= \Phi(\mathbf{x}) \\
 &= \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} h(\mathbf{x}) \\ L_f h(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中, $\Phi(\mathbf{x})$ 是一个微分同胚映射, $L_f h(\mathbf{x}) \cdots L_f^{n-1} h(\mathbf{x})$ 是对应 $h(\mathbf{x})$ 的李导数. 这组非线性转换函数可以保证在原非线性系统和对应的线性系统之间建立一一对应的映射关系. 如果其在平衡点处领域内的相对阶等于系统的维数, 上述非线性系统就可被转换成如下的一个线性化标准型系统:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}v, \quad (8)$$

其中, \mathbf{z} 表示线性化标准型状态向量, v 是反馈控制函数, \mathbf{A} 是状态系数矩阵, \mathbf{B} 是控制系数矩阵. 基于精确线性化模型 (8), 时延反馈控制可以获得混沌化结果 [18,19]. 首先求得 $h(\mathbf{x})$ 并依此来设计非线性时延反馈控制器 $u(\mathbf{x}, \tau)$, 为此我们引入以下引理.

引理 1 系统 (4) 在点 \mathbf{x}^0 具有相对阶 n , 当且仅当下列条件满足

1) 矩阵 $[\mathbf{g}(\mathbf{x}) \ \mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) \ \mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}) \ \cdots \ \mathbf{ad}_f^{n-1} \mathbf{g}(\mathbf{x})]$ 对于在 \mathbf{x}^0 附近的所有 \mathbf{x} , 其秩不变且等于 n ;

2) 向量场的集合

$$D = \{\mathbf{g}(\mathbf{x}), \mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}), \mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}), \cdots, \mathbf{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x})\}$$

在 $\mathbf{x} = \mathbf{x}^0$ 处是对合的.

如果上述系统在点 \mathbf{x}^0 具有相对阶 n , 那么系统输出 $h(\mathbf{x})$ 满足

$$\frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} [\mathbf{g}(\mathbf{x}) \ \mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) \ \cdots \ \mathbf{ad}_f^{n-2} \mathbf{g}(\mathbf{x})] = 0. \quad (9)$$

根据线性系统的稳定性准则, 我们可以判断平衡点 $A(0, 0, 0, 0)$ 为未受控系统的一个渐进稳定的不动点, 这是我们应用引理 1 进行求解的前提条件. 根据李导数及李括号的定义, 并结合隔振浮筏系统 (4), 可得到引理 1 中的参数 $\mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x})$, $\mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{ad}_f^3 \mathbf{g}(\mathbf{x})$ 分别为

$$\mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{g} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2\zeta_1(1 + \mu) \\ \mu \\ -2\mu(\zeta_1 + \zeta_1\mu + \zeta_2\mu) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \frac{\partial(\mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{ad}_f \mathbf{g}(\mathbf{x})) \\ &= \begin{bmatrix} -2\zeta_1(1 + \mu) \\ -1 - \mu - 3a^2(1 + \mu) + 4\zeta_1(\zeta_2\mu^2 + \zeta_1(1 + \mu)^2) + 2a(1 + \mu)\xi_1 \\ 2\mu(\zeta_1 + \zeta_1\mu + \zeta_2\mu) \\ \mu(1 - 4\zeta_1^2 + \mu + 3a^2(1 + \mu) + \mu(k_2 - 4\zeta_1(2\zeta_1 + \zeta_2) - 4(\zeta_1 + \zeta_2)^2\mu) - 2a(1 + \mu)\xi_1) \end{bmatrix}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$\mathbf{ad}_f^3 \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\partial(\mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{ad}_f^2 \mathbf{g}(\mathbf{x})) = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} A_1 &= 1 + \mu + 3a^2(1 + \mu) \\ &\quad - 4\zeta_1(2\zeta_1\mu^2 + \zeta_1(1 + \mu)^2) - 2a(1 + \mu)\xi_1, \\ A_2 &= -2(\zeta_2\mu^2 + 3a(y_1 - y_2)(1 + \mu) \\ &\quad - 8\zeta_1^2\zeta_2\mu^2(1 + \mu) - 4\zeta_1^3(1 + \mu)^3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ 3a^2(\zeta_2\mu^2 + 2\zeta_1(1 + \mu)^2) \\ &+ \zeta_1(2 + \mu(4 + \mu(2 + k_2 - 4\zeta_2^2\mu))) \\ &- (y_1 - y_2)(1 + \mu)\xi_1 \\ &- 2a(\zeta_2\mu^2 + 2\zeta_1(1 + \mu)^2)\xi_1, \\ A_3 &= \mu(-1 - (1 + k_2)\mu - 3a^2(1 + \mu) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 4(\zeta_1^2 + \zeta_1(2\zeta_1 + \zeta_2)\mu \\
 &+ (\zeta_1 + \zeta_2)^2\mu^2) + 2a(1 + \mu)\xi_1), \\
 A_4 = &2\mu(3a(y_1 - y_2)(1 + \mu) - 4\zeta_1^3(1 + \mu)^3 \\
 &- 4\zeta_1^2\zeta_2\mu(1 + \mu)(1 + 3\mu) \\
 &+ 3a^2(2\zeta_1(1 + \mu)^2 + \zeta_2\mu(1 + 2\mu)) \\
 &+ \zeta_2\mu(1 + 2\mu(1 + k_2 - 2\zeta_2^2\mu)) \\
 &+ \zeta_1(2 + \mu(k_2 + 2k_2\mu + 2(2 + \mu) \\
 &- 4\zeta_2^2\mu(1 + 3\mu))) - (y_1 - y_2)(1 + \mu)\xi_1 \\
 &- 2a(2\zeta_1(1 + \mu)^2 + \zeta_2\mu(1 + 2\mu))\xi_1), \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中 $a = x_1 - x_2$.

