

# 微重力下变内角毛细驱动流研究\*

李永强<sup>†</sup> 刘玲

(东北大学理学院应用力学研究所, 沈阳 110819)

(2014年3月2日收到; 2014年7月3日收到修改稿)

本文研究了在满足 Concus-Finn 条件时, 微重力环境下内角沿容器轴线变化时的毛细驱动流问题, 建立了变内角的毛细流动控制方程, 获得了变内角流动的近似解析解, 并与 FLOW-3D 软件的数值模拟结果进行了对比验证。计算结果表明, 随着时间的增大, 近似解析解与数值解的相对误差越来越小, 在 6 s 以后, 相对误差不超过 5%。论文研究了不同结构参数对内角毛细流动的影响规律, 得出液体前缘位置和液面高度均随内角、接触角、内角斜率和内角幂指数的增大而减小的结论。在不同时刻, 液体的液面高度随着时间的增大而增大, 但在初始时刻存在一个常高度, 该高度不随时间的变化而变化。在空间流体管理时, 可以根据本文的工作进行容器设计和选择适合的溶液。

**关键词:** 变内角, 毛细驱动流, 近似解析解, 前缘位置

**PACS:** 47.35.Pq, 47.11.-j

**DOI:** 10.7498/aps.63.214704

## 1 引言

载人航天技术的发展和空间探索计划的需求带动了微重力科学的蓬勃发展, 其中微重力流体科学是重要的科学分支, 它不仅推动了流体力学新的学科体系的发展, 同时也在载人航天工程中有重大应用<sup>[1-3]</sup>。

微重力环境下重力水平极低甚至达到可以忽略的地步, 界面张力成了主导流体行为的因素, 流体行为与界面或容器的形状密切相关, 而内角是影响界面或容器形状的重要因素。在微重力环境下, 液体会沿容器的内角流动, 进行重新的分布(相对于在地面上), 这种流动就称作微重力环境下内角处的毛细流动。目前, 毛细流动问题受到了广泛研究, 因为在微重力环境下内角相当于为液体提供了流动的管道, 并且这种流动是自发的, 所以这种内角结构在航天工程中经常被用来进行流体管理。比如燃料储箱中蓄液池以及导流板的应用, 都是依据这种内角处的毛细流动原理。

1991年, Geoffrey 等<sup>[4]</sup>用解析方法研究了容器横截面为三角形的内角毛细流动, 研究结果表明三个内角的弯月面曲率半径是一样的, 这个结论为后续研究者提供了重要参考依据。1995年 Dong 等<sup>[5]</sup>用理论分析和实验的方法研究了边长为 0.3—0.5 mm 的方形微管中的毛细流动问题, 以流动液面的截面面积为变量, 通过有限元方法求解热传导方程, 得到了内角流动的二次解, 但由于曲率半径计算的限制, 该方法不能应用于复杂几何形状。魏月兴等<sup>[6]</sup>推广了 Dong 的方法, 通过修正曲率半径的计算, 寻找截面与曲率半径的关系, 使其可以应用于不同接触角、不同二面角的情形, 并修正了最小二乘有限元方法的问题, 获得了内角流动的二次解, 同时进行了毛细管和落塔实验验证。1996年, Weislogel 等<sup>[7]</sup>考虑了液体惯性力的影响, 用理论分析结合短时微重力落塔实验的方法研究了横截面为正多边形棱柱容器的毛细流动。建立了内角处毛细流动的 Navier-Stokes 方程, 根据渐近法得到了控制方程, 对无限长毛细流动用摄动法进行了求解。研究给出的黏性阶段毛细流动的数值解

\* 中国科学院国家微重力实验室开放课题。

† 通讯作者。E-mail: [yqli@mail.neu.edu.cn](mailto:yqli@mail.neu.edu.cn)

与实验结果基本符合. Weislogel 与 Dreyer 等<sup>[8]</sup>于 2004—2009 年期间在国际空间站上进行了 16 项有关毛细流动的实验, 这些实验验证了 Weislogel 与 Dreyer 分别率领的研究小组所做的理论工作. Hu 等<sup>[9,10]</sup>利用落塔实验研究了在满足、接近、不满足 Concus-Finn 条件三种情况下, 液体初始体积对内角处毛细流动的影响, 得到了各条件下毛细爬升高度随微重力时间变化的曲线, 发现在一定微重力时间内液体在内角处爬升的高度随液体初始体积的增大而增大的现象.

上述关于内角毛细流动的研究都是针对内角是尖角并且角度值大小不变的情况下即 V 字形结构进行的, 但在实际应用中由于制造和加工的原因, 尖角很难实现, 内角几乎都带有一定的过渡圆角. 1990 年, Concus 和 Finn<sup>[11]</sup>研究发现随着圆形内角半径的增加将使 Concus-Finn 条件所预测的临界接触角逐渐减小, 即液体更容易存在稳定的界面构型. 目前关于圆形内角毛细流动的研究都是在满足 Concus-Finn 条件下且内角角度值不变的情况下进行的. Ransohoff 和 Radke<sup>[12]</sup>在假设圆形内角和液体自由界面的圆心是同心的情况下进行了理论分析, 分析中认为液体的流阻系数是关于内角角度、静态接触角、液层厚度和圆形内角半径的函数. 由于液层厚度和圆形内角半径在流动过程中都在变化, 所以流阻系数在液体流动方向上变化很快, 使圆形倒角处的毛细驱动流变得非常复杂, 这一点也在 1995 年得到了 Dong 等<sup>[5]</sup>的证明. Chen 等<sup>[13,14]</sup>通过适当的无量纲处理方法得到了一个能够适用的流阻系数方程, 并且给出了圆形内角处毛细驱动流的近似解, 并利用落塔实验进行了验证, 结果表明圆形倒角将使内角处液体的爬升速度降低. 徐升华等<sup>[15]</sup>针对不同尺寸和三角形、正方形、圆形三种不同截面形状的毛细管, 利用落塔的短时微重力条件, 通过实验研究了界面张力主导的毛细流动过程, 并对实验结果进行了对比和分析. 实验结果表明, 当管的形状相同时, 在毛细流动的初始阶段, 管径越细, 在相同的微重力时间内液面的爬升高度越大, 若管径相对于外部容器尺寸较小, 在毛细流动的后期, 不同尺寸的爬升曲线可能会发生交叉, 也即管径越粗反而爬升高度越大. 李京浩等<sup>[16]</sup>用解析计算方法分析液体在线段和圆弧构成的不对称内角的流动. 提出了等效内角的概念, 把复杂的不对称内角模型转化为对称内角模型, 并建立内角流动控制方程, 对内角流动过程进行了计

算. 李永强等<sup>[17,18]</sup>应用同伦分析法研究微重力环境下圆管和无限长柱体内角毛细流动问题的解析近似解问题并给出了级数解的表达公式.

