

基于迟滞应力应变关系的非线性声学检测 理论与方法研究*

张世功 吴先梅[†] 张碧星

(中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

(2014年3月21日收到; 2014年5月7日收到修改稿)

本文将传统PM(Preisach-Mayergoyz)模型由一维介质拓展到二维介质, 引入迟滞细观弹性单元概念, 得到迟滞变化的应力应变关系. 并采用一阶有限差分方程进行了声场计算和分析, 发现空间声场中含有明显的高阶奇次谐波成分. 对接收到的全波信号进行滤波、放大、时间反转后加载到接收换能器对应阵元上再进行发射, 观察到高次谐波在微损伤区域实现聚焦. 这为利用非线性高次谐波检测微损伤提供了可能的途径, 也为疲劳损伤等缺陷的早期检测提供了理论和方法依据.

关键词: 非线性声学, 高次谐波, 迟滞应力应变关系, 时间反转

PACS: 43.25.+y, 43.35.+d, 81.70.Cv

DOI: 10.7498/aps.63.194302

1 引言

材料在服役过程中, 常常会经历疲劳等退化过程. 在这一过程中, 材料首先在显微结构上形成损伤形核, 然后形成微损伤, 微损伤前期发育缓慢, 但在后期生长速度很快, 长大合并为宏观裂纹^[1], 这给生产安全带来隐患, 甚至会导致事故的发生. 因此, 往往需要在微损伤生长发育初期就将其检测出来. 然而, 这种微损伤尺度很小(微米或更小级别), 且很多损伤面往往是闭合的, 导致常规的线性超声无法检测这样的微损伤.

非线性超声方法具有较大的能量输入, 可以促使这些微损伤面打开和闭合, 产生非线性声学效应. 使得非线性声学对微损伤的作用要比线性声学更为敏感, 所以非线性超声检测技术在微损伤检测中具有更大的优势.

微损伤区域材料的应力应变关系往往是迟滞变化的^[1], 这导致材料弹性模量随着声波应力的变化做相应变化, 引起非线性声学效应. 国内外的一

些学者研究过这样的声学现象, 为区别于经典的非线性声学, 这种特殊形式的非线性声学被称为非经典非线性声学^[2]. 而基于损伤面的打开和闭合状态的接触非线性声学^[2,3]也是非经典非线性声学中的一部分.

当声波传播到微损伤区域时, 会产生非线性声学效应, 根据惠更斯原理, 这种微损伤是产生非线性声波信号(可为高次谐波、亚谐波或调制波等)的新声源. 如果能利用这些非线性信号定位声源, 就相当于检测到了微损伤的位置. 因而可以采用声波聚焦的方法让非线性声波信号聚焦在这些声源上来实现微损伤的检测.

基于声互易原理的时间反转法^[4-6]是一种有效的声波自适应聚焦方法, 可以在不需要介质和换能器等先验知识的情况下实现声波聚焦. 但声波时间反转聚焦是线性过程, 不能用来处理非线性信号, 但如果微损伤尺度较小, 其他区域为线性声学介质, 即非线性声学效应只存在于比较小的微损伤区域. 则可在线性声学介质区域内发射和接收信号, 进行时间反转处理. 并且我们只关心时间反转

* 国家自然科学基金(批准号: 11274337)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: wuxm@mail.ioa.ac.cn

声场是否聚焦在微损伤的非线性介质区域内, 而不在乎究竟聚焦在微损伤中的具体位置. 这样, 非线性声波对时间反转聚焦位置的影响对结果并无妨碍. 本工作就是基于这种考虑来开展研究的.

在线性声学介质内发射和接收声波, 声波传播到微损伤区域将产生非线性信号并继续传播, 被接收器接收. 对接收到的非线性声波信号进行滤波, 过滤基频信号得到纯粹的高次谐波, 将该高次谐波时间反转处理后加载到对应的接收器阵元上并驱动各阵元发射声波, 时间反转声场将在微损伤区域内聚焦, 从而实现微损伤的定位. 但时间反转信号的聚焦声场难以测定. 有科研人员使用激光测振仪等仪器测量空间声场分布 [7-11], 能量集中的位置说明时间反转声场在该位置聚焦, 可视为微损伤位置, 这是完全实验的方法. 但是如果损伤在介质深处, 这个聚焦声场位置的测定就难以进行. 为此, 可以通过数值计算方法得到时间反转声场分布, 并通过寻找能量集中点来得到微损伤区域. 最近, 一些研究人员对奥氏体不锈钢材料疲劳损伤进行了非线性超声检测分析 [12], 证实了高次谐波检测疲劳损伤的可行性.