下面, 我们判断引理 1 的第二个条件. 根据李括号的定义, 有

$$\begin{aligned}
 [g, \text{ad}_f^2 g] &= \frac{\partial(\text{ad}_f^2 g(x))}{\partial x} g - \frac{\partial g}{\partial x}(\text{ad}_f^2 g(x)) \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (14) \\
 [\text{ad}_f g, \text{ad}_f^2 g] &= \frac{\partial(\text{ad}_f^2 g(x))}{\partial x} \text{ad}_f g \\
 &\quad - \frac{\partial(\text{ad}_f g)}{\partial x}(\text{ad}_f^2 g(x)) \\
 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 2(3a - \zeta_1)(1 + \mu)^2 \\ 0 \\ -2\mu(3a - \zeta_1)(1 + \mu)^2 \end{bmatrix}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

对于系统 (3), 我们设定一组系统参数 (不作为设计变量), 如下:

$$\begin{aligned}
 \zeta_1 = \zeta_2 = &0.1, \quad \mu = 2, \quad k_2 = 2, \\
 \xi_1 = &1, \quad f_1 = 0.5, \quad \omega_1 = 4.
 \end{aligned}$$

代入系统参数并通过化简, 可知矩阵 $[g \text{ ad}_f g \text{ ad}_f^2 g \text{ ad}_f^3 g]$ 的秩为 4. 由 (10)—(12) 和 (15) 式可知

$$\text{rank} [g \text{ ad}_f g \text{ ad}_f^2 g \text{ ad}_f^3 g] = 3. \quad (16)$$

因此, 线性子空间 $\Delta = \text{span}\{g \text{ ad}_f g \text{ ad}_f^2 g\}$ 在稳定平衡点 $A(0, 0, 0, 0)$ 的邻域 D 内是对合的, 双层隔振浮筏系统 (4) 在 $A(0, 0, 0, 0)$ 处有相对阶 4. 根据引理 1, 输出函数 $h(x)$ 可由下列方程确定:

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x)$$

$$= \frac{\partial h(x)}{\partial y_1} - \mu \frac{\partial h(x)}{\partial y_2} = 0, \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial h(x)}{\partial x} \text{ad}_f g(x) \\
 &= -\frac{\partial h(x)}{\partial x_1} + 2\zeta_1(1 + \mu) \frac{\partial h(x)}{\partial x_2} \\
 &\quad + \mu \frac{\partial h(x)}{\partial y_1} - 2\mu(\zeta_1 + \zeta_1\mu + \zeta_2\mu) \frac{\partial h(x)}{\partial y_2} \\
 &= 0, \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial h(x)}{\partial x} \text{ad}_f^2 g(x) = 0. \quad (19)$$

方程组 (17)—(19) 有多个解, 其中一个解为

$$h(x) = -\frac{\mu k_2}{2\zeta_2} x_1 - \frac{k_2 - 4\mu\zeta_2^2}{2\zeta_2} x_2 + \mu y_1 + y_2. \quad (20)$$

根据文献 [26], 设 $u(x, \tau) = w(h(x(t - \tau)))$, 且函数 $w(\cdot)$ 为一有界连续函数, 如简谐函数、模函数等, 如果 $w(\cdot)$ 是有界混沌映射, 那么当时延充分大时必产生混沌. 考虑到浮筏混沌化过程中控制量可调节, 引入控制增益 k_t 和反馈频率 σ 等参数, 线谱混沌化的非线性时延控制函数为

$$\begin{aligned}
 &u(x, \tau) \\
 &= k_t \sin \left[\sigma \left(-\frac{\mu k_2}{2\zeta_2} x_1(t - \tau) - \frac{k_2 - 4\mu\zeta_2^2}{2\zeta_2} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times x_2(t - \tau) + \mu y_1(t - \tau) + y_2(t - \tau) \right) \right]. \quad (21)
 \end{aligned}$$

从非线性时延控制器 (21) 式可以看出, 解析函数只与系统参数有关, 其中可控制参数 (k_t, τ, σ) 决定着混沌化效果. 代入具体系统参数, 多源激励条件下双层隔振浮筏系统的非线性时延反馈控制方程为

$$\begin{aligned}
 &u(x, \tau) = k_t \sin[\sigma(-20x_1(t - \tau) - 9.6x_2(t - \tau) \\
 &\quad + 2y_1(t - \tau) + y_2(t - \tau))]. \quad (22)
 \end{aligned}$$

