一般n阶特征量泛函的Euler-Lagrange方程及与定量因果原理、相对性原理和广义牛顿三定律的统一*

章新友[1)] L.J. Li[2)] 黄永畅[1)†]

1) (北京工业大学理论物理研究所, 北京 100124)

2) (Department of Physics, University of Naples, Via Cintia, 80126 Naples, Italy)

(2014 年 3 月 13 日收到; 2014 年 5 月 27 日收到修改稿)

本文获得了有各种相互作用的一般n阶特征量泛函, 其耦合系数反映了不同特征量泛函之间的耦合强度. 依据定量因果原理, 导出了一般n阶特征量泛函的变分原理, 获得了一般n阶特征量泛函的Euler-Lagrange方程, 它的不同系数可拟合不同的物理现实, 如从线性到任意n阶非线性物理系统, 使复杂难解的任意n阶非线性物理系统变得具体可解. 并获得了该对称变换下不变的m个的守恒量, 以及它们之间的关系和统一描述. 依据定量因果原理导出了相对性原理, 证明了绝对加速参考系、牵连参考系和相对参考系的力都有来自加速度和质量变化的贡献. 利用定量因果原理自然导出了广义牛顿第一定律和广义牛顿第二定律, 而且还导出了一个新定律, 即广义牛顿第三定律, 亦即平移不变性系统合力为零定理. 进而将研究结论应用于对银河系的修正引力势、分子势、夸克禁闭势等, 且其结果与物理实验一致.

关键词: Euler-Lagrange方程, 变分原理, 相对性原理, 统一性

PACS: 03.50.–Z, 04.20.–q, 04.20.Fy **DOI:** 10.7498/aps.63.190301

1 引 言

迄今为止, 在已发现或被公认的物理规律中, 不满足定量因果原理的物理规律还没有被发现[1−3]. 在数学和物理学中, 存在着大量泛函极值的变分原理[1−4], 从定量因果原理出发, 可导出不同积分类型的变分原理[2−5]. 变分原理是以泛函的变分形式表述的一种物理原理, 即在所有满足一定条件的物质运动状态中, 真实的物体运动状态是使某物理量取相应的极值, 这时所对应的系统作用量满足定量因果原理[4−6]. 由文献[1—6]可见, 变分原理也只是宇宙中得失相等的定量因果原理的推论.

上述结论从一个侧面反映了客观世界的统一性, 同时也体现了人们对建立统一的物理规律的愿望[2−8]. 人们试图用对称性、场论等描述全部粒子和力的物理性质, 进而将人类目前所知的强相互作用、弱相互作用、万有引力、电磁相互作用等四种作用力统一起来. 在寻求统一强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用上, 人们已经取得了很好的成果. 例如, 20世纪60年代格拉肖、温伯格、萨拉姆分别独立地提出弱电统一理论, 把弱相互作用和电磁相互作用统一了起来. 这个理论可以完美地解释弱相互作用和电磁相互作用的各种物理现象, 他们还预言了存在一种新的中性粒子. 1983 年, 在欧洲核子研究组织(European Organization for Nuclear Research)的实验Gargamelle上, 这种中性粒子被发现, 从而进一步证明了理论的正确性.

∗ 国家自然科学基金 (批准号: 11275017, 11173028) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: ychuang@bjut.edu.cn

 http://wulixb.iphy.ac.cn

就定量因果原理、一般变分原理、相对性原理和牛顿三定律而言, 在以往的研究中, 例如文献[3—12], 对定量因果原理、一般变分原理、相对性原理和牛顿三定律的统一研究从未见报道. 以往普遍认为定量因果原理、相对性原理和牛顿三定律是相对独立的, 没有内在的关联. 但现在, 如何揭示四者之间的内在关系, 将它们统一起来, 是人们和本文所关注的热点与重点问题.

本文部分内容将在相对论与非相对论交叉领域来研究定量因果原理、一般变分原理、相对性原理和牛顿三定律的统一以及给出其结论的应用, 更多更深入的研究需要从相对论与非相对论交叉领域做起, 并以此为基础做推广到广义相对论的研究, 对其相关的广义相对论的研究还必须能够回到本文的研究, 则可获得自洽性. 如此研究还有以下主要几个方面的原因: 一是在广义相对论理论中没有与我们现实科技密切相关的牛顿三定律[3,10], 故人们没有能够在广义相对论理论中把与我们现实科技生活密切相关的这三个原理和牛顿三定律统一起来, 我们日常科技所遇到的问题又多数是在低速的经典力学框架下的问题, 就算是航空、航天领域的速度也达不到相对论的要求, 特别是在宇宙飞船中宇航员测得的电磁场和其他各种物理量与在地球上所测得的物理量的关系, 在广义相对论中没有直接地给出来, 并且现实的科学技术发展和实际的应用迫切需要我们在相对论与非相对论交叉领域继续研究统一问题; 二是在相对论框架下研究的复杂性和计算工作量非常之大, 实际应用不方便, 而且反映的物理图像不是十分清晰, 这反映广义相对论的经典近似的研究等还需要更深入研究; 三是与本文相关的研究, 迄今为止仍未见报道[5,12], 并其研究结论将要推广到相对论等理论, 也是本研究的目标和意图; 四是在相对论框架下研究工作我们也正在进行, 由于篇幅的限制, 将在另外的研究论文中报告.

