

一种设计环形汇聚光栅反射镜的新方法

马长链 黄永清 段晓峰 任晓敏 王琦 王俊 张霞 蔡世伟

A new approach to designing circular gratingfocusing reflector

Ma Chang-Lian Huang Yong-Qing Duan Xiao-Feng Ren Xiao-Min Wang Qi Wang Jun Zhang Xia Cai Shi-Wei

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 63, 240702 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.240702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

用于空间X射线通信的栅极控制脉冲发射源研究

[Grid-controlled emission source for space X-ray communication](#)

物理学报.2014, 63(16): 160701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.160701>

锥束CT平板探测器成像的余晖建模与校正方法

[Image lag modeling and correction method for flat panel detector in cone-beam CT](#)

物理学报.2013, 62(21): 210702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.210702>

基于X射线的空间语音通信系统

[A space audio cummunication system based on X-ray](#)

物理学报.2013, 62(6): 060705 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.060705>

栅长对PD SOI NMOS 器件总剂量辐照效应影响的实验研究

[Gate length dependence of SOI NMOS device response to total dose irradiation](#)

物理学报.2012, 61(24): 240703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.240703>

偏置条件对SOI NMOS 器件总剂量辐照效应的影响

[The total dose irradiation effects of SOI NMOS devices under different bias conditions](#)

物理学报.2012, 61(22): 220702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.220702>

一种设计环形汇聚光栅反射镜的新方法*

马长链 黄永清[†] 段晓峰 任晓敏 王琦 王俊 张霞 蔡世伟

(北京邮电大学, 信息光子学与光通信国家重点实验室, 北京 100876)

(2014年7月10日收到; 2014年8月13日收到修改稿)

提出了一种利用数学变换来快速设计环形汇聚光栅反射镜的方法. 通过分析具体的物理场景, 抽象出已有条形汇聚光栅的“线”汇聚特性与所要设计的“点”汇聚特性在数学上对应的变换关系, 然后用该数学变换对条形汇聚光栅进行外形上的变换, 外形变换后的条形光栅即为可以实现“点”汇聚的环形光栅. 用有限元算法对设计的环形汇聚光栅进行仿真, 仿真证明采用该方法设计的环形光栅可以很好地实现高反、高汇聚. 采用这一方法, 设计了直径为 $29.788\ \mu\text{m}$ 的环形光栅反射镜, 当垂直入射的径向偏振光从设计的环形光栅表面反射回来后将发生汇聚, 汇聚焦点位于环形光栅表面 $10\ \mu\text{m}$ 处. 经计算, 反射镜的数值孔径为 0.8302, 反射率为 0.9163, 在焦点所在的汇聚面上, 汇聚光栅电场分布的半高宽为 $1.5548\ \mu\text{m}$.

关键词: 高折射率差光栅, 环形光栅, 汇聚反射镜

PACS: 07.85.Fv, 02.10.Hh, 03.65.Vf, 42.50.St

DOI: 10.7498/aps.63.240702

1 引言

近几年, 高折射率差亚波长光栅 (high contrast gratings, HCGs)^[1–3] 在光学领域引起了广泛关注, 在汇聚透镜/反射镜方面, 更是以其良好的高反、高透及低损耗特性, 取得了长足的发展. 透镜/反射镜在垂直腔表面发射激光器 (vertical cavity surface emitting lasers, VCSELs)^[2,4]、CCD 图像传感器^[5]、信息提取器^[6]、偏振分束器^[7,8] 等诸多器件中发挥着重要作用; 但是, 传统的透镜/反射镜数值孔径 (numerical aperture, NA) 受限, 且镜的厚度很大, 与集成光学器件小型化的趋势相左; 尽管后来出现了菲涅耳透镜以及波带板^[9–11], 但是其损耗及对制作工艺的要求都不利于集成. 目前, 国内外学者已设计出基于条形 HCGs 的汇聚透镜/反射镜, 并成功集成于 VCSELs 中^[4,12]. 基于环形 HCGs 的透镜/反射镜, 由折射率交替变化的同心圆环组成, 其厚度在百纳

米量级, 而且刻蚀工艺简单、损耗低, 在集成光学领域^[13–15], 尤其在全光开关、激光器、光滤波器等重要光通信器件中具有广泛应用前景. 目前, 研究环形光栅的方法有传输矩阵法^[16]、理查德-沃耳夫矢量衍射法^[17]等.

