

基于熵耗散率最小的复杂肋片对流换热构形优化

冯辉君 陈林根 谢志辉 孙丰瑞

Constructal optimization of complex fin with convective heat transfer based on entransy dissipation rate minimization

Feng Hui-Jun Chen Lin-Gen Xie Zhi-Hui Sun Feng-Rui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 034701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.034701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

双液滴撞击平面液膜的流动与传热特性

The flow and heat transfer characteristics of double droplets impacting on flat liquid film

物理学报.2014, 63(9): 094702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094702>

具有双模特性的大模场面积微结构光纤的设计

Analysis of a novel dual-mode large-mode-area micro-structured fiber

物理学报.2014, 63(1): 014701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.014701>

迎风凹腔与逆向喷流组合热防护系统冷却效果研究

Cooling efficiency investigation of forward-facing cavity and opposing jet combinatorial thermal protection system

物理学报.2012, 61(6): 064703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.064703>

广义流动中的积原理

Principles of potential entransy in generalized flow

物理学报.2011, 60(11): 118103 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.118103>

基于焱耗散率最小的复杂肋片对流换热构形优化*

冯辉君 陈林根† 谢志辉 孙丰瑞

(海军工程大学热科学与动力工程研究室, 武汉 430033)

(海军工程大学舰船动力工程军队重点实验室, 武汉 430033)

(海军工程大学动力工程学院, 武汉 430033)

(2014年7月29日收到; 2014年9月18日收到修改稿)

基于构形理论, 以基于焱耗散率定义的当量热阻最小为优化目标对复杂肋片进行构形优化, 得到同时考虑肋片导热和对流换热焱耗散性能的肋片最优构形, 并比较不同形状和不同优化目标下的肋片最优构形. 结果表明: 存在最佳单元级直肋、中部空腔以及肋片末梢高度和长度比使得复杂肋片当量热阻取得三重最小值. 当量热阻最小的复杂肋片最优构形与T-Y形肋片最优构形相比, 复杂肋片结构使得肋片整体传热性能大大提高. 当肋片传热为二维传热且根部较宽时, 肋片根部温度越不均匀, 当量热阻最小和最大热阻最小的复杂肋片最优构形差别越大. 在保证热安全性的前提下, 工程上对肋片进行优化设计时可选择当量热阻最小的肋片构形设计方案以降低其平均传热温差、提高整体传热性能. 本文从传热优化角度为复杂肋片的优化设计提供了参考.

关键词: 构形理论, 焱耗散率最小, 复杂肋片, 广义热力学优化

PACS: 47.11.Fg, 47.55.pb, 81.70.Pg

DOI: 10.7498/aps.64.034701

1 引言

Bejan^[1]在1996年对城市内部街道网络的成因进行深入分析后, 提出了构形理论^[2-8]. 构形定律可表述为: 对于一个沿时间箭头方向(或为适应生存环境)进行结构演化的有限尺寸流动系统来讲, 为流过其内部的‘流’提供越来越容易通过的路径是决定其结构形成的根本原因^[2,3], 或可更简单的表述为: 事物结构源自于性能达到最优^[5]. 肋片在各行业换热设备中均有广泛应用, 构形理论也被引入到肋片的传热性能优化中. 在一定的体积约束条件下, 通过对肋片传热结构的优化以达到其传热性能的提升是肋片构形优化的核心思想, 许多学者在肋片构形优化方面开展了深入研究^[9-14].

Bejan和Almogbel^[9]基于构形理论对T形、 τ 形和伞形肋片进行了研究, 得到了3种肋片无量

纲传热率的解析式, 并以最传热率为目标对3种肋片进行了构形优化. 在文献^[9]T形肋片模型基础上, Lorenzini和Rocha^[10]采用释放T形肋片主肋与侧肋夹角的方法对Y形肋片进行了构形优化, 所得肋片传热性能进一步得到提高. Lorenzini和Rocha^[11]以最大热阻最小为目标对T-Y形肋片进行了构形优化, 得到了T-Y形肋片的最优构形; 与Y形肋片相比, 当肋片高度和长度比为2时, 优化后的T-Y形肋片最大热阻降低了8%. Lorenzini^[12]在T-Y形肋片模型^[11]基础上采用添加肋片末梢的方法建立了复杂肋片模型, 优化后的复杂肋片最大热阻比T-Y形肋片最大热阻降低了32%. 此外, Xie等^[13]和Lorenzini等^[14]还进一步对二级Y形肋片和Y形肋片阵列进行构形优化.