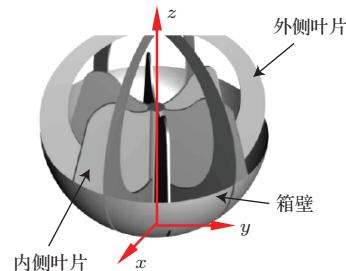


图 1 叶片式表面张力贮箱结构示意图

目前关于内角毛细流动的研究都是针对内角沿容器轴线不变的情况下进行的, 但是在工程实际中内角的角度有时随容器的轴线是变化的, 例如图 1 所示的叶片式表面张力贮箱, 内外侧叶片都固定在贮箱中间的固定杆上且外侧叶片与贮箱壁相连. 内侧叶片形成的装置为推进剂管理装置 (PMD), 相邻内侧叶片形成的内角角度值沿贮箱  $z$  轴保持不变, 但由于贮箱外壳通常为球形或胶囊形状, 这时外侧叶片和贮箱壁面形成的内角为不对称结构, 并且沿贮箱轴线  $z$  其对应的虚拟内角角度值是变化的.

本文将魏月兴等<sup>[6]</sup>的方法进行了扩展, 研究了在满足 Concus-Finn 条件时, 微重力环境下内角沿容器轴线变化时的毛细驱动流问题, 建立了变内角的毛细流动控制方程, 获得了变内角流动的近似解析解, 分析了不同参数对内角流动的影响规律.

## 2 变内角毛细流动控制方程

变内角毛细流动模型如图 2 所示, 任意横截面的内角  $\alpha$  沿容器轴线从  $\alpha_1$  变化到  $\alpha_2$ , 设为

$$\alpha(x) = \alpha_1 + \beta(x), \quad (1)$$

式中  $\beta(x)$  的具体形式可根据容器形状获得. 本文只考虑内角变化很小的情况, 这时  $\tan \beta(x) \approx \beta(x)$ , 并且设

$$\beta(x) = kx^m, \quad (2)$$

式中  $k$  和  $m$  均为常数. 任意横截面形状如图 3 所示, 图 3 中  $r(x,t)$  是液体上表面的曲率半径,  $\theta$  是静态接触角,  $S(x,t)$  是润湿面积,  $h(x,t)$  为液面高度.

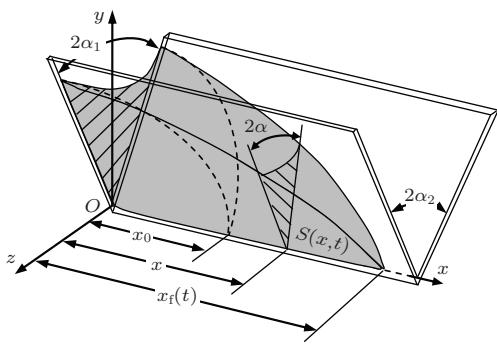


图2 变内角流动模型

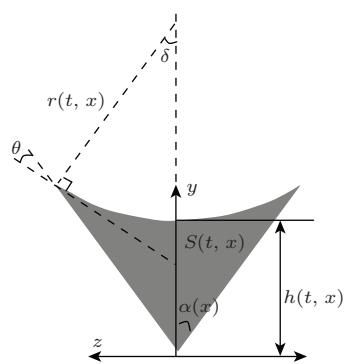


图3 液面横截面示意图

该横截面润湿面积  $S(x, t)$  和曲率半径  $r(x, t)$  的关系可以表示为

$$S(x, t) = C(x)r^2(x, t), \quad (3)$$

其中

$$C(x) = \cos^2 \theta / \tan \alpha(x) - \sin \theta \cos \theta - \delta, \quad (4)$$

式中  $\delta = \pi/2 - \alpha(x) - \theta$ .

液面高度  $h(x, t)$  和润湿面积  $S(x, t)$  的关系为

$$h(x, t) = \frac{S(x, t) + r^2(x, t)\delta}{r(x, t) \sin \delta} - r(x, t). \quad (5)$$

由于在流动过程中, 单位长度上流量的变化等于润湿面积的变化率<sup>[3]</sup>, 即

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} = -\frac{\partial S(x, t)}{\partial t}, \quad (6)$$

式中  $q(x, t)$  是体积流速.

在毛细流动过程中, 体积流速  $q(x, t)$  与液体压力  $P(x, t)$  的关系为<sup>[6]</sup>

$$q(x, t) = S(x, t) \frac{r^2(x, t)}{\beta_\nu \mu} \frac{\partial P(x, t)}{\partial x}, \quad (7)$$

式中  $\mu$  为动力黏度系数,  $\beta_\nu$  为流阻. 由文献[12]可知, 流阻  $\beta_\nu$  随内角  $\alpha(x)$  和接触角  $\theta$  的变化而变化,

也是坐标  $x$  的函数, 由于本文考虑的内角的变化量很小, 这里忽略流阻  $\beta_\nu$  随坐标  $x$  的变化量, 即认为在任意横截面上的流阻  $\beta_\nu$  是常量.

当只考虑  $y-z$  平面的曲率半径时, 在平衡状态下, 任意横截面气液交界面处 Laplace 方程表示的压力为<sup>[6]</sup>

$$P(x, t) = \sigma/r(x, t), \quad (8)$$

式中  $\sigma$  为液体表面张力. 将(3), (7) 和(8) 式代入到(6) 式中, 可得变内角毛细流动控制方程为

$$\frac{\partial S(x, t)}{\partial t} = \frac{\sigma}{2\mu\beta_\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{S^{1/2}(x, t)}{C^{3/2}(x)} \left[ C(x) \frac{\partial S(x, t)}{\partial x} - S(x, t) \frac{\partial C(x)}{\partial x} \right] \right\}. \quad (9)$$

### 3 变内角毛细流动近似解析解

毛细流动过程中, 在任意时刻  $t$ , 液体的前缘到达  $x_f$  处, 在  $x_f$  处以及以外的地方, 液体润湿面积  $S(x, t) = 0$ . 根据这一条件, 设变内角毛细流动控制方程的近似解为

$$S(x, t) = C(x)g(x, t)R^2, \quad (10)$$

其中  $R$  为  $x = 0$  横截面的曲率半径,  $g(x, t)$  设为

$$g(x, t) = \left[ 1 - a \frac{x}{x_f} + (a-1) \left( \frac{x}{x_f} \right)^2 \right]^2, \quad (11)$$

式中  $a$  为待定的数值. 借鉴文献[6]的方法, 液体的前缘位置  $x_f$  可设为

$$x_f = x_0 \sqrt{1 + 2\nu t}, \quad (12)$$

其中  $x_0$  为  $t = 0$  时刻液体前缘到达的位置,  $\nu$  为时间常数

$$\nu = b \frac{\sigma}{\mu\beta_\nu} \frac{R}{x_0^2}, \quad (13)$$

其中  $b$  为待定的数值. 由(10) 式可知润湿面积  $S(x, t)$  是与未知参数  $a$  和  $b$  有关的函数.  $a$  和  $b$  的具体值可通过求解有关  $a$ - $b$  的两个关系式得到.