微损伤区域材料的弹性模量随着应力变化的理论并不完善, 主要是基于 PM (Preisach-Mayergoyz) 模型的解释, 国外一些著名学者在这方面做了大量工作 [13-16], 得到了较好的结果. 近几年, 国内一些研究学者也开展了这方面的研究工作 [17,18], 取得了一定的进展. 本文首先将传统 PM 模型由一维介质拓展到二维介质, 研究了微损伤区域弹性模量随应力变化的过程. 以此为基础, 利用一阶有限差分方法数值模拟了含有微损伤介质模型中的声场分布. 该介质模型中含有两个损伤, 一个是线性损伤, 声阻抗和其他区域不同, 但不产生非线性声学效应, 另一个是非线性损伤, 为满足 PM 模型的微损伤. 研究表明: 高次谐波时间反转后将聚焦于非线性损伤区域, 而基频线性信号聚焦在线性损伤上.

2 理 论

在材料微损伤区域, 应力和应变为非线性关系, 弹性模量随应力发生变化, 并引起非线性声信号的产生. 为此, 我们将 PM 模型引入微损伤区域, 得出迟滞的应力应变关系, 并采用一阶有限差分格式模拟非线性高次谐波信号的产生和传播过程.

2.1 PM 模型和非线性应力应变关系 [13,14]

传统的 PM 模型都只适用于一维介质, 为此, 我们将其拓展到二维介质. 为说明微损伤区域弹性模量的变化过程, 我们将损伤区域看作一个个处于微观与宏观之间的小单元, 称其为迟滞细观 (处于宏观和微观之间) 弹性单元 (hysteretic mesoscopic elastic units, HMEU), 在应力到达时这些小单元处于打开或关闭两种状态.

引入两对参数 (σ_o, σ_c) 和 (s_o, s_c) , 其中 σ 是应力, s 表示单元面积. 脚标 o 表示打开状态 (open), 脚标 c 表示关闭状态 (close). 假设应力自由时, HMEU 处于打开状态, 其面积为 s_o , 如图 1. 当应力增加时, 相当于附加给 HMEU 的压力增大, 增大到一定程度 $(\sigma \geq \sigma_c)$ 时, HMEU 突然闭合, 其面积突然变为 s_c . 相应地, 当应力从较大的值减小时, 起初 HMEU 处于关闭状态, 当应力减小至 σ_o 时, 单元突然打开, 其面积又变回为 s_o , 这里应力是缓变的, 而单元面积 (与应变相关) 却存在突变, 因而, 应力应变关系就显现出复杂的非线性关系. 以此为基础分析弹性模量的变化过程.

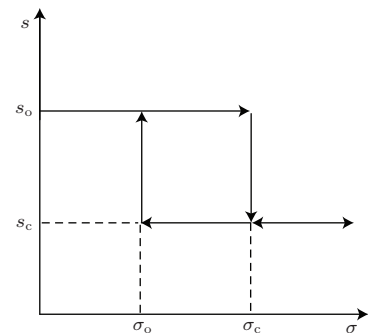


图 1 滞后单元的应力面积变化

单元状态改变时, 面积的变化为 $\Delta s = s_o - s_c = \alpha s_o$, $(0 \leq \alpha \leq 1)$. 这些单元的平均面积为

$$\bar{s} = N s_o + (1 - N) s_c = s_o [1 - \alpha(1 - N)], \quad (1)$$

其中 N 为处于打开状态的单元数目占全部单元的比例, 定义应变为

$$\varepsilon = (s_o - \bar{s}) / s_o = \alpha(1 - N). \quad (2)$$

应变值与 HMEU 改变状态的比例有关, 即只要知道处于打开状态单元数占单元总数的比例, 我们就能由 (2) 式得到应变的数值.

