

# 交织型层级复杂网\*

沈迪<sup>1)†</sup> 李建华<sup>1)</sup> 张强<sup>1)</sup> 朱瑞<sup>2)</sup>

1)(空军工程大学, 信息与导航学院, 西安 710077)

2)(中国人民解放军 93801 部队, 武功 712200)

(2014 年 4 月 21 日收到; 2014 年 5 月 25 日收到修改稿)

为研究两个异质关联网络复合后的结构特征与节点中心性特征, 本文提出了交织型层级复杂网络的概念, 可描述由两个具有部分相同节点, 连接边属性近似的子网所构成的层级复杂网络, 并定义了节点交织系数、路径交织系数和网络交织系数 3 种测度用于衡量两个子网之间的密切程度. 针对该类网络, 研究并改进了节点度中心性和介数中心性的计算方法, 同时提出一种新的中心性指标—助联性, 用于衡量子网的某一节点对另一子网联通性和流通性的助益. 通过实验分析, 验证了本文各类指标的有效性.

**关键词:** 交织型层级复杂网, 交织系数, 节点中心性

**PACS:** 02.10.Ox, 05.10.-a

**DOI:** 10.7498/aps.63.190201

## 1 引言

近年来, 随着复杂系统理论在诸多领域中的推广和成功应用<sup>[1-5]</sup>, 其理论价值和适用性得到充分证明, 人们关于复杂网络的研究也更加全面深入. 研究目标已从的单层复杂网络逐渐向更具实际意义的层级复杂网络<sup>[6-8]</sup>方向进展, 多种层级复杂网络的概念与模型被相继提出, 如双层复杂网络、二元随机网络、多子网复合网络、相互依存网络、超网络等, 这些概念与模型在不同领域的应用中抽象获得, 从不同角度描述了层级复杂网络的结构特征. 文献[9]描述并分析多个双层网络模型的适用域, 并研究了双层网的合作涌现规律. 文献[10, 11]研究了相互依存网络的级联失效模型, 并提出了相关鲁棒性策略. 文献[12-14]描述分析了超网络模型, 并对其在现实世界中的各种应用展开了多方面研究. 但上述文献的模型在描述层级网络(或超网络)时都认为网络各层所包含的节点是相同的, 不同的只是边的连接关系, 这就制约了模型的普适性, 因为大多数实际层级网络的节点间并非理想化

的“1-1”对等关系, 更多的是网层之间的包含、重叠或部分重叠的关系, 本文称之为交织关系. 举例说明, 如城市公交网和城市地铁网、手机通信网与计算机通信网、高速公路网与民航路线网、高速公路网与铁路网、物流网与快递网等, 这些例子中的两层网络之间有密切的联系, 在工程及相关应用研究时往往需要同时考虑, 但他们并非理想化的节点对等网络. 对此, 文献[15]提出一种多子网复合网络模型, 描述了不同子网间以及不同子网的元素相互关系, 但该模型主要研究网络的加载、拆分等组合关系, 更多的适用于跨网络的寻径问题, 未对复合后层级网络属性做深入研究. 文献[16]提出了一种子网规模不同的耦合双层网络模型, 并研究了基于该模型的网络映射同步关系, 但该模型的两层网络之间是驱动与响应的关系, 研究侧重点为复杂系统的控制问题, 对网络结构特征未作深入分析. 文献[17]提出了一种二元随机网模型, 但该模型研究的网络节点间的关系是随机与潜在的, 适用范围局限于社会结构关系、人类性关系、竞赛对弈关系等非实体关系网络.

基于上述情况, 本文提出了交织型层级复杂

\* 国家自然科学基金(批准号: 61174162)和全军军事学研究生基金(批准号: 2012JY003-585)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: [hanshanyueyin@sina.com](mailto:hanshanyueyin@sina.com)

网络 (interlacing layered complex networks, ILCN) 的概念, 可以描述由两个具有部分相同节点, 连接边属性近似的子网构成的层级复杂网络, 并定义了相关测度用于衡量网络之间的密切程度. 研究并改进了复杂网络节点的两个重要中心性指标度中心性和介数中心性, 同时提出了一种新的中心性指标—助联性, 用于衡量子网络的某一节点对另一网络联通性和流通性的助益. 通过实例分析, 验证了3种指标在交织型层级复杂网络节点中心性评估中的有效性.

## 2 交织型层级复杂网概念描述

### 2.1 基础定义

**定义1 交织子网** 层级网络中由同一性质连接边构成的联通子网络, 称为交织子网, 记为  $C(V, E, T)$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  表示子网节点集合,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\} \subset V \times V$  为子网边的集合,  $T = (t_{ij})_{n \times n}$  为  $C$  的邻接矩阵, 表示  $V$  和  $E$  的映射关系, 在交织子网中  $t_{ij}$  为枚举值  $\{0, 1\}$  或  $\{0, 2\}$ , 表示节点  $v_i$  和  $v_j$  之间是否存在某种子网的连接边. 为便于对归属性质描述, 对子网及其节点集、边集和邻接矩阵的符号做下标描述, 如  $V_a$  表示交织子网  $C_a$  的节点集.

**定义2 交织型层级复杂网** 由两个部分节点相同, 在连接边性质上近似但不等同的交织子网组成的层级网络, 称为交织型层级复杂网. 记由交织子网  $C_a$  和  $C_b$  组成的交织型层级复杂网为  $C^*(V, V^+, V_a^-, V_b^-, E, T, \varphi)$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} = V_a \cup V_b$  为节点集合,  $V^+ = V_a \cap V_b$  表示  $C_a$  和  $C_b$  的交织节点集,  $V_a^- = V_a - V^+$  为子网  $C_a$  独有节点集,  $V_b^-$  同理,  $E = E_a \cup E_b = E_a + E_b$  为节点边的集合,  $T = (t_{ij})_{n \times n}$  为  $C^*$  的邻接矩阵, 在 ILCN 中  $t_{ij}$  的枚举值为  $\{0, 1, 2, 3\}$ , 分别表示节点  $v_i$  和  $v_j$  之间无连接边、具有  $C_a$  子网连接边、具有  $C_b$  子网连接边和具有两种子网连接边,  $\varphi$  为交织系数, 用于描述  $C_a$  和  $C_b$  之间的密切程度. 为便于对归属性质描述, 同样采用下标方式, 如  $V_m$  表示交织网  $C_m^*$  的节点集.

### 2.2 交织系数

子网之间的交织关系是 ILCN 区别于其他层级网络的主要的特征, 本小节通过讨论分析定义了3

种交织系数, 用于描述子网之间交织关系的密切程度.