2 一般n阶特征量泛函的Euler-Lagrange方程和守恒量

为研究方便, 我们先利用定量因果原理[1−6]导出一般n阶特征量泛函的变分原理, 然后导出一般n阶特征量泛函的Euler-Lagrange方程和守恒量. 由于宇宙中的任一系统在演化过程中, 必定满足宇宙中得失相等的定量因果原理, 这是因为任何事物不能凭空产生或消失, 故文献[1—6]按照数学和物理学的方法严格地导出了定量因果原理的数学表示

$$GA - CA = 0, \tag{1}$$

其中A为任何一个表征体系特征量的集合, 如A可为依赖于n个变量的泛函(为方便起见, 泛函在物理上可简单地看作函数的函数), G, C可为不同算子的集合, 比如可为不同的微分算子的集合. (1)式的物理意义是任一类算子G对集合A作用, 其所能出现的真实结果必导致某一类算子集合C对A的作用, 使得CA与GA在定量上相等(而且两边量纲需要一致, 因为物理的自洽性要求只有相同量纲的量可以相加减; 若不一致需乘以带量纲的常数使其两边量纲一致, 而且这带量纲常数恰恰反映了相关的物理耦合, 并由相关的物理实验确定其具体的值), 整个过程满足任意一些量的定量作用(因)必导致相应等量作用(果), 即满足不失不得的定量因果原理. 如表征物理学中基本相互作用规律的规范场正是主纤维丛的联络, 由(1)式中$G = D$算子, $A = S$为截面矢量, 可自然地导出$C = \omega$为联络[1−8]. 由定量因果原理, 文献[7—10]利用(1)式系统地给出了对所有不同微分型和积分型变分原理的统一描述和它们的本质联系.

任一物理系统的能量是描述该系统状态的一个重要的普遍适用的特征物理量. 众所周知, 依据Noether定理[8], 所有的运动方程都是可以用具有能量量纲的Lagrange量推导出来. 所以, 找出具有能量量纲的Lagrange量是问题的关键. 而能量包括动能和势能, 我们现在推广它们到一般的广义动能和广义势能, 所以与能量相关的特征量泛函可以表示为广义动能(包括各种可能的运动能量)和广义势能(包括各种可能的相互作用能量, 以及与各种动能可能的各种相互作用能量)的组合, 即我们可以有一般的特征量泛函

$$F = \eta T + \alpha V, \tag{2}$$

当$\eta = 1$, $\alpha = \pm 1$, 则方程(2)分别对应于Hamilton量

$$H = T + V, \tag{3}$$

和Lagrange量

$$L = T - V. \tag{4}$$

当考虑一般n阶特征量的泛函时, 有各种相互作用, 即我们得到一般n阶的特征量泛函

$$\begin{aligned}F =& \sum_{i=1,2,\cdots,n} F_i + \sum_{i<j} c_{ij}F_iF_j + \sum_{i<j<k} c_{ijk}F_iF_jF_k \\ &+ \cdots + \sum_{i<j<k<\cdots<n} c_{ijk\cdots n}F_iF_jF_k\cdots F_n,\\ &i = 1,2,\cdots,n,\end{aligned} \tag{5}$$

其中

$$F_i = \eta_i T_i + \alpha_i V_i,\quad i = 1,2,\cdots,n, \tag{6}$$

其$\eta_i, \alpha_i (i = 1,2,\cdots,n)$为无量纲常系数, 以保持特征量泛函$F$是能量量纲; $c_{ijk\cdots n}$是有量纲的耦合常数, 其量纲是$[\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}]^{-(n-1)}$, 以使$c_{ijk\cdots n}F_iF_jF_k\cdots F_n$有能量量纲$[\mathrm{kg{\cdot}m^2/s^2}]$, 这是因为物理的自洽性要求只有相同量纲的项才能相加减. 进而从方程(5)可见, $c_{ijk\cdots n}$反映了不同特征量泛函$F_iF_jF_k\cdots F_n$之间的耦合强度, 并且$c_{ijk\cdots n}$的具体数值需要通过具体的物理系统的具体物理实验确定.

把方程(6)代入方程(5), 当$c_{ijk\cdots n} = \xi_i\xi_j\xi_k\cdots\xi_n$, 定义$\eta_i' = \xi_i\eta_i, \alpha_i' = \xi_i\alpha_i$, 则我们得到

$$\begin{aligned}F =& \sum_{i=1,2,\cdots,n} F_i + \sum_{i<j<} F_i'F_j' + \sum_{i<j<k} F_i'F_j'F_k' + \cdots \\ &+ \sum_{i<j<k<\cdots<n} F_i'F_j'F_k'\cdots F_n',\\ &i = 1,2,\cdots,n,\end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$F_i' = \eta_i' T_i + \alpha_i' V_i, \tag{8}$$

可见方程(7)是方程(5)的一个对称约化, 方程(6)是等阶于方程(8). 由于方程(2)至(8)都是标量, 所以这些一般的标量特征量泛函都是一般坐标变换下不变的, 这是物理的自洽性要求的.

由宇宙中得失相等的定量因果原理可知, 真实的物理过程应当满足定量因果原理, 由定量因果原理可以导出因果代数[6], 文献[6]发现描述对称性的群论正是因果代数的一个子集. 依据Noether定理, 通过具有对称性的算符的作用于Lagrange量来变分, 方可得到Euler-Lagrange方程和守恒流.

由(1)式可知, 在一般算符G(可以具有对称群)作用下, 有$GA = A'$, 并且令$C = 1$, 即得

$$\begin{aligned}\Delta A =& A' - A\\ =& \int_{t_1'}^{t_2'} F'(q',\dot q',t')\mathrm{d}t' - \int_{t_1}^{t_2} F(q,\dot q,t)\mathrm{d}t\\ =& 0,\end{aligned} \tag{9}$$

方程(9)表明定量因果原理使整个系统的特征量运算的表示式的右边保持不失不得[1–6]. (9)式中一般的无穷小变换为[12]

$$t' = t'(q,\dot q,t,\alpha) \doteq t + \Delta(t) = t + \varepsilon_\sigma\tau^\sigma, \tag{10}$$

$$q_i' = q_i'(q,\dot q,t,\alpha) \doteq q_i + \Delta q_i = q_i + \varepsilon_\sigma(\xi_i^\sigma), \tag{11}$$