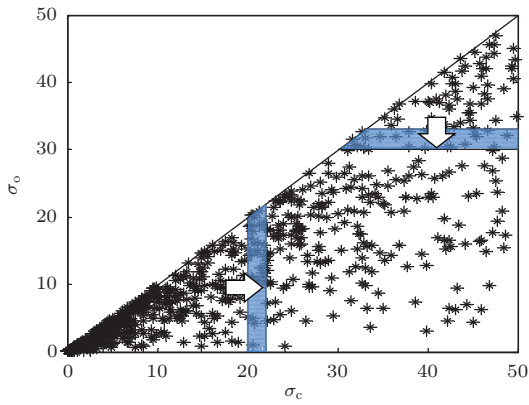


图2 应力密度分布图

损伤区域由大量的HMEU单元组成, 每个单元发生状态变化时(打开和关闭)所需要的应力不等. 图2为HMEU的一种 (σ_o, σ_c) 分布图, 称应力密度分布图 $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$, 每个点代表一个HMEU单元, 它所处位置的坐标表明其状态打开和关闭所需应力的大小. 应力增加时, 图中竖长形阴影内的所有单元改变状态, 由打开变为闭合状态; 相应地, 应力减小时, 横长形阴影内的所有单元由闭合状态变为打开. 应力变化过程的每一个时刻都要统计

HMEU 状态改变的数目, 这里, 应力变化的历史过程起到了至关重要的作用.

2.2 应力变化时HMEU状态改变的数目统计方法

图2中计算HMEU改变状态的数目是基于统计方法的, 如果应力密度分布函数已知, 则可利用分布函数与应力密度分布图中单元状态改变部分面积的乘积代替单元状态发生改变的数目. 为简单起见, 本文假设应力密度 $\rho(\sigma_o, \sigma_c)$ 为平均分布的, 即相同面积内含有的HMEU单元数目是一样的.

为说明弹性模量随应力的变化过程, 我们假定应力变化函数为5个周期的正弦波加汉宁窗函数, 见图3(a). 利用上述计算应变的方法以及单元状态数目改变的统计方法, 来计算应变随应力的变化过程. 如图3(b)—(i)都为HMEU单元状态变化时计算应力密度面积变化的示意图, 其纵坐标和横坐标的意义都与图2一致, 外围最大的三角形为等腰直角三角形, 其中最大和负向最大的应力分别能使单元全部闭合和全部打开.