**定义3 节点交织系数** 设  $C_a$  和  $C_b$  为交织层级复杂网  $C_m^*$  的两个子网,  $n_{V_m^+}$  表示两个子网的交织节点数量,  $\text{Min}(n_{V_a}, n_{V_b})$  表示两个子网中规模较小的节点数量, 则定义

$$\varphi'_m = \left( \frac{n_{V_m^+}}{\text{Min}(n_{V_a}, n_{V_b})} \right)^{1/2} \quad (1)$$

为两个子网的节点交织系数, 显然有  $\varphi'_m \in (0, 1]$ , 当  $\varphi'_m = 1$  时表示其中一个子网节点完全包含于另一子网.

$\varphi'$  在一定程度上反映了子网之间的密切程度, 但并不全面, 如图1所示, 图1(a)与(b)分别为两个结构相同的网络, 图1(c)和(d)分别为两个子网在不同交织方式下组成的 ILCN  $C_m^*$  和  $C_l^*$ , 交织节点分别为 A, E 和 B, F (交织网中均以 I 表示). 由于 A, E 为两个子网的中心节点, 图1(c)交织程度应大于图1(d), 但根据(2)式, 可得  $\varphi'_m = \varphi'_l = 0.5$ , 所以  $\varphi'$  在区分交织节点重要度上有缺陷.

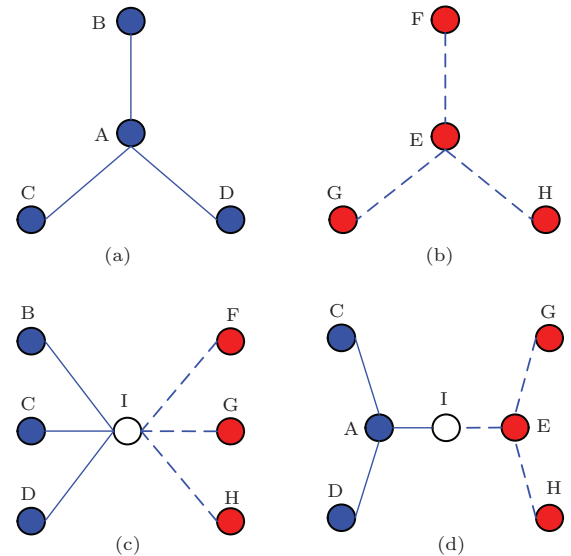


图1 (网刊彩色) 相同子网的不同交织方式 (a)  $C_a$  网络拓扑; (b)  $C_b$  网络拓扑; (c)  $C_m^*$  网络拓扑; (d)  $C_l^*$  网络拓扑

**定义4 路径交织系数** 设  $C_a$  和  $C_b$  为交织层级复杂网  $C_m^*$  的两个子网,  $P(i, j)$  表示在  $C_m^*$  中, 节点  $v_i$  和  $v_j$  之间所有最短路径的总数,  $P(i, j)|_{V_p \cap V_m^+ \neq \emptyset}$  表示  $v_i$  和  $v_j$  之间经过交织节点的最短路径总数,  $V_p$  为路径  $P$  所包含的节点集, 则定义

$$\varphi''_m = \frac{\sum_{i \in V_m} \sum_{i < j} \frac{P(i, j)|_{V_p \cap V_m^+ \neq \emptyset}}{P(i, j)}}{n_{V_m}(n_{V_m} - 1)/2} \quad (2)$$

为两个子网的路径交织系数, 其中, 分母  $n_{V_m}(n_{V_m} - 1)/2$  表示根据节点对数取均值, 简单推理可知  $\varphi''_m \in (0, 1]$ .

$\varphi''$  反映了两个子网的路径交织程度, 但由于路径的延伸性和关联性强, 当交织节点是接近网络中心的节点时,  $\varphi''$  值易偏高. 根据(2)式可得  $\varphi''_m = 1$ ,  $\varphi'_l = 0.712$ , 虽然较好地地区分了两者交织情况, 但对  $C_m^*$  而言, 当有更多节点为交织节点时,  $\varphi''_m$  将不再变化.

**定义5 网络交织系数** 设  $C_a$  和  $C_b$  为交织层级复杂网  $C_m^*$  的两个子网, 则定义

$$\begin{aligned} \varphi_m &= \varphi'_m \cdot \varphi''_m \\ &= \left( \frac{n_{V_m^+}}{\text{Min}(n_{V_a}, n_{V_b})} \right)^{1/2} \\ &\quad \times \frac{\sum_{i \in V_m} \sum_{i < j} \frac{P(i, j) |_{V_p \cap V_m^+ \neq \emptyset}}{P(i, j)}}{n_{V_m}(n_{V_m} - 1)/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

表示  $C_a$  和  $C_b$  的网络交织系数, 简单推理可知  $\varphi_m \in (0, 1]$ .  $\varphi$  融合了  $\varphi'$  和  $\varphi''_m$  的属性, 能够较

好地反映网络的整体的交织情况, 根据(3)式可得  $\varphi_m = 0.5$ ,  $\varphi_l = 0.356$ , 与两个子网实际的交织情况符合.

### 2.3 交织关系与层级关系

在 ILCN 中, 交织关系与层级关系随着两个子网交织程度的改变而相互演化, 如图 1(d) 所示, 当两个子网的交织节点数  $n_{V^+} = 1$  时, 从网络拓扑上观察, 未显现层级关系, 只是相互连接的异质网络, 这是交织节点数极少时的情况. 当两个子网有更多节点成为交织节点时(如图 2 所示的交织关系与层级关系的演化过程), 其层级关系逐渐显现, 其中, 图 2(c) 和 (f) 为  $n_{V^+} = 4$ , 且适当改变两个子网连接边关系后的网络交织关系与层级关系, 该网络已具备文献 [8—10] 中所描述的双层网络或相互依存网络的一般特性, 但仍符合本文 ILCN 定义的描述, 由此可见, 双层网络或相互依存网络是 ILCN 交织演化过程中的特例, ILCN 在描述两个异质关联网络的相互关系时具有较好普适性.

