

非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振研究*

孙中奎† 鲁捧菊 徐伟

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2014年4月5日收到; 2014年6月25日收到修改稿)

研究了不同周期信号调制下非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振问题. 针对该网络系统, 首先运用高斯近似和役使原理对其进行降维, 推导了其简化模型. 在绝热近似条件下, 利用Fokker-Planck方程分别得到了余弦信号和矩形信号调制下信噪比的解析表达式. 在此基础上, 研究了系统的尺度随机共振行为, 并讨论了非对称性、噪声强度、周期信号的振幅和耦合系数对系统尺度随机共振的影响. 结果表明, 两种情形下信噪比均是系统尺度的非单调函数, 说明在此网络系统中产生了共振现象.

关键词: 尺度随机共振, 非对称双稳耦合网络系统, 余弦信号, 矩形信号

PACS: 05.10.Gg, 05.40.-a, 64.60.aq

DOI: 10.7498/aps.63.220503

1 引言

对随机共振的研究源于1981年Benzi等^[1]对地球古气象冰川问题的研究. 他们认为随机共振是在非线性系统中输入信号和噪声而在输出时所表现出来的协作效应. 这一概念的提出改变了人们过去对噪声的负面认识, 让人们意识到噪声也具有积极的作用. 随机共振提出以后, 迅速引起了国内外研究人员的广泛关注^[2-8], 并在实验和理论方面进行了大量研究^[9-16], 不仅提出了一批经典随机共振理论, 例如绝热近似理论、线性响应理论、驻留时间分布理论等^[17-19], 而且有效拓宽了随机共振的内涵, 并相继提出了多种新类型的随机共振, 诸如非周期随机共振^[20-23]、参数调节随机共振^[24,25]、单稳态随机共振^[26,27]、相干随机共振^[28-31]、耦合随机共振^[32,33]等. 特别是实验研究方面的进展^[2,3], 更为随机共振现象的发现提供了直观、可信服的证据. 随机共振的深入研究也有力地推动了随机共振在不同领域的应用^[34-36], 如生物信号处理、视觉图像与听觉识别、光信号处

理等.

随着复杂网络^[37-40]的提出和兴起, 国内外研究人员不再满足于对一维系统或者多变量低维系统随机共振行为的研究, 而逐渐将目标聚集到对高维系统——网络系统随机共振行为的研究中^[41-46]. 特别地, Pikovsky等^[41]研究了周期力激励下非关联高斯白噪声驱动的双稳耦合网络系统的随机共振问题, 结果表明, 在一定的耦合尺度下可以得到最佳的响应输出, 这种系统输出响应随着网络系统规模的变化所呈现出来的非单调趋势的现象被称为系统尺度随机共振. 随后, Bezrukov等^[34]在离子通道阵列实验中观察到了共振现象; Schmid等^[42,43]对生物系统中Hodgkin-Huxley模型的研究表明, 随着离子通道数目的变化, 通过生物细胞膜的离子浓度呈现出明显的随机共振现象; 在缺少外力激励时, 耦合FitzHugh-Nagumo系统^[44]整体输出的规则性在一定的系统尺度下达到最优; Tessone等^[45]研究了社会动力系统中的尺度随机共振问题. 系统尺度随机共振的提出, 进一步拓宽了随机共振的研究范畴, 也加深了人们对噪声和非线性协同作用的认识. 然而, 目前对网络系统

* 国家自然科学基金(批准号: 11272258, 11102156)和陕西省青年科技新星和西北工业大学基础研究基金资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: sunzk@nwpu.edu.cn

尺度随机共振的研究, 关注的都是对称网络系统, 即网络节点上耦合的是对称双稳系统, 而对于非对称网络系统的随机共振研究比较少见. 与对称系统相比, 非对称系统具有更普适的理论基础和实用价值, 当然对非对称系统的研究也更具难度.

鉴于此, 本文研究了高斯白噪声驱动的非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振现象, 运用高斯近似和役使原理对网络系统进行了降维, 在绝热近似条件下, 得到了不同信号激励下系统输出信噪比的解析表达式. 在此基础上, 进一步讨论了非对称性、噪声强度、振幅等参数对系统尺度随机共振行为的影响. 本文的结构安排如下: 在第2部分, 我们运用高斯近似和役使原理对非对称双稳耦合网络系统进行了降维, 得到了该网络系统的简化模型; 随后, 利用Fokker-Planck (FPK) 方程分别推导了在余弦信号(第3部分)和周期信号(第4部分)激励下系统信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)的解析表达式, 借助其表达式研究了系统的随机共振行为, 并讨论了各个参数对随机共振的影响; 第5部分进行了总结.