由于(10) 式为近似解, 将(10) 式代入到方程(9) 后, 将产生残差. 为简化残差的分析, 引入无量纲参数  $u = x/x_f$ , 可知  $0 \leq u \leq 1$ , 经整理后可得残差为

$$\delta(u) = C(u) \left[ 2 \left( \frac{\partial H(u)}{\partial u} \right)^2 + H(u) \frac{\partial^2 H(u)}{\partial u^2} + 2bu \frac{\partial H(u)}{\partial u} \right] + H(u) \frac{\partial C(u)}{\partial u}, \quad (14)$$

式中  $H(u) = 1 - au + (a - 1)u^2$ . 为了消除残差正负值的影响, 将其平方后并在流动区域上进行积分可得总体残差为

$$L = \int_0^1 \delta^2(u) du. \quad (15)$$

可知总体残差是以  $a$  和  $b$  为变量的函数. 为了获得总体残差  $L$  的极小值, 令

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0. \quad (16)$$

这样就可得到第一个关于  $a-b$  的关系式.

由(3), (7), (8)式和(10)式可得到  $x = 0$  处的体积流速

$$q(x, t)|_{x=0} = \frac{\sigma}{2\mu\beta_\nu} R^3 C_0 \frac{2a}{x_f}. \quad (17)$$

式中,  $C_0 = C(x)|_{x=0}$

将(10)式在整个流体区域  $[0, x_f]$  上进行积分就可得到液体的体积, 同理将(17)式在时间  $[0, t]$  上进行积分也可得到液体的体积, 二者应相等, 即

$$\int_0^{x_f} S(x, t) dx = \int_0^t q(x, t)|_{x=0} dt. \quad (18)$$

由(18)式就可得到第二个关于  $a-b$  的关系式, 将(16)式和(18)式联立求解就可解出  $a$  和  $b$  的值, 根据(10)式就可得到任意横截面的润湿面积  $S(x, t)$ .

当时间项  $2\nu t \gg 1$ , 则液体前缘位置  $x_f$  可简化为

$$x_f \approx \sqrt{2b \frac{\sigma}{\mu\beta_\nu} Rt}. \quad (19)$$

(14)式和(18)式可简化为

$$\begin{aligned} \delta(u) = & \left[ 2 \left( \frac{\partial H(u)}{\partial u} \right)^2 + H(u) \frac{\partial^2 H(u)}{\partial u^2} \right. \\ & + 2bu \frac{\partial H(u)}{\partial u} \Big] (C_0 + ku^m \sin^2 \theta) + H(u) \\ & \times [\sin^2 \theta - \cos^2 \theta (\cot \alpha_1 - ku^m)^2] \\ & \times kmu^{m-1}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$b \int_0^1 (C_0 + ku^m) H^2(u) du = C_0 a. \quad (21)$$

#### 4 算例验证

为了验证本文所提方法的正确性, 应用 FLOW-3D 软件对横截面为三角形的柱体容器(图4所示)进行研究. 容器内腔是等腰三棱柱, 容器内角沿容器轴线从  $2\alpha_1$  变到  $2\alpha_1 + kx$ , 容器横

截面示意图如图5所示. 取  $2\alpha_1 = 60^\circ$ ,  $k = 0.05$ , 容器高度为 0.4 m, 则容器内角沿轴线从  $60^\circ$  变到  $60.04^\circ$ . 选用 5cSt 硅油作为实验介质, 其表面张力系数  $\sigma = 19.7 \times 10^{-3}$  N/m, 动力学黏度  $\mu = 4.575 \times 10^{-3}$  Pa·s, 密度  $\rho = 915$  kg/m<sup>3</sup>.

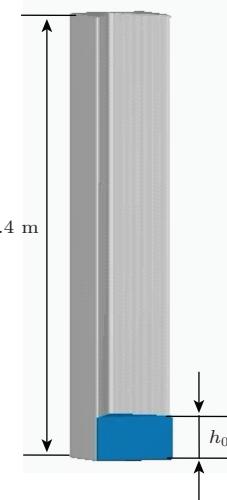


图4 容器几何形状和初始液面示意图

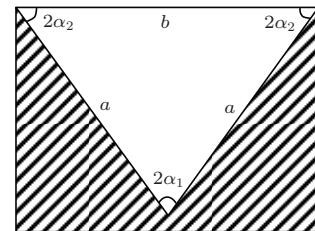


图5 容器横截面

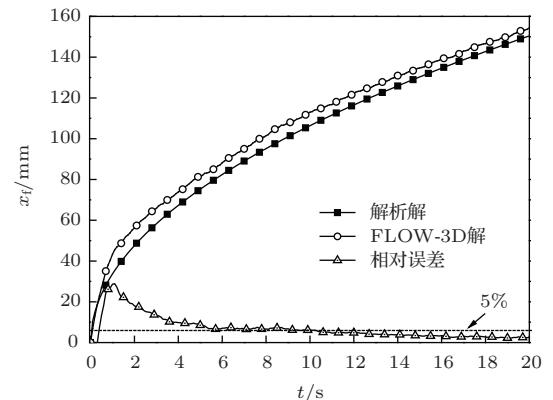


图6 变内角毛细流动前缘位置解析解与 FLOW-3D 解的曲线图

内壁边长为  $a = 48$  mm, 固液接触角  $\theta = 0^\circ$ , 初始液体高度  $h_0 = 4$  mm, 重力加速度为 0, 模拟时间为 20.0 s, 边界条件设为所有面均为固面. 提取内角处液体前缘位置随时间变化的曲线, 并与本文所

提的方法做对比, 对比曲线如图6所示。由图6可知, 解析解与FLOW-3D解变化趋势大致相同, 初始时刻相对误差较大, 但是随着时间的增大, 相对误差越来越小, 在6 s以后, 与FLOW-3D解误差不超过5%。初始时刻相对误差较大的原因在于以下几点, 首先本文所设的解析解中通过假设 $2\nu t \gg 1$ 对 $x_f$ 进行简化, 即当时间较大时, 解析解前缘位置较精确; 其次解析解假设在 $x = 0$ 处存在一个常液面高度, 而FLOW-3D没有考虑这一条件, 直接将 $x = 0$ 设在初始液体高度处; 最后FLOW-3D软件在模拟计算时, 需要花一定时间寻找一个合适的时间步, 所以前面的误差较大, 但是随着时间的增大误差会越来越小。