(10)和(11)式中, $\alpha = (\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m)$为Lie群$G$的独立的连续变参数, τ^σ和(ξ_i^σ)为

$$\tau^\sigma = \frac{\partial t'(q,\dot q,t,\alpha)}{\partial\alpha_\sigma}\Big|_{\alpha=0},\quad (\sigma = 1,2,\cdots,m), \tag{12}$$

$$(\xi_i^\sigma) = \frac{\partial q_i'(q,\dot q,t,\alpha)}{\partial\alpha_\sigma}\Big|_{\alpha=0},\quad (\sigma = 1,2,\cdots,m), \tag{13}$$

(12)和(13)式称为群G作用下的无穷小生成函数, $\varepsilon_\sigma(\sigma = 1,2,\cdots,m)$为与$\alpha_\sigma$相对应的无穷小参量. 利用

$$\begin{aligned}\Delta q_i =& q_i'(t') - q_i(t)\\ =& q_i'(t') - q_i(t') + q_i(t') - q_i(t)\\ =& \delta q_i + \dot q_i\Delta t,\end{aligned} \tag{14}$$

故类似于文献[1—6]的讨论, 我们有

$$\begin{aligned}\Delta A =& \int_{t_1}^{t_2}\left\{\sum_i\left[\frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right]\delta q_i\right.\\ &\left.+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)\delta q_i + F\Delta t\right]\right\}\mathrm{d}t\\ =& \Delta\int_{t_1}^{t_2} F\mathrm{d}t = 0.\end{aligned} \tag{15}$$

当求广义坐标的等时变分时, 有$\Delta t = 0$, 则由(15)式得变分原理

$$\begin{aligned}\delta A = \int_{t_1}^{t_2}&\left\{\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)\delta q_i\right.\\ &\left.+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum_i\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\delta q_i\right)\right\}\mathrm{d}t = 0.\end{aligned} \tag{16}$$

该原理成立的条件是t_1, t_2固定, $\delta q_i|_{t=t_1} = \delta q_i|_{t=t_2} = 0$, 即在$E^q$空间看是定端点的变分. 由$\delta q_i$的任意性, 可得其特征物理量方程

$$\frac{\partial F}{\partial q_i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial F}{\partial\dot q_i} = 0. \tag{17}$$

将 $\alpha=\pm1$ 分别代入特征物理量泛函 F, 即 (2) 式, 并且进一步代入方程 (16) 和 (17), 则可得对应的变分原理和特征量泛函的 Euler-Lagrange 方程.

将 (5) 式代入方程 (17), 我们得具有明显耦合的方程

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1,2,\cdots,n}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}F_i-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}F_i\right]\\&+\sum_{i<j}c_{ij}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F_iF_j)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F_iF_j)\right]\\&+\sum_{i<j<k}c_{ijk}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F_iF_jF_k)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F_iF_jF_k)\right]\\&+\cdots\\&+\sum_{i<j<k<\cdots<n}c_{ijk\cdots n}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F_iF_jF_k\cdots F_n)\right.\\&\left.-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F_iF_jF_k\cdots F_n)\right]=0.\end{aligned}\tag{18}$$

将 (5) 式代入方程 (17), 我们得约化的一般 n 阶特征量的泛函方程

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1,2,\cdots,n}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}F'_i-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}F'_i\right]\\&+\sum_{i<j}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F'_iF'_j)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F'_iF'_j)\right]\\&+\sum_{i<j<k}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F'_iF'_jF'_k)-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F'_iF'_jF'_k)\right]+\cdots\\&+\sum_{i<j<k<\cdots<n}\left[\frac{\partial}{\partial q_{i'}}(F'_iF'_jF'_k\cdots F'_n)\right.\\&\left.-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial}{\partial\dot q_{i'}}(F'_iF'_jF'_k\cdots F'_n)\right]=0.\end{aligned}\tag{19}$$

方程 (18) 和 (19) 是非常有用的一般 n 阶特征量泛函的 Euler-Lagrange 方程.

在方程 (15) 中, 类似于文献 [5] 的研究, 当该系统满足 Euler-Lagrange 方程 (17), 我们可得守恒量

$$\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)\delta q_i+F\Delta t=\text{const.},\tag{20}$$

利用方程 (10)—(14), 我们得

$$\begin{aligned}&\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)(\varepsilon_\sigma\xi_i^\sigma-\dot q_i\varepsilon_\sigma\tau^\sigma)+F\varepsilon_\sigma\tau^\sigma\\&=\text{const.},\end{aligned}\tag{21}$$

即利用了 $\delta q_i=\Delta q-\dot q_i\Delta t$, 因为 ε_σ ($\sigma=1,2,\cdots,m$) 是相互独立的无穷小参量, 则得该对称变换下不变的 $\sigma=1,2,\cdots,m$ 的守恒量

$$\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)(\xi_i^\sigma-\dot q_i\tau^\sigma)+F\tau^\sigma=\text{const.}.\tag{22}$$

类似地, 在方程 (16) 中, 当该系统满足 Euler-Lagrange 方程 (17), 我们可得守恒量

$$\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)\delta q_i=\text{const.},\tag{23}$$

对方程 (23), 完全类似于方程 (22) 的研究, 则得该对称变换下不变的 $\sigma=1,2,\cdots,m$ 的守恒量 (为等时变换下不变的守恒量)

$$\sum_i\left(\frac{\partial F}{\partial\dot q_i}\right)\xi_i^\sigma=\text{const.}.\tag{24}$$

3 定量因果原理和相对性原理的统一

现利用定量因果原理的表示方程 (1) 导出相对性原理及其一般的表示.

我们先讨论绝对位置矢量、牵连位置矢量和相对位置矢量, 然后讨论绝对速度、牵连速度和相对速度, 以及它们之间的关系. 绝对位置矢量 $\overrightarrow{OP}$、牵连位置矢量 $\overrightarrow{OO'}$ 和相对位置矢量 $\overrightarrow{O'P}$ 的坐标关系, 如图 1 所示.