2 非对称双稳耦合网络系统及其简化模型

考虑由加性高斯白噪声驱动过的阻尼非对称双稳耦合网络系统, 其模型可由以下朗之万方程表示:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i - x_i^3 + r + \frac{C}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - x_i) + \sqrt{2D}\varepsilon_i(t) + s(t), \quad (1)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, N$, $\varepsilon_i(t)$ 是零均值高斯白噪声且满足

$$\langle \varepsilon_i(t)\varepsilon_j(t') \rangle = \delta_{ij}\delta(t-t'),$$

r 表示势阱的非对称性, C 表示耦合系数, N 表示系统尺度, D 表示噪声强度, $s(t)$ 表示周期信号.

利用高斯近似^[46]对上述非对称双稳耦合网络系统(1)进行简化: 令 $\delta_i = x_i - X$, 显然 δ_i 是零均值且方差为 M 的独立高斯随机变量, 其中 x_i 的平均场

$$X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i,$$

δ_i 的方差

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i^2.$$

根据高斯近似方法可以得到关于 X 和 M 的随机微分方程:

$$\dot{X} = X - X^3 - 3MX + r + \sqrt{\frac{2D}{N}}\eta(t) + s(t), \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}\dot{M} = M - 3X^2M - 3M^2 - CM + D, \quad (3)$$

其中, $\eta(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i(t)$ 是零均值高斯白噪声, 且满足 $\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = \delta(t-t')$.

再利用役使原理^[47], 上述随机微分方程可以在分岔点附近进一步简化, 进而得到如下一维简化模型, 即 Langevin 方程:

$$\dot{X} = -U'(X) + \sqrt{\frac{2D}{N}}\eta(t) + s(t), \quad (4)$$

其中

$$U(X) = -\frac{a}{2}X^2 + \frac{b}{4}X^4 - rX.$$

显然在 $-\sqrt{\frac{4a^3}{27b}} < r < \sqrt{\frac{4a^3}{27b}}$ 条件下简化模型(4)是非对称双稳系统. 令 $U'(X) = 0$, 可得它的两个稳定点 $X_{\pm}$ 和一个不稳定点 X_u 分别为

$$\begin{aligned} X_- &= -2\sqrt{\frac{a}{3b}} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(r\sqrt{\frac{27b}{4a^3}}\right) - \frac{\pi}{3}\right), \\ X_+ &= 2\sqrt{\frac{a}{3b}} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(r\sqrt{\frac{27b}{4a^3}}\right)\right), \\ X_u &= -2\sqrt{\frac{a}{3b}} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(r\sqrt{\frac{27b}{4a^3}}\right) + \frac{\pi}{3}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

式中,

$$\begin{aligned} a &= 1 + 0.5(C-1) - 0.5[(C-1)^2 + 12D]^{1/2}, \\ b &= -0.5 + 1.5(C-1)[(C-1)^2 + 12D]^{-1/2}. \end{aligned}$$

3 余弦信号激励下的尺度随机共振

3.1 信噪比

当 $s(t) = A \cos(\omega t)$ 时, 根据经典随机共振理论可得 FPK 方程:

$$\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (A(x)p(x, t)) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{B(x)}{2} p(x, t) \right), \quad (6)$$

其中 $A(x) = ax - bx^3 + r + A \cos(t)$, $B(x) = \frac{2D}{N}$.

令 $\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = 0$, 求解 (6) 式可得稳态概率密度为

$$p_{\text{st}}(x, t) = N_0 \exp \left\{ -\frac{\Phi(x)}{D/N} \right\}, \quad (7)$$

其中 N_0 为归一化常数,

$$\Phi(x) = \frac{D}{N} \ln B(x) - \int A(x) dx$$

为广义势函数.

利用平均首次穿越时间的定义和最速下降法^[48], 可得粒子由 X_+ 所在的势阱跃迁到 X_- 所在势阱的跃迁率及相应的逆跃迁率为

$$W_{\pm} = \frac{|U''(X_u)U''(X_{\pm})|^{1/2}}{2\pi} \times \exp \left\{ -\frac{\Phi(X_u) - \Phi(X_{\pm})}{D/N} \right\}. \quad (8)$$

根据两态模型理论^[17], 对跃迁率 $W_{\pm}$ 关于弱周期信号 $s(t) = A \cos(\omega t)$ 展开到 A 的一次项, 即可得到如下表达式:

$$\begin{aligned} W_+ &= \alpha_1 - \beta_1 A \cos(\omega t), \\ W_- &= \alpha_2 - \beta_2 A \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= W_+|_{s(t)=0}, \quad \alpha_2 = W_-|_{s(t)=0}, \\ \beta_1 &= -\frac{dW_+}{ds(t)} \Big|_{s(t)=0}, \quad \beta_2 = -\frac{dW_-}{ds(t)} \Big|_{s(t)=0}. \end{aligned}$$

在绝热近似条件下, 系统在各个势阱达到局部平衡所需时间远小于两势阱之间概率平衡所需时间. 从而可得信噪比的解析表达式:

$$\text{SNR} = \frac{A^2 \pi (\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1)^2}{4 \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 + \alpha_2)}. \quad (10)$$

3.2 对称双稳系统的尺度随机共振

当 $r = 0$ 时, 非对称双稳网络系统就退化成对称双稳网络系统^[41]. 图 1 给出了信噪比 SNR 随系

统尺度 N 的变化曲线. 从图中可以看出, SNR 随着 N 的增大先增大后减小, 在 $N = 2$ 处存在最大值, 这说明随着网络规模的变化, 在 $N = 2$ 处该网络系统的输出达到了最大, 因此产生了尺度随机共振.