基于条形 HCGs 汇聚反射镜现有的设计方法^[12], 本文提出了一种设计环形 HCGs 汇聚反射镜的新方法. 当偏振光波被条形 HCGs 反射镜反射后, 将产生“线”汇聚光束, 将光束分解为无数方向偏转的反射面族, 这些反射面会汇聚于一条“直线” (focus line), 对这些反射面进行数学变换, 使得变换后的反射面族映射为顶点在同一位置 (即汇聚焦点) 的圆锥面族, 这样汇聚于一条“直线”的反射面族就会汇聚于一“点”. 将该数学变换用于条形光栅后, 便得到了能实现“点”汇聚反射镜功能的环形光栅. 用有限元 (finite-element method, FEM) 算法对设计的环形光栅进行仿真, 结果显示, 该环形光栅具有很好的高反、高汇聚特性.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61274044, 61077049)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2010CB327600)、高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20130005130001)、北京市自然科学基金 (批准号: 4132069)、高等学校学科创新引智计划 (批准号: B07005)、教育部新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET-13-0686) 和国际科技合作项目 (批准号: 2011DFR11010) 资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: yqhuang@bupt.edu.cn

2 条形汇聚光栅理论

在图1中, 当条形光栅表面的反射波相位 $\phi(x)$ 具有(1)式的形式时, 反射波将实现汇聚^[13].

$$\phi(x) = \frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{x^2 + f_x^2} - f_x) + \phi(x_0), \quad (1)$$

式中, λ 是入射波长, $\phi(x_0)$ 是中间位置 x_0 处的相位值, f_x 为焦距. HCGs 局部的光波特性和 HCGs 局部的几何尺寸决定^[18], 通过挑选条形光栅的周期和占空比, 可以使各个光栅条中心位置 x_n 处的相位满足(1)式的关系, 如图1所示. 文献^[13]指出, 当光栅周期处于亚波长状态时, 如果光栅条中心位置处的离散相位满足(1)式的关系, 可以达到很好的汇聚效果, 在汇聚面上, 电场分布的半高宽(full width at half maximum, FWHM) 非常接近与衍射极限(具有(1)式连续相位分布的反射镜在汇聚面内电场分布的半高宽). 文献^[19]给出了非周期汇聚光栅反射镜具体的设计方法:

1) 用严格耦合波分析方法(rigorous coupled-wave analysis, RCWA)^[20] 计算出不同周期、不同

占空比下(记作 (p, η)) 周期光栅的反射率及相位. 选取满足反射率要求(保证高反)、满足相位要求(如相位在 $(0, 2\pi)$ 范围内变化)的“查找表”;

2) 在“查找表”里, 依次为第0到第 N 个光栅条寻找合适的周期和占空比 (p, η) , 使得两个相邻的光栅条之间满足(2a)式关系,

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2}(p_n + p_{n+1}) \quad (n \geq 0), \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \phi(x_{n+1}) &= \phi\left(x_n + \frac{1}{2}(p_n + p_{n+1})\right) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{x_{n+1}^2 + f_x^2} - f_x) \\ &\quad + \phi_0 \quad (n \geq 0), \end{aligned} \quad (2b)$$

其中, x_n 是第 n 个光栅条中心位置的坐标, p_n 是第 n 个光栅条的周期;

3) 具有汇聚功能的光栅结构以 $x_0 = 0$ 为轴左右对称, 故最后设计的第 $-N, -N+1, -N+2, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, N-2, N-1, N$ 个光栅条分布如图1所示.

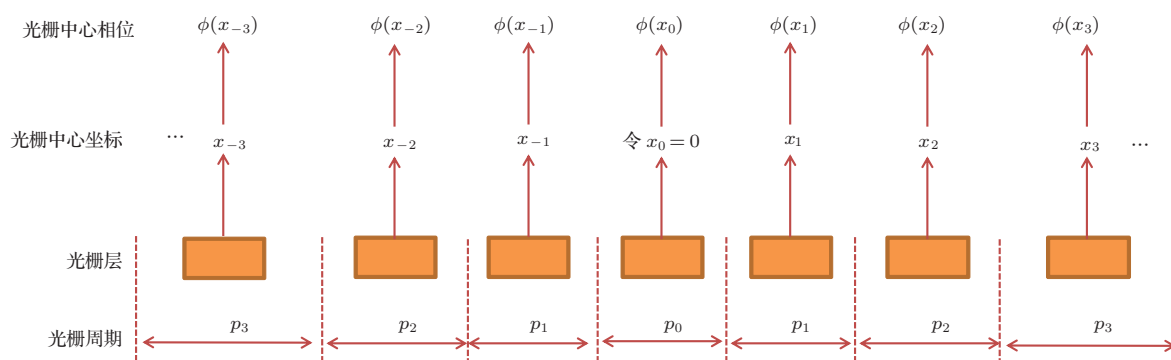


图1 非周期光栅分布 (其中橙色截面代表光栅条)