以上肋片传热问题的研究都是以传统的肋片传热率或最大热阻为优化目标, 并不能反映肋片传热过程中的整体传热性能. 为了揭示传热的本质属

* 国家自然科学基金(批准号: 51176203, 51356001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lgchenna@yahoo.com

性, 过增元等^[15,16]提出了新的物理量焓(文献^[17]曾称之为热量传递势容)用来描述物体所具有的热量传递总能力

$$E_{vh} = \frac{1}{2}Q_{vh}U_h = \frac{1}{2}Q_{vh}T, \quad (1)$$

式中, $Q_{vh} = Mc_vT$ 为物体的定容热容量, M 为物体质量, c_v 为定容比热容, U_h 或 T 是温度, 即热势. 在此基础上, 过增元等^[15,16]进一步得到了单位时间单位体积内焓的耗散——焓耗散函数为

$$\dot{E}_{h\varphi} = -\dot{q} \cdot \nabla T = k(\nabla T)^2, \quad (2)$$

式中, \dot{q} 为热流密度矢量, ∇T 是温度梯度.

整个控制体体积中的焓耗散率 $\dot{E}_{vh\varphi}$ 为

$$\begin{aligned} \dot{E}_{vh\varphi} &= \int_v \dot{E}_{h\varphi} dv \\ &= \int_v |\dot{q} \cdot \nabla T| dv \\ &= \int_v |k(\nabla T)^2| dv, \end{aligned} \quad (3)$$

式中, v 为控制体的体积. 对于多维导热问题, 可得到给定热流边界条件下物体的当量热阻 R_h 为

$$R_h = \frac{\dot{E}_{vh\varphi}}{\dot{Q}_h^2}, \quad (4)$$

式中, \dot{Q}_h 为热流率.

焓理论自提出之后得到了蓬勃的发展, 一大批学者基于焓理论对一系列的传热优化问题进行了深入研究^[18-40], 其中肋片优化设计问题^[31-40]是焓理论的重要应用之一. Chen等^[31]和Xie等^[32]以焓耗散率最小为优化目标分别采用解析解法和数值计算方法对T形肋片进行了构形优化, 得到了与最大热阻目标不同的肋片最优构形. Chen等^[33]对由多级T形肋片组成的树形肋片进行了构形优化, 结果表明树形肋片的整体传热性能比T形肋片更优. 肖庆华等^[34]和冯辉君等^[35]以焓耗散率最小为优化目标分别对Y形肋片和T-Y形肋片进行了构形优化, 结果表明所得两种肋片最小当量热阻均比T形肋片最小当量热阻更低. 此外, 一些学者基于焓理论还对伞形肋片^[36]、叶形肋片^[37]和矩形直肋^[38-40]进行了优化.

本文将在文献^[12]复杂肋片模型的基础上同时考虑导热和对流换热焓耗散率, 以基于焓耗散率定义的当量热阻最小为优化目标对复杂肋片进行构形优化, 得到当量热阻最小的复杂肋片最优构

形, 并分别与最大热阻最小的复杂肋片最优构形和当量热阻最小的T-Y形肋片最优构形进行比较.

2 复杂肋片模型

如图1所示^[12], 复杂肋片(长度为 L , 高度为 H)由两个单元级直肋(长度为 L_1 , 高度为 H_1)、一个肋根(长度为 $L - 2L_1$, 高度为 H)和两个肋片末梢(长度为 L_2 , 高度为 H_2)组成, 在肋根的顶部留有一个空腔(长度为 L_0 , 高度为 H_0). 热流(传热率为 q)从复杂肋片根部进入, 最后通过肋片表面的对流换热散发到环境(环境温度为 T_∞)中. 肋片材料各向同性, 热导率 k 为常数, 肋片的表面传热系数 h 均匀一致. 假设肋片厚度 W 远远大于其长度 L 和高度 H , 肋片传热模型可简化为二维情形.