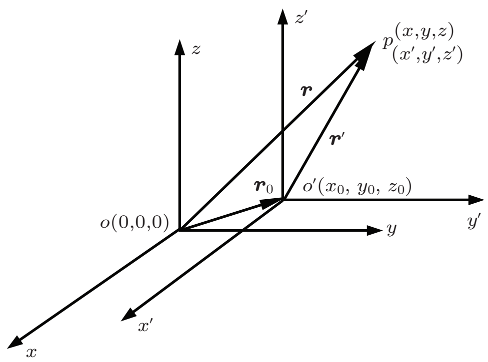

图 1 绝对位置矢量、牵连位置矢量和相对位置矢量的坐标关系

图 1 中坐标系 o-xyz 是静止坐标系, 坐标系 o'-$x'y'z'$ 是相对于静止坐标系 o-xyz 的运动坐标系, 则在方程 (1) 中, 取 $A=\boldsymbol r_0$, 故当 $G\boldsymbol r_0=\boldsymbol r_0+\boldsymbol r'$, $C\boldsymbol r_0=\boldsymbol r$, 方程 (1) 可写为

$$GA-CA=\boldsymbol r_0+\boldsymbol r'-\boldsymbol r=0,\tag{25}$$

即方程 (25) 是一般定量因果原理方程 (1) 的一个特殊表示. 另一方面, 根据矢量加法的三角形法则, 我们可得绝对位置矢量 $\boldsymbol r$ 等于牵连位置矢量 $\boldsymbol r_0$ 与相对位置矢量 $\boldsymbol r'$ 的和, 即也得方程 (25).

需要特别指出的是当 $x_{o1} = \pm vt$, $x_{o2} = 0$ 和 $x_{o3} = 0$ 时, 由 (25) 式我们得到著名的反映相对性原理的伽利略变换

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 - x_{o1} = x_1 \mp vt, \\ x_2' &= x_2, \\ x_3' &= x_3, \end{aligned} \tag{26}$$

即伽利略变换也是相对性原理的一种表示, 可见它们亦是定量因果原理的特殊表示, 亦即伽利略变换所对应的相对性原理统一于定量因果原理. 利用伽利略变换容易证明牛顿第二定律在伽利略变换下不变. 由伽利略变换和 $t' = t$, 可以发现在牛顿力学中, 空间是相对的 (见 (26) 式中的 $x_1' = x_1 \mp vt$), 而时间是绝对的 (由于 $t' = t$).

在方程 (1) 中, 当 $A' = GA = CA$, $D = C = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, 则方程 (1) 可写为

$$GA' - CA' = \dot{\boldsymbol{r}}_0 + \dot{\boldsymbol{r}}' - \dot{\boldsymbol{r}} = 0, \tag{27}$$

即方程 (27) 也是一般定量因果原理方程 (1) 的一个特殊表示. 方程 (27) 表示绝对速度 $\boldsymbol{v}$ 等于牵连速度 $\boldsymbol{v}_0$ 加相对速度 $\boldsymbol{v}'$.

类似于方程 (27) 的讨论, 当 $A'' = GA' = CA'$, $D = C = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, 我们得

$$GA'' - CA'' = \ddot{\boldsymbol{r}}_0 + \ddot{\boldsymbol{r}}' - \ddot{\boldsymbol{r}} = 0, \tag{28}$$

方程 (28) 乃是一般定量因果原理方程 (1) 的一个特殊表示. 方程 (28) 表示绝对加速度 $\boldsymbol{a}$ 等于牵连加速度 $\boldsymbol{a}_0$ 加相对加速度 $\boldsymbol{a}'$. 而方程 (25)—(28) 正是相对性原理的不同表示, 可见它们亦是定量因果原理的特殊表示, 即相对性原理统一于定量因果原理.

由于狭义相对论和广义相对论的自然地包括了经典力学的相对性, 而经典力学的发展必须研究相对性, 故要研究广义相对论等现代场论首先需要在经典力学与广义相对论的交叉领域获得可靠的实质性的进展, 即奠定坚实的基础, 并以此为基础做推广到广义相对论的研究, 对其相关的广义相对论的研究还必须能够回到本文的交叉理论的研究, 则可获得自洽性和相关的实验检验.

4 定量因果原理和广义牛顿三定律的统一

在物理学的发展史中, 事实上伽利略等较早地从物理实验中, 研究了牛顿三定律相关的物理现象, 但这三个定律是由英国物理学家牛顿最早用数学公式表述出来, 经典力学正是以这三条牛顿定律作为基础. 经典力学的特点是打破了空间绝对的概念, 即在不同空间发生的事件是相对不同的, 例如, 运动车厢内静止的物体, 相对在车厢外的人来说是运动的. 但时间仍被认为是绝对不变的. 事实上, 我们用 (25)—(28) 式可以推出以上三个定律, 从而发现这三个定律更深刻的物理内涵以及它们之间内在关系.

下面我们具体推导出广义牛顿运动三定律.