4 多源激励线谱混沌化分析与讨论

采用非线性时延控制器, 能将多源激励下双层隔振浮筏系统有效混沌化, 从而弱化或消除水下航行器的水声线谱特征. 下面算例可说明线谱混沌化在线谱重构方面的作用. 考虑系统的简谐激励条件为 $f_1 = 0.5, f_2 = 0.1, \omega_1 = 4, \omega_2 = 5$, 未施加时延控制时, 浮筏系统传递到基座的力功率谱如图 2(a) 所示. 可以看出, 功率谱呈现几个明显的峰值, 主要峰值对应于相应的激励频率或它们的谐波, 具有频率可识别性. 当施加时延控制之后, 传递到基座

的力功率谱如图 2(b) 所示, 为宽频混沌波谱, 混沌化后的线谱特征基本消失. 比较图 2(a) 和 (b), 可以看出混沌化方法是改变线谱结构特征的有效手段, 它可以将机械振动的简谐波通过受控非线性隔振系统转换成宽频谱混沌波, 进而改变辐射水声线谱特征, 改善水下航行器的隐蔽性.

下面将通过数值仿真来考察多源激励下非线性时延反馈控制对隔振浮筏系统混沌化的影响. 在分岔分析过程中, 研究控制参数在大参数区域内变化时混沌的发生和持续性, 以及多源激励对时延反馈混沌化的影响. 三个控制参数 (k_t , τ , σ) 对混沌化效果的影响可为如何设置控制器参数来提高混沌化品质提供依据 [27,28].

4.1 反馈控制增益的影响

控制增益与系统所需的输入能量息息相关, 控制增益越大, 所需的控制输入能量越大. 在混沌化过程中, 临界控制增益越小越有利于微扰混沌化控制, 且对提高混沌化的品质越有利. 因此我们关注多源激励下系统混沌化的临界控制增益. 下面

通过一个分岔算例, 来阐述多源激励可能对临界控制增益产生的影响. 设定系统的第一项外激励参数为 $f_1 = 0.5$, $\omega_1 = 4$, 控制参数设置为 $\sigma = 50$, $\tau = 20$. 在数值仿真中, 反馈控制增益 k_t 在区间 $(-0.01, 0.01)$ 内变化.

单源激励下, 系统响应 x_2 随控制增益变化的全局分岔图如图 3(a) 所示, 云点对应混沌和准周期运动, 原点附近的线点代表单周期运动. 从图 3(a) 可看到, 单源激励使系统产生混沌的临界控制增益为 $|k_{tc}| = 0.0034$. 当 $|k_t| > 0.0034$ 时, 除了在 $0.0053 < k_t < 0.006$ 区间出现一个多周期解窗口, 系统在全参数域内处于混沌状态. 当加入第二项外激励后, 系统响应 x_2 随控制增益变化的全局分岔图见图 3(b). 投射在庞加莱截面的云点区域扩大且变得更稠密, 稠密的云点说明混沌化相对于单源激励效果更好. 两条垂直虚线处标明的是系统混沌化的临界控制增益, 临界控制增益值为 $|k_{tc}| = 0.001$. 相比于图 3(a) 中的单源激励, 多源激励下混沌化参数区域有所扩大, 重要的是临界控制增益减小了三倍多, 有利于微扰混沌化的实施.

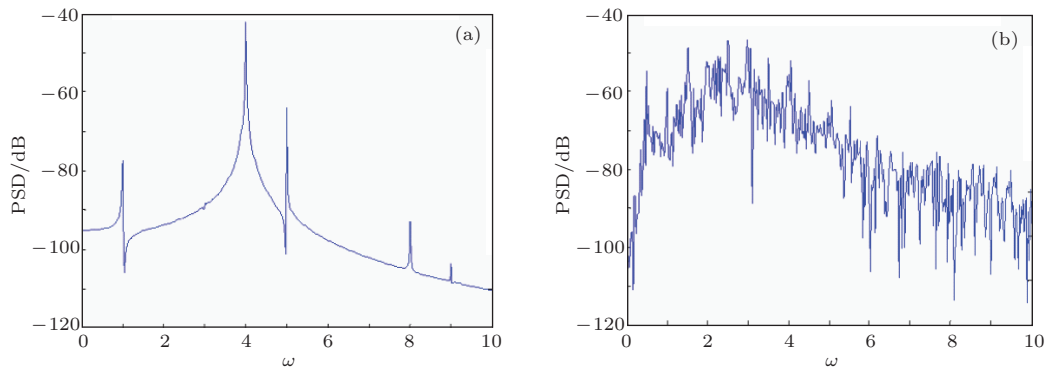


图 2 传递到基座的力功率线谱图 (系统参数: $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0.1$, $\omega_1 = 4$, $\omega_2 = 5$) (a) 未施加控制时的线谱结构; (b) 施加时延控制混沌化时的线谱结构; 控制参数: $k_t = 0.08$, $\tau = 0.5095$, $\sigma = 4.1692$