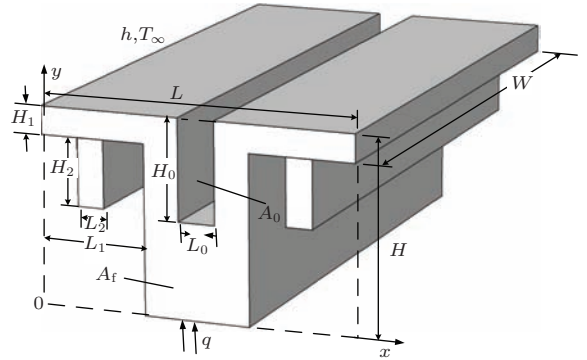


图1 复杂肋片模型^[12]

当复杂肋片占空体积、肋片材料总量、肋片中部空腔体积和肋片末梢体积一定时, 有

$$A = HL, \quad (5)$$

$$A_f = HL - 2L_1(H - H_1) - H_0L_0 + 2H_2L_2, \quad (6)$$

$$A_0 = H_0L_0, \quad (7)$$

$$A_2 = 2H_2L_2, \quad (8)$$

式中, A , A_f , A_0 和 A_2 分别为肋片包络面积、主肋的横截面积、中部空腔的横截面积和2个肋片末梢的横截面积. 复杂肋片的温度和尺寸参数可分别无量纲化为

$$\tilde{T} = \frac{T - T_\infty}{q/(kW)}, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} &(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}_2, \tilde{L}_2) \\ &= \frac{(x, y, H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2, L_2)}{A^{1/2}}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中, T 为肋片温度, x 和 y 分别为肋片在长度和高度方向上的坐标.

(5)—(8) 式的面积约束条件可无量纲化为

$$1 = \tilde{H}\tilde{L}, \quad (11)$$

$$\varphi_1 = \tilde{H}\tilde{L} - 2\tilde{L}_1(\tilde{H} - \tilde{H}_1) - \tilde{H}_0\tilde{L}_0 + 2\tilde{H}_2\tilde{L}_2, \quad (12)$$

$$\varphi_0 = \tilde{H}_0\tilde{L}_0, \quad (13)$$

$$\varphi_2 = 2\tilde{H}_2\tilde{L}_2, \quad (14)$$

式中, 肋片材料占比、肋片中部空腔占比和肋片末梢占比分别定义为 $\varphi_1 = A_f/A$, $\varphi_0 = A_0/A$ 和 $\varphi_2 = A_2/A$.

复杂肋片的二维热传导方程为

$$\left(\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2}\right) = 0. \quad (15)$$

对应的边界条件为

$$-\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = \frac{a^2}{2}\tilde{T}, \quad -\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{a^2}{2}\tilde{T}, \quad (\text{肋片表面}), \quad (16)$$

$$-\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\tilde{L} - 2\tilde{L}_1}, \quad (\text{肋片根部}), \quad (17)$$

式中, $a = (2hA^{1/2}/k)^{1/2}$ [12].

复杂肋片的导热焐耗散率和对流换热焐耗散率分别为

$$\dot{E}_{\text{vh}\varphi,1} = W \int_H \int_L k(\nabla T)^2 dx dy, \quad (18)$$

$$\dot{E}_{\text{vh}\varphi,2} = W \int_s h(T - T_\infty)^2 ds, \quad (19)$$

式中, s 为除肋根底边外的肋片包络线.

由 (4), (18) 和 (19) 式可得复杂肋片的当量热阻为

$$R_h = (\dot{E}_{\text{vh}\varphi,1} + \dot{E}_{\text{vh}\varphi,2})/q^2. \quad (20)$$

对应的肋片无量纲当量热阻为

$$\begin{aligned} \tilde{R}_h = R_h \cdot (kW) &= \int_{\tilde{H}} \int_{\tilde{L}} \left[\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}}\right)^2 \right] \\ &\times d\tilde{x}d\tilde{y} + \frac{a^2}{2} \int_s \tilde{T}^2 d\tilde{s}. \end{aligned} \quad (21)$$

3 复杂肋片构形优化

(15) 式为二维偏微分方程, 可基于有限元法采用 Matlab 的 PDE 工具箱求解. 在 (16) 和 (17) 式所确定的边界条件下, 可求得肋片的无量纲温度和温度梯度分布, 从而由 (21) 式可求得肋片的无量纲