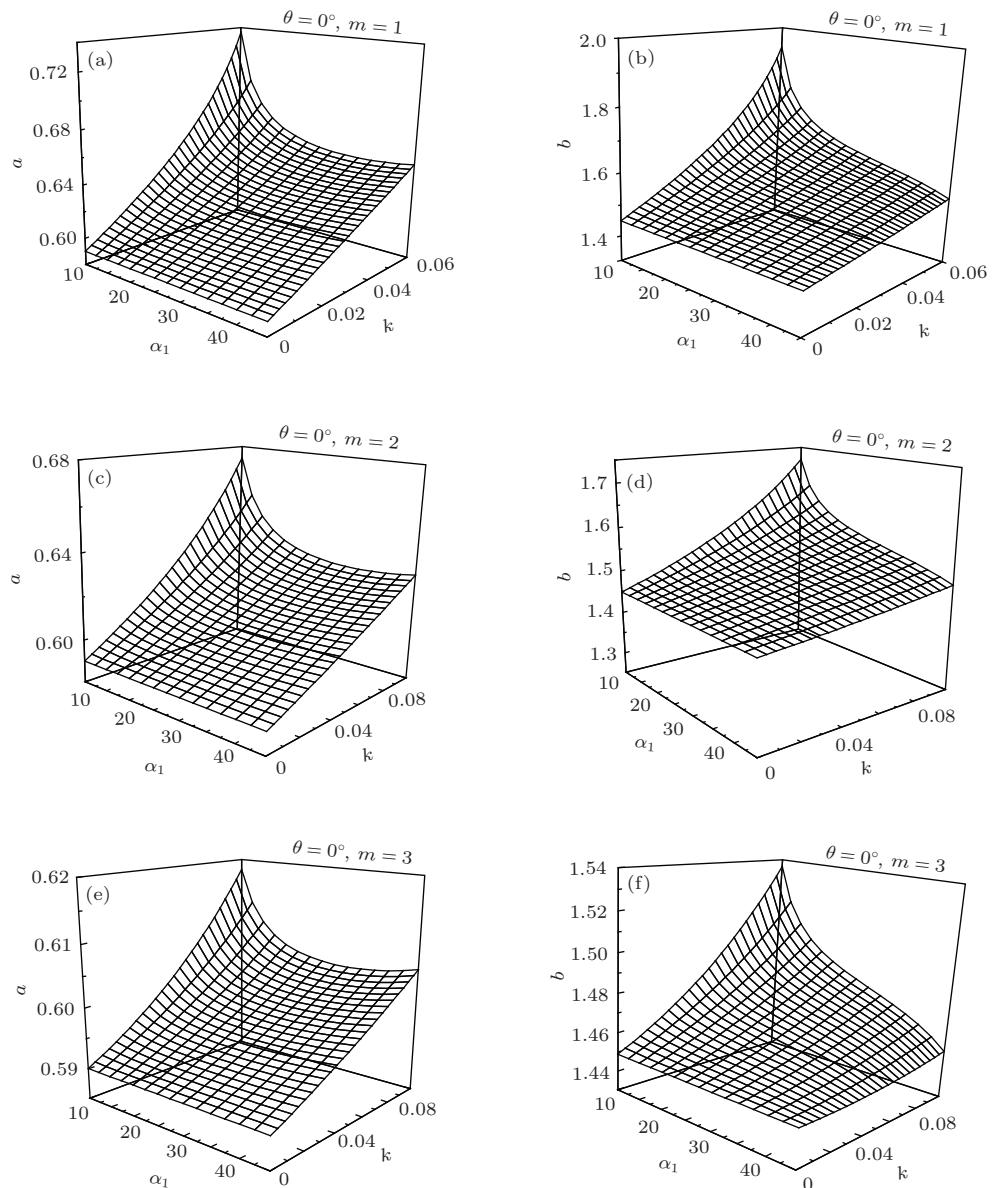
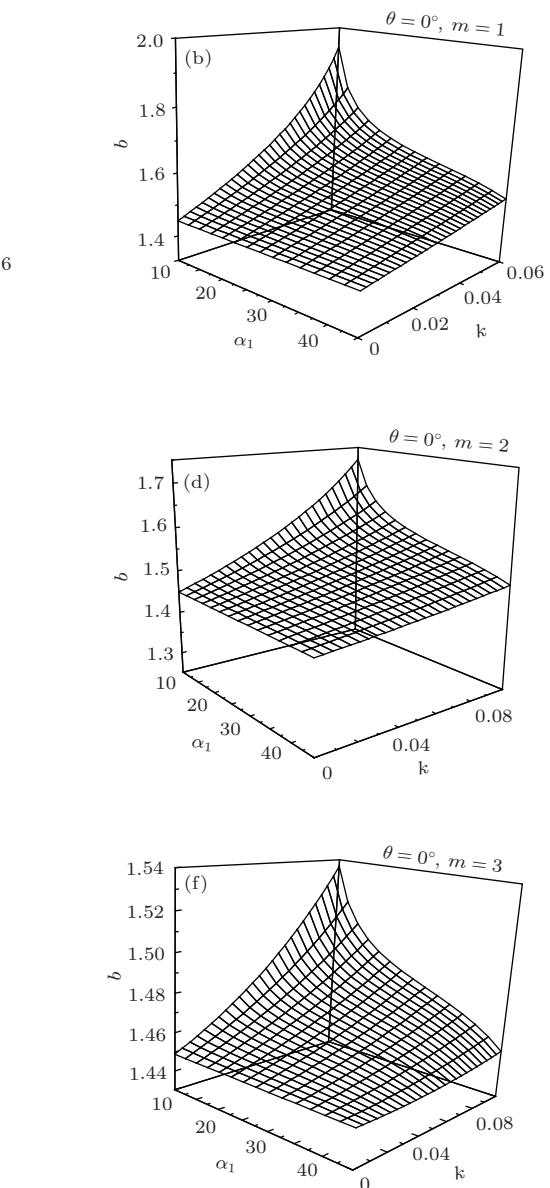


图7 不同 $m$ 时,  $a-\alpha_1-k$ 和 $b-\alpha_1-k$ 关系曲面 (a)  $m = 1$ 时,  $a-\alpha_1-k$ 关系曲面; (b)  $m = 1$ 时,  $b-\alpha_1-k$ 关系曲面; (c)  $m = 2$ 时,  $a-\alpha_1-k$ 关系曲面; (d)  $m = 2$ 时,  $b-\alpha_1-k$ 关系曲面; (e)  $m = 3$ 时,  $a-\alpha_1-k$ 关系曲面; (f)  $m = 3$ 时,  $b-\alpha_1-k$ 关系曲面