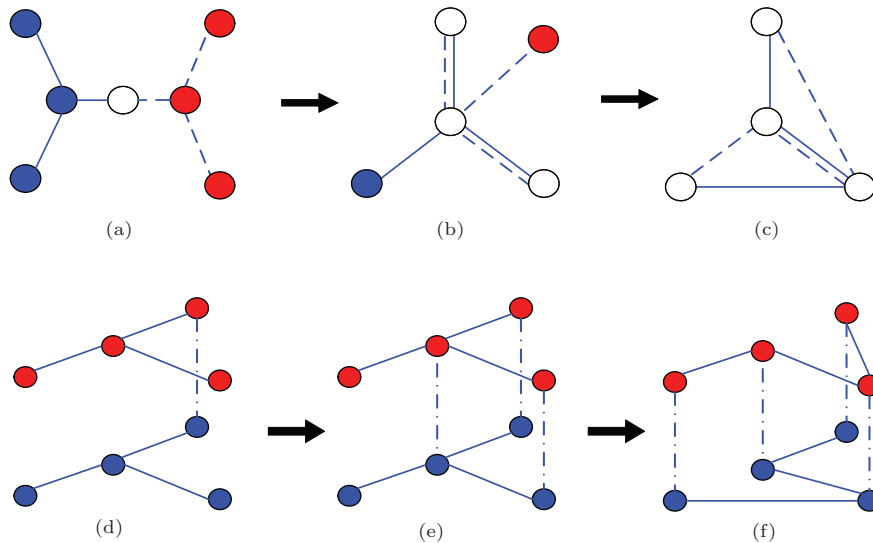


图2 (网刊彩色) 交织关系与层级关系的演化过程 (a)  $n_{V^+} = 1$  时交织关系; (b)  $n_{V^+} = 3$  时交织关系; (c)  $n_{V^+} = 4$  时交织关系; (d)  $n_{V^+} = 1$  时层级关系; (e)  $n_{V^+} = 4$  时层级关系; (f)  $n_{V^+} = 4$  时层级关系

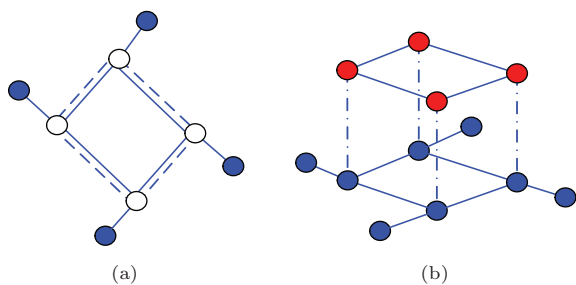


图3 (网刊彩色) 1 个 ILCN 特例 (a) 交织关系; (b) 层级关系

设  $\lambda = \text{Min}(n_{V_a}, n_{V_b}) / \text{Max}(n_{V_a}, n_{V_b})$  表示两个子网节点规模的比, 则当  $\varphi', \lambda \rightarrow 1$  时, ILCN 层级关系逐渐显著, 反之, 则层级关系被淡化. 事实上, 当  $\varphi' \rightarrow 0$  时, 说明两个异质网络之间关联弱, 交织节点起到桥接作用(如图 1(d)). 而当  $\lambda \rightarrow 0$  时, 说明两子网规模相差大, 主要体现两子网之间的承载或依附关系. 此处需要说明的是, 网络交织系数  $\varphi$  虽然也可反映网络的层级关系, 但并不准确, 如图 3(a) 所示的 ILCN 特例, 根据定义 3, 4 和 5, 其

网络交织系数  $\varphi = \varphi' \cdot \varphi'' = 1$ , 但考察其层级关系并非严格的双层网络. 故在考察网络层级关系时, 采用节点交织系数  $\varphi'$  结合节点规模比  $\lambda$  的方式较为合理.

### 3 ILCN 节点中心性指标

本节主要在 ILCN 概念描述的基础上研究探讨其节点中心性的评估方法, 并定义相关评估指标, 以扩充其实用性. 节点中心性指标主要用于衡量网络中节点或节点集合的重要程度, 一般为定量指标, 在复杂网络理论中, 常见的中心性指标包括度中心性、接近中心性、介数中心性、结构洞中心性、特征向量中心性等. 在上述指标中, 接近中心性与度中心性相关度较高<sup>[18]</sup>, 而结构洞中心性和特征向量中心性需要网络拓扑结构以外的参数, 普适性较弱, 因此本节主要研究讨论并重新定义 ILCN 节点度中心性和介数中心性指标, 并提出一种新指标定义—助联中心性.

#### 3.1 度中心性

在单层网络中, 节点度中心性一般定义为<sup>[19]</sup>

$$d_i = k_i / (n_{v_m} - 1), \quad (4)$$

其中  $k_i$  表示节点  $v_i$  的度 (连接边的数量), 根据上式定义, 具有相同连接边数量节点的度中心性相等, 但在 ILCN 中, 在度相同的条件下, 交织节点的重要程度与一般节点应该有所差异, 如图 1(d) 中, 根据 (4) 式可得  $d_A = d_E = 0.5 > d_I = 0.33$ , 但节点 I 作为两个子网的唯一交织节点, 其重要程度显然远大于 A 和 E. 故在 ILCN 中, 须对不同类别节点的度中心性区别讨论.

**定义 6 ILCN 节点度中心性** 设在由  $C_a$  和  $C_b$  组成的交织型层级复杂网  $C_m^*$  中,  $k_{ia}$  表示节点  $v_i$  属于子网  $C_a$  连接边的数量,  $k_{ib}$  表示节点  $v_i$  属于子网  $C_b$  连接边的数量. 则当  $v_i$  是网络中的非交织节点时, 度中心性定义计算式为

$$d_i = k_{ia} + k_{ib} / (n_{v_m} - 1), \quad (5)$$

在 (5) 式中,  $k_{ia}$  表或  $k_{ib}$  显然有必一者值为 0.

当  $v_i$  是网络中的交织节点时, 度中心性计算式为

$$d_i = (k_{ia} + k_{ib}) \frac{(1 + \delta)}{\varphi'_m (n_{v_m} - 1)}, \quad (6)$$

其中, 分母中的  $\varphi'_m$  表示节点交织系数的加成, 其意义为当两个子网的交织节点数量越少, 交织节点的度中心性将得到越大的增强.  $\delta$  为连接边均匀度加成系数, 计算式为

$$\delta = \frac{2k_{ia} \cdot k_{ib}}{k_{ia}^2 + k_{ib}^2}. \quad (7)$$

其意义为当交织节点  $v_i$  具有不同性质连接边的数量越均匀, 交织节点的度中心性将得到越大的增强, 极致情况下当两种边数量相等时, 得到最大加成系数 1, 而当其中一类边数量趋近于 0 时, 加成也趋近于零, 因为此时该节点的交织性已不显著, 根据基本不等式可得  $\delta \in (0, 1]$ . 将 (7) 式代入 (6) 式, 并联立 (5) 式, 可得 ILCN 节点度中心性的完整定义式

$$d_i = \begin{cases} \frac{k_{ia} + k_{ib}}{(n_{v_m} - 1)}, & v_i \notin V_m^+, \\ \frac{(k_{ia} + k_{ib})^3}{\varphi'_m (k_{ia}^2 + k_{ib}^2) \cdot (n_{v_m} - 1)}, & v_i \in V_m^+. \end{cases} \quad (8)$$

根据式 8 可得  $d_I = 1.33 > d_A = d_E = 0.5$ , 较合理地反映了  $C_i^*$  各类节点的重要程度.