当量热阻 \tilde{R}_h . 对肋片求解区域网格依次加密, 直到第 j 次加密获得的无量纲当量热阻 \tilde{R}_h^j 与第 $j-1$ 次加密获得的无量纲当量热阻 \tilde{R}_h^{j-1} 满足下式的控制精度:

$$|(\tilde{R}_h^j - \tilde{R}_h^{j-1})/\tilde{R}_h^{j-1}| < 0.005. \quad (22)$$

由 (11)—(14) 和 (21) 式可知, 复杂肋片无量纲当量热阻 \tilde{R}_h 函数有无量纲高度 $\tilde{H}_0, \tilde{H}_1, \tilde{H}_2$ 和 \tilde{H} 、无量纲长度 $\tilde{L}_0, \tilde{L}_1, \tilde{L}_2$ 和 \tilde{L} 八个独立变量. 由 (4) 式可知, 在肋片总传热率一定的条件下, 焐耗散最小与当量热阻最小的优化结果是一致的. 在肋片材料占比 φ_1 、中部空腔占比 φ_0 和肋片末梢占比 φ_2 一定的约束条件下, 以 $H_2/L_2, H_1/L_1, H_0/L_0$ 和 H/L 为优化变量、以当量热阻最小为优化目标可对复杂肋片进行构形优化. 计算中取 $\varphi_0 = 0.1, \varphi_1 = 0.2, \varphi_2 = 0.05, a = 0.1$, 在分析肋片传热性能时无特殊注明的情况下, 以上参数均保持假定值不变.

图 2 给出了 $H_2/L_2 = 10$ 和 $H/L = 1$ 时复杂肋片无量纲当量热阻 \tilde{R}_h 与高度和长度比 H_0/L_0 和 H_1/L_1 的三维关系. 计算中下标“m”和“mm”分别表示无量纲当量热阻一次和二次最小化, “opt”和“oo”分别表示相应的一次和二次优化. 首先以 H_1/L_1 为优化变量对 \tilde{R}_h 进行优化, 得到最小无量纲当量热阻 ($\tilde{R}_{h,m}$) 和对应的最佳 $H_1/L_1((H_1/L_1)_{\text{opt}})$; 然后以 H_0/L_0 为优化变量对 $\tilde{R}_{h,m}$ 进一步优化, 得到最小 $\tilde{R}_{h,m}(\tilde{R}_{h,mm})$ 、最佳 $H_0/L_0((H_0/L_0)_{\text{opt}})$ 以及对应的最佳 $(H_1/L_1)_{\text{opt}}((H_1/L_1)_{\text{oo}})$; 得到的 $\tilde{R}_{h,mm}$ 称为二次最小无量纲当量热阻, $(H_0/L_0)_{\text{opt}}$ 称为一次最佳中部空腔高度和长度比, $(H_1/L_1)_{\text{oo}}$ 称为二

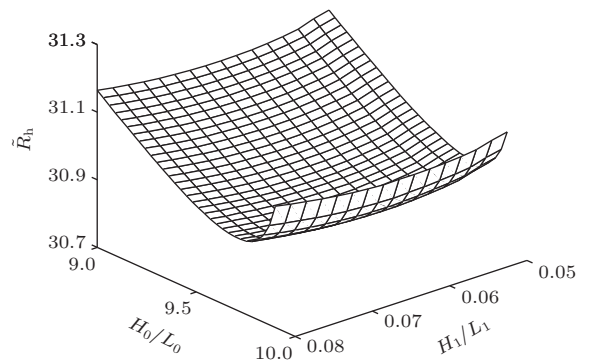


图 2 \tilde{R}_h 与 H_0/L_0 和 H_1/L_1 的三维关系

次最佳单元级直肋高度和长度比. 由图可知, 存在一次最佳 $H_0/L_0((H_0/L_0)_{opt} = 9.71)$ 和二次最佳 $H_1/L_1((H_1/L_1)_{oo} = 0.064)$ 使得复杂肋片无量纲当量热阻取得双重最小值 $\tilde{R}_{h,mm} = 30.8808$.

