

基于模型选择的模式波前重构算法研究

谢文科 高穹 马浩统 魏文俭 江文杰

Zernike modal wavefront reconstruction algorithm based on model selection

Xie Wen-Ke Gao Qiong Ma Hao-Tong Wei Wen-Jian Jiang Wen-Jie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 144201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.144201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.144201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

相干场成像四光束相位闭合算法研究

[Four-phase closure algorithm for coherent field imaging](#)

物理学报.2015, 64(5): 054204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054204>

基于经验模态分解的自混合干涉相位提取方法研究

[Study on the phase-extracting method of self-mixing signal based on empirical mode decomposition](#)

物理学报.2015, 64(5): 054203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054203>

基于旋转相位编码与照明光束匹配的叠层衍射成像算法研究

[Ptychographical imaging algorithm based on illuminating beam matched with rotational phase encoding](#)

物理学报.2014, 63(16): 164204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.164204>

多种图像采集策略下X射线折射信息的提取研究

[Simulation of X-ray refraction information extraction using multiple image-collecting strategies](#)

物理学报.2014, 63(10): 104206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104206>

基于光栅分光法的相干衍射成像

[Coherent diffractive imaging based on the multiple beam illumination with cross grating](#)

物理学报.2013, 62(18): 184204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.184204>

基于模型选择的模式波前重构算法研究*

谢文科 高穹† 马浩统 魏文俭 江文杰

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 长沙 410073)

(2014年12月15日收到; 2015年2月2日收到修改稿)

基于 Zernike 模式的波前重构算法通常忽略实际波前像差构成的差异, 而用一定数量的低阶 Zernike 模式进行波前重构, 导致模式混淆或耦合等问题, 进而影响波前重构的精度. 根据信息论中的最小描述长度准则对重构模型的阶数进行了选择, 在此基础上应用非线性优化算法计算重构系数, 并最终实现波前重构; 对不同信噪比条件下振幅均匀分布入射光束的波前进行了重构. 结果表明: 该算法不但能够实现相对于现有算法相对较高的波前重构精度, 并且具有优良的噪声适应性, 体现了模型选择在模式法波前重构算法中的意义.

关键词: 波前重构, 模型选择, 最小描述长度, 非线性优化

PACS: 42.30.Rx, 42.15.Fr, 42.15.-p, 42.25.Bs

DOI: 10.7498/aps.64.144201

1 引言

从光场的强度信息重构光场的波前信息是物理和工程中的一个基础性问题. 波前重构 (wavefront reconstruction, WR) 在波前测量、天文学、量子关联衍射成像、电子显微镜等诸多领域均有重要应用^[1]. 模式法通常应用 Zernike 多项式对波前像差进行拟合, 由于实际波前像差成分的差异, 确定用于波前重构的模式及阶数, 即重构模型, 是模式法首先要解决的问题^[2]. 但是, 实际应用中通常的做法是: 忽略实际波前像差成分的差异而凭经验用一定阶数、低阶 Zernike 多项式进行波前重构, 进而导致模式耦合或模式混淆等问题, 并最终降低波前重构的精度. 为此, 学者们通过推导模式波前复原误差随阶数变化的一般公式进而指导最优重构阶数的选择^[3]; 文献^[4,5]通过考察重构矩阵的病态性、剔除模式复原中易受噪声影响的模式组合等方法来指导模型的选择, 同时减小测量噪声对复原精度的影响等. 但是, 这些方法都没有考虑当前测量样本像差构成的差异, 因而会降低波前重构的精度. 描述长度 (description length) 准则是一种能

指导模型选择、并对模型性能进行量化评价的标准, 其认为具有最小描述长度 (minimal description length: MDL) 的模型即为最优模型^[6,7]. 在确定最优重构模型的基础上, 利用非线性优化算法求解各阶重构系数, 进而实现波前的重构. 算法的意义在于加入了重构模型选择的步骤, 避免了忽略当前样本实际像差成分的差异、主观确定重构模型所带来的模式混淆和耦合等问题, 算法的提出对于模式波前重构算法的改进具有借鉴意义.