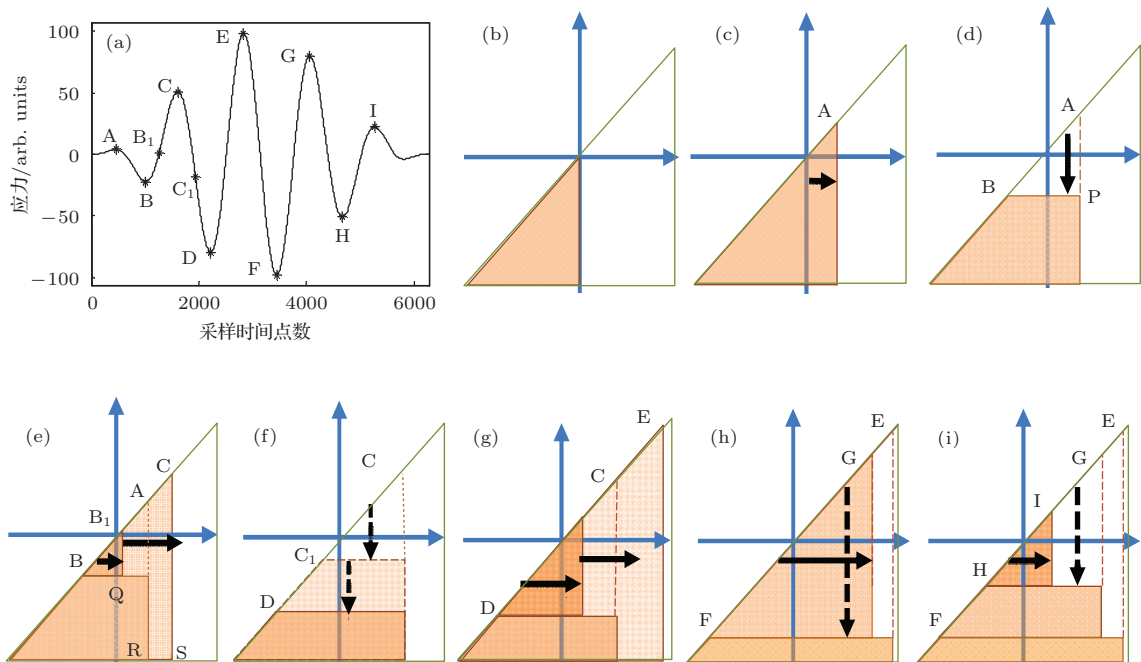


图3 (网刊彩色) 应力信号和HMEU状态随应力变化过程

为更贴近实际物理情况, 我们假设应力为零时, 已有部分单元(第三象限内)处于闭合状态, 如图3(b), 随着应力增加, 闭合的单元数增加, 图中所有深色区域都表示其内部的单元处于闭合状态, 所

以图3(c)中第一象限和第四象限中深色区域内的单元为应力增加到A点时状态由打开变为闭合的HMEU单元. 然后应力减小到B点, 图3(d)中应力由A降到B的空心三角形ABP内为状态由闭合

变为打开的HMEU单元. 然后应力再次增加, 当应力增加到A之前(比如增至B₁点), 单元闭合发生在三角形ABP内(应力从B增至B₁的过程, 三角形BB₁Q内的单元状态由打开变化为闭合). 当应力超过A时, 再增加的区域将从原来在三角形内扩展到梯形内(应力从A增至C的过程, 单元状态由打开变化为闭合发生在梯形ARSC内, 如图3(e)), 这时, 统计闭合单元状态区域的应力密度面积将出现突变. 可以看出, 在整个应力变化过程, 应力密度面积的计算是一个非常复杂的过程, 它与当前应力和应力变化历史都有密切关系. 计算应力密度面积时每一个应力极大极小值都有可能使用到. 最后两个图都描述了两个过程, 都是闭合过程先发生(应力增加), 然后应力减小, 相应单元状态打开. 虚线表示闭合过程, 而实线表示打开过程. 且图中过程只描述到应力变化到I点为止.

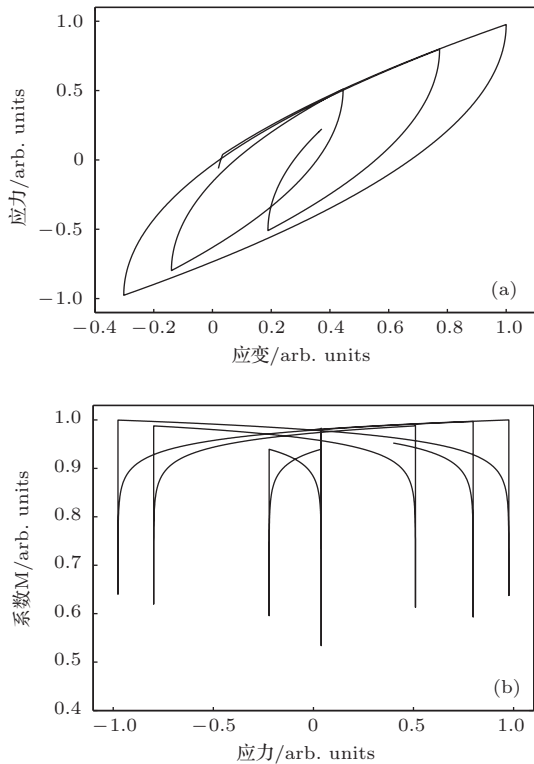


图4 迟滞应力应变关系

在此过程中, 每个时刻都需要根据应力的变化历史对HMEU状态发生变化的应力密度面积进行计算, 从而得到处于打开状态单元数目占全部单元数目的比例, 并利用(2)式得到当前时刻的应变. 我们利用图3(a)中的应力变化函数和(2)式得到了迟滞非线性的应力应变关系, 如图4(a)所示, 其

中应力和应变都进行了归一化处理.

如果我们仍然用弹性模量来描述应力应变关系, 即令

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{3}$$

显然, 弹性模量E是应力的函数, 随应力的变化而变化. 图4(b)是弹性模量随应力变化的复杂过程.