图3给出了 $H/L=1$ 时二次最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h,mm}$ 和对应的最优构形 $((H_1/L_1)_{oo}$ 和 $(H_0/L_0)_{opt})$ 与 H_2/L_2 的关系. 计算中下标“mmm”表示无量纲当量热阻三次最小化,“ooo”表示相应的三次优化. 以 H_2/L_2 为优化变量对 $\tilde{R}_{h,mm}$ 进行优化, 得到最小 $\tilde{R}_{h,mm}(\tilde{R}_{h,mmm})$ 、最佳 $H_2/L_2((H_2/L_2)_{opt})$ 以及对应的最佳 $(H_0/L_0)_{opt}((H_0/L_0)_{oo})$ 和最佳 $(H_1/L_1)_{oo}((H_1/L_1)_{ooo})$, 得到的 $\tilde{R}_{h,mmm}$ 称为三次最小无量纲当量热阻, $(H_2/L_2)_{opt}$ 称为一次最佳肋片末梢高度和长度比, $(H_0/L_0)_{oo}$ 称为二次最佳中部空腔高度和长度比, $(H_1/L_1)_{ooo}$ 称为三次最佳单元级直肋高度和长度比. 由图可知, 随着 H_2/L_2 的增大, 无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h,mm}$ 减小, $(H_1/L_1)_{oo}$ 先增大后减小, $(H_0/L_0)_{opt}$ 变化很小. 由于 $H_2/L_2 = 37.94$ 时, 复杂肋片的末梢末端与肋片根部在同一高度, 这一位置为肋片末梢长度延伸的设计极限, 此时复杂肋片无量纲当量热阻取三次最小值 $\tilde{R}_{h,mmm} = 27.3707$.

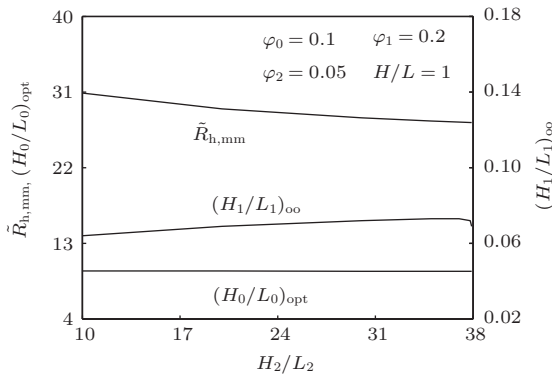


图3 H_2/L_2 对复杂肋片最优构形的影响

图4给出了三次最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h,mmm}$ 和对应的最优构形 $((H_1/L_1)_{ooo}$, $(H_0/L_0)_{oo}$ 和 $(H_2/L_2)_{opt})$ 与 H/L 的关系. 由图可知, 随着 H/L 的增大, 无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h,mmm}$ 减小, $(H_0/L_0)_{oo}$ 和 $(H_2/L_2)_{opt}$ 均增大, $(H_1/L_1)_{ooo}$ 变化很小. $H/L = 2$ 时的复杂肋片无量纲当量热阻比 $H/L = 0.8$ 时的无量纲当量热阻降低了 5.76%, 复杂肋片的整体传热性能得到提高.

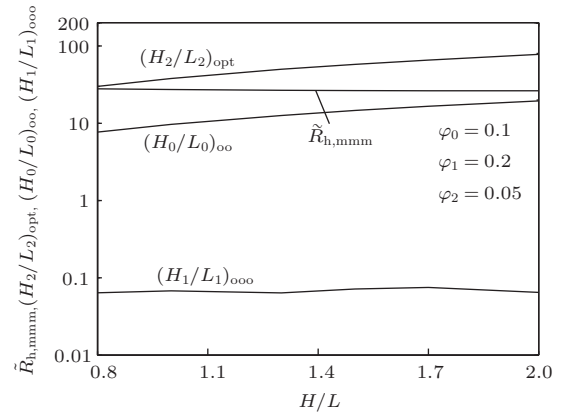


图4 H/L 对复杂肋片最优构形的影响

图5给出了 $H/L = 1$ 时无量纲当量热阻最小的 T-Y 形和复杂肋片最优构形比较. 由图可知, T-Y 形肋片最小无量纲当量热阻和最优构形分别为 $\tilde{R}_{h,mm} = 37.8430$, $(H_0/L_0)_{opt} = 9.82$ 和 $(H_1/L_1)_{oo} = 0.069$, 复杂肋片最小无量纲当量热阻和最优构形分别为: $\tilde{R}_{h,mmm} = 27.3707$, $(H_2/L_2)_{opt} = 37.94$, $(H_0/L_0)_{oo} = 9.67$ 和 $(H_1/L_1)_{ooo} = 0.068$. 无量纲当量热阻最小的复杂肋片最优构形与 T-Y 形肋片最优构形相比, 复杂肋片主肋宽度更小, 肋片中部空腔长度减小、宽度增大, 其无量纲当量热阻降低了 27.67%. 因此, 在进行肋片最优设计时, 采用复杂肋片结构将使得肋片整体传热性能大大提高.