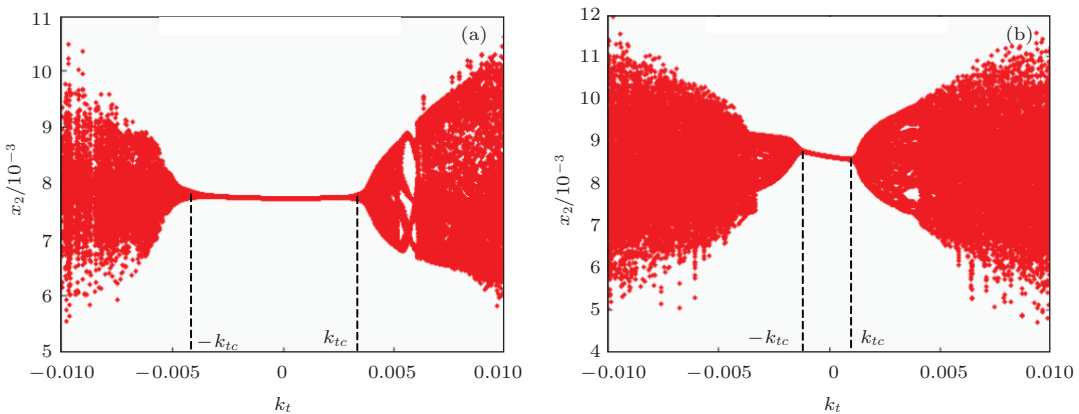


图 3 反馈控制增益 k_t 的全局分岔图 (a) $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0$, $\omega_1 = 4$, $\omega_2 = 0$; (b) $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0.2$, $\omega_1 = 4$, $\omega_2 = 5$

通过大量算例考察了多源激励的幅值和频率组合对临界控制增益的影响. 发现当激励幅值比 $f_2/f_1 \leq 0.7$, 多源激励的临界控制增益普遍小于单源激励的临界控制增益. 此后, 随着激励幅值比增大, 孰优孰劣没有明显规律. 由于涉及强非线性问题及系统参数众多, 其机理仍不明确. 另一方面, 控制参数 (τ, σ) 的选择会影响混沌化的临界控制增益, 通常较大的控制参数 (τ, σ) 会导致较小的临界控制增益. 全面考虑多源激励特性和系统参数设置, 要获得最小临界控制增益, 控制参数 (τ, σ) 可以通过优化算法得到 [29].

4.2 时延控制参数对混沌化率的影响

接下来讨论时延控制参数 τ 对系统混沌化的影响, 重点关注混沌化是否在时延参数域内广泛存

在. 系统参数设置与前节一致, 控制器的参数设置为 $k_t = 0.01, \sigma = 50, \tau$ 的变化范围为 (0, 50).

图 4(a) 表示单源激励时系统响应 x_2 随时延 τ 的变化, 云点对应混沌和准周期运动. 从图 4(a) 中可以看出, 随着时延 τ 的逐渐增加, 混沌运动可持续发生. 当时延 $\tau \geq 22$ 时, 混沌化就可以轻易实现. 当时延 τ 比较小时, 特别是在 $0 < \tau < 7.1$ 时, 分岔图中单点线或多点线对应着单周期运动或多周期运动. 当 $13.1 < \tau < 13.8$ 时, 系统对应单周期运动. 图 4(b) 表示多源激励时, 系统随时延 τ 的变化. 从图 4(b) 中可以看出, 加入第二项外激励后, 如果保持控制增益不变, 当时延 $0 < \tau < 1.7$ 时, 系统对应单周期运动或多周期运动. 但是, 随着时延 τ 的增大, 在系统参数域内混沌运动状态持续存在.

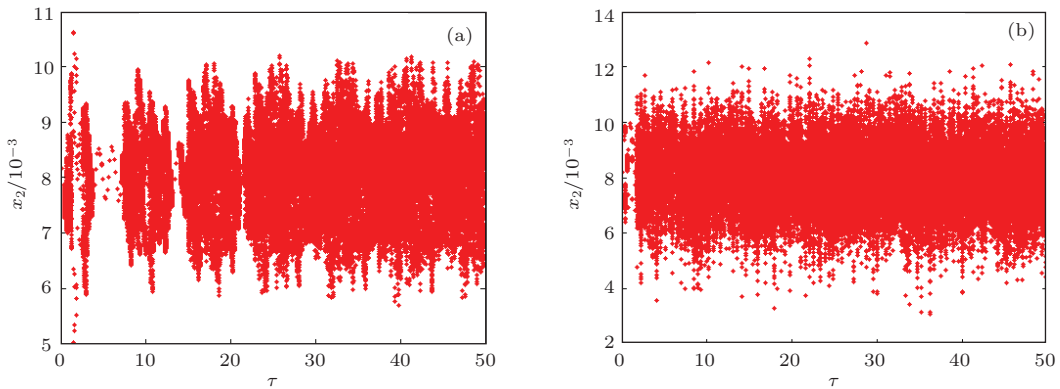


图 4 时延 τ 的全局分岔图 (a) $f_1 = 0.5, f_2 = 0, \omega_1 = 4, \omega_2 = 0$; (b) $f_1 = 0.5, f_2 = 0.1, \omega_1 = 4, \omega_2 = 5$