## 5 内角的变化对毛细流动的影响

当内角沿 $x$ 轴不变, 即内角为固定值时,  $k = 0$ , 可以求出 $a = 0.5901$ ,  $b = 1.4468$ , 这时润湿面积 $S(x,t)$ 和前缘位置 $x_f$ 的解析表达式与文献[5,6]相同, 这两篇文献已对固定内角的毛细流动解析近似解的精度做了详尽研究, 这里不再赘述。本节详尽讨论 $k$ 不等于零时,  $k$ 和幂指数 $m$ 对毛细流动的影响。溶液为10cSt,  $\sigma = 20.1 \times 10^{-3}$  N/m,  $\mu = 9.35 \times 10^{-3}$  Pa·s。根据文献[12], 当取 $\theta = 0^\circ$ 时, 流阻 $\beta_\nu$ 随 $\alpha_1$ 变化的值以及 $\alpha_1 = 45^\circ$ 时,  $\beta_\nu$ 随 $\theta$ 变化的值见表1。



$x = 0$  处液体的曲率半径  $R$  为<sup>[19]</sup>

$$R = \frac{p_w \cos \theta}{2\Sigma} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{4A\Sigma}{p_w^2 \cos^2 \theta} \right)^{1/2} \right], \quad (22)$$

其中  $A$  为容器截面积,  $p_w$  为容器横截面的周长,  $\Sigma = \sum_{j=1}^n (k_j F_j)/2$ ,  $k_j$  表示每个夹角包含的被液体润湿的壁面的个数,  $F_j = (\cos \theta \sin \delta_j)/\sin \alpha_j - \delta_j$ ,  $\delta_j = \pi/2 - \theta - \alpha_j$ . 在本文中容器初始横截面为菱形, 边长为 10 mm,  $k_j = 2$ ,  $n = 4$ .

图 7 为接触角  $\theta = 0^\circ$ , 幂指数  $m$  取不同值时,  $a$  和  $b$  随内角  $\alpha_1$ 、斜率  $k$  变化的关系曲面图.

从图 7 可以看出,  $a$  和  $b$  值随  $m$  的增加而降低; 当  $\alpha_1$  取固定值时,  $a$  和  $b$  随  $k$  的增加而增加, 增加的幅度随  $\alpha_1$  的增加而降低; 当  $k$  取固定值时,  $a$  和  $b$  随  $\alpha_1$  的增加而减小, 减小的幅度随  $k$  的增加而增大.

图 8 为斜率  $k = 0.01$ , 幂指数  $m$  取不同值时,  $a$  和  $b$  随内角  $\alpha_1$ 、接触角  $\theta$  变化的关系曲面图.

表 1 不同  $\alpha$ ,  $\theta$  时,  $\beta_\nu$  的值

$\beta_\nu$	$\theta = 0^\circ$					$\alpha_1 = 45^\circ$			
	$\alpha_1 = 10^\circ$	$\alpha_1 = 15^\circ$	$\alpha_1 = 30^\circ$	$\alpha_1 = 45^\circ$	$\alpha_1 = 60^\circ$	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 10^\circ$	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 30^\circ$
12.91	18.52	57.23	210.0	1158		210.0	237.8	343.9	746.4

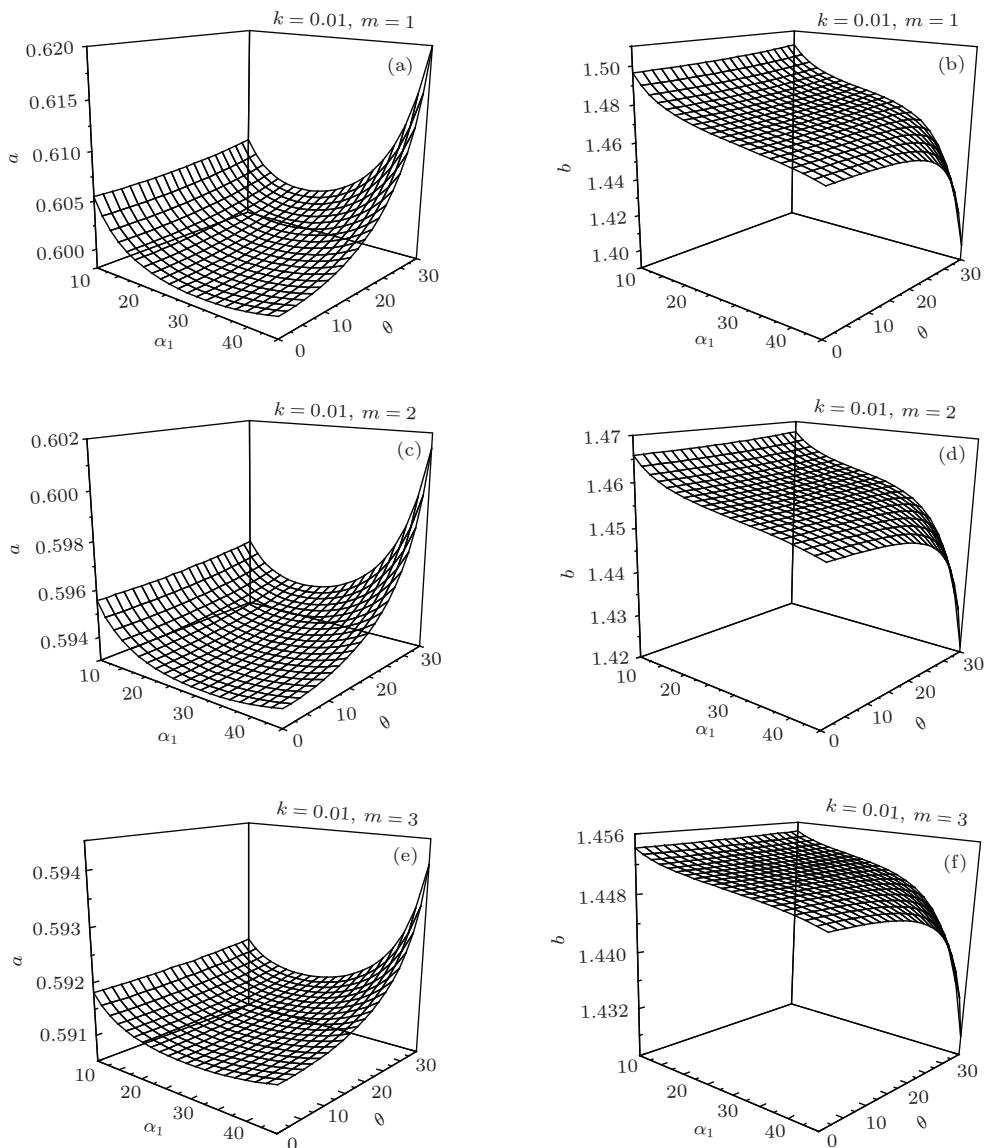


图 8 不同  $m$  时,  $a$ - $\alpha_1$ - $\theta$  和  $b$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面 (a)  $m = 1$  时,  $a$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面; (b)  $m = 1$  时,  $b$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面; (c)  $m = 2$  时,  $a$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面; (d)  $m = 2$  时,  $b$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面; (e)  $m = 3$  时,  $a$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面; (f)  $m = 3$  时,  $b$ - $\alpha_1$ - $\theta$  关系曲面