#### 3.2 介数中心性

在单层复杂网络中, 节点  $v_i$  的介数中心性一般定义为<sup>[20,21]</sup>

$$r_i = \frac{\sum_g \sum_{k>g} \frac{P(g, k, i)}{P(g, k)}}{n(n-1)/2}, \quad (9)$$

其中,  $P(g, k)$  表示节点  $v_g$  和  $v_k$  之间所有最短路径的总数,  $P(g, k, i)$  表示节点  $v_g$  和  $v_k$  之间经过节点  $v_i$  的最短路径总数,  $n$  为网络节点总数. 介数中心性的意义是当一个节点在其他节点之间的通信路径中出现的概率越大, 则其重要度越高. 但在 ILCN 中, 介数计算式将面对更复杂情况, 因为 (9) 式无法区分边的不同属性, 如果用其计算 ILCN 节点介数中心性, 难以准确反映节点在原来子网中的方位关系, 同时会将部分在实际中出现概率较低或不可能出现的跨网路径过高地计算在介数贡献度中. 因此在 ILCN 中, 不仅要考虑不同子网的节点, 还需考虑不同性质的连接边, 为便于阐述, 以图 4 所示的一简单 ILCN 为例, 进行分情况讨论.

设在图 4 所示的交织型层级复杂网  $C_m^*$  中, 节点 A, B, C, D 为两个子网的交织节点, 节点 I, H, F

和G属于交织子网 $C_a$ , 节点E, J, K和L属于交织子网 $C_b$ , 各子网的连接边分别以 $e_{ai}$ 和 $e_{bi}$ 标识.

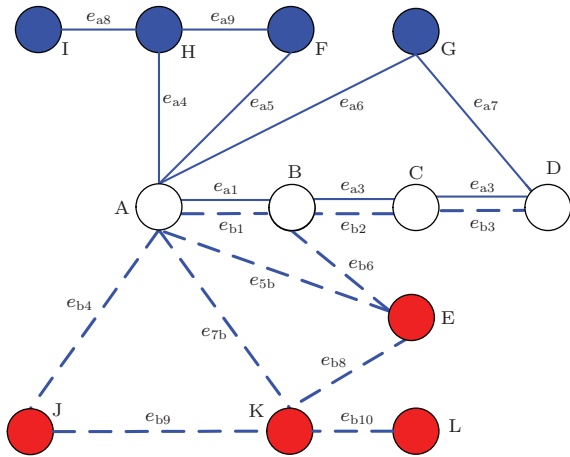


图4 (网刊彩色) 一个简单的ILCN示例

**情况1** 路径 $P(g, k, i)$ 的起止节点 $v_g$ 和 $v_k$ , 以及其接连边集 $E_P$ 均属于同一类交织子网. 如图4中当路径 $P$ 的起止节点为J和K, 考察E的介数中心性时, 路径 $Je_{b4}Ae_{b5}Ee_{b8}K$ 和 $Je_{b4}Ae_{b1}Be_{b6}Ee_{b8}K$ 等均符合这一情况. 显然, 这些路径的行走概率及存在意义与在单层网络中是一致的, 因此对其在介数中心性计算中的贡献度计算同(9)式定义为 $P(g, k, i)/P(g, k)$ .

**情况2** 路径 $P(g, k, i)$ 的起止节点 $v_g$ 和 $v_k$ 属于同一种交织子网, 但 $E_P$ 由两种子网的连接边组成. 假设条件不变, 图4中如 $Je_{b4}Ae_{a6}Ge_{a7}De_{a3}Ce_{a2}Be_{b6}Ee_{b8}K$ 或 $Je_{b4}Ae_{a1}Be_{b6}Ee_{b8}K$ 等均符合这一情况. 由于其起止节点同网, 因此在节点介数中的贡献度基数维持不变, 但因其行走路径跨网, 与两个子网的路径交织情况密切相关, 因此对其在介数中心性计算中的贡献度值赋予路径交织系数权值 $\varphi''_m \cdot P(g, k, i)/P(g, k)$ .

**情况3** 路径 $P(g, k, i)$ 的起止节点 $v_g$ 和 $v_k$ 分别属两种交织子网, 则 $E_P$ 必然由两种子网的连接边组成. 假设起止节点为J和H, 考察A的介数中心性时, 如路径 $Je_{b9}Ke_{b7}Ae_{a4}H$ 和 $Je_{b4}Ae_{a4}H$ 等均符合这一情况. 由于这种起止节点跨网的路径在各自的交织子网中是不存在的, 其行走的概率与实际存在的意义明显较弱, 特别是对于交织程度较低的两个子网, 如铁路网与水运网、物流网与快递网等, 起止节点跨网的有效路径较少存在. 因此, 对其在介数中心性计算中的贡献度值赋予网络交织系数权值 $\varphi_m \cdot P(g, k, i)/P(g, k)$ .

**定义7 ILCN 节点介数中心性** 设在由 $C_a$ 和 $C_b$ 组成的交织型层级复杂网 $C_m^*$ 中, 节点 $v_i$ 的介数中心性定义式为

$$r_i = \left( \sum_{g \in V_a} \sum_{\substack{k \in V_a \\ k > g}} \left\{ P(g, k, i) \mid_{E_P \cap E_b = \phi} \right. \right. \\ + \varphi''_m \cdot P(g, k, i) \mid_{E_P \cap E_b \neq \phi} \left. \right\} / P(g, k) \\ + \sum_{g \in V_b^-} \sum_{\substack{k \in V_b \\ k > g}} \left\{ P(g, k, i) \mid_{E_P \cap E_a = \phi} \right. \\ + \varphi''_m \cdot P(g, k, i) \mid_{E_P \cap E_a \neq \phi} \left. \right\} / P(g, k) \\ + \varphi \cdot \sum_{g \in V_a^-} \sum_{k \in V_b^-} \frac{P(g, k, i)}{P(g, k)} \left. \right) \\ \times \frac{2}{n_{v_m}(n_{v_m} - 1)}. \quad (10)$$

### 3.3 助联中心性

如图4中的节点G, 它既不属于交织节点, 其度中心性和介数中心性值也都偏小, 在 $C_m^*$ 中其重要程度明显较低. 但对于交织子网 $C_b$ 而言, 节点G不仅增加了通过节点A, D的可行路径, 而且对于起始节点为J, K和L, 当目的节点为D时, 节点G还是其最短行走路径的必经节点, 其重要程度较高. 这种现象在现实中的很多交织网络中均存在, 特别是在交织型的交通网中, 寻找跨网的可行路径或最短路径具有很强的实际意义.