不失一般性, 在方程 (5) 中, 我们考虑 2 阶特征量泛函, 并且在方程 (6) 中取 $\eta_1 = 1$, $\alpha_1 = -1$, 则我们有

$$\begin{aligned} F = &\sum_{i=1,2} F_i + \sum_{i<j} c_{ij} F_i F_j \\ =&F_1 + F_2 + c_{12} F_1 F_2 \\ =&L_1 + \eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2 \\ &+ c_{12} L_1 (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2), \end{aligned} \tag{29}$$

其中 $L_1 = T_1 - V_1$. 把方程 (29) 代入方程 (17), 则得到满足定量因果原理的 Euler-Lagrange 方程

$$\begin{aligned} &\frac{\partial (L_1 + \eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2 + c_{12} L_1 (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2))}{\partial q^i} \\ &- \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial (L_1 + \eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2 + c_{12} L_1 (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2))}{\partial \dot{q}^i} \\ =& - \frac{\partial V_1}{\partial q^i} + \alpha_2 \frac{\partial V_2}{\partial q^i} - c_{12} \frac{\partial V_1}{\partial q^i} (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2) \\ &+ c_{12} (T_1 - V_1) \alpha_2 \frac{\partial V_2}{\partial q^i} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T_1}{\partial \dot{q}^i} - \eta_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{\partial T_2}{\partial \dot{q}^i} \\ &- c_{12} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \dot{q}^i} (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2) + (T_1 - V_1) \eta_2 \frac{\partial T_2}{\partial \dot{q}^i} \right) \\ =&0, \end{aligned} \tag{30}$$

其中所有常系数都由与具体物理系统的具体物理实验确定.

在国际单位制中, 考虑到任何一个力与动量随时间的变化率的量纲相同, 即 $[F] = [\mathrm{kg{\cdot}m/s^{-2}}] = \left[\left|\dfrac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}\right|\right] = [|\nabla V|]$, 则依据量纲理论和这个式子所表示的物理意义, 我们一般地定义

$$p_{ia} = \frac{\partial T_a}{\partial \dot{q}^i}, \quad f_{ia} = -\frac{\partial V_a}{\partial q^i}, \tag{31}$$

则方程 (30) 可写为

$$\begin{aligned} &f_{i1} - \alpha_2 f_{i2} + c_{12} f_{i1} (\eta_2 T_2 + \alpha_2 V_2) \\ &- c_{12} (T_1 - V_1) \alpha_2 f_{i2} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
=&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}p_{i1}+\eta_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}p_{i2}+c_{12}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(p_{i1}(\eta_2T_2+\alpha_2V_2)\\
&+(T_1-V_1)\eta_2p_{i2}).
\end{aligned}\tag{32}
$$

方程(32)是2阶特征量泛函的广义牛顿第二定律. 当$T_1=\dfrac{m_1\dot{\boldsymbol{r}}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}}{2}$($m_1$是惯性质量)并且将其代入方程(32)得

$$
\begin{aligned}
&f_{i1}-\alpha_2f_{i2}+c_{12}f_{i1}(\eta_2T_2+\alpha_2V_2)\\
&-c_{12}(\frac{m_1\dot{\boldsymbol{r}}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}}{2}_1-V_1)\alpha_2f_{i2}\\
=&\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\dot{x}^i)+\eta_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}p_{i2}\\
&+c_{12}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\bigg(m_1\dot{x}^i(\eta_2T_2+\alpha_2V_2)\\
&+\left(\frac{m_1\dot{\boldsymbol{r}}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}}{2}-V_1\right)\eta_2p_{i2}\bigg).
\end{aligned}\tag{33}
$$

当忽略2阶相乘耦合相互作用时, 即$c_{12}=0$, 方程(33)被简化为

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f}_1-\alpha_2\boldsymbol{f}_2&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\dot{\boldsymbol{x}})+\eta_2\dot{\boldsymbol{p}}_2,\\
f_{i1}+\alpha_2\partial_iV_2&=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\dot{x}^i)+\eta_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_2}{\partial\dot{q}^i},
\end{aligned}\tag{34}
$$

其中T_2, V_2分别是广义动能(包括各种可能的运动能量)和广义势能(包括各种可能的相互作用能量). 方程(34)是2阶线性耦合特征量泛函的广义牛顿第二定律.

当$\eta_2=0$, 从定量因果原理导出的方程(34)简化为简单的广义牛顿第二定律

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f}=&\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}\\
=&\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}+m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\\
=&-\nabla(V_1-\alpha_2V_2).
\end{aligned}\tag{35}
$$

方程(35)表明, 即使运动的加速度为零, 该系统仍然可以受力, 但其力来自匀速运动物体质量随时间的变化. 而且方程(35)是特别适合星际旅行物理描述的广义牛顿第二定律, 因为星际旅行要喷射物质来获得推力, 常常同时受二个引力势的作用.

把方程(27)和(28)代入方程(35), 我们得

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{f}=&\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}+m\boldsymbol{a}\\
=&\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_0+m\boldsymbol{a}_0+\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}'+m\boldsymbol{a}'\\
=&\boldsymbol{f}_0+\boldsymbol{f}',
\end{aligned}\tag{36}
$$

方程(36)表示加速参考系所受到的力$\boldsymbol{f}_0$与其在相对参考系中物体所受到的力$\boldsymbol{f}'$之矢量和等于该物体所受到的绝对力$\boldsymbol{f}$, 而且每种力都有来自加速度和质量变化的贡献. 这是过去没有得到过的新结论.

当(36)式中$\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}_0+m\boldsymbol{a}_0=\boldsymbol{f}_0=0$, 即有

$$
\boldsymbol{f}=\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}+m\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}'+m\boldsymbol{a}'=\boldsymbol{f}'.\tag{37}
$$

若(37)式中的$\boldsymbol{f}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}+m\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}'+m\boldsymbol{a}'=\boldsymbol{f}'=0$, 此时它们的速度和加速度都非零, 即当$\boldsymbol{a}=-\dfrac{\mathrm{d}\ln m}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{v}$时, 系统作为整体不受力, 即导出了广义牛顿第一定律, 但有速度和加速度, 因为其具有速度的质量变化和加速度相关的合力为零; 进而由$\boldsymbol{a}_0=\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}=0$可导出这特殊的牛顿第一定律(只要物体处于静止状态或作匀速直线运动, 如没有外力作用, 物体将保持静止状态或匀速直线运动状态), 这一定律也称之为惯性定律. 这是因为$\boldsymbol{a}_0=\dot{\boldsymbol{v}}_0=0$, 即$\dot{\boldsymbol{v}}_0$是任意一个不变的速度, 即$\boldsymbol{v}_0=$(任意)常数的匀速直线运动; 而保持静止状态, 则是任意一个匀速直线运动的特别的例子, 即$\boldsymbol{v}_0=0$时的特例. 这里, 我们不但导出了广义牛顿第二定律, 而且还导出了广义牛顿第一定律, 同时还导出了广义牛顿第一定律物理的起因.