从图8可以看出,  $a$  和  $b$  值随  $m$  的增加而降低; 当  $\theta$  取固定值时,  $a$  随  $\alpha_1$  的增加呈现先降低然后再增加的趋势, 这种趋势当  $\theta$  取较大值时更加明显, 即当  $\alpha_1$  为某一值时  $a$  有极小值. 当  $\alpha_1$  取固定值时,  $a$  随  $\theta$  的增加而增加, 增加的幅度随  $\alpha_1$  的增加而增大. 当  $\theta$  取固定值时,  $b$  随  $\alpha_1$  的增加而减小, 减小的幅度随  $\theta$  的增加而增大.

图9为内角  $\alpha_1 = 45^\circ$ , 幂指数  $m$  取不同值时,  $a$  和  $b$  随接触角  $\theta$ 、斜率  $k$  变化的关系曲面图.

从图9可以看出,  $a$  和  $b$  值随  $m$  的增加而降低; 当  $k$  或  $\theta$  取固定值时,  $a$  随  $\theta$  或  $k$  的增加而增加, 增加的幅度随  $k$  或  $\theta$  的增加而急剧变大. 当  $k$  取固定值时,  $b$  随  $\theta$  的增加而减小, 减小的幅度随  $k$  的增加而变大; 当  $\theta$  取常数但小于某一值时,  $b$  随  $k$  的增加而变大, 但当  $\theta$  大于某一值时,  $b$  随  $k$  的增加而减小.

图10为不同内角、接触角、斜率和幂指数下, 液体前缘位置  $x_f$  的曲线图.

从图10中可以看到, 前缘位置随内角、接触角、斜率和幂指数的增大而降低. 在空间流体管理时, 可以利用这一特点进行设计, 如果要保持容器液面平整, 就要降低内角处毛细流动的爬升高度, 可将内角设计的较大且内角随轴线有较大变化, 选取较大接触角的溶液; 如要输送液体时就要增加液体爬升的高度, 此时可将内角设计的较小且内角不随轴线变化, 选取较小接触角的溶液.

图11为不同内角、接触角和幂指数下, 横截面的液面高度  $h$  的曲线图.

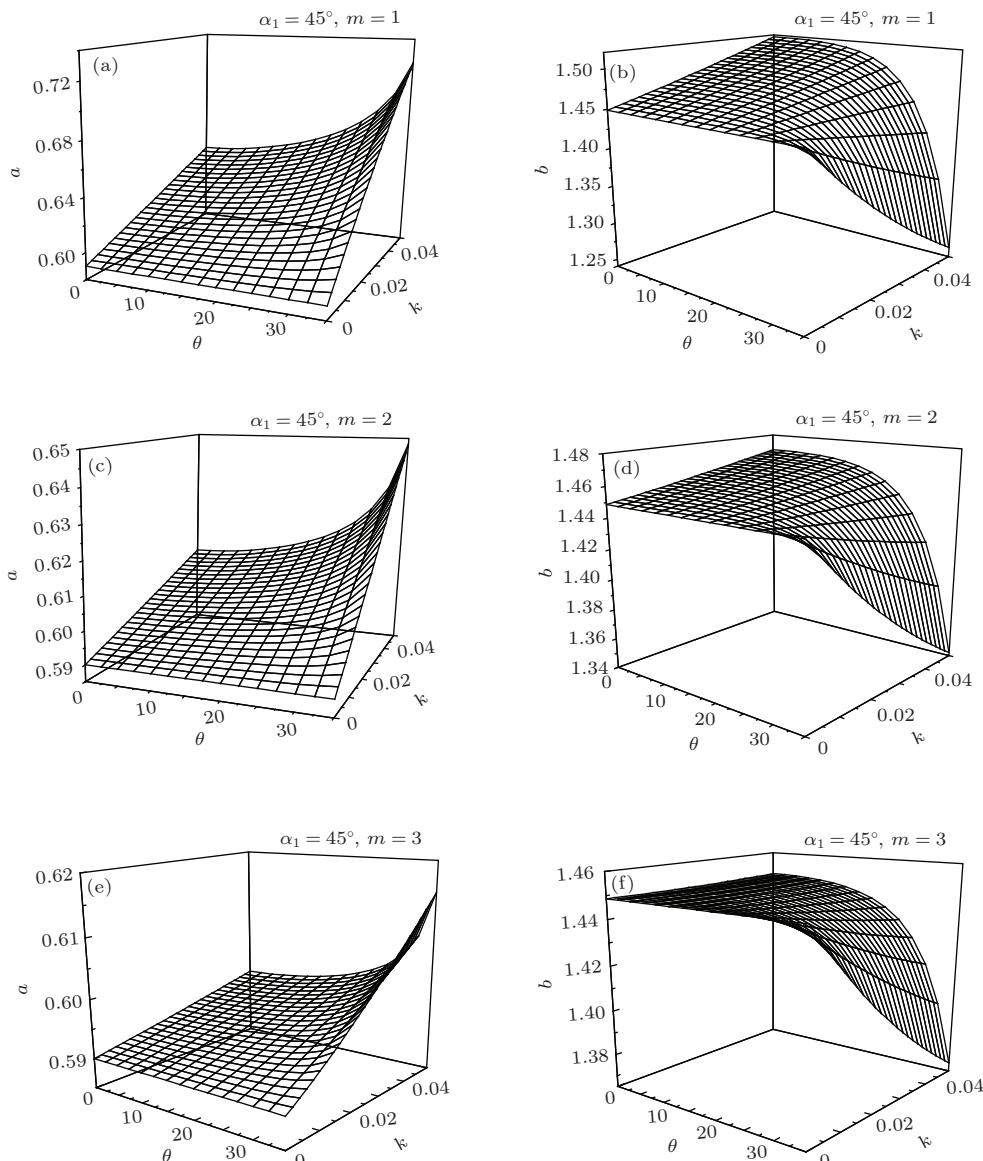


图9 不同  $m$  时,  $a$ - $\theta$ - $k$  和  $b$ - $\theta$ - $k$  关系曲面 (a)  $m = 1$  时,  $a$ - $\theta$ - $k$  关系曲面; (b)  $m = 1$  时,  $b$ - $\theta$ - $k$  关系曲面; (c)  $m = 2$  时,  $a$ - $\theta$ - $k$  关系曲面; (d)  $m = 2$  时,  $b$ - $\theta$ - $k$  关系曲面; (e)  $m = 3$  时,  $a$ - $\theta$ - $k$  关系曲面; (f)  $m = 3$  时,  $b$ - $\theta$ - $k$  关系曲面