3 “线”汇聚与“点”汇聚数学模型

通过设计条形光栅的周期和占空比, 可以实现光的汇聚, 但是汇聚的结果是一条“线”, 而不是一个“点”, 即从光栅表面反射回来的所有反射面都经过该直线, 将该汇聚直线记作 L_f , 如图2所示. 通过合理的数学变换^[21], 将所有反射面变换为顶点重合的圆锥面族, 而重合的顶点, 就是我们设计的汇聚焦点(图3中 P_3). 图2中, 将光栅层抽象为一个平面记作 P_g , 光栅抽象为 P_g 平面内平行于 Y 轴的直线, 任意取出其中的一条直线 L_g , 在直线 L_g 上

任取不重合的两点 $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2)$, 令

$$\begin{cases} k_1 = x_2 - x_1, \\ l_1 = y_2 - y_1, \\ m_1 = z_2 - z_1. \end{cases} \quad (3)$$

直线 L_g 平行于 Y 轴, $x_1 = x_2, z_1 = z_2$, 为了便于数学上的分析, 将 P_1 取在 $y = 0$ 平面内, 故 $y_1 = 0$, 经计算, 得直线 L_g 的参数方程为^[21]

$$\begin{cases} x_{L_g} = x_1, \\ y_{L_g} = l_1 t \quad (t \in \mathbb{R}), \\ z_{L_g} = z_1. \end{cases} \quad (4)$$

图2中, 任取过汇聚直线 L_f 的一个反射面,

以过直线 L_g 与直线 L_f 的面 P_{gf} 为例, 将直线 L_f 与 $y = 0$ 平面的交点标记为 $P_3(x_3, y_3, z_3)$, 则 $y_3 = 0$. 令

$$\begin{cases} k_1 = x_2 - x_1, \\ l_1 = y_2 - y_1, \\ m_1 = z_2 - z_1, \\ k_2 = x_3 - x_1, \\ l_2 = y_3 - y_1, \\ m_2 = z_3 - z_1, \end{cases} \quad (5)$$

$l_2 = y_3 - y_1 = 0$, 设 $k_2 = x_3 - x_1 = -d_0/2$, $m_2 = z_3 - z_1 = -f_d$, 计算得面 P_{gf} 的参数方程为

$$\begin{cases} x_{P_{gf}} = x_1 - d_0 t_2 / 2 = x_{L_g} - d_0 t_2 / 2, \\ y_{P_{gf}} = l_1 t_1 = y_{L_g} \quad (t_1, t_2 \in \mathbb{R}), \\ z_{P_{gf}} = z_1 - f_d t_2 = z_{L_g} - f_d t_2. \end{cases} \quad (6)$$

(4)—(6) 式描述了条形光栅反射面族中过直线 L_g 的反射面的形成过程, (6) 式即为最后形成的 P_{gf} 反射面方程, 由于 L_g 选取的任意性, 条形汇聚光栅反射面族中任一反射面均可由 (6) 式来表述. 对反射面 P_{gf} 进行数学变换 G , 使得通过 G 变换后, 反射面 P_{gf} 等 Z 值的映射为顶点 P_3 (所要设计的焦点) 的圆锥面 C_{gf} , 而汇聚“直线” L_f 映射为圆锥面顶点 P_3 , 反射面 P_{gf} 内任一条平行于 Y 轴的直线, 映射为圆锥面 C_{gf} 内的一个圆, 如图 3 所示.

将直线单值映射为圆的 G 变换有很多, 关于 G 变换全面而详尽的讨论超出了本文的研究范围. 以

直线 L_g 与圆 R_g 之间的映射关系为例, 本文只研究图 4 情形下的 G 变换.

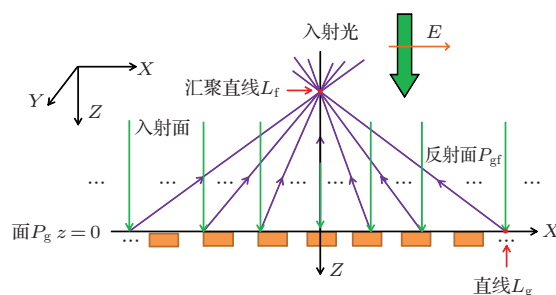


图 2 TM 偏振光入射到汇聚光栅反射镜后汇聚过程横截面

具体地, 从基点引出一条直线 L_m , 与直线 L_g 、圆 R_g 的交点分别为 (x_{L_g}, y_{L_g}) , (x_g, y_g) , 当 L_m 的斜率从 $-\infty$ 变化到 $+\infty$ 时, 直线 L_g 上的每一个点 (x_{L_g}, y_{L_g}) 都对应圆 R_g 上惟一的点 (x_g, y_g) , 从 (x_{L_g}, y_{L_g}) 到 (x_g, y_g) 的映射即为本文研究的 G 变换. G 变换的详细推导如下, 将线 L_m 与圆 R_g 的方程联立, 得

$$\begin{cases} \left[x_g - \left(x_{L_g} - \frac{d_0}{2} \right) \right]^2 + y_g^2 = \frac{d_0^2}{4}, \\ y_g = \frac{y_{L_g}}{d_0} x_g + y_{L_g} - \frac{x_{L_g} y_{L_g}}{d_0}, \\ z_g = z_{L_g}. \end{cases} \quad (7)$$