2 最小描述长度基本准则

最小描述长度准则是奥卡姆剃刀 (Occam's razor) 在系统建模方面的应用. MDL 准则最先由 Rissanen 提出并用来指导模型的选择, 同时也为不同模型性能的比较提供了一种通用的量化测度. MDL 准则的基本思想是: 在观测数据 D 和一些可用于描述这些数据内在规律的模型中找出一个模型, 使得在该模型假设下描述观测数据的长度尽可能小. 考虑到模型之于对象描述的精度及泛化能力, 最小描述长度准则在低的描述复杂性和模型精确性之间取得最好的平衡.

* 中国科学院光束控制重点实验室基金 (批准号: 2014LBC004)、国家自然科学基金 (批准号: 61008037, 11404398, 61205144) 和国防科学技术大学科研计划项目 (批准号: JC 13-07-01) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gaoqiong1980@126.com

数学上, MDL 准则可以抽象表达如下: 设模型集合为 M , $D = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 为待描述的数据序列. MDL 准则就是寻找一个假设 $M_i \in M$, 使得模型 M_i 的描述长度与应用 M_i 对数据 D 的编码描述长度和最小. 这里实际上包含两部分编码: 一部分码 C_1 对模型自身进行编码, 另一部分码 C_2 用给定的模型对描述数据 D 进行编码. 假设最优模型 $M_{\text{mdl}} \in M$, 则 MDL 准则用数学符号可以表示为

$$M_{\text{mdl}} = \arg \min_{M_i \in M} \{|L_{C_1}(M_i)| + |L_{C_2}(D|M_i)|\}, \quad (1)$$

这里, $|L_{C_1}(M_i)|$ 为描述模型 M_i 的语言, $|\cdot|$ 表示位数, 单位比特, 即描述长度; $|L_{C_2}(D|M_i)|$ 为应用模型 M_i 描述对象 D 所需的位数; $\arg \min f(x)$ 表示使函数 $f(x)$ 取最小值时的 x 值. 如果有多于一个的 $M_i \in M$ 使得 (1) 式值最小, 我们选择模型复杂度 $|L_{C_1}(M_i)|$ 最小的那个. 从通信编码的角度来看, MDL 模型实际上就是数据压缩最甚的模型, 关于 MDL 的详细讨论可参考文献 [8, 9].

3 基于最小描述长度原理的波前算法

假设物平面的复振幅函数可表示为

$$f(x, y) = |f(x, y)| \exp[i\varphi(x, y)], \quad (2)$$

这里, $|f(x, y)|$, $\varphi(x, y)$ 分别为物平面复振幅函数的振幅和相位分布. 像平面的复振幅函数可表示为

$$F(u, v) = |F(u, v)| \exp[i\psi(u, v)] = F[|f(x, y)|], \quad (3)$$

同样, $|F(u, v)|$, $\psi(u, v)$ 分别为像平面复振幅函数的振幅和相位分布, 这里的 F 代表傅里叶变换. 波前重构问题可以表述为: 给定幅值 $|f(x, y)|$, $|F(u, v)|$ 以及 $f(x, y)$ 的支集, 如何重构 $\varphi(x, y)$. 众所周知, 相位 $\varphi(x, y)$ 可分解 Zernike 多项式的组合形式, 这里使用 Noll 方法对 Zernike 多项式进行排序和归一化 [10]. 假设由 Zernike 多项式的阶数 j 构成的子集为 γ , 则相位

$$\tilde{\varphi}(x, y) = \sum_{j \in \gamma} a_j Z_j(x, y). \quad (4)$$

根据该近似, 可得到频域的振幅

$$|\tilde{F}(u, v)| = |F\{|f(x, y)| \exp[i\tilde{\varphi}(x, y)]\}|, \quad (5)$$

这里, 我们隐式地使用了 $f(x, y)$ 的支集信息. 当该振幅与给定的振幅 $|F(u, v)|$ 一致, 则问题得解.

因此, 波前重构问题可认为是一个非线性拟合问题, 即, 如何选择一合适的模式子集 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$ 来拟合 $|F(u, v)|$. 由此可见, 该波前重构问题实际包含两个子问题: 1) 选择一个合适的子集 γ , 即模型选择; 2) 求解模型系数 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$. 很明显, 这里的模型选择是基于实际波前像差成分的差异而提出的必要环节.