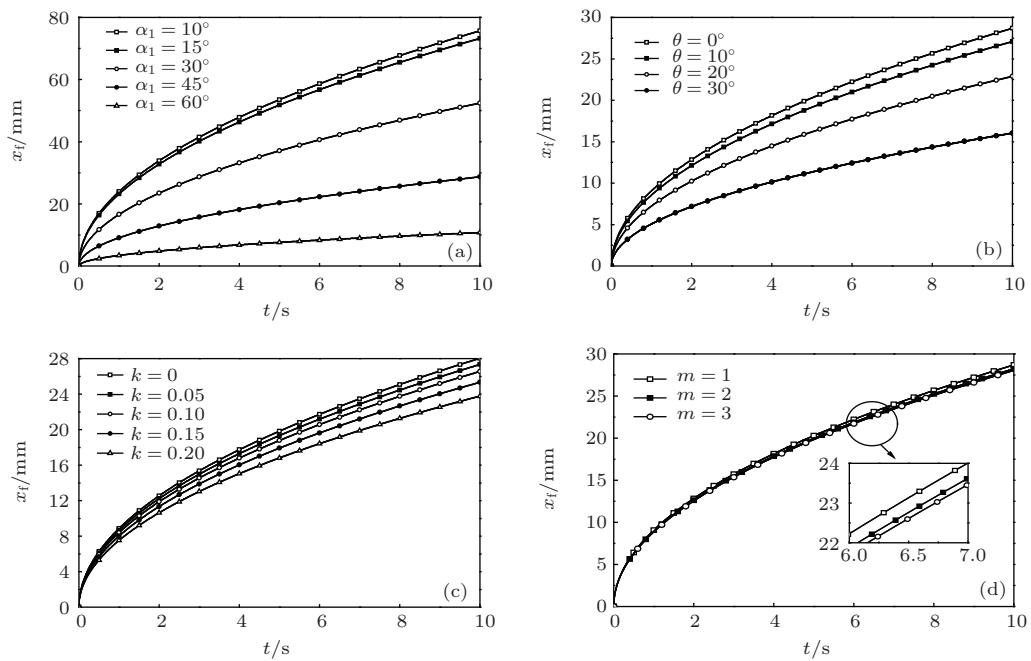


图10 不同  $\alpha_1$ ,  $\theta$  和  $k$  下, 液体前缘位置  $x_f$  曲线图 (a)  $m = 1$ ,  $k = 0.05$ ,  $\theta = 0^\circ$ ; (b)  $m = 1$ ,  $k = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ; (c)  $m = 1$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ; (d)  $k = 0.05$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$

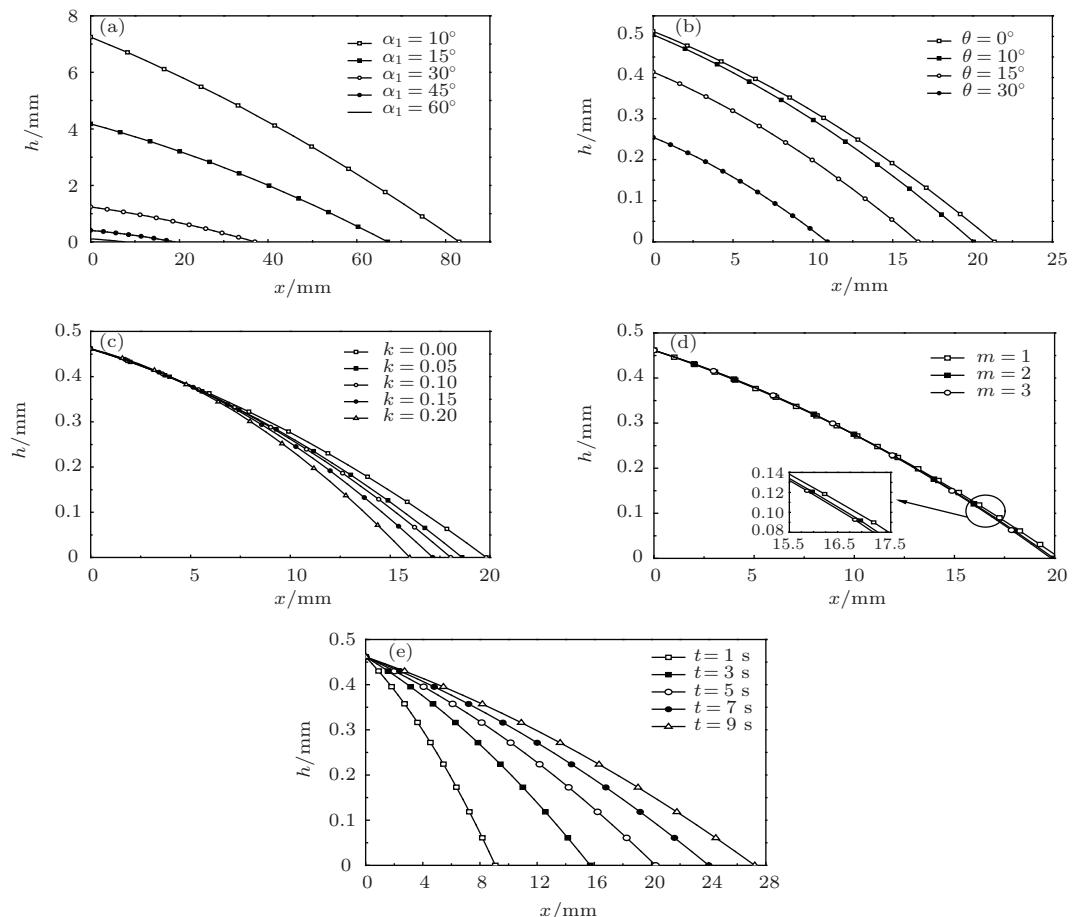


图11 不同内角、斜率、幂指数和接触角下, 液面高度  $h(x,t)$  曲线图 (a)  $m = 1$ ,  $t = 5$  s,  $k = 0.05$ ,  $\theta = 0^\circ$ ; (b)  $m = 1$ ,  $t = 5$  s,  $k = 0.05$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ; (c)  $m = 1$ ,  $t = 5$  s,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ; (d)  $t = 5$  s,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $k = 0.05$ ; (e)  $m = 1$ ,  $\theta = 0^\circ$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $k = 0.05$