解联立方程组 (7), 得

$$\begin{cases} x_g = x_{L_g} - \frac{d_0 y_{L_g}^2}{d_0^2 + y_{L_g}^2}, \\ y_g = \frac{d_0 y_{L_g}}{d_0^2 + y_{L_g}^2}, \\ z_g = z_{L_g}. \end{cases} \quad (8)$$

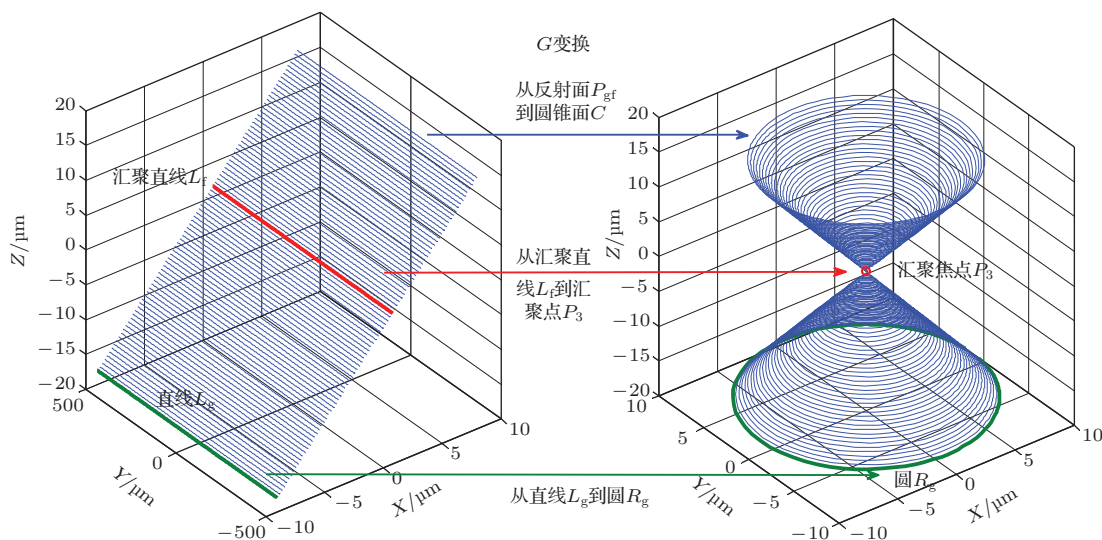
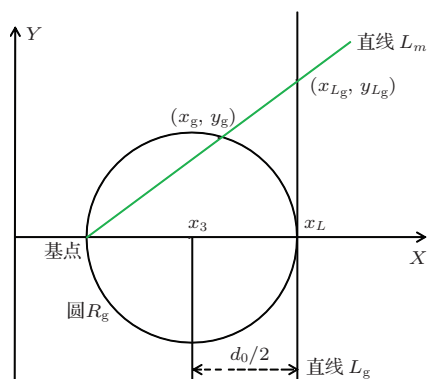


图 3 反射面 P_{gf} 映射为圆锥面 C_{gf} 的过程


 图4 建立直线 L_g 与圆 R_g 上点的一映射关系

对于面 P_{gf} 内平行于 Y 轴的任意直线 (线上坐标记作 (x_k, y_k, z_k)), 其对应的 $d_0 (= 2x_{L_g} - d_0 t_2)$ 是个随着 t_2 变化的量, 故将上式中的常量 d_0 改为 $d(t_2)$,

最后得到的 G 变换关系式如 (9) 式所示:

$$\begin{cases} x_g = x_k - \frac{d(t_2)y_k^2}{d(t_2)^2 + y_k^2}, \\ y_g = \frac{d(t_2)^2 y_k}{d(t_2)^2 + y_k^2}, \\ z_g = z_k. \end{cases} \quad (9)$$

下面将证明, 对三维空间中的直线先进行 F 变换再进行 G 变换与先进行 G 变换再进行 F 变换, 最后的结果是一致的, 如图 5 所示. 该证明的意义在证明结束后给予解释.