对于如何衡量这种网络节点对另一子网联通性的帮助, 本文的方法是运用节点删除法, 观察另一子网节点整体接近中心性的衰弱情况进行.

**定义8 ILCN 节点助联中心性** 设在由 $C_a$ 和 $C_b$ 组成的交织型层级复杂网 $C_m^*$ 中,  $L_b(g, k)$ 表示在 $C_b$ 中节点 $v_g$ 和 $v_k$ 之间的最短距离.  $L_b^{-ai}(g, k)$ 表示当删去 $C_a$ 中节点 $v_i \in V_a^-$ 后,  $v_g$ 和 $v_k$ 之间最短距离, 在本文的无赋权网络中, 最短距离是指两点间最短路径所含边数. 则对于节点 $v_i$ 助联中心性的定义式为

$$s_{ai} = (n_{v_b} - 1) \sum_{g \in V_b} \left( \frac{1}{\sum_{\substack{k \neq g \\ k \in V_b}} L_b(g, k)} \right. \\ \left. - \frac{1}{\sum_{\substack{k \neq g \\ k \in V_b}} L_b^{-ai}(g, k)} \right). \quad (11)$$

(11)式的意义为删除 $C_a$ 中节点 $v_i$ 后, 统计 $C_b$

接近中心性的衰弱值, 用于量化表示节点  $v_i \in V_a^-$  对  $C_b$  联通性的助增. 由于组成 ILCN 的两个子网均是联通网络, 因此, 删除其中一子网的非交织节点, 对另一子网并没有影响, 所以 (11) 式所表达的观测计算是完全可行的. 如在图 2 中, F 和 G 的助联中心性值为别为 0 和 0.213, 直观地反映了两者对子网  $C_b$  联通性的助增.

### 4 实验与分析

本节首先通过构造一个简单的 ILCN 示例验证本文所述网络及其测度指标的可用性. 以 Krackhardt 设计的风筝网络 (kite network) [22] 作为一个子网  $C_a$ , 并设计一个与风筝网络结构类似但无尾风筝网络作为另一子网  $C_b$ , 其结构如图 5 (a) 中的上层网络所示, 使两者交织构成  $C_m^*$ , 其中,  $C_a$  节点  $v_{a1}, v_{a3}, v_{a6}, v_{a7}, v_{a8}$  分别对应于  $C_b$  节点  $v_{b1}, v_{b3}, v_{b5}, v_{b6}, v_{b7}$  成为交织节点, 图 5 (b) 显示了  $C_m^*$  的交织关系.

则根据定义 3, 4 和 5 计算得,  $C_m^*$  两个子网的节点交织系数  $\varphi'_m = 0.791$ , 路径交织系数  $\varphi''_m = 0.996$ , 网络交织系数  $\varphi_m = 0.788$ ,  $C_a$  和  $C_b$  的整体交织程度较高. 观察图 5 (b) 中可以发现, 虽然  $C_m^*$  中只有 5 个交织节点, 但这些节点分布离散, 且  $v_2^+$  和  $v_4^+$  均为两个子网的核心节点, 故计算值较真实地反映了网络的交织情况. 在风筝网络

$C_a$  中,  $v_{a7}$  具有较高的度中心性,  $v_{a3}$  具有较高的介数中心性, 在无尾风筝网络  $C_b$  中,  $v_{b3}$  同时具有较高的度中心性和介数中心性. 两个子网络各节点的度和介数中心性值以及与构成的 ILCN  $C_m^*$  节点的对照比较如表 1 所示.