根据诺特定理[9—15], 可以证明具有空间平移不变性的系统其动量守恒

$$
\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{p}_i=\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{p}_i'=\text{常数},\tag{38}
$$

则对于k个粒子组成的系统, 则有

$$
\sum_{i=1}^{k}(\boldsymbol{p}_i'-\boldsymbol{p}_i)=0,\tag{39}
$$

对(39)式除以Δt, 并令$\Delta t\to0$, 则可得

$$
\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{F}_i=0,\tag{40}
$$

所以, 由(40)式我们得到一个新的定理, 即广义牛顿第三定律: 具有空间平移不变性系统中的各粒子所受到的力之和为零. 简称为平移不变性系统合力为零定理.

在(40)式中, 当$k=2$时, 有

$$
\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2=0,\tag{41}
$$

(41) 式即为著名的牛顿第三定律. 因此, 我们发现牛顿第三定律不是普遍成立的, 即牛顿第三定律只是在具有空间平移不变性的两体系统中才成立, 因为有加速度就有这两个力以外的力存在, 特别是广义相对论中加速度的安鲁效应会破坏空间平移不变性[15−19]. 因为安鲁效应是: 一加速运动的观察者可以观测到惯性参考系中观察者无法看到的黑体辐射等, 即加速运动的观察者会发现自己处在一个温暖的背景场中, 而这个背景场是与加速度相关的. 所以, 这个加速度破坏了原来整个空间的平移不变性. 这个平移不变性系统合力为零定理是过去人们没有发现的, 并且牛顿第三定律过去也是作为没有从数学上严格证明的基本原理而存在的. 现在的牛顿第三定律也只是本文导出的广义第三定律的一个特例. 特别需要指出的是系统的空间平移不变性表示该系统的绝对坐标是没有意义的, 只有相对坐标才有意义, 这也是一种相对性.

在我们的现实科技中, 虽然存在有许多的力, 而能感受到的是相对力. 我们所生活的地球就在相对坐标系上, 既要自转和绕太阳旋转, 又要绕银河系中心旋转, 而我们常能感受到的是相对运动. 关于由相对性向相对论的推广等研究见文献[16, 20, 21].

5 应 用

我们现在具体给出应用. 如对银河系的修正引力势[22−24]、分子相互作用势[25−28]、夸克禁闭势[29]等的应用, 具体情况如下:

1) 银河系的修正引力势

利用方程(34), 得描述银河系物质运动的一般方程

$$-\partial_i(V_1-\alpha_2V_2)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\dot{x}^i)+\eta_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_2}{\partial\dot{q}^i},\tag{42}$$

根据牛顿力学在太阳系的成功理论和它的线性修正, 我们可取

$$V_1(r)=-G\frac{m_{g1}m_{g2}}{|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|},\quad V_2=\alpha_2\,|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|\,,\tag{43}$$

则得

$$V_{\mathrm{revised}g}(r)=-G\frac{m_{g1}m_{g2}}{|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|}+\alpha_2\,|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|\,,\tag{44}$$

(44) 式表征了银河系的旋转曲线修正, 并且与天文观测实验一致[26], 则由方程(34), 得银河系物质运动的方程

$$-\nabla\Big(-G\frac{m_{g1}m_{g2}}{r}+\alpha_2r\Big)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m_1\dot{\boldsymbol{r}}),\tag{45}$$

其中天文观测实验已给出$\eta_2=0$. 方程(45)正是著名的MOND修正引力理论[22], 即该理论只是本文一般理论的一个特例.

2) 分子相互作用势

在分子物理中, 非束缚态的两个中性原子之间的相互作用力称作Van del Vaals力, 这个作用力的势能函数可以近似的表示为$V(r)=\frac{-c_6}{r^6}+\frac{c_{12}}{r^{12}}$. 在分子生物物理中, 该势能函数的系数已经可以用计算机程序AUTODOCK来计算. 完全类似于1)银河系的修正引力势的讨论, 我们一般地有

$$-\nabla\Big(\frac{-c_6}{r^6}+\frac{c_{12}}{r^{12}}\Big)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\dot{\boldsymbol{r}}),\tag{46}$$

(46) 式中的双原子分子势能函数的表达形式及方程与其物理试验一致[30], 即该理论只是本文一般理论的一个特例.

3) 夸克(禁闭)势

$$V_q(r)=\frac{\alpha_{-1}}{|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|}+\alpha_1\,|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|\,,\tag{47}$$

(47) 式为粒子物理前沿中的非常重要的夸克(禁闭)势[26]. 在早期的“康奈尔势”模型里, 由正反夸克组成的夸克偶素, 其静态势方程为$V_{\mathrm{Cornell}}(r)=-\frac{a}{r}+br$, 其中的常数$a\simeq0.52$和$b\simeq0.18\ \mathrm{GeV}^2$可以通过格点规范模拟得到. 与方程(47)对比后可知$\alpha_{-1}=-a$, $\alpha_1=b$. 这个势可以唯象地描述量子色动力学在长距离下的线性囚禁性质, 以及短距离下的单胶子交换过程. 这些理论与其物理实验的结果一致[26]. 既使现在, 在低能强子物理的格点规范方法里, 该势的第二部分仍然扮演着重要的角色. 完全类似于1)银河系的修正引力势的讨论, 利用方程(42), 我们一般地有

$$-\partial_i\Big(-\frac{a}{r}+br\Big)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\dot{\boldsymbol{x}}^i)+\eta_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_2}{\partial\dot{q}^i},\tag{48}$$

其中η_2, T_2分别是相关的系数和动能, 特别是根据量子色动力学和不同的耦合可给出不同的动能从而可得到相应的方程, 其系数可由拟合实验给出. 其势能函数的表达形式及方程与其物理试验一致[30]. 即该理论只是本文一般理论的一个特例.