对于 Way①: 随着 F, G 变换, 坐标变化如下:

$$(x, y, z) \xrightarrow{F} (x_f, y_f, z_f) \xrightarrow{G} (x_{gf}, y_{gf}, z_{gf}).$$

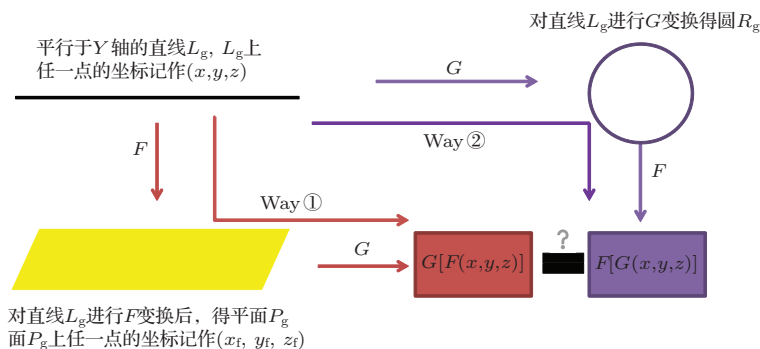
由 (6) 式与 (9) 式得

$$F: \begin{cases} x_f = x - \frac{d_0}{2}t, \\ y_f = y \quad (t \in \mathbb{R}), \\ z_f = z - f_d t, \end{cases} \quad G: \begin{cases} x_{gf} = x_f - \frac{d(t_2)y_f^2}{d(t_2)^2 + y_f^2} \\ = x - \frac{d_0}{2}t - \frac{d(t_2)y^2}{d(t_2)^2 + y^2}, \\ y_{gf} = \frac{d(t_2)^2 y_f}{d(t_2)^2 + y_f^2} = \frac{d(t_2)^2 y}{d(t_2)^2 + y^2} \quad (t, t_2 \in \mathbb{R}), \\ z_{gf} = z_f = z - f_d t. \end{cases} \quad (10)$$

Way②: 随着 G, F 变换, 坐标变化如下: $(x, y, z) \xrightarrow{G} (x_g, y_g, z_g) \xrightarrow{F} (x_{fg}, y_{fg}, z_{fg})$.

由 (6) 式与 (9) 式得

$$G: \begin{cases} x_g = x - \frac{d(t_2)y^2}{d(t_2)^2 + y^2}, \\ y_g = \frac{d(t_2)^2 y}{d(t_2)^2 + y^2} \quad (t_2 \in \mathbb{R}), \\ z_g = z, \end{cases} \quad F: \begin{cases} x_{fg} = x_g - \frac{d_0}{2}t \\ = x - \frac{d_0}{2}t - \frac{d(t_2)y^2}{d(t_2)^2 + y^2} = x_{gf}, \\ y_{fg} = y_g = \frac{d(t_2)^2 y}{d(t_2)^2 + y^2} = y_{gf} \quad (t, t_2 \in \mathbb{R}), \\ z_{fg} = z_g - f_d t = z - f_d t = z_{gf}. \end{cases} \quad (11)$$