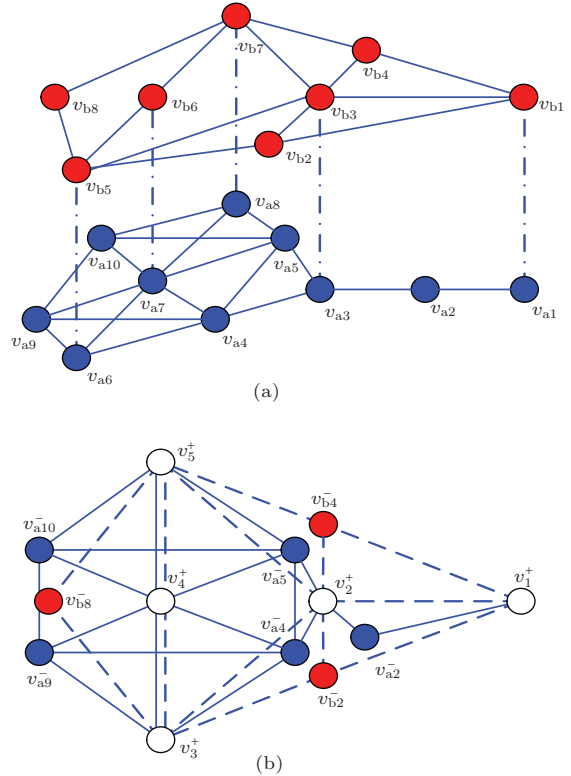


图 5 (网刊彩色) 风筝网络与无尾风筝网络构成的 ILCN (a)  $C_m^*$  的层级关系; (b)  $C_m^*$  的交织关系

表 1  $C_a, C_b$  和  $C_m^*$  各节点度和介数中心性值的比较

	度中心性					介数中心性					
	$C_a$	$C_b$	$C_m^*$	$C_a$	$C_b$	$C_m^*$	$C_a$	$C_b$	$C_m^*$	$C_m^*$	
$v_{a1}$	0.111	$v_{b1}$	0.428	$v_1^+$	0.674	$v_{a1}$	0	$v_{b1}$	0	$v_1^+$	0.092
$v_{a3}$	0.333	$v_{b3}$	0.714	$v_2^+$	1.586	$v_{a3}$	0.389	$v_{b3}$	0.432	$v_2^+$	0.856
$v_{a6}$	0.333	$v_{b5}$	0.571	$v_3^+$	1.445	$v_{a6}$	0	$v_{b5}$	0.211	$v_3^+$	0.586
$v_{a7}$	0.667	$v_{b6}$	0.286	$v_4^+$	1.349	$v_{a7}$	0.102	$v_{b6}$	0.135	$v_4^+$	0.602
$v_{a8}$	0.333	$v_{b7}$	0.571	$v_5^+$	1.445	$v_{a8}$	0	$v_{b7}$	0.211	$v_5^+$	0.586
$v_{a2}$	0.222			$v_{a2}^-$	0.167	$v_{a2}$	0.222			$v_{a2}^-$	0.184
$v_{a4}$	0.556			$v_{a4}^-$	0.416	$v_{a4}$	0.231			$v_{a4}^-$	0.396
$v_{a5}$	0.556			$v_{a5}^-$	0.416	$v_{a5}$	0.231			$v_{a5}^-$	0.396
$v_{a9}$	0.444			$v_{a9}^-$	0.333	$v_{a9}$	0.023			$v_{a9}^-$	0.126
$v_{a10}$	0.444			$v_{a10}^-$	0.333	$v_{a10}$	0.023			$v_{a10}^-$	0.126
		$v_{b2}$	0.429	$v_{b2}^-$	0.231			$v_{b2}$	0.254	$v_{b2}^-$	0.503
		$v_{b4}$	0.429	$v_{b4}^-$	0.231			$v_{b4}$	0.254	$v_{b4}^-$	0.503
		$v_{b8}$	0.286	$v_{b8}^-$	0.167			$v_{b8}$	0	$v_{b8}^-$	0

分析表1可知,在 $C_m^*$ 中交织节点的度中心性较其在子网的值有了大幅提高,一方面是两个子网交织后,这些节点的度增加了,另一方面是定义6对交织节点的度中心性值的计算有所加成,而非交织节点由于网络节点总数增加的原因,其值稍有降低.在排序上,最高值为节点 $v_2^+$ ( $C_a$ 中的 $v_{a3}$ , $C_b$ 中的 $v_{b3}$ ),该节点在两个子网中均有较高度值,且分布较均匀,而 $v_4^+$ ( $C_a$ 中的 $v_{a7}$ , $C_b$ 中的 $v_{b6}$ )由于在 $C_b$ 中度值低,在两个子网中地位不均,造成排名靠后.在介数中心性方面,两个子网交织产生了更多的节点对和最短路径,故中心性值整体大幅度增加,其中节点 $v_1^+$ ( $C_a$ 中的 $v_{a1}$ , $C_b$ 中的 $v_{b1}$ )由在各自子网中的0变为0.092,说明 $v_1^+$ 在跨网最短路径中做出了贡献度.但非交织节点 $v_{a2}^-$ 的值反比其在 $C_a$ 中的值降低,观察图5(b)可知, $v_{a2}^-$ 在 $C_a$ 中是 $v_{a1}$ 通往其他节点最短路径的必经节点,但在 $C_m^*$ 中,这一特性被节点 $v_{b2}^-$ 和 $v_{b4}^-$ 所共有了,故弱化了 $v_{a1}$ 介数贡献度.在考察 $C_b$ 各点助联性时,发现除 $s_{b2} = s_{b4} = 0.0011$ 外,其余值均为0,证明 $v_{b2}$ 和 $v_{b4}$ 产生的助联作用.

为进一步验证本文所述网络及其测度的可用性,下面以中国大陆地区(为保证联通性,除去台湾、海南等岛屿)的主干铁路网与主干高速网所构成的交织型层级网络为例(如图6所示),统计分析其网络测度及其节点中心性指标值.

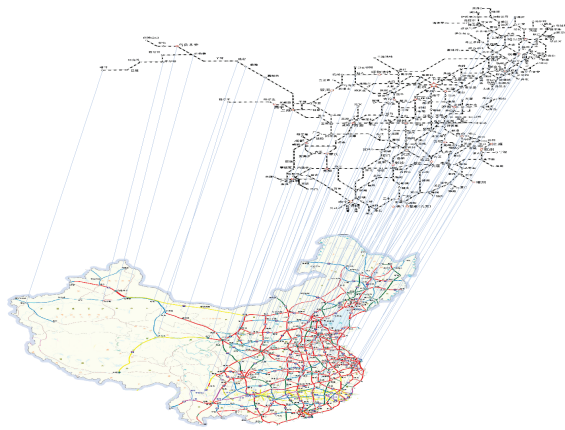


图6 中国大陆地区主干铁路与高速公路交织网

设主干铁路网为 $C_T$ ,主干高速网为 $C_H$ ,组成的ILCN为 $C_{TH}^*$ ,网络中的节点为路线经过的各个城市,其中铁路网节点数 $n_{V_T} = 253$ ,边数 $n_{E_T} = 762$ ,高速网节点数 $n_{V_H} = 312$ ,边数 $n_{E_H} = 1408$ , $C_{TH}^*$ 节点数 $n_{V_{TH}} = 422$ ,边数 $n_{E_{TH}} = 2170$ ,交织节点数 $n_{V_{TH}^+} = 143$ .则根据定

义3、4和5计算得, $C_{TH}^*$ 两个子网的节点交织系数 $\varphi'_{TH} = 0.751$ ,路径交织系数 $\varphi''_{TH} = 0.883$ ,网络交织系数 $\varphi_{TH} = 0.663$ .以下通过MATLAB2010va对本文中心性指标进行考察.图7和图8分别根据式4和式8统计显示了 $C_{TH}^*$ 的各节点的度中心性值.

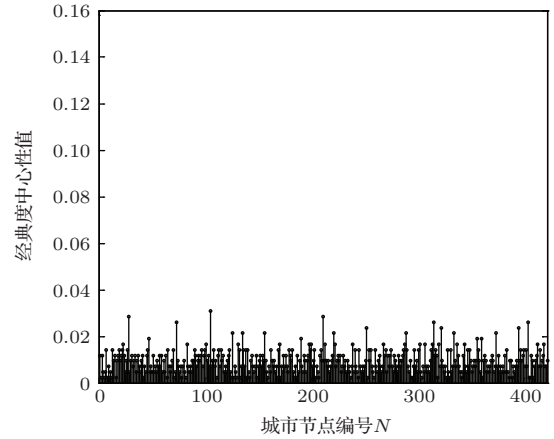


图7 基于经典度中心性算法统计值

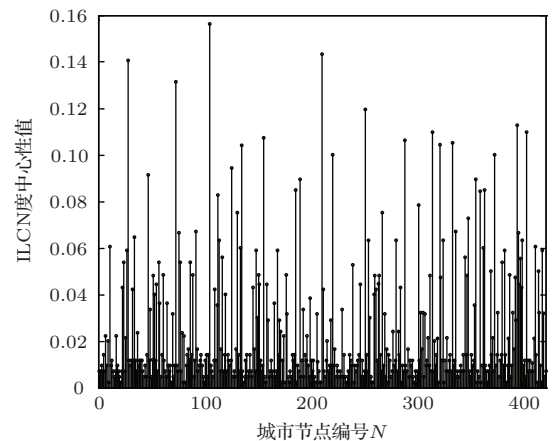


图8 基于本文度中心性算法统计值

经典度中心性值算法由于只反映节点连接边数量情况,整体区分度较弱,从图7可知,在本文算例中,所有值在(0.01, 0.03)范围波动.而本文对ILCN度中心性值的计算不仅考虑了连接边数量,且反映了边的从属关系与匀称度,能够较好的突出交织节点在ILCN中的重要性,在本文算例中,同时有两种交通链路,且连接边数较大的城市节点被凸显,如73-长春、105-北京、211-西安等.图9根据(9)式和(10)式对比统计显示了 $C_{TH}^*$ 的各节点的介数中心性值.