3 有限差分数值仿真

我们采用一阶有限差分方程来计算含有微损伤介质中的声场分布. 数值计算的介质模型及相关数据如图5所示, 介质为各向同性, 密度为7800 kg/m³, 纵横波速分别为5800 m/s和3102 m/s. 模型大小为100 mm × 60 mm, 损伤区域尺寸为4.1 mm × 4.1 mm, 位于模型中央. 边界设置为吸收边界, 宽度为6 mm, 图中四周的深色区域为吸收边界. 选择10周0.5 MHz正弦波信号加汉宁窗为水平偏振应力声源, 声源宽10 mm, 位置如图所示. 在模型右侧设置两列接收线阵以接收水平偏振应力信号.

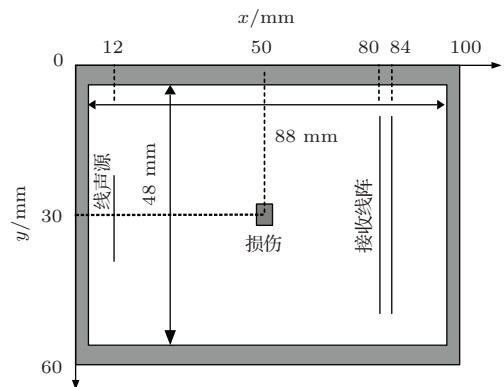


图5 数值计算模型图

对于不含微损伤的线性区域, 为固体介质, 我们采用应力速度有限差格式

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \\ \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_y}{\partial y} + \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \end{bmatrix}, \tag{5}$$

其中 T 为应力张量, v 为质点振动速度, λ 和 μ 为拉梅常数.

对于微损伤部分, (3) 式不能直接应用于一阶应力速度有限差分格式. 由于应力为应变的隐函数, 因而

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = M \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right), \quad (6)$$

其中系数 $M = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}$, 可由应力对应变求偏导数得到. 对于图 4(a) 中的应力应变关系, 不难得到系数 M 的结果, 如图 4(b) 所示. 需要注意的是, 系数 M 与应力历史有关, 对于不同的应力变化有不同的结果.

因此, 对于微损伤区域, 我们采用以下应力速度有限差分方程

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma}{\partial x}, \\ \rho \frac{\partial v_y}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma}{\partial y}, \\ \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= M \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

我们对 (4), (5) 和 (7) 式进行应力速度的交错网格有限差分计算, 计算过程中, x 方向和 y 方向上的空间步长均为 0.1 mm, 时间步长为 5 ns. 图 6 为在接收线阵中间一点位置接收的信号频谱, 其中实线是含有微损伤模型的接收信号的频谱, 而虚线是模型中没有损伤时接收信号的频谱. 可以明显看出, 介质中微损伤的存在使接收信号中出现了高阶奇次谐波, 其幅度比线性信号 (0.5 MHz) 低几十分贝, 而没有损伤的模型的接收信号中则没有高次谐波出现.

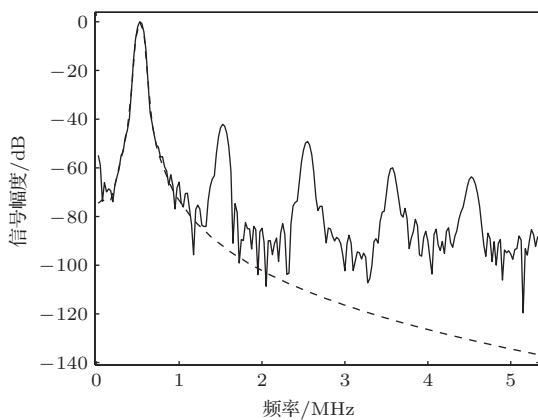


图 6 含微损伤和不含损伤介质模型中接收信号的频谱

对含有高次谐波的接收信号做合适的带通滤

波以保留相应高次谐波信号. 因为高次谐波是由于微损伤引起的, 将其放大、进行时间反转处理后在接收位置重新激励并发射回去. 接收信号经过带通滤波和未过滤的波形如图 7 所示, 虚线为线性基频信号, 实线为高次谐波 (仅保留了三阶和五阶高次谐波), 由于高次谐波幅度较小, 图中信号幅度被放大了 200 倍.