 图5 F, G 变换不同顺序对直线的作用

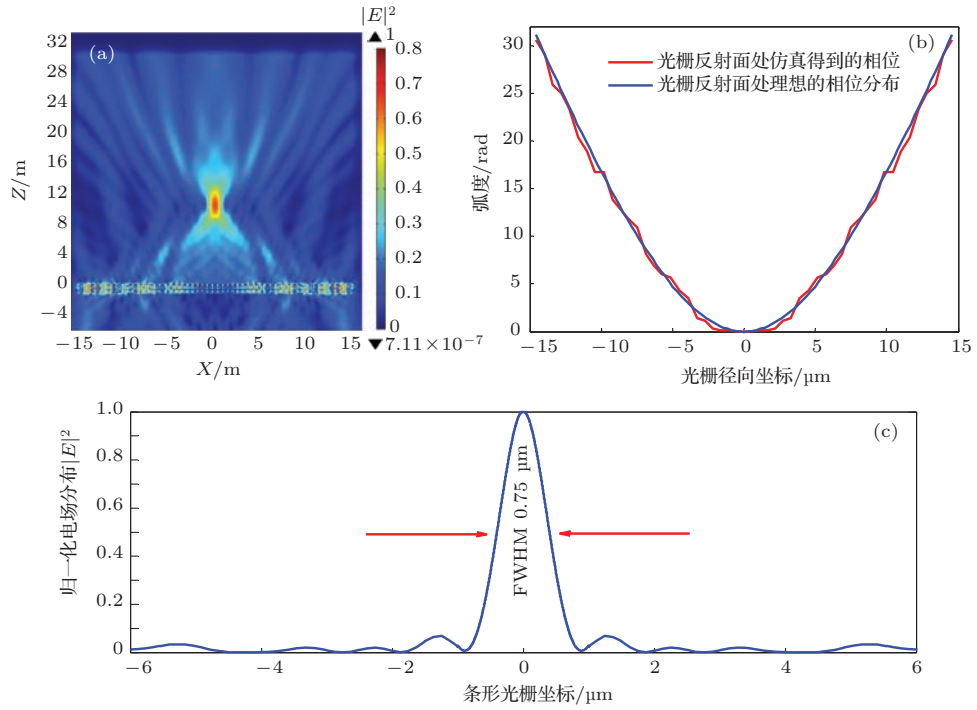
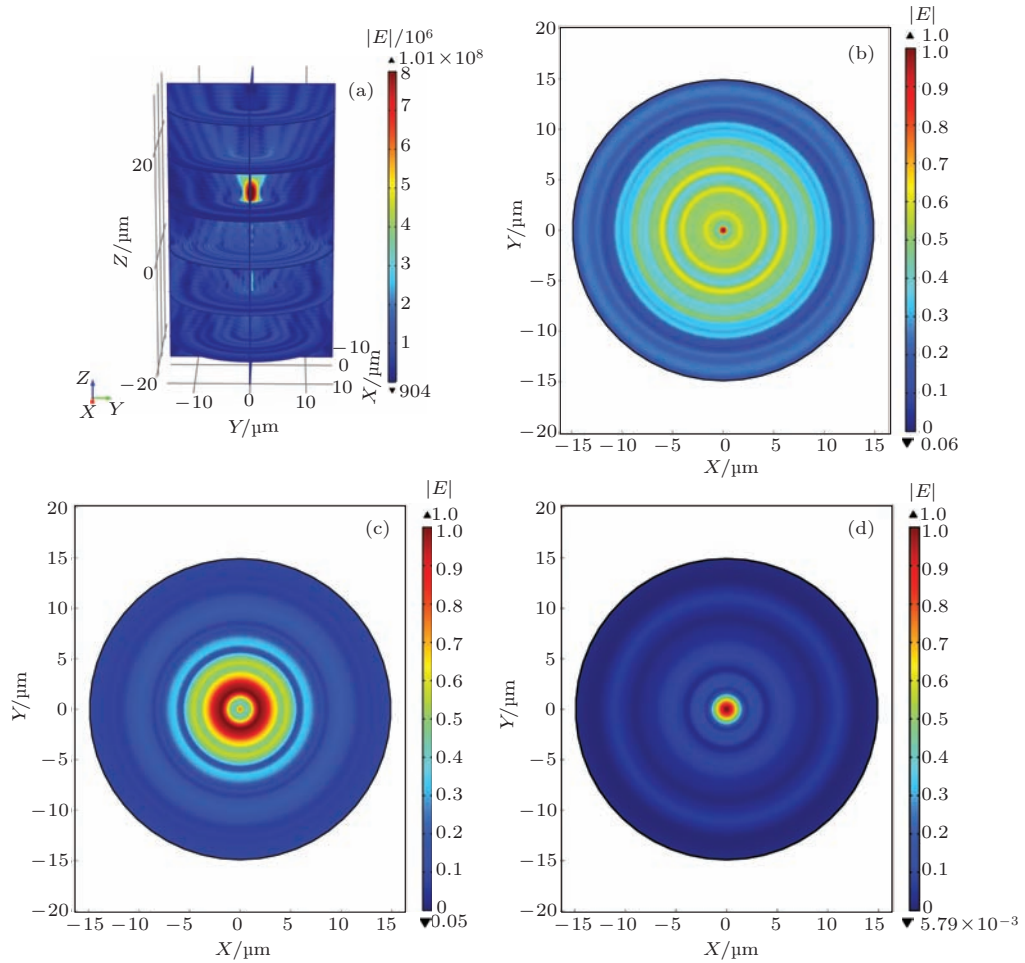


图8 条形汇聚光栅反射镜 FEM 算法仿真结果 (a) 电场分布 $|E|^2$; (b) 光栅处仿真获得的反射波相位 (红线标注) 与理论反射波相位 (蓝线) 的对比; (c) 焦距 $f_x = 10 \mu\text{m}$ 处, 光波的强度归一化轮廓曲线, 其 FWHM 为 $0.75 \mu\text{m}$