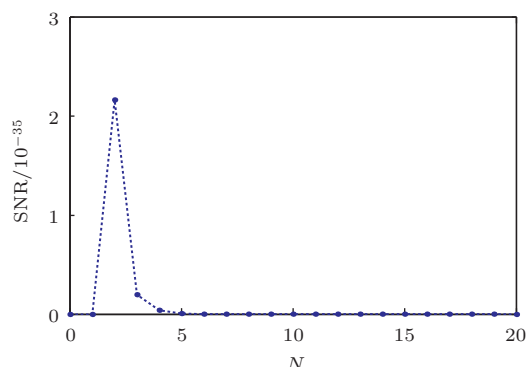


图 1 SNR 随系统尺度 N 的变化 ($C = 4$, $A = 0.02$, $D = 0.1$)

为了验证上述结果的准确性, 我们对网络系统 (1) 进行了数值模拟, 得到了系统平均场 $X(t)$ 随时间 t 的演化过程. 图 2(a)—(c) 分别反映了系统尺度 $N = 3, 2, 1$ 时的时间历程. 对比三幅图可以明显看出, 当 $N = 2$ 时平均场的演化明显更具有周期性. 这也说明此时产生了随机共振现象, 这与图 1 的结论一致.

3.3 非对称双稳系统的尺度随机共振

当 $r \neq 0$ 时, 网络系统 (1) 表示非对称双稳耦合网络系统. 借助信噪比的解析表达式 (10) 式, 讨论余弦信号激励下各个参数对系统 SNR 的影响.

图 3 显示了 SNR 作为系统尺度 N 的函数随着非对称性 r 的演化曲线. 从图中不难看出, SNR 曲线随着 N 的变化出现了明显的单峰, 这说明随着系统尺度的变化, 系统产生了随机共振. 例如, 当非对称性 $r = 0.07$ 时, SNR 随着系统尺度 N 的变化在 $N = 6$ 处出现了最大值, 表明系统在系统尺度 $N = 6$ 处产生了最大信号输出, 因此出现了尺度随机共振. 此外, 图 3 还显示了 $r = 0.03, 0.05, 0.07, 0.09$ 时的 SNR 曲线, 发现随着非对称性 r 的增大, SNR 的峰值不断升高, 并且出现峰值的位置也逐渐向左移动, 说明非对称性越强, 出现尺度随机共振的系统尺度 N 越小. 因此, 非对称性对系统尺度随机共振具有重要的影响.