方程(18)和(30)是一般的, 它们的不同系数可拟合不同的物理现实, 如从线性到任意n阶非线性物理系统. 事实上, 利用定量因果原理我们已经在物理学的场论、粒子物理、量子化理论和数学物理

等做了大量的研究, 如见文献[4, 6, 9, 20, 31—36], 可见相关的科学基础是坚实的. 而且从以上的研究可见, 本文的理论是具有一般性和非常有实用价值的.

6 结 论

就宇宙万物而言, 它是一个统一的有机整体, 人类一直以来通过科学的方式来认识宇宙万物及其规律. 在科学的发展史上, 可以说科学的每一个进步都是人类不断追求统一的过程. 纵观统一理论的发展历程, 尤其是爱因斯坦较早地对统一理论的追求, 物理学上的统一理论从地球力和天体力的统一理论、光电磁统一理论、弱电统一理论、大统一理论、超对称统一理论到超弦统一理论, 等等. 而在这些统一理论的研究中, 对定量因果原理、一般变分原理、相对性原理和牛顿三定律没有进行统一研究, 人们认为这四者是相互独立的. 为此, 我们从宇宙中的不失不得的定量因果原理出发, 对上述四者的相互关联性和统一性进行了研究, 给出了物理中规律的规律, 即得到了一般变分原理、相对性原理和广义牛顿三定律都统一于定量因果原理.

具体而言, 本文利用定量因果原理, 导出了一般 n 阶特征量泛函的变分原理 (15), 并给出了特征物理量泛函的 Euler-Lagrange 方程 (17), 以及它们之间的本质关系和它们的统一描述; 从定量因果原理出发, 给出了定量因果原理与相对性原理统一, 得出了相对性原理只是定量因果原理的特殊表示; 同样, 运用定量因果原理所得到的对应变分原理 (15) 和特征量泛函的 Euler-Lagrange 方程 (17), 不仅分别导出广义牛顿第一和广义牛顿第二定律是定量因果原理的特例, 而且还导出了一个新定理, 即广义牛顿第三定律, 可称为平移不变性系统合力为零定理, 即具有空间平移不变性系统中的各粒子所受到的力之和为零, 并揭示了其一般的物理意义.

本文获得了有各种相互作用的 n 阶的一般特征量泛函, 其耦合系数 $c_{ijk\cdots n}$ 反映了不同特征量泛函 $F_iF_jF_k\cdots F_n$ 之间的耦合强度, 给出了方程 (5) 到方程 (7) 的一个对称约化. 由于方程 (2) 至 (8) 都是标量, 所以这些一般的标量特征量泛函都是一般坐标变换下不变的, 这是物理的自洽性要求的. 获得了非常有用的一般 n 阶特征量泛函的 Euler-Lagrange 方程 (18) 和 (19). 通过李群的 $\varepsilon_\sigma(\sigma=1,2,\cdots,m)$ 相互独立的无穷小参量, 获得了该对称变换下不变的 m 个的守恒量. 证明了方程 (25)—(28) 正是相对性原理的不同表示, 可见它们亦是定量因果原理的特殊表示, 即相对性原理统一于定量因果原理.

证明了方程 (36) 表示加速参考系所受到的力 $\boldsymbol{f}_0$ 与其在相对参考系中物体所受到的力 $\boldsymbol{f}'$ 之矢量和等于该物体所受到的绝对力 $\boldsymbol{f}$, 而且这三种力的每一种力都有来自加速度和质量变化的贡献, 这是过去没有得到过的有重要现实物理意义的结论. 方程 (18) 和 (30) 是一般的, 它们的不同系数可拟合不同的物理现实, 如从线性到任意 n 阶非线性物理系统, 给出了任意 n 阶非线性物理系统的一般的科学研究工具, 给出了对应的 Euler-Lagrange 方程和守恒量, 使复杂难解的任意 n 阶非线性物理系统变得具体可解. 即由于本文所得的一般特征量泛函自动地包含了 Lagrange 量和 Hamilton 量, 并且是它们的推广, 突破了纯 Lagrange 量和 Hamilton 量的理论体系的限制, 而且给出了一般 n 阶非线性耦合的 Euler-Lagrange 方程和对应的守恒量, 故本文的理论在现实的科学技术中有广泛实际的应用价值.

同时, 将研究结论应用于银河系的修正引力势、分子势、以及量子色动力学中的夸克禁闭势等方面的研究, 获得了与物理实验一致的结论. 由于本文理论是一般的, 可以应用于不同的物理系统, 如文献[37—41].

综上所述, 本文的研究结论, 不仅对定量因果原理、变分原理、相对性原理和广义牛顿三定律进行了统一, 而且有助于人们对四者的内在关系有一个更系统和更深入的理解, 同时其研究结论还有助于人们对广义相对论的等效原理和安鲁效应有进一步的理解. 尤其是文中对定量因果原理、一般 n 阶非线性耦合的变分原理、相对性原理和广义牛顿三定律的统一研究, 为人们研究物理学中规律的规律提供了有实际科学意义的借鉴, 为实现统一理论找到了一条新途径.

由于本文的研究和所得的结论是属于基础科学, 故它们可应用于物理学的许多其他分支及相关的科学技术等领域, 而且相关的教科书可以引用本文的结论. 关于在相对论框架下研究工作我们正进行, 其推广的研究必须能够回到本文相关部分的在相对论与非相对论交叉领域的研究, 以确保其理论系统的自洽性. 由于篇幅的限制, 这些研究及本文中的其他更多的研究将另文给出.