由于本文ILCN中介数计算的部分概率因子被

赋予了交织系数的权值, 因此整体上介数中心性值小于经典算法的值. 但赋权的部分却较好地排出了在实际交织网络中出现概率较低或不可出现的行走路径的干扰. 更真实的反映节点在网络流通性中的重要度, 如节点 299-桂林、382-鹰潭、385-龙岩、411-梅州等, 这些节点在中国大陆版图上位于临近边界地区, 但由于属于交织节点, 根据 (9) 式计算获得介数值明显偏高, 而 (10) 式的计算值排出了这一偏差, 较好的反映了节点在网络中所处真实的地位. 图 10 根据 (11) 式统计显示了  $C_{TH}^*$  中子网  $C_H$  的对子网  $C_T$  助联心性值.

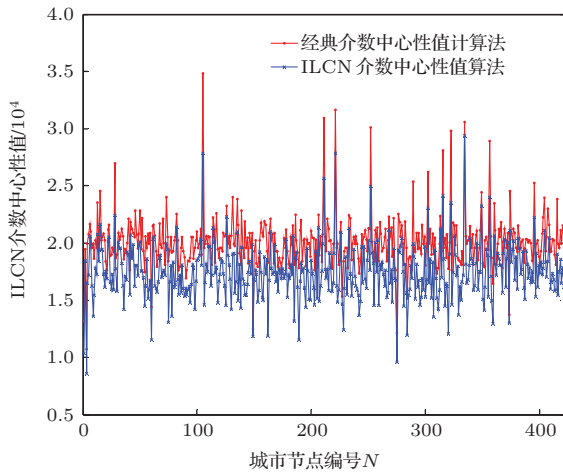


图 9 (网刊彩色) 介数中心性值对比情况

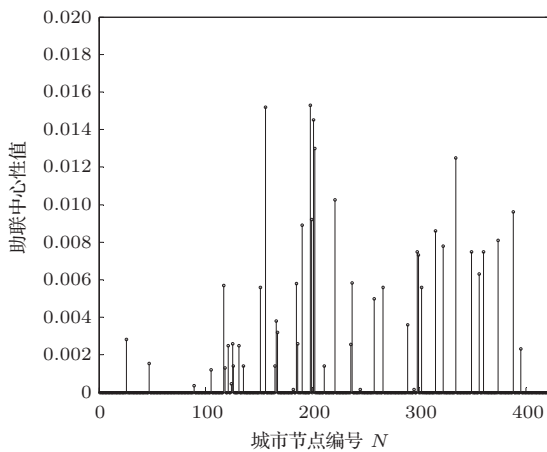


图 10  $C_b$  节点助联中心值

由于助联中心性反映的是节点对另一子网联通的贡献, 未显现自身网络的属性, 因此, 大多数节点的助联中心值均为 0, 而部分节点的值较高且较为集中, 如 198-庆阳、199-富川、200-延安等, 说明在这一地区  $C_H$  的联通性明显高于  $C_T$ , 经过  $C_H$  到其

他节点的路径更为便捷.

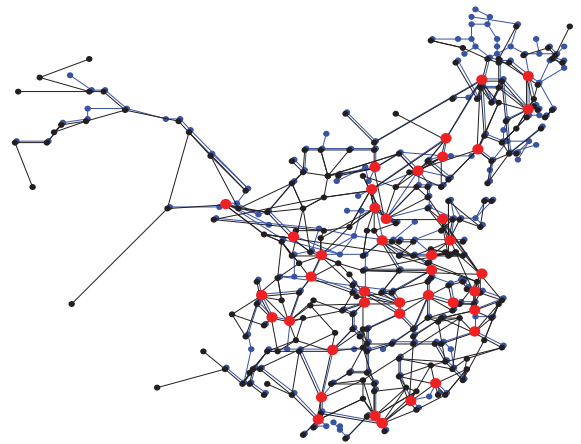


图 11 (网刊彩色)  $C_m^*$  度中心性值 Top10% 节点分布

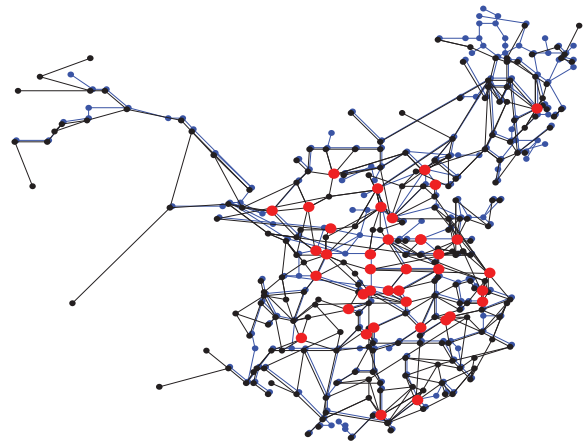


图 12 (网刊彩色)  $C_m^*$  介数中心性值 Top10% 节点分布

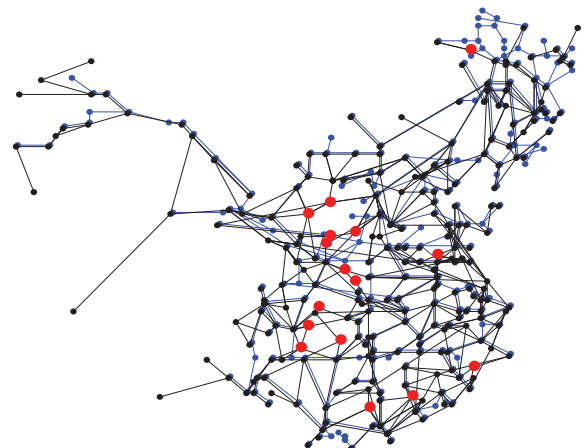


图 13 (网刊彩色)  $C_b$  助联中心性值 Top5% 节点分布

图 11 显示了基于度中心性值遴选的  $C_{TH}^*$  Top10% 节点分布, 图 12 显示了基于介数中

心性值遴选的  $C_{\text{TH}}^*$  Top10% 节点的分布, 图 13 显示了基于助联中心心性值遴选的  $C_{\text{H}}^*$  Top5% 节点的分布.