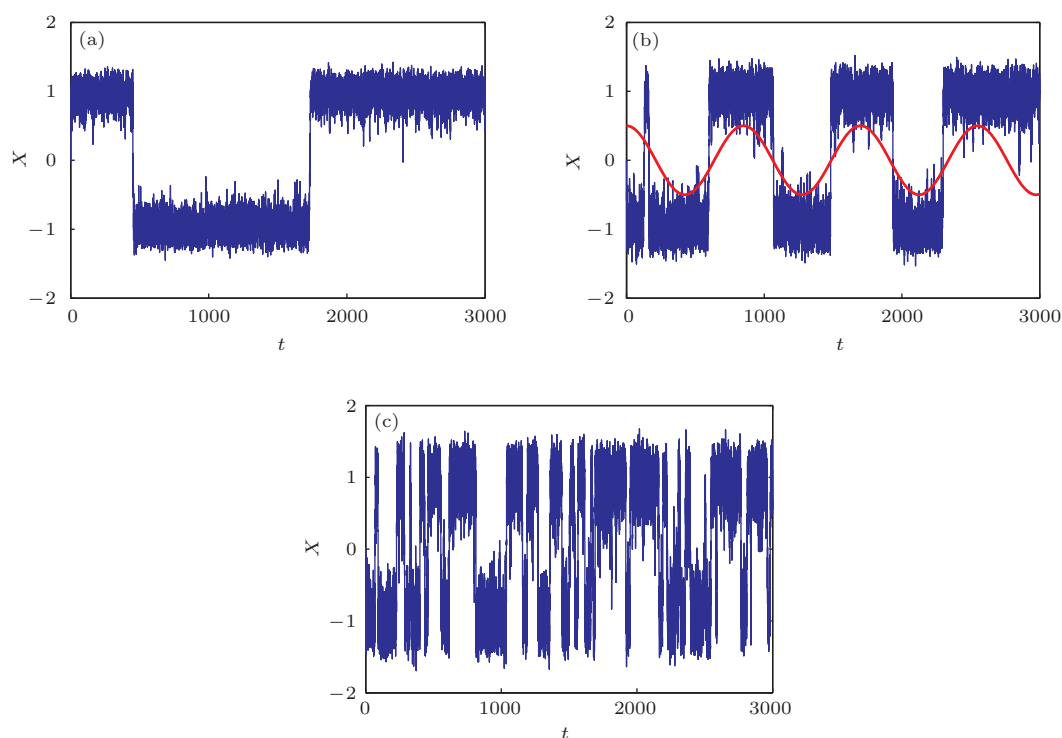


图2 平均场 $X(t)$ 随时间 t 变化的时间历程 ($C = 4$, $A = 0.02$, $D = 0.1$) (a) $N = 3$; (b) $N = 2$; (c) $N = 1$

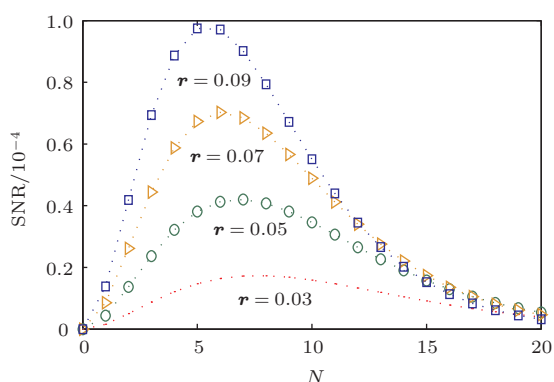


图3 SNR作为系统尺度 N 的函数随着非对称性 r 的变化 ($C = 4$, $A = 0.02$, $D = 0.5$)

图4反映了SNR作为系统尺度 N 的函数随着噪声强度 D 的变化曲线. 从图中可以观察到, 信噪比曲线随着 N 的变化在 D 取不同的值时均出现了明显的非单调形状, 这说明随着系统尺度的变化, 系统产生了随机共振现象. 且曲线上的最大值随着 D 的增大而增大, 其位置也随之逐渐向右移动, 说明噪声强度越大出现随机共振的系统尺度越大.

图5描述的是SNR作为系统尺度 N 的函数随着周期信号振幅 A 的变化曲线. 由图可见, 当 A 取不同的值时, SNR均随着 N 的增大先增大后减小, 即SNR是 N 的非单调函数. 如当振幅 $A = 0.1$ 时,

SNR随着 N 的增大先增大后减小, 在 $N = 8$ 处达到最大, 说明此时出现了随机共振. 且SNR随着周期力振幅的增大而增大, 均在 $N = 8$ 处取得最大值, 说明随着振幅的变化, 随机共振在相同的尺度下出现.

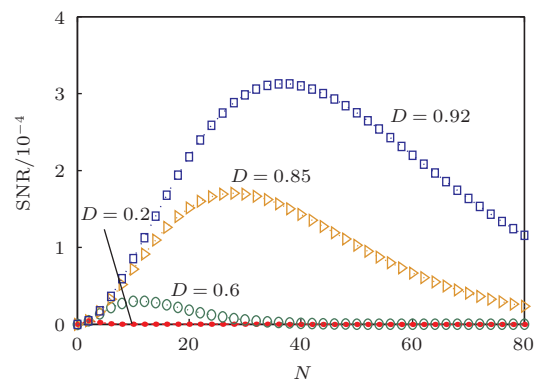


图4 SNR作为系统尺度 N 的函数随着噪声强度 D 的变化 ($r = 0.03$, $C = 4$, $A = 0.02$)

图6给出了SNR作为系统尺度 N 的函数随着耦合系数 C 的变化曲线. 如图6所示, 信噪比曲线呈钟形, 且存在最大值, 这意味着系统在最大值处产生了随机共振. 当耦合系数发生变化时, SNR的最大值随着 C 的增大呈增大趋势, 随后又随着 C 的增大而减小, 其位置也随之先向右移动后向左移动, 说明随着耦合系数的增大, 出现随机共振的系

统尺度先增大后减小.