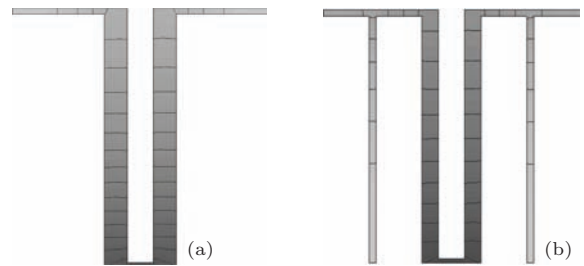


图5 T-Y 形肋片和复杂肋片最优构形比较 (a) T-Y 形肋片; (b) 复杂肋片

图6给出了 $a = 0.5$ 和 $H/L = 0.1$ 时无量纲当量热阻最小和最大热阻 $(\tilde{R}_t = kW(T_{max} - T_{\infty})/q)$ 最小的复杂肋片最优构形比较, 计算中(22)式的控制精度为 10^{-3} . 由图可知, 无量纲当量热阻最小的复杂肋片最优构形为 $(H_2/L_2)_{opt} = 3.57$, $(H_0/L_0)_{oo} = 0.79$ 和 $(H_1/L_1)_{ooo} = 0.014$, 无量纲最大热阻最小的复杂肋片最优构形为 $(H_2/L_2)_{opt} = 3.57$, $(H_0/L_0)_{oo} = 0.62$ 和

$(H_1/L_1)_{ooo} = 0.014$. 无量纲当量热阻最小的复杂肋片最优构形与无量纲最大热阻最小的最优构形相比, 根部肋片厚度减小, 侧肋宽度增大; 肋片当量热阻降低了 1.53%, 最大热阻增加了 2.68%. 由此可知, 两种目标下的复杂肋片最优构形是不同的, 且两种最优构形下的肋片最优性能也有一定的差别. 这是由于两种目标下的肋片性能比较本质上是肋片根部最大温度和平均温度的比较. 当肋片传热为一维传热时, 肋片根部最大温度和平均温度相等, 两种目标下的肋片最优构形是相同的; 当肋片传热为二维传热且根部较宽时, 肋片根部温度越不均匀, 两种目标下的肋片最优构形差别越大. 由于当量热阻最小的肋片最优构形有助于降低肋片的平均传热温差、提高其整体传热性能, 在保证热安全性的前提下, 工程上对肋片进行优化设计时可选择当量热阻最小的肋片构形设计方案.



图6 两种目标下的复杂肋片最优构形比较 (a) 当量热阻最小的肋片最优构形; (b) 最大热阻最小的肋片最优构形

4 结 论

本文以当量热阻最小为优化目标对复杂肋片进行了构形优化, 得到了同时考虑肋片导热和对流换热焓耗散性能的肋片最优构形, 并与不同形状和不同优化目标下的肋片最优构形进行了比较. 结果表明:

1) 存在最佳 $H_2/L_2((H_2/L_2)_{opt})$ 、二次最佳 $H_0/L_0((H_0/L_0)_{oo})$ 和三次最佳 $H_1/L_1((H_1/L_1)_{ooo})$ 使得复杂肋片无量纲当量热阻取得三重最小值. 最小无量纲当量热阻 $\tilde{R}_{h,mmm}$ 随着 H/L 的增大而减小, $H/L = 2$ 时的复杂肋片无量纲当量热阻比 $H/L = 0.8$ 时的无量纲当量热阻降低了 5.76%, 复杂肋片的整体传热性能得到提高.

2) 无量纲当量热阻最小的复杂肋片最优构形与 T-Y 形肋片最优构形相比, 复杂肋片主肋宽度更小, 肋片中部空腔长度减小、宽度增大; 当 $H/L = 1$ 时, 其无量纲当量热阻降低了 27.67%. 因此, 在进行肋片最优设计时, 采用复杂肋片结构将使得肋片

整体传热性能大大提高.