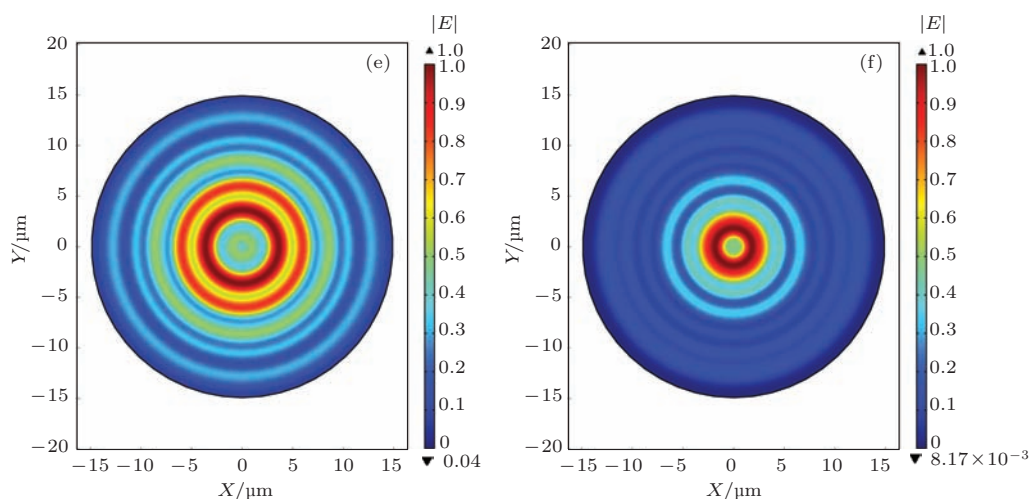


图9 FEM 算法对环形光栅仿真结果 (a) 环形汇聚光栅的3D 切割图; (b)—(f) 分别是距离环形光栅 2, 6, 10 (汇聚焦点所在位置), 14, 18 μm 处反射波的电场强度分布图

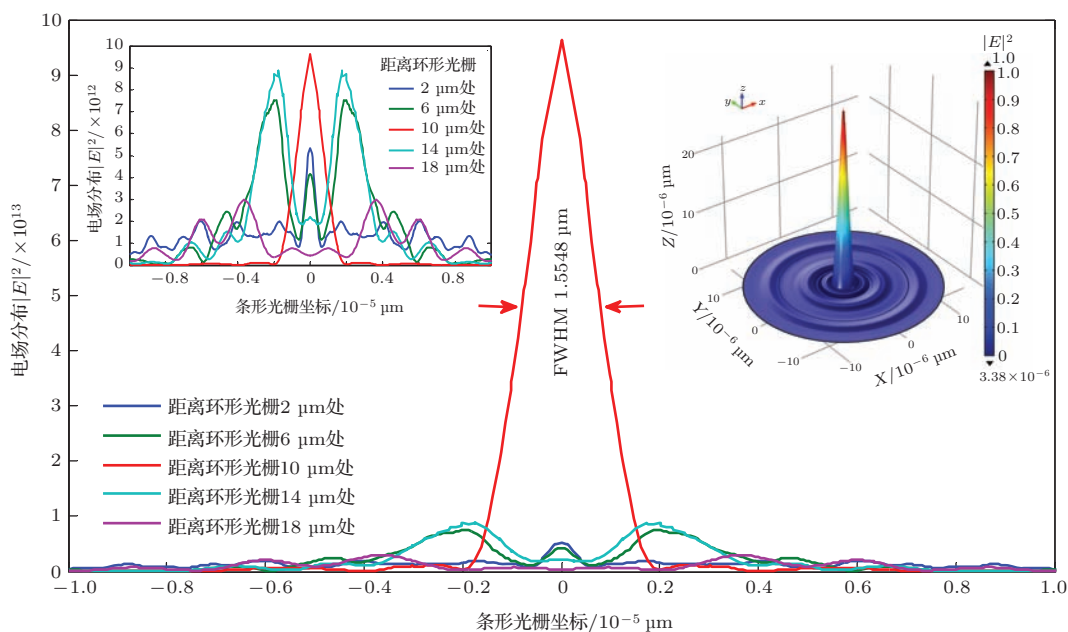


图10 环形光栅中轴面内 2, 6, 10 (汇聚焦点所在位置), 14, 18 μm 处反射波的电场强度分布 将 10 μm (汇聚焦点所在位置) 处的电场强度减小 1/10 后的结果如图左上角所示, 右上角是汇聚面 (10 μm 处) 上 3D 电场分布

果如图 10 左上角所示, 右上角是汇聚面 (10 μm 处) 上电场分布. 经过计算, 数值孔径 $\text{NA} = 0.8302$, 半高宽为 $\text{FWHM} = 1.5548 \mu\text{m}$, 其反射率为 0.9163.

6 结 论

本文对径向偏振光环形汇聚光栅进行了研究, 从条形“线”汇聚光栅出发, 通过引入数学中的单值映射, 得到了环形“点”汇聚光栅简捷有效的设计方法. FEM 仿真显示, 当环形光栅径向光栅参数与条形汇聚光栅横向光栅参数一致时, 环形光栅可以

很好地实现高反、高汇聚. 我们认为, 对于相同的光栅参数, 环形光栅能实现汇聚这一现象说明环形光栅是条形光栅的推广, 对环形光栅来说, 径向偏振光 (电场 E 的方向与环形光栅的切向方向处处垂直) 等同于条形光栅中的 TM 波 (电场方向垂直于条形光栅), 角向偏振光 (电场 E 的方向与环形光栅的切向方向处处平行) 等同于条形光栅中的 TE 波 (电场方向平行于条形光栅). 当入射光为角向偏振光, 设计的环形光栅为汇聚透镜时, 本文的方法依然有效.