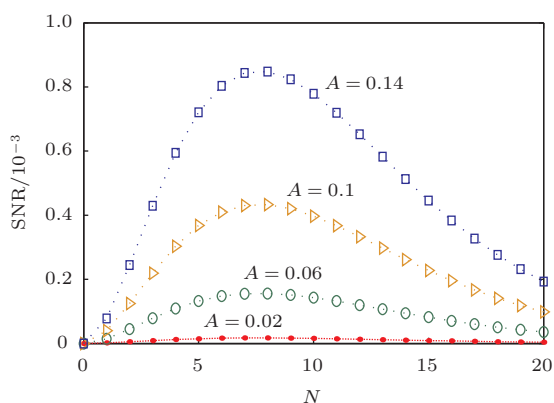


图5 SNR作为系统尺度 N 的函数随着周期信号振幅 A 的变化 ($r = 0.03$, $C = 4$, $D = 0.5$)

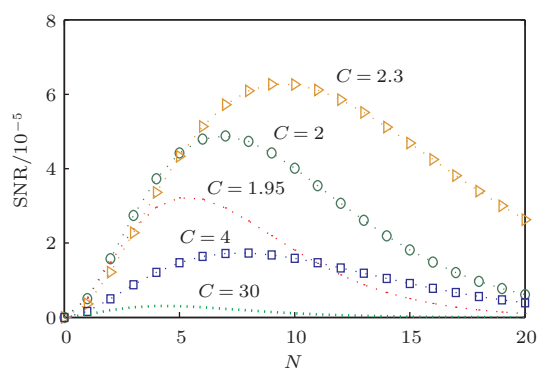


图6 SNR作为系统尺度 N 的函数随着耦合系数 C 的变化 ($r = 0.03$, $D = 0.5$, $A = 0.02$)

4 矩形信号激励下的尺度随机共振

4.1 信噪比

当 $s(t) = AG(t)$ 时, 其中 $G(t)$ 是周期为 T 的矩形信号, 由下式给出:

$$G(t+T) = G(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < T/2 \\ -1 & T/2 < t < T \end{cases}. \quad (11)$$

设 $\pm X_0 = \pm\sqrt{a/b}$ 和 $X_{\text{un}} = 0$ 分别是未扰系统

$$U^*(X) = -\frac{a}{2}X^2 + \frac{b}{4}X^4$$

的稳定点和不稳定点. 在绝热近似条件下, 由(8)式得粒子由 $+X_0$ 所在的势阱跃迁到 $-X_0$ 所在势阱的跃迁率及相应的逆跃迁率为^[49]

$$W_{\pm}^* = \omega_0 \exp[\pm p \pm \nu G(t)]. \quad (12)$$

经计算得:

$$W_{\pm}^* = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{N a^2}{D 4b}\right\} \exp\left\{-\frac{N}{D}\right\} \times \left[\pm r \sqrt{\frac{a}{b}} \pm A \sqrt{\frac{a}{b}} G(t)\right], \quad (13)$$

故有

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{N a^2}{D 4b}\right\}, \\ p &= r \frac{N}{D} \sqrt{\frac{a}{b}}, \\ v &= A \frac{N}{D} \sqrt{\frac{a}{b}}. \end{aligned} \quad (14)$$

如果振幅 A 比未扰系统的势垒高度 δU^* ($\delta U^* = U^*(X_{\text{un}}) - U^*(X_0) = \frac{a^2}{4b}$) 小, $X(t)$ 可以被如下二值信号近似:

$$X(t) = X_0 d(t), \quad (15)$$

其中 $d(t) = \pm 1$, 此时问题转化为两态模型问题. 对于任意的函数 h , 有下列公式成立:

$$\begin{aligned} h[\theta G(t)] &= \frac{1}{2}[h(\theta) + h(-\theta)] \\ &+ G(t)[h(\theta) - h(-\theta)], \end{aligned} \quad (16)$$

则相关函数为

$$K(t) = \lambda \delta(t) + B_2 \langle R(0)R(t) \rangle, \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda &= S(0) \\ &= \frac{X_0^2}{2\omega_0} [\cosh^{-3}(p+v) + \cosh^{-3}(p-v)], \\ B_2 &= \frac{X_0^2}{4} [\tanh(p+\nu) - \tanh(p-\nu)]^2. \end{aligned}$$

由此可得 SNR 为^[49]

$$S(\omega) = \lambda + \frac{8}{\pi} B_2 \sum_k \frac{\delta(\omega - (2k+1)\Omega)}{(2k+1)^2}. \quad (18)$$

对于 $v \ll 1$, 有

$$\text{SNR} = \frac{8 B_2}{\pi \lambda}, \quad (19)$$

其中

$$\lambda = \frac{X_0^2}{\omega_0 \cosh^3(p)}, \quad B_2 = \frac{X_0^2 \nu^2}{\cosh^4(p)}.$$

4.2 对称双稳系统的尺度随机共振

当 $r = 0$ 时, 原非对称双稳网络系统退化成对称双稳网络系统. 图7给出了 $r = 0$ 时矩形信号激

励下对称双稳系统的SNR作为系统尺度 N 的函数随着噪声强度 D 的变化曲线. 从图中可以看出, SNR随着 N 的增大先增大后减小, 如图当 $D = 0.85$ 时, SNR在 $N = 38$ 处有最大值, 说明此时出现了随机共振. 当噪声强度发生变化时, SNR的最大值随着 D 的增大有减小的趋势, 之后又随着 D 的增大而增大, 其位置也随之逐渐向右移动, 说明噪声强度越大, 出现随机共振的系统尺度越大.