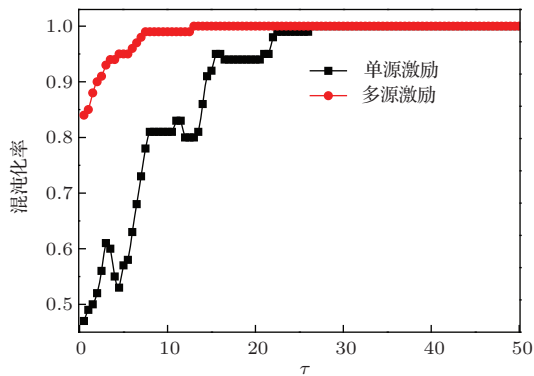


图 5 单源和多源激励条件下随时延量变化的混沌化率对比

为了定量描述双层隔振浮筏系统在单源和多源激励条件下时延混沌化参数区间的变化趋势, 我们引入以下混沌化率的概念. 混沌化率定义为在分岔参数 τ 的观察窗口区间内, 根据混沌解区间占整个观察窗口区间 $\Delta\tau$ 的百分比, 量化评估在某个

分岔参数区间段系统的混沌化程度. 在数值仿真中, 观察窗口区间设定为 $\Delta\tau = 10$, 起始于 $\tau = 0$, 在观察窗口 $0 \leq \tau \leq \Delta\tau$ 区间内统计混沌化率; 随后以步长 0.5 逐渐向右移动, 获得每一移动区间 $0.5 \times i \leq \tau \leq 0.5 \times i + \Delta\tau$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) 的混沌化率, 直到 $\tau = 50$. 设置观察窗口来评价混沌化效果, 主要考虑在应用中由于数据采集、算法处理、机械系统机构动作等一系列环节总是存在某种程度的迟滞时间不确定性. 较大的混沌化率意味着控制过程中对时延参数的扰动 (在观察窗口内) 不敏感, 可提高系统混沌化的鲁棒性, 这在实际应用中是有利的.

图 5 是在单源和多源激励条件下, 随时延控制参数变化的混沌化率曲线. 从图 5 可以清晰看出, 在单源激励下, 时延量较小时, 混沌化率是较低的, 尤其是对应分岔图 4(a) 中的周期窗口时, 混沌化

率会有明显的下降趋势. 当时延量 $\tau > 26$ 后, 混沌化率达到100%, 系统进入持续的混沌化区间. 在多源激励下, 时延量较小时混沌化率相对较高. 当时延量 $\tau \geq 13$ 时, 系统就已进入完全混沌化区间. 所以, 相比于单源激励, 多源激励更容易实现混沌化. 需要说明的是, 虽然该图是在第二项外激励参数 $f_2 = 0.1, \omega_2 = 5$ 时获得的, 但是对于其他参数取值具有相同的趋势.

控制参数的改变会引起系统分岔图的变化. 但是总体来说, 当 $k_t = 0.01$ 时, 在 $0 < \tau \leq 50$ 内, 混沌运动状态是广泛存在的. 我们注意到, 随着非线性反馈控制增益的增大, 系统混沌化对时延参数的敏感度降低. 当控制增益增加到 $k_t = 0.02$ 时, 单源和多源激励下混沌运动在整个时延参数域内始终存在; 然而增加控制增益的负面作用则会增加线谱强度, 对隐声不利.

4.3 反馈频率参数对混沌化率的影响

最后讨论反馈频率 σ 对系统混沌化的影响. 系统参数设置与前节一致, 控制器的参数设置为 $k_t = 0.01, \tau = 20, \sigma$ 的变化范围为 $(0, 60)$. 系统响应 x_2 关于反馈频率 σ 变化的分岔图如图 6 所示.

单源激励下, 系统响应 x_2 随反馈频率 σ 变化的分岔图如图 6(a) 所示. 其特征是混沌状态间歇性地出现, 阵发性混沌状态第一次出现在区间 $0.6 < \sigma < 3$, 后续的混沌状态呈现包络状周期性地出现. 这种阵发性的特征与时延控制函数 (21) 式中有界连续函数形式的选择有关. 单源激励下, 混沌包络之间存在一个狭窄的周期运动窗口, 如图 6(a) 中的小视窗所示. 说明反馈频率 σ 的设定必须处于混沌包络之内的参数区域, 而每个混沌包络区域近乎具有相同间隔. 阵发性混沌的一个显著特征是混沌响应峰值随着反馈频率 σ 的增加呈指数减少, 较大的参数 σ 设置可以降低混沌响应峰值.

多源激励下, 系统响应 x_2 随反馈频率 σ 变化的分岔图如图 6(b) 所示. 当 σ 较小时, 混沌运动仍然是间歇性地出现, 混沌包络之间被周期运动窗口分隔. 但是, 当 σ 较大时, 包络状的混沌性态渐渐消失, 呈现出连续性混沌化现象, 系统进入持续的混沌化区间.