感谢李子平教授的讨论和所提出的有益的意见.

参考文献

[1] Huang Y C Mechanics Research Communications 30 567

[2] Huang Y C, Li X G 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3473 (in Chinese) [黄永畅, 李希国 2005 物理学报 **54** 3473]

[3] Huang Y C, Li X G 2001 *J. Nature* **23** 227 (in Chinese) [黄永畅, 李希国 2001 自然杂志 **23** 227]

[4] Yuan F F, Huang Y C 2013 *Classical and Quantum Gravity* **30** 195008

[5] Ding G T 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3620 (in Chinese) [丁光涛 2009 物理学报 **58** 3620]

[6] Huang Y C, Huang C 2010 *International Journal of Theoretical Physics* **49** 2320

[7] Huang Y C, Lee X G, Shao M X 2006 *Modern Physics Letters A* **21** 1107

[8] Huang C, Huang Y C 2011 *Physics Letters A* **375** 271

[9] Huang Y C, Liao L, Lee X G 2009 *The European Physical Journal C* **60** 481

[10] Moore E N 1983 *Theoretical Mechanics* (New York: Wiley)

[11] Fetter A L, Walecka J D 1980 *Theoretical Mechanics of Particles and Continua* (New York: McGraw-Hill, International series in pure and applied physics)

[12] Mei F X 1991 *Advanced Analytical Mechanics* (Beijing: Beijing Institute of Technology Press) (in Chinese) [梅凤翔 1991 高等分析力学 (北京: 北京理工大学出版社)]

[13] Chetaev N G 1989 *Theoretical Mechanics* (Moscow: Mir Publishers)

[14] Georgi H, Glashow S L 1974 *Physical Review Letters* **32** 438

[15] Chen B 1987 *Analytical Dynamics* (Beijing: Peking University Press) (in Chinese) [陈斌 1987 分析动力学 (北京: 北京大学出版社)]

[16] Wu D J 2013 *Modern cosmology* (Beijing: Tsinghua University Press) (in Chinese) [吴大江 2013 现代宇宙学 (北京: 清华大学出版社)]

[17] Nash C, Sen S 1983 *Topology and Geometry for Physicists* (London: Academic Press)

[18] Pars L A 1965 *A Treatise on Analytical Dynamics* (London: Heinemann)

[19] Rosenberg R M 1977 *Analytical Dynamics of Discrete Systems* (New York & London: Plenum)

[20] Huang Y C, Jiang Y G, Lee X G 2007 *Science in China G* **50** 339

[21] Zou P C, Huang Y C 2012 *Physics Letters A* **376** 3575

[22] Peng Q H 1979 *Chinese Science* **3** 274

[23] Tong Y 1981 *Astronomical Journal* **22** 285

[24] Zheng X T, Tong Y 1984 *Astronomical Journal* **25** 285

[25] Liao L, Huang Y C 2007 *Physical Review D* **75** 025025

[26] Eichten E, Gottfried K, Kinoshita T, Lane K D, Yan T M 1980 *Phys. Rev. D* **21** 203

[27] Liao L, Huang Y C 2007 *Annals of Physics* **322** 2469

[28] Huang Y C, Yu C X 2007 *Physical Review D* **75** 044011

[29] Yu C X, Huang Y C 2007 *Physics Letters B* **647** 49

[30] Zhu Z, Yu H R 1997 *Molecular structure and molecular potential energy function* (Beijing: Science Press)

[31] Huang Y C, Huo Q H 2008 *Physics Letters B* **662** 290

[32] Huang Y C, Yang J L 2008 *Physics Letters B* **668** 438

[33] Huang Y C, Yi L X 2010 *Annals of Physics* **325** 2140

[34] Zhou B H, Huang Y C 2011 *Physical Review D* **84** 047701

[35] Zhou B H, Huang Y C 2011 *Physical Review A* **84** 032505

[36] Zhang Z L, Huang Y C 2014 *Annals of Physics* **342** 143

[37] Zhang M L, Sun X T, Wang X X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 110202

[38] Jia L Q, Zhang M L, Wang X X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 070204

[39] Xue Y, Weng D W, Chen L Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044601 (in Chinese) [薛纭, 翁德玮, 陈立群 2013 物理学报 **62** 044601]

[40] Chen X W, Mei F X 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 40204

[41] Huang W L, Cai J L 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 110203

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 63, No. 19 (2014) 190301

Euler-Lagrange equation for general n-order character functional and unification of quantitative causal principle, principle of relativity and general Newton's laws*

Zhang Xin-You[1)] L.J. Li[2)] Huang Y. C.[1)†]

1) (*Institute of Theoretical Physics, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China*)

2) (*Department of Physics, University of Naples, Via Cintia, 80126 Naples, Italy*)

(Received 13 March 2014; revised manuscript received 27 May 2014)

Abstract

This paper gives a general n-order character functional, and uses the quantitative causal principle to derive the general variational principle; furthermore the Euler-Lagrange equation and conservative quantities for a general n-order character functional are derived, and the link between the principle of relativity and the quantitative causal principle is revealed. Newton's first, second, and third laws are then derived, but the third laws is also regarded as a new law: it is a theorem that force is zero in translational invariance, and its general physical meaning in classic mechanics is revealed. The results obtained have been successful applied to the galaxy gravitational potential correction, molecular potential, quark confinement potential, etc., and the results are consistent with the physical experiments.

Keywords: Euler-Lagrange equation, variational principle, principle of relativity, unity

PACS: 03.50.–Z, 04.20.–q, 04.20.Fy **DOI:** 10.7498/aps.63.190301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11275017, 11173028).

† Corresponding author. E-mail: ychuang@bjut.edu.cn