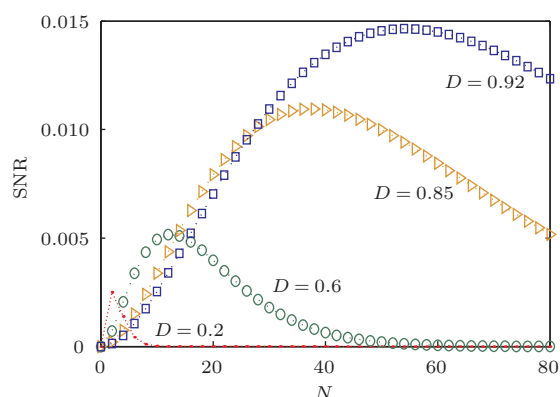


图7 SNR作为系统尺度 N 的函数随着不同噪声强度 D 的变化 ($C = 4$, $\omega = \pi/300$, $A = 0.02$)

4.3 非对称双稳系统的尺度随机共振

借助(19)式得到的SNR表达式, 我们讨论了在周期矩形信号激励下各个参数对系统SNR的影响.

图8是以噪声强度 D 为参数给出了SNR随系统尺度 N 的变化曲线. 与图7相比可以看出, 在相同大小的噪声驱动下, 非对称双稳系统达到随机共振所需的系统尺度更小.

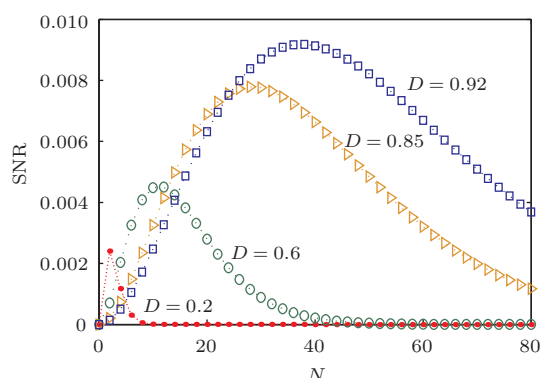


图8 SNR作为系统尺度 N 的函数随着噪声强度 D 的变化 ($r = 0.03$, $C = 4$, $A = 0.02$)

图9是以非对称性 r 为参数给出了SNR随着系统尺度 N 的演化曲线. 从图中可以看到, SNR曲

线随着系统尺度 N 的增大发生非单调变化, 存在一个最大值, 这就意味着系统随着 N 的增大出现了随机共振. 例如, 当非对称性 $r = 0.05$ 时, SNR随着系统尺度 N 的变化, 在 $N = 7$ 处有最大值, 表明系统在系统尺度 $N = 7$ 处产生了最大信号输出, 即出现了尺度随机共振. 此外, 图9还分别反映了 $r = 0.01, 0.05, 0.09, 0.11$ 时的SNR曲线, 发现随着非对称性 r 的增大, SNR的峰值不断降低, 并且出现峰值的位置也逐渐向左移动, 说明非对称性越强, 出现尺度随机共振的系统尺度 N 越小.

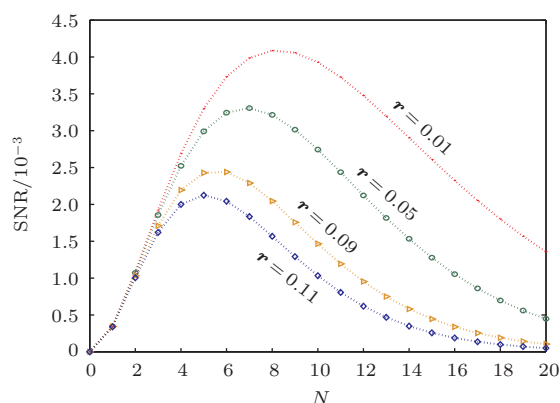


图9 SNR作为系统尺度 N 的函数随着非对称性 r 的变化 ($A = 0.02$, $C = 4$, $D = 0.5$)

图10是以周期信号的振幅 A 为参数给出了SNR随着系统尺度 N 的变化曲线. 从图中不难看出, SNR是 N 的非单调函数, 即SNR随着 N 的增大先增大后减小, 存在一个最大值. 当振幅 $A = 0.1$ 时, SNR在 $N = 8$ 处存在最大值, 说明此时出现了随机共振. 此外, SNR随着振幅 A 的增大而增大, 均在 $N = 8$ 时出现最大值, 说明随着振幅的变化在相同的尺度下出现随机共振.