为了观察双层隔振浮筏系统在单源和多源激励条件下混沌化率随着反馈频率参数的变化趋势, 我们沿用上节定义的混沌化率概念来定量描述. 在

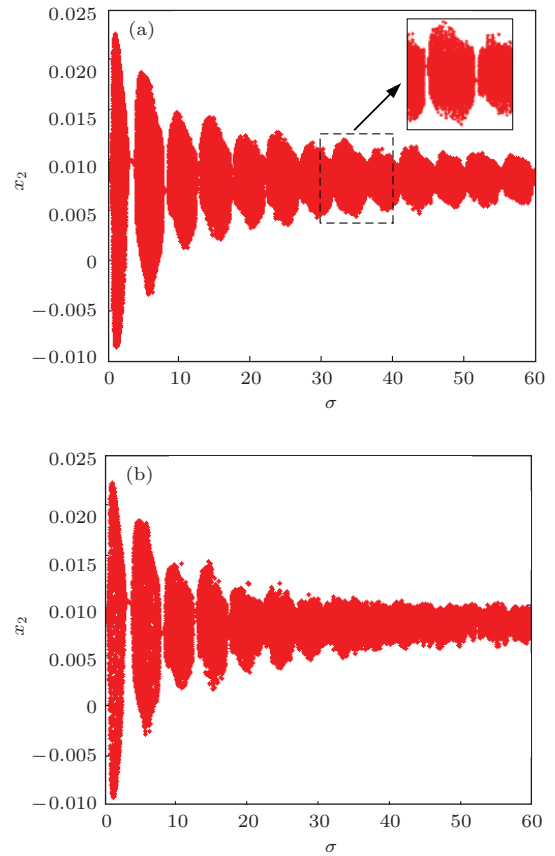


图6 反馈频率 σ 的全局分岔图 (a) $f_1 = 0.5, f_2 = 0, \omega_1 = 4, \omega_2 = 0$; (b) $f_1 = 0.5, f_2 = 0.05, \omega_1 = 4, \omega_2 = 5$

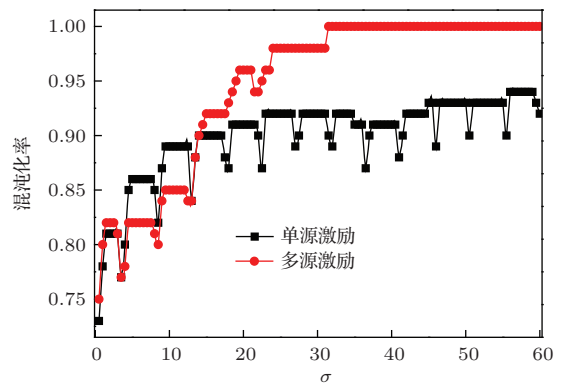


图7 单源和多源激励条件下随反馈频率变化的混沌化率对比

进行数值仿真时, 观察窗口区间设定为 $\Delta\sigma = 10$, 起始于 $\sigma = 0$, 在观察窗口 $0 \leq \sigma \leq \Delta\sigma$ 区间内统计混沌化率; 随后以步长 0.5 逐渐向右移动, 获得每一移动区间 $0.5 \times i \leq \sigma \leq 0.5 \times i + \Delta\sigma$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) 的混沌化率, 直到 $\sigma = 60$. 从图 7 可以清晰看出, 单源激励下, 反馈频率 σ 较小时混沌化率是较低的. 随着反馈频率 σ 的增加, 混沌化率会呈现振荡上升趋势. 曲线中, 那些突降的倒尖峰对应周期解的影

响. 但即使 $\sigma > 40$ 后, 由于周期窗口的间歇存在, 混沌化率还是不会达到 100%. 多源激励下, 反馈频率 σ 较小时混沌化率也较低. 随着反馈频率 σ 的增加, 混沌化率振荡上升. 当反馈频率 $\sigma > 31$ 时, 混沌化率达到 100%, 系统进入完全混沌化区间. 也就是说, 多源激励下当反馈频率取较大值时, 间歇的周期窗口不复存在, 持续的混沌化参数区间被进一步拓展. 所以, 相比于单源激励, 多源激励更容易实现混沌化. 同时, 较大的混沌化率意味着控制过程中对反馈频率参数的扰动不敏感, 可提高系统混沌化的鲁棒性. 虽然该图是在第二项外激励参数 $f_2 = 0.05$, $\omega_2 = 5$ 时获得的, 但是对于其他参数取值具有相同的趋势.