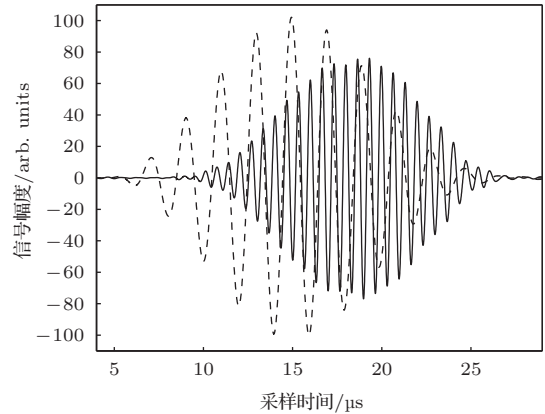


图 7 线性信号和放大 200 倍的非线性高次谐波信号

4 时间反转聚焦及微损伤检测

将得到的高次谐波时间反转放大后加载到对应的接收器阵元上重新发射回去, 时间反转聚焦声场如图 8. 值得说明的是, 为了得到良好的聚焦效果, 这里, 我们采用了周期较短的信号. 这是因为损伤尺寸比波长还要小许多, 较长的信号会使聚焦区域过大. 可以看出, 时间反转的聚焦信号在设定了微损伤的区域聚焦.

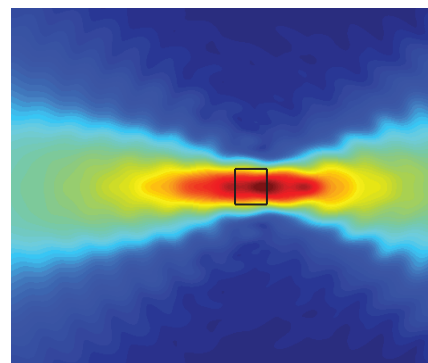


图 8 (网刊彩色) 单个微损伤模型的时间反转聚焦声场

为比较线性损伤和非线性损伤 (即引入 PM 模型的微损伤) 时间反转聚焦声场的差异, 我们在图 5 的介质模型中再增设一个线性损伤并将其设

置为水,大小与非线性损伤相同,为 $4.1\text{ mm} \times 4.1\text{ mm}$.图9左上方和右下方的两个白色方框分别对应模型中的非线性损伤和线性损伤(水)的实际位置.

将接收器接收到的信号进行滤波分别得到线性基频声信号(由于线性基频信号幅度远高于高次谐波,所以线性信号的时反聚焦也可以不滤波)和非线性高次谐波信号,然后分别进行时间反转处理后再加载在对应换能器阵元上重新发射出去.图9(a)为线性声场的时反结果,可以明显看出声场在线性损伤附近实现聚焦.图9(b)为高次谐波的时反聚焦声场.同样表明时反声场聚焦在非线性微损伤区域.需要说明的是,在计算时反声场时,我们都没考虑损伤的影响,即把介质作为均匀线性介质来处理的,因而时反声场中焦点位置与损伤位置存在微小差异.

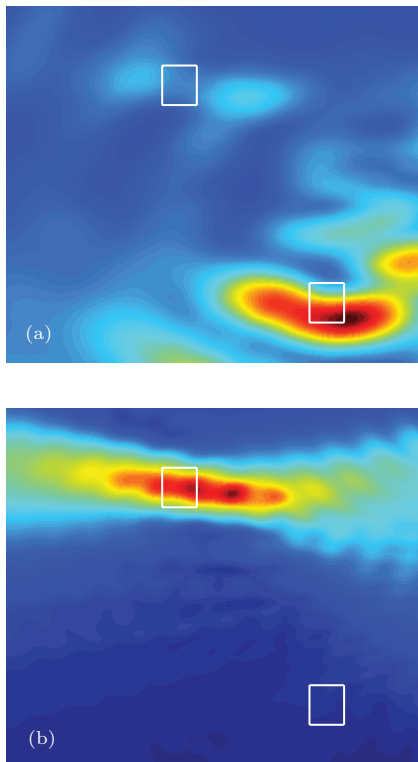


图9 (网刊彩色)线性信号和非线性高次谐波信号的时间反转聚焦声场

由于声阻抗的变化,非线性损伤也会反(散)射线性信号,理论上线性信号的时反信号也会在非线性损伤处聚焦,但线性损伤比非线性损伤相对于未损伤材料的声阻抗差异要大得多,所以线性信号的时反聚焦声场在非线性损伤处几乎看不到有能量在此聚焦.