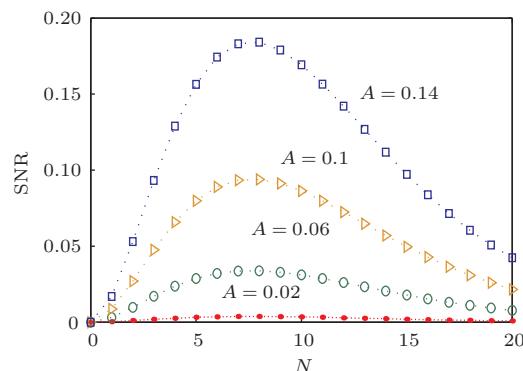


图10 SNR作为系统尺度 N 的函数随着周期信号振幅 A 的变化 ($r = 0.03$, $C = 4$, $D = 0.5$)

图 11 是以耦合系数 C 为参数给出了 SNR 随系统尺度 N 的变化曲线. 如图 11 所示, SNR 随着 N 的变化可产生随机共振现象, 存在一个最大值. 如当耦合系数 $C = 2$ 时, 在 $N = 7$ 处有最大值, 说明随着网络规模的变化, 在 $N = 7$ 处产生了尺度随机共振. 且当耦合系数发生变化时, SNR 的最大值随着 C 的增大有增大的趋势, 之后又随着 C 的增大而减小, 其位置也随之先向右移动后向左移动, 说明随着耦合系数的增大, 出现随机共振的系统尺度先增大后减小.

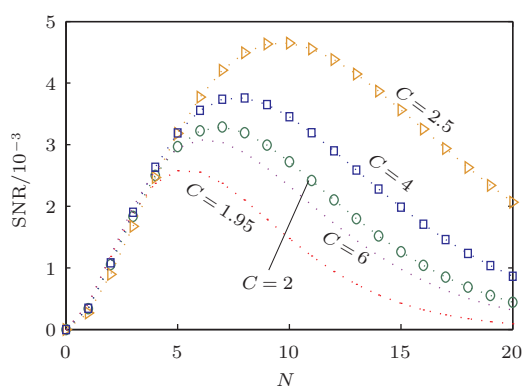


图 11 SNR 作为系统尺度 N 的函数随着耦合系数 C 的变化 ($r = 0.03$, $A = 0.02$, $D = 0.5$)

5 结 论

本文研究了两种不同信号激励下加性高斯白噪声驱动的过阻尼非对称双稳耦合网络系统的尺度随机共振行为. 基于上述系统, 借助高斯近似和役使原理对网络系统降维, 得到一个关于平均场的一维朗之万方程. 在绝热近似条件下, 结合 FPK 方程分别得到了两种信号调制下信噪比的解析表达式, 接着分析了信噪比作为系统尺度的函数随着各个参数的变化情况. 结果表明, 在两种信号激励下系统尺度随机共振的行为是一致的: 非对称性越强, 出现尺度随机共振的系统尺度越小; 而噪声强度越大, 出现随机共振的系统尺度越大; 随着耦合系数的增大, 出现随机共振的系统尺度先增大后减小; 随着周期信号振幅的变化, 在相同的尺度下出现随机共振.

参考文献

[1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 *J. Phys. A: Math. Gen.* **14** L453