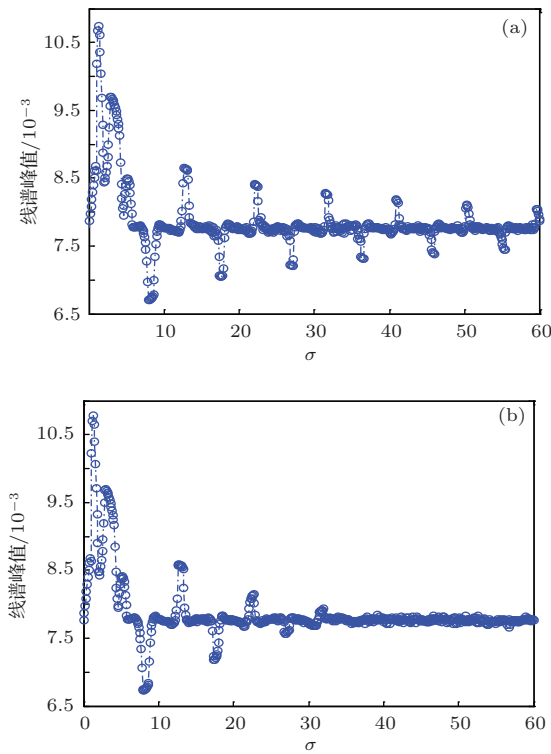


图8 线谱峰值随反馈频率 σ 的变化 (a) $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0$, $\omega_1 = 4$, $\omega_2 = 0$; (b) $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0.05$, $\omega_1 = 4$, $\omega_2 = 5$

下面从传递到基础的表征线谱强度的线谱峰值来考察反馈频率控制参数 σ 的影响. 图 8 分别给出了系统单源和多源激励下, 线谱峰值相对于反馈频率参数 σ 变化的关系.

从图 8(a) 可以看出, 单源激励下反馈频率 $0 < \sigma < 6$ 时, 线谱峰值波动较大. 随反馈频率 σ 增大, 线谱峰值振荡变化, 振荡的幅值呈指数衰减, 这与图 6(a) 中观察到的混沌响应峰值随反馈频率 σ 变化的规律基本类似. 当 $\sigma > 7$ 时, 线谱峰

值基本稳定在 0.0077 左右, 对应混沌状态; 反映混沌包络的线谱峰值随 σ 增大基本保持不变. 线谱峰值 (局部极小值和极大值) 对应于周期响应, 会出现上下较大的振荡变化. 线谱峰值出现的间隔近似相等, 且与图 6(a) 的周期窗口相对应. 那些上凸的线谱峰值说明所对应的周期响应具有明显的可识别特征. 由图 8(b) 可知, 多源激励下反馈频率 $0 < \sigma < 6$ 时, 线谱峰值也是波动较大. 随着反馈频率 σ 增大, 线谱峰值振荡变化, 振荡的幅值呈指数规律更快速衰减. 当 $\sigma > 32$ 时, 系统线谱峰值基本稳定在 0.0077 左右, 此后再没有振荡出现. 这是因为此时多源激励下对应的系统响应呈现出连续性的混沌化, 混沌包络现象消失. 所以当反馈频率 σ 取较大值时, 相比于单源激励, 多源激励更容易实现稳定而连续的混沌化; 而且混沌线谱强度基本趋于稳定, 不会随 σ 增大而振荡变化.

5 结 论

本文基于水下航行器的隐声需求, 将非线性时延控制理论应用于多源激励条件下双层隔振浮筏系统的线谱混沌化. 以双层隔振浮筏系统为研究对象, 建立了系统响应数学模型, 结合时延控制理论推导出了线谱混沌化解析控制方程. 通过一系列的数学推演为双层浮筏系统的混沌化设计提供一个标准的理论设计方法. 数值仿真验证了该方法的可行性和有效性, 探讨了多源激励条件下双层隔振浮筏系统的线谱混沌化特性.

通过分析控制增益、时延参数和反馈频率等控制参数变化对系统混沌化的影响, 可以得出以下结论: 当激励幅值比 f_2/f_1 较小时, 多源激励的临界控制增益普遍小于单源激励的临界控制增益, 有利于实现微扰控制和提高混沌化品质; 在时延控制参数域内, 相对于单源激励, 多源激励具有较优的混沌化率, 而且多源激励下系统进入完全混沌化区间的时延参数区域宽广; 在反馈频率参数域内, 当反馈频率增大时, 系统混沌响应越小, 对应的线谱峰值也越小; 单源激励随反馈频率的变化, 混沌状态呈现阵发性、不连续的混沌包络现象, 由于周期窗口间歇性存在, 混沌化率不会达到 100%; 多源激励在反馈频率较小时, 也有阵发混沌现象, 但当反馈频率增加时, 系统具有连续性的混沌化特征, 而且对应线谱峰值基本趋于稳定, 且混沌化率可达到

100%. 总体而言, 多源激励对双层隔振浮筏系统的线谱混沌化是有利的.