5 结 论

材料中的微损伤会产生非线性高次谐波,利用HMEU状态数量变化引起应变突变的PM模型计算出了变化的弹性模量.并将其引入有限差分进行数值模拟,分别计算了含有线性损伤和非线性损伤模型中的接收信号及其频谱,发现非线性损伤会产生明显的高次谐波,但幅度相对基频信号较小.

对接收信号滤波、时间反转、放大后在原接收位置发射回去,非线性高次谐波在非线性损伤位置实现聚焦.而对于线性的基频信号,时反后在线性损伤区域实现聚焦,说明采用非线性高次谐波信号有可能对介质中的微损伤实现定位,为微损伤的超声无损检测和评价提供了理论基础和技术思路.

参考文献

- [1] Suresh S 1998 *Fatigue of Materials* (Cambridge University Press) p11, 206
- [2] Delsanto P P 2006 *Universality of nonclassical nonlinearity: applications to non-destructive evaluations and ultrasonics* (New York:Springer) p49
- [3] Solodov I Y, Krohn N, Busse G 2002 *Ultrasonics* **40** 621
- [4] Zhang H Y, Sun X L, Cao Y P, Chen X H, Yu J B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7111 (in Chinese) [张海燕, 孙修立, 曹亚萍, 陈先华, 于建波 2010 物理学报 **59** 7111]
- [5] Park H W, Sohn H, Law K H, Farrar C R 2007 *J. Sound & Vib* **302** 50
- [6] Zhang B X, Lu M H 2002 *ACTA Acustica* **27** 541 (in Chinese) [张碧星, 陆铭慧 2002 声学学报 **27** 541]
- [7] Ulrich T J, Johnson P A, Guyer R A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 104301
- [8] Ulrich T J, Sutin A M, Guyer R A 2008 *Inter. J. Non-linear Mech.* **43** 209
- [9] Goursolle T, Santos S D, Matar O B, Calle S 2008 *Inter. J. Non-linear Mech.* **43** 170
- [10] Dhital D, Lee J R 2012 *Exp. Mech.* **52** 1111
- [11] Gao G L, Li D Y, Dong J W, Shi D Q, Teng F 2010 *J. Harbin Engineering University* **31** 395 (in Chinese) [高桂丽, 李大勇, 董静薇, 石德全, 滕飞 2010 哈尔滨工程大学学报 **31** 395]
- [12] Kim C S, Jhang K Y 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 060702
- [13] McCall K R, Guyer R A 1994 *J. Geophys. Res.* **99** 23887
- [14] Guyer R A, McCall K R, Boitnott G N 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 3491
- [15] Aleshin V, Gusev V, Zaitsev V 2004 *Ultrasonics* **42** 1053
- [16] Gusev V 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 3047
- [17] Guo X S, Zhang D, Zhang J 2012 *Ultrasonics* **52** 912
- [18] Liu Y, Guo X S, Zhang D, Gong X F 2011 *Acta Acustica* **36** 179 (in Chinese) [刘洋, 郭霞生, 章东, 龚秀芬 2011 声学学报 **36** 179]

Theory and method for nonlinear acoustics detection based on hysteretic stress-strain relation*

Zhang Shi-Gong Wu Xian-Mei[†] Zhang Bi-Xing

(State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academic of Sciences, Beijing 100190, China)

(Received 21 March 2014; revised manuscript received 7 May 2014)

Abstract

In this paper, PM (Preisach-Mayergoyz) model in one dimension is extended to two dimensions. Hysteretic stress-strain relation could be obtained when hysteretic mesoscopic elastic unit (HMEU) is considered. The sound field is calculated using a first-order finite difference equation, and the high-odd-order harmonic waves can be found apparently in the sound field. Then, the received full waves are filtered, amplified, time-reversed, and re-emitted through corresponding receiving transducers. The high-order harmonic waves focus on the micro-damage zone. So this method can be used to detect the micro-damages by nonlinear high-order harmony waves. Furthermore, it also provides a method of the early detection of fatigue damages.

Keywords: nonlinear acoustics, high-order harmonic wave, hysteretic stress-strain relationship, time reversal

PACS: 43.25.+y, 43.35.+d, 81.70.Cv

DOI: [10.7498/aps.63.194302](https://doi.org/10.7498/aps.63.194302)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274337).

[†] Corresponding author. E-mail: wuxm@mail.ioa.ac.cn