[2] Fauve S, Heslot F 1983 *Phys. Lett. A* **97** 5
 [3] McNamara B, Wiesenfeld K, Roy R 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2626
 [4] Julicher F, Ajdari A, Prost J 1997 *Rev. Mod. Phys.* **69** 1269
 [5] Gammaitoni L, Hänggi P, Jung P, Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
 [6] Li J H 2002 *Phys. Rev. E* **66** 031104
 [7] Kang Y M, Xu J X, Xie Y 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036123
 [8] Wu D, Zhu S Q, Luo X Q, Wu L 2011 *Phys. Rev. E* **84** 021102
 [9] Wang Q Y, Perc M, Duan Z S, Chen G R 2009 *Phys. Rev. E* **80** 026206
 [10] Sun Z K, Yang X L, Xu W 2012 *Phys. Rev. E* **85** 061125
 [11] Sun Z K, Yang X L 2011 *Chaos* **21** 033114
 [12] Wu Y, Zhu W Q 2008 *Phys. Rev. E* **77** 041911
 [13] Gan C B, Perc M, Wang Q Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 040508
 [14] Liu L, Cao L, Zhang L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1494 (in Chinese) [刘立, 曹力, 张莉 2010 物理学报 **59** 1494]
 [15] Zhang X Y, Xu W, Zhou B C 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 030501 (in Chinese) [张晓燕, 徐伟, 周丙常 2012 物理学报 **61** 030501]
 [16] Sun Z K, Yang X L, Xiao Y Z, Xu W 2014 *Chaos* **24** 023126
 [17] McNamara B, Wiesenfeld K 1989 *Phys. Rev. A* **39** 4854
 [18] Gammaitoni L, Marchesoni F, Saetta M E, Santucci S 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 349
 [19] Zhou T, Moss F 1990 *Phys. Rev. A* **41** 4255
 [20] Collins J J, Chow C C, Capela A C, Imhoff T T 1996 *Phys. Rev. E* **54** 5575
 [21] Collins J J, Chow C C, Imhoff T T 1995 *Phys. Rev. E* **52** R3321
 [22] Heneghan C, Chow C C, Collins J J, Imhoff T T, Lowen S B, Teich M C 1996 *Phys. Rev. E* **54** R2228
 [23] Hu G, Gong D C, Wen X D, Yang C Y, Qing G R, Li R 1992 *Phys. Rev. A* **46** 3250
 [24] Li J L, Xu B H 2006 *Chin. Phys.* **15** 2867
 [25] Li J L 2007 *Chin. Phys.* **16** 340
 [26] Grigorenko A N, Nikitin S I, Roschepkin G V 1997 *Phys. Rev. E* **56** R4907
 [27] Wiesenfeld K, Pierson D, Pantazelou E, Dames C, Moss F 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 2125
 [28] Pikovsky A S, Kurths J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 775
 [29] Masoliver J, Robinson A, Weiss G H 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4021
 [30] Porra J M 1997 *Phys. Rev. E* **55** 6533
 [31] Dhara A K, Mukhopadhyay T 1999 *Phys. Rev. E* **60** 2727
 [32] Zhang Y, Hu G, Gammaitoni L 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2952
 [33] Krawiecki A 2004 *Physica A* **333** 505
 [34] Bezrukov S M, Vodyanoy I 1995 *Nature* **378** 362
 [35] Morse R P, Roper P 2000 *Phys. Rev. E* **61** 5683
 [36] Xu H M, Wang Y 2003 *Recent Developments in World Seismology* **12** 4 (in Chinese) [徐好民, 王煜 2003 国际地震动态 **12** 4]
 [37] Watt D J, Strogatz S H 1998 *Nature* **393** 440
 [38] Strogatz S H 2001 *Nature* **410** 268
 [39] Albert R, Barabasi A L 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 47

- [40] Zhu X L, Zhang H T, Sang J P, Huang S Y, Zou X W 2014 *Chin. Phys. B* **23** 068701
- [41] Pikovsky A, Zaikin A, la de Casa M A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 050601
- [42] Schmid G, Goychuk I, Hänggi P 2001 *Europhys. Lett.* **56** 22
- [43] Schmid G, Goychuk I, Hänggi P 2004 *Phys. Biol.* **1** 61
- [44] Toral R, Mirasso C R, Gunton J D 2003 *Europhys. Lett.* **61** 162
- [45] Tessone C J, Toral R 2005 *Physica A* **351** 106
- [46] Cubero D 2008 *Phys. Rev. E* **77** 021112
- [47] Wu D J, Cao L, Chen L H 1990 *Principles and Applications in Synergistics* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press) pp67–93 (in Chinese) [吴大进, 曹力, 陈立华 1990 协同学原理和应用 (武汉: 华中理工大学出版社) 第 67—93 页]
- [48] Hu G 1991 *Phys. Rev. A* **43** 700
- [49] Gerashchenko O V 2003 *Tech. Phys. Lett.* **29** 256

System size stochastic resonance in asymmetric bistable coupled network systems*

Sun Zhong-Kui[†] Lu Peng-Ju Xu Wei

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(Received 5 April 2014; revised manuscript received 25 June 2014)

Abstract

In this paper, the noise-induced dynamics is studied in an asymmetric bistable coupled network system modulated by different signals. According to the Gaussian approximation and the slaving principle, the asymmetric bistable coupled network system is reduced to a low-dimensional model with two potentials, by which the phenomenon of system size stochastic resonance is studied theoretically and numerically. Under the assumption of adiabatic limit, the expressions of signal-to-noise ratio (SNR) are found by virtue of Fokker-Planck equation with respect to cosine signal and rectangle signal, based on which the system size stochastic resonance is investigated. Further, the effects of the noise strength, the asymmetry and the amplitude of the signal on the system size stochastic resonance are well discussed. It is demonstrated that the SNR shows a non-monotonic dependence on the number of coupled systems, which is demonstrated that there is a resonance with respect to the number of coupled systems.

Keywords: system size stochastic resonance, asymmetric bistable coupled network systems, cosine signal, rectangle signal

PACS: 05.10.Gg, 05.40.-a, 64.60.aq

DOI: 10.7498/aps.63.220503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11272258, 11102156), the Shaanxi Project for Young New Star in Science and Technology and the Northwestern Polytechnical University Foundation for Fundamental Research, China.

[†] Corresponding author. E-mail: sunzk@nwpu.edu.cn