3) 当肋片传热为二维传热且根部较宽时, 肋片根部温度越不均匀, 两种目标下的肋片最优构形差别越大. 由于当量热阻最小的肋片最优构形有助于降低肋片的平均传热温差、提高其整体传热性能, 在保证热安全性的前提下, 工程上对肋片进行优化设计时可选择当量热阻最小的肋片构形设计方案.

基于焓耗散率这个物理量定义的当量热阻反映了传热过程中的整体传热性能, 即当量热阻越小, 复杂肋片平均传热温差越小, 散热性能越优. 因此, 本文从传热优化角度为肋片的优化设计提供了参考. 实际中肋片的表面对流换热系数并不是恒定的, 可进一步采用 CFD 数值计算方法对其进行构形优化. 本文在给定肋片占空体积、材料总量、中部空腔体积和肋片末梢体积的条件下, 对复杂肋片进行了构形优化; 在实际中, 可根据不同需求采用不同的约束条件对肋片进行构形优化, 以使得其优化结果更符合实际.

参考文献

- [1] Bejan A 1996 *J. Adv. Transp.* **30** 85
- [2] Bejan A 2000 *Shape and Structure, from Engineering to Nature* (Cambridge: Cambridge University Press) pp1—314
- [3] Bejan A, Lorente S 2008 *Design with Constructal Theory* (New Jersey: Wiley) pp1—516
- [4] Lorenzini G, Moretti S 2011 *Fin Shape Thermal Optimization Using Bejan's Constructal Theory* (USA: Morgan & Claypool Publishers) pp1—219
- [5] Chen L G 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 802
- [6] Bejan A 2013 *Convection Heat Transfer* (4th edition) (New Jersey: Wiley) pp1—605
- [7] Bejan A, Lorente S 2013 *J. Appl. Phys.* **113** 151301
- [8] Bejan A 2014 *Sci. Rep.* **4** 4017
- [9] Bejan A, Almgogbel M 2000 *Int. J. Heat Mass Transfer* **43** 2101
- [10] Lorenzini G, Rocha L A O 2006 *Int. J. Heat Mass Transfer* **49** 4552
- [11] Lorenzini G, Rocha L A O 2009 *Int. J. Heat Mass Transfer* **52** 1458
- [12] Lorenzini G, Correa R L 2011 *Trans. ASME, J. Heat Transfer* **133** 081902
- [13] Xie Z H, Chen L G, Sun F R 2010 *Sci. China: Tech. Sci.* **53** 2756
- [14] Lorenzini G, Moretti S 2014 *Thermal Sci.* **18** 339
- [15] Guo Z Y, Zhu H Y, Liang X G 2007 *Int. J. Heat Mass Transfer* **50** 2545