从图 11 可以看出, 任意相同时刻 ( $t > 0$ ), 液面高度随着内角、内角斜率、内角幂指数和接触角的增大而减小。由图 11(e) 可知, 不同时刻,  $x > 0$  处的液面高度随着时间的增大而增大, 但在初始  $x = 0$  处存在一个常高度条件, 即此处液面的高度  $H$  保持不变, 这在 Weislogel 的实验中 [7] 已经得到证实。在空间流体管理时, 可以利用以上特点进行设计, 如果在输送液体时要保持容器横截面的液体占有率大一些, 就要增大内角处毛细流动的液面高度, 这时可将内角设计的较小并且内角随轴线变化较小, 并且选择接触角较小的液体; 如果在输送液体时要保持容器横截面的液体占有率小一些, 就要减小内角处毛细流动的液面高度, 这时就可将内角设计的较大并且内角随轴线变化较大, 并且选择接触角较大的液体。

## 6 结 论

本文研究了在满足 Concus-Finn 条件时, 微重力环境下内角沿容器轴线变化时的毛细驱动流问题, 建立了变内角的毛细流动控制方程, 获得了变内角流动的近似解析解。研究了不同参数对内角流动的影响规律, 得出液体前缘位置和液体高度均随内角、接触角、内角斜率和内角幂指数的增大而减小; 不同时刻,  $x > 0$  处的液面高度随着时间的增大而增大, 但在初始  $x = 0$  处存在一个常高度, 不随时间的变化而变化。在空间流体管理时, 可以根据本文的工作进行容器设计和选择适合的溶液。如果要保持容器液面平整, 就要降低内角处毛细流动的爬升高度, 这时就可将内角设计的较大并且内角随轴线有较大变化, 选取较大接触角的溶液; 如要输送液体时就要增加液体爬升的高度, 此时就要将内角设计的较小并且内角不随轴线变化, 选取较小接触角的溶液。如果在输送液体时要保持容器横截面的液体占有率大一些, 就要增大内角处毛细流动的液面高度, 这时就可将内角设计的较小并且内角随轴线变化较小, 并且选择接触角较小的液体; 反之,

亦然。

## 参 考 文 献

- [1] Hu W R, Xu S C 1999 *Microgravity Fluid Mechanics* (Beijing: Science Press) pp1–5 (in Chinese) [胡文瑞, 徐硕昌 1999 微重力流体力学(北京: 科学出版社) 第1—5页]
- [2] Duan L, Kang Q 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3149
- [3] Xie H Q, Zhong Z, Zhang L Q, Liang G Y, Mizuseki H, Kawazoe Y 2012 *Chin. Phys. B* **12** 124703
- [4] Mason G, Morrow R N 1991 *J. Colloid Interface Sci.* **141** 262274
- [5] Dong M, Chatzis I 1995 *J. Colloid Interface Sci.* **172** 278288
- [6] Wei Y X, Chen X Q, Huang Y Y 2011 *Sci. China Ser E* **41** 1218 (in Chinese) [魏月兴, 陈小前, 黄奕勇 2011 中国科学: 技术科学 41 12181224]
- [7] Weislogel M 1996 *NASA-TM-* **107364**
- [8] Weislogel M M, Jenson R, Chen Y K, Collicott S H, Klatte J, Dreyer M 2009 *Acta Astronaut* **65** 861869
- [9] Wang C X, Xu S H, Sun Z W, Hu W R 2010 *Int. J. Heat Mass Transf.* **53** 18011807
- [10] Xu S H, Wang C X, Sun Z W, Hu W R 2007 *J. Jpn. Soc. Microgravity Appl.* **24** 275278
- [11] Concus P, Finn R 1990 *Microgravity Sci. Tec.* **3** 8792
- [12] Ransohoff T C, Radke C J 1988 *J. Colloid Interface Sci.* **121** 392401
- [13] Chen Y K, Weislogel M M, Nardin C L 2006 *J. Fluid Mech.* **566** 235271
- [14] Chen Y K, Weislogel M M, Bolreddula D A 2007 *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Reno, Nevada, January 8–11, 2007 paper AIAA-2007-745*
- [15] Xu S H, Zhou H W, Wang C X, Wang L W, Sun Z W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134702 (in Chinese) [徐升华, 周宏伟, 王彩霞, 王林伟, 孙祉伟 2013 物理学报 **62** 134702]
- [16] Li J H, Chen X Q, Huang Y Y, Bai Z Y 2012 *Sci. China Ser E* **42** 957962 (in Chinese) [李京浩, 陈小前, 黄奕勇, 白玉铸 2012 中国科学: 技术科学 **42** 957962]
- [17] Li Y Q, Zhang C H, Liu L, Duan L, Kang Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044701 (in Chinese) [李永强, 张晨辉, 刘玲, 段俐, 康琦 2013 物理学报 **62** 044701]
- [18] Li Y Q, Liu L, Zhang C H, Duan L, Kang Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024701 (in Chinese) [李永强, 刘玲, 张晨辉, 段俐, 康琦 2013 物理学报 **62** 024701]
- [19] Weislogel M M, Collicott S H 2002 *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit Reno, Nevada, January 14–17, 2002 paper AIAA-2002-0757*

# A study of capillary flow in variable interior corners under microgravity\*

Li Yong-Qiang<sup>†</sup> Liu Ling

(Institute of Applied Mechanics, College of Science, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

(Received 2 March 2014; revised manuscript received 3 July 2014 )

## Abstract

This paper investigates the capillary flows in variable interior corners along the axis when a microgravity environment and the Concus-Finn condition are satisfied. The governing equation for capillary-driven flows in variable interior corners is established, and an approximately analytic solution is obtained. Then we compare the approximately analytic solution with the numerical simulation results obtained using the software FLOW-3D. Results show that the relative error between the approximately analytical and numerical solutions is getting smaller and smaller with increasing time, and it will be less than 5% after 6 s. The influence of different parameters on the interior corner flow is studied using a set of typical parameters. Numerical results show that the liquid-front position and meniscus height decrease with increasing interior angles, contact angle, slope, and power exponent. The liquid meniscus height increases with the duration at different times. But it remains constant at the initial time. The conclusion of this paper can be applied when designing containers and choosing the suitable solution in the space fluid management.

**Keywords:** variable interior corners, capillary driven flows, approximate analytic solution, front position

**PACS:** 47.35.Pq, 47.11.-j

**DOI:** 10.7498/aps.63.214704

\* Project supported by the National microgravity laboratory opened subject funded project, Chinese Academy of Sciences.

† Corresponding author. E-mail: [yqli@mail.neu.edu.cn](mailto:yqli@mail.neu.edu.cn)