分析以上 3 图可知, 度中心心性值较高的节点一般为同时具有较多两类子网连接边的交织节点, 大都为省会城市, 介数中心心性值较高的节点集中于华中地区, 体现了他们在地里位置上的重要性, 而助联中心心性较高的节点集中于西北、西南地区, 从图 6 也可发现, 这些地区的铁路分布上的确存在较大空白, 高速网的助联作用较为重要.

## 5 结 论

本文提出了交织型层级复杂网络的概念, 对描述现实世界中具有部分连接关系的层级网络具有较强普适性, 同时, 研究并定义了 3 种 ILCN 的节点心性衡量指标, 通过实例分析验证了 ILCN 及其测度指标有效性. 有所不足的是, 本文所构建的路径交织系数、网络交织系数、介数中心心性指标以及助联中心心性指标的计算复杂度均较高, 在处理规模较大的网络耗时过长, 如本文算例 2 中对节点介数中心心性值计算仿真程序, 在实验室的 HP DL380 G7(12核, 16G 内存) 的服务器上运行时间长达 69 小时 37 分. 因此, 在下一步研究中, 将对提高测度指标计算的时效性展开相关研究.

## 参考文献

- [1] Jin X, Xie B, Zhu J M 2012 *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)* **42** 272 (in Chinese) [金鑫, 谢斌, 朱建明 2012 吉林大学学报(工学版) **42** 272]
- [2] Tian X, Zhu Y C, Luo K, Zhang C M 2013 *Systems Engineering and Electronics* **35** 91 (in Chinese) [田旭光, 朱元昌, 罗坤, 张成名 2013 系统工程与电子技术 **35** 91]
- [3] Yuan X P, Xue Y K, Liu M X 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030207

- [4] XU Y, QIU J, LIU G 2012 *Acta Armamentarii* **32** 244 (in Chinese) [徐玉国, 邱静, 刘冠军 2012 兵工学报 **32** 244]
- [5] Kinney R, Crucitti P, Albert R 2005 *European Physical Journal B* **46** 101
- [6] Kurant M, Thiran P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 138701
- [7] Zou S R, Zhou T, Liu A F 2010 *Phys. Letts. A* **374** 4406
- [8] Gu C G, Zou S R, Xu L 2011 *Phys. Rev. E* **84** 026101
- [9] Li K J, Gu C G, Qu Y Q, Pan S J, Zou R S, He D R, Jiang Y M 2012 *Complex System and Complexity Science* **9** 77 (in Chinese) [李凯军, 顾长贵, 瞿艳青, 潘四军, 邹荣盛, 何大韧姜玉梅 2012 复杂系统与复杂性科学 **9** 77]
- [10] Sergey V. B., Roni P, Gerald P, H. E S 2, Shlomo H 2010 *Nature* **464** 1025
- [11] Gao J, Sergey V B, H. Eugene S, Shlomo H 2012 *Nature Physics* **8** 40
- [12] Gslrada G, Juan A, Rodriguez V 2006 *Phys. A* **364** 581
- [13] Zlalic V, Ohoshal C, Caldarelli C 2009 *Phys. Rev. G* **80** 036118
- [14] Hu F, Zhao H X, Ma X J 2013 *SCIENTIA SINICA Physica Mechanica & Astronomica* **4** 16 (in Chinese) [胡枫, 赵海兴, 马秀娟 2013 中国科学: **4** 16]
- [15] Shao F J, Sun R C, Li S J, Sui Y 2012 *Complex System and Complexity Science* **9** 20 (in Chinese) [邵峰晶, 孙仁诚, 李淑静, 隋毅 2012 复杂系统与复杂性科学 **9** 20]
- [16] Li Z K, He E, Zeng Z R, Xie Z G 2013 *Chin. Phys. B* **22** 070504
- [17] Chen H B, Fan Y, Fang J Q, Di Z R 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1383 (in Chinese) [陈宏斌, 樊瑛, 方锦清, 狄增如 2009 物理学报 **58** 1383]
- [18] Luo J D 2010 *Social Network Analysis* (2st Ed.) (Beijing: Social Science Academic Press) p187 (in Chinese) [罗家德 2010 社会网分析讲义 (北京: 社会科学文献出版社) 第 187 页]
- [19] Yu H, Liu Z, Li Y J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020204 (in Chinese) [于会, 刘尊, 李勇军 2013 物理学报 **62** 020204]
- [20] Zhang G Q, Zhang G Q 2012 *Science China Information Sciences* **55** 2454
- [21] Wang J, Liu Y H, Jiao Y 2008 *Zhejiang Univ. Sci. A* **9** 1331
- [22] Wang X F, Li X, Chen G R 2012 *Network Science: An Introduction* (1st Ed.) (Beijing: Higher Education Press) p161 (in Chinese) [汪小帆, 李翔, 陈关荣 2012 网络科学导论 (北京: 高等教育出版社) 第 161 页]

# Interlacing layered complex networks\*

Shen Di<sup>1)†</sup> Li Jian-Hua<sup>1)</sup> Zhang Qiang<sup>1)</sup> Zhu Rui<sup>2)</sup>

1) (School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

2) (PLA 93801 Troop, Xianyang 712200, China)

( Received 21 April 2014; revised manuscript received 25 May 2014 )

## Abstract

In order to study the structural characteristic and node centrality of a structure composed of two related heterogeneous networks, in this paper, interlacing layered complex networks are defined as networks which are composed of two subnets having the partially same nodes and similar links. Also the definitions of the node interlacing coefficient, path interlacing coefficient and networks interlacing coefficient are given, so the intimacy level of two subnets can be measured definitely. Based on the definitions above, a node centrality algorithm of degree and betweenness is studied and redefined, while a new node centrality measuring index is given, which can be used to measure the supporting degree of a node in one subnet to the others' connectivity and negotiability. Finally, experimental results show that the proposed method is effective.

**Keywords:** interlacing layered complex networks, interlacing coefficient, node centrality

**PACS:** 02.10.Ox, 05.10.-a

**DOI:** [10.7498/aps.63.190201](https://doi.org/10.7498/aps.63.190201)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61174162), and the financial aid subject of Military Science graduate (Grant No. 2012JY003-585).

† Corresponding author. E-mail: [hanshanyueyin@sina.com](mailto:hanshanyueyin@sina.com)