- [16] Li Z X, Guo Z Y 2010 *Field Synergy Principle of Heat Convection Optimization* (Beijing: Science Press) pp78–97 (in Chinese) [李志信, 过增元 2010 对流传热优化的场协同理论 (北京: 科学出版社) 第 78—97 页]
- [17] Guo Z Y, Cheng X G, Xia Z Z 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 406
- [18] Chen L G 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 4404
- [19] Chen Q, Liang X G, Guo Z Y 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **63** 65
- [20] Cheng X T, Liang X G, Xu X H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060512 (in Chinese) [程雪涛, 梁新刚, 徐向华 2011 物理学报 **60** 060512]
- [21] Chen L G, Feng H J, Xie Z H, Sun F R 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134401 (in Chinese) [陈林根, 冯辉君, 谢志辉, 孙丰瑞 2013 物理学报 **62** 134401]
- [22] Zhao T, Chan Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 234401 (in Chinese) [赵甜, 陈群 2013 物理学报 **62** 234401]
- [23] Wang W H, Cheng X T, Liang X G 2013 *Chin. Phys. B* **22** 110506
- [24] Sun C, Cheng X T, Liang X G 2014 *Chin. Phys. B* **23** 050513
- [25] Cheng X T, Liang X G 2014 *Int. J. Heat Mass Transfer* **76** 263
- [26] Feng H J, Chen L G, Xie Z H, Sun F R 2014 *Int. Comm. Heat Mass Transfer* **52** 26
- [27] Tao Y B, He Y L, Liu Y K, Tao W Q 2014 *Int. J. Heat Mass Transfer* **77** 695
- [28] Wu J, Guo Z Y 2014 *Entropy* **16** 1089
- [29] Jia H, Liu Z C, Liu W, Nakayama A 2014 *Int. J. Heat Mass Transfer* **73** 124
- [30] Chen Q, Xu Y C, Hao J H 2014 *Appl. Energy* **113** 982
- [31] Chen L G, Xiao Q H, Xie Z H, Sun F R 2012 *Int. Comm. Heat Mass Transfer* **39** 1556
- [32] Xie Z H, Chen L G, Sun F R 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 1249
- [33] Chen L G, Xiao Q H, Xie Z H, Sun F R 2013 *Int. J. Heat Mass Transfer* **67** 506
- [34] Xiao Q H, Chen L G, Xie Z H, Sun F R 2012 *J. Engng. Thermophys.* **33** 1465 (in Chinese) [肖庆华, 陈林根, 谢志辉, 孙丰瑞 2012 工程热物理学报 **33** 1465]
- [35] Feng H J, Chen L G, Xie Z H, Sun F R *J. Engng. Thermophys.* in press
- [36] Xiao Q H, Chen L G, Sun F R 2011 *Sci. China: Tech. Sci.* **54** 211
- [37] Feng H J, Chen L G, Sun F R 2012 *Sci. China: Tech. Sci.* **55** 515
- [38] Zheng J L, Luo X B 2011 *Proceedings of Chinese Society of Engineering Thermophysics on heat and mass transfer Xi'an*, October 14–17, Paper No. 113019 (in Chinese) [郑建林, 罗小兵 2011 中国工程热物理学会传热传质学学术会议论文集 西安, 10月14—17日, 论文编号: 113019]
- [39] Jia L, Mao Z M, Luo X B 2011 *Proceedings of Chinese Society of Engineering Thermophysics on heat and mass transfer Xi'an*, October 14–17, Paper No. 113537 (in Chinese) [贾琳, 毛章明, 罗小兵 2011 中国工程热物理学会传热传质学学术会议论文集 西安, 10月14—17日, 论文编号: 113537]
- [40] Cheng X T, Zhang Q Z, Xu X H, Liang X G 2013 *Chin. Phys. B* **22** 020503

Constructal optimization of complex fin with convective heat transfer based on entransy dissipation rate minimization*

Feng Hui-Jun Chen Lin-Gen[†] Xie Zhi-Hui Sun Feng-Rui

(Institute of Thermal Science and Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(Military Key Laboratory for Naval Ship Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

(Received 29 July 2014; revised manuscript received 18 September 2014)

Abstract

Based on the constructal theory, the constructal optimization of a complex fin is carried out by taking the minimum equivalent thermal resistance, which is defined according to entransy dissipation rate, as the optimization objective. Optimal constructal of the complex fin is obtained by taking into consideration the entransy dissipation performance caused by heat conduction and heat convection. Comparisons between the optimal constructal with different shapes and optimization objectives of the fins are performed. Results show that there exist the optimal ratios of the height to the length of the elemental fin, central cavity and fin tip which lead to the triple minimum equivalent thermal resistance of the complex fin. By comparing the optimal constructal of the complex fin with that of the T-Y shaped fin, the structure of the complex fin will greatly improve its global heat transfer performance. When the heat transfer of the fin is two-dimensional and the root of the fin is broader, the more non-uniform the temperature at the fin root, the bigger difference of the optimal constructs the complex fin obtains, based on the minimizations of the equivalent thermal resistance and maximum thermal resistance. For the optimal design of the fin in practice, when the thermal safety of the fin is ensured, the constructal design scheme of the fin with minimum equivalent thermal resistance can be adopted to reduce temperature difference in the average heat transfer and improves the global heat transfer performance. This paper provides some guidelines for the optimal design of the complex fin from the point of view of heat transfer optimization.

Keywords: constructal theory, entransy dissipation rate minimization, complex fin, generalized thermodynamic optimization

PACS: 47.11.Fg, 47.55.pb, 81.70.Pg

DOI: [10.7498/aps.64.034701](https://doi.org/10.7498/aps.64.034701)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51176203, 51356001).

† Corresponding author. E-mail: lgchenna@yahoo.com