参考文献

- [1] Karagodsky V, Sedgwick F G, Chang-Hasnain C J 2010 *Opt. Express* **18** 16973
- [2] Chase C, Rao Y, Hofmann W, Chang-Hasnain C J 2010 *Opt. Express* **18** 15461
- [3] Karagodsky V, Chang-Hasnain C J 2012 *Opt. Express* **20** 10888
- [4] Li S, Guan B L, Shi G Z, Guo X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184208 (in Chinese) [李硕, 关宝璐, 史国柱, 郭霞 2012 物理学报 **61** 184208]
- [5] Luo Q, Huang L H, Gu N T, Rao C H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 094201
- [6] Wang Z L, Gao K, Chen J, Ge X, Zhu P P, Tian Y C, Wu Z Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 118703
- [7] Zhao H J, Peng Y J, Tan J, Liao C R, Li P, Ren X X 2009 *Chin. Phys. B* **18** 5326
- [8] Zheng G G, Wu Y G, Xu L H 2013 *Chin. Phys. B* **22** 104212
- [9] Rastani K, Marrakchi A, Habiby S F, Hubbard W M, Gilchrist H, Nahory R E 1991 *Appl. Opt.* **30** 1347
- [10] Fujita T, Nishihara H, Koyama J 1982 *Opt. Lett.* **7** 578
- [11] Shiono T, Kitagawa M, Setsune K, Mitsuyu T 1989 *Appl. Opt.* **28** 3434
- [12] Chang-Hasnain C J, Yang W J 2012 *Adv. Opt. Photon.* **4** 379
- [13] Lu F, Sedgwick F G, Karagodsky V, Chase C, Chang-Hasnain C J 2010 *Opt. Express* **18** 12606
- [14] Zhou Y, Huang M C Y, Chang-Hasnain C J 2008 *IEEE Photon. Technol. Lett.* **20** 434
- [15] Fattal D, Peng Z, Tran T, Vo S, Fiorentino M, Brug J, Beausoleil R G 2013 *Nature* **495** 348
- [16] Katsidis C C, Siapkias D I 2002 *Appl. Opt.* **41** 3978
- [17] Zhan Q W, Leger J R 2002 *Opt. Express* **10** 324
- [18] Carletti L, Malureanu R, Mrk J, Chung I S 2011 *Opt. Express* **19** 23567
- [19] Fattal D, Li J J, Peng Z 2010 *Nat. Photon.* **4** 466
- [20] Moharam M G, Gaylord T K 1981 *J. Opt. Soc. Am.* **71** 811
- [21] Wen Z X 2010 *Analytic Geometry and Linear Algebra* (Beijing: Science Press) pp22–55 (in Chinese) [文志雄 2010 解析几何与线性代数 (北京: 科学出版社) 第22—55页]
- [22] Vanbrabant P J M, Beeckman J, Neyts K, James R, Fernandez F A 2009 *Opt. Express* **17** 10895

A new approach to designing circular grating focusing reflector^{*}

Ma Chang-Lian Huang Yong-Qing[†] Duan Xiao-Feng Ren Xiao-Min
Wang Qi Wang Jun Zhang Xia Cai Shi-Wei

(State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

(Received 10 July 2014; revised manuscript received 13 August 2014)

Abstract

A new approach to designing planar, high numerical aperture, low loss, focusing reflectors using circular subwavelength high contrast gratings is presented. Through analyzing particular physical scene, a mathematical transformation from existing “focus line” convergent beam, which can be achieved by bar grating reflector, to the convergent beam with a “focus point”, is obtained. By changing the shape of the bar grating reflector with the mathematical transformation obtained, a circular grating reflector, which can achieve “focus point” convergent beam, is obtained. The focusing properties and reflection characteristic of the circular grating reflector are numerically studied with the finite element method. After the radially polarized light reflected from circular grating reflector with a diameter of 29.788 μm , the beam will focus at 10 μm away from the reflector, resulting in a numerical aperture of 0.8302 and a reflectivity of 0.9163. In the focal plane, the numerical simulation results present a field distribution with a full width half maximum value of 1.5548 μm , which is extremely close to diffraction limit.

Keywords: high contrast gratings, circular gratings, focus reflector

PACS: 07.85.Fv, 02.10.Hh, 03.65.Vf, 42.50.St

DOI: 10.7498/aps.63.240702

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61274044, 61077049), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2010CB327600), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20130005130001), the Natural Science Foundation of Beijing, China (Grant No. 4132069), the 111 Project, China (Grant No. B07005), the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education of China (Grant No. NCET-13-0686), and the International Science Cooperation Program, China (Grant No. 2011DFR11010).

[†] Corresponding author. E-mail: yqhuang@bupt.edu.cn