参考文献

- [1] Hasler M 1995 *Phil. Trans. R. Soc. A* **353** 115
- [2] Chen G R, Mao Y B, Chui C K 2004 *Chaos, Soliton. Fract.* **21** 749
- [3] Qi G Y, Sandra B M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 50507
- [4] Freeman W J 1995 *Int. J. Intell. Syst.* **10** 71
- [5] Sharma A, Gupte N 1997 *Pramana-J. Phys.* **48** 231
- [6] Yang R, Zhang B 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3789 (in Chinese) [杨汝, 张波 2007 物理学报 **56** 3789]
- [7] Zhang L S, Cai L, Feng C W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060306 (in Chinese) [张立森, 蔡理, 冯朝文 2011 物理学报 **60** 060306]
- [8] Liu S, Chen L Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 100506
- [9] Lou J J, Zhu S J, He L, Yu X 2005 *J. Sound Vib.* **286** 645
- [10] Yu X, Zhu S J, Liu S Y 2007 *J. Sound Vib.* **306** 835
- [11] Liu S Y, Yu X, Zhu S J 2008 *J. Sound Vib.* **310** 855
- [12] Lou J J, Zhu S J, He L, He Q W 2009 *Chaos, Soliton. Fract.* **40** 1367
- [13] Wen G L, Lu Y Z, Zhang Z Y, Ma C S, Yin H F, Cui Z 2009 *J. Sound Vib.* **324** 954
- [14] Ikeda K, Matsumoto K 1987 *Physica D* **29** 223
- [15] Celka P 1997 *Physica D* **104** 127
- [16] Li Y L, Xu D L, Fu Y M, Zhou J X 2011 *Chaos* **21** 033115
- [17] Li Y L, Xu D L, Fu Y M, Zhou J X 2012 *Chaos, Soliton. Fract.* **45** 1092
- [18] Wang X F, Chen G R, Yu X H 2000 *Chaos* **10** 771
- [19] Wang X F 2003 *Chaos Control: Theory and Applications* (Berlin:Springer) pp 179–204
- [20] Zhang J, Xu D L, Zhou J X, Li Y L 2012 *Chaos, Soliton. Fract.* **45** 1255
- [21] Lou J J, He Q W, Zhu S J 2004 *Appl. Math. Mech.* **25** 1299 (in Chinese) [楼京俊, 何其伟, 朱石坚 2004 应用数学和力学 **25** 1299]
- [22] Ji Y, Bi Q S 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4431 (in Chinese) [季颖, 毕勤胜 2009 物理学报 **58** 4431]
- [23] Yang D S, Dong L, Shi J, Lan C F 2011 *J. Vib. Shock* **30** 19 (in Chinese) [杨德森, 董雷, 时洁, 兰朝凤 2011 振动与冲击 **30** 19]
- [24] Yan S, Sheng M P, Chen X L 2006 *Noise Vib. Control* **26(4)** 26 (in Chinese) [颜松, 盛美萍, 陈晓利 2006 噪声与振动控制 **26(4)** 26]
- [25] Lu Q, Mei S W, Sun Y Z 2008 *Nonlinear Control of Power Systems* (Beijing: Tsinghua University Press) pp24–85 (in Chinese) [卢强, 梅生伟, 孙元章 2008 电力系统非线性控制 (北京: 清华大学出版社) 第24—85页]
- [26] Chen G R, Wang X F 2006 *Chaotification of Dynamical Systems-Theory, Methods and Applications* (Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press) pp111–136 (in Chinese) [陈关荣, 汪小帆 2006 动力系统的混沌化——理论、方法及应用 (上海: 上海交通大学出版社) 第111—136页]
- [27] Yang Q C, Zhu S J, Lou J J, Wu H P 2013 *J. Theor. Appl. Inf. Technol.* **48** 429
- [28] Yang Q C, Lou J J, Liu S Y, Diao A M 2013 *Telkommnika* **11** 63
- [29] Zhou J X, Xu D L, Zhang J, Liu C R 2012 *Chaos, Soliton. Fract.* **45** 815

Line spectrum chaotification of a double-layer vibration isolation floating raft system under multi-source excitation*

Zhang Jing¹⁾²⁾ Xu Dao-Lin^{1)†} Li Ying-Li¹⁾ Zhou Jia-Xi¹⁾

1) (College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Changsha 410082, China)

2) (College of Mechanical Engineering, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang 414006, China)

(Received 27 April 2014; revised manuscript received 19 May 2014)

Abstract

The line spectrum characteristics of the radiated waterborne noises of an underwater vehicle can be reconstructed using the technique of chaotification, which can improve the acoustic stealth of the underwater vehicle. According to the particular application background, in this paper we study the chaotification issue with nonlinear time-delay feedback control for a double-layer vibration isolation floating raft system under multi-source excitation. From a simplified two-dimensional floating raft system model, a chaotification method with nonlinear time-delay feedback control is presented completely. It provides a standard procedure for line spectrum chaotification design. Numerical simulation results show the feasibility of this method. Under multi-source excitation, the effects of the control gain, time-delay and feedback frequency parameters on chaotification are investigated, and discussion is also extended to the case of the single-source excitation.

Keywords: multi-source excitation, vibration isolation floating raft, nonlinear time-delay feedback control, chaotification

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Pq, 05.45.Ac

DOI: [10.7498/aps.63.180505](https://doi.org/10.7498/aps.63.180505)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11102062, 11272116), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20130161110037).

† Corresponding author. E-mail: dlxu@hnu.edu.cn