基于 MDL 准则, 对于模型 γ 、参数 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$ 以及 $|f(x, y)|$ 和 $|F(u, v)|$, 两部分编码的描述长度和可表示为

$$L(\{a_j\}_{j \in \gamma}, |F|) = L(\{a_j\}_{j \in \gamma}) + L(|F||\{a_j\}_{j \in \gamma}), \quad (6)$$

(6) 式等号右边第 1 项为模型参数的编码长度, 第 2 项括号中第三根竖线表示条件采样, 表述数据的编码长度. 根据 Shannon-Fano 编码理论 [7], 对于概率为 P 的事件编码长度可表示为

$$L(|F||\{a_j\}_{j \in \gamma}) = -\ln P(|F||\{a_j\}_{j \in \gamma}) \quad (7)$$

的形式, 其中 $P(|F||\{a_j\}_{j \in \gamma})$ 表示在给定模式参数 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$ 时 $|F(u, v)|$ 的条件概率. 假设浮点表示法中, 归一化模型参数 a_j 的相对精度为 δ_j , 则该模型的描述长度可近似表示为 [11]

$$L(\{a_j\}_{j \in \gamma}) = \sum_{j \in \gamma} \ln(c/\delta_j), \quad (8)$$

这里的常数 c 为浮点表示法中以 2 为底的幂指数, $c = 32$ 可以满足绝大多数应用的需要. 假设振幅 $|F(u, v)|$ 包含均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布噪声, 则

$$L(|F||\{a_j\}_{j \in \gamma}) = -\ln[(2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp(-\mathbf{e}^T \mathbf{e}/2\sigma^2)], \quad (9)$$

这里 n 为数据 F 的长度, 误差矢量 $\mathbf{e} = |\tilde{F}(u, v)| - |F(u, v)|$. 运用最大似然估计法, (9) 式可表示为

$$L(\{a_j\}_{j \in \gamma}, |F|) = (n/2) \ln(\mathbf{e}^T \mathbf{e}/n) + \sum_{j \in \gamma} \ln(c/\delta_j) + C, \quad (10)$$

这里的 $C = (n/2)(1 + \ln 2\pi)$, 是一个独立的参数. 下面我们将依据 (10) 式来计算波前重构问题中的描述长度. 显然, (10) 式所定义的描述长度明显区别于最大似然法, 因为等式右边第 2 项对过拟合的情况给出了相应的惩罚, 使得模型在拟合精度和模型的复杂性间达到一个平衡.

参考 Judd 和 Mees^[12] 在特定模型参数精度条件下描述长度的计算思想, 我们同样假设参数 a_j 的精度是一个相对固定值, 并且

$$\delta_j = \varepsilon a_j. \quad (11)$$

Judd 和 Mees 指出: 通常 δ_j 较参数 a_j 小两个量级. 因此, 这里取 $\varepsilon = 0.01$.

在重构模型 γ 选定的基础上, 如何计算各阶模式系数 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$ 实际上是一个非线性优化问题. 由于 Levenberg-Marquardt (L-M) 算法具有收敛速度快及全局极值搜索能力强等优点, 已成为目前使用最广泛的优化算法. 但是, 由于 L-M 算法需要计算目标函数关于待估计参数偏导数的 Hessian 矩阵, 因此, 如果拟合函数非常复杂或者待估计的参数相当多时, L-M 算法使用受限^[13,14]. 但是, 待重构波前进行如 (4) 式的 Zernike 多项式分解时, 所需的重构阶数通常较小 (通常 $j < 100$), 因此, 本文仍采用 L-M 算法求解拟合系数 $\{a_j\}_{j \in \gamma}$.

4 基于模型选择的波前重构

Nakamura 等提出 top-down 方法对非线性优化问题具有较好的适应性^[13]. 因此, 这里参照 Nakamura 等描述的 top-down 方法来进行模型的选择. 首先, 选择前 K 阶 Zernike 多项式作为全集, 用 B 表示 Zernike 模式下标的集合, H 表示 B 相对于全集 K 的补集. 对于当前的集合 B , 非线性优化算法得到矢量 \mathbf{a}_B . Top-down 方法首先令 $B = K$, 其主要算法步骤如下:

1) 首先令 $k = K$, 计算 \mathbf{a}_B 和描述长度 L_k , 将 B 中绝对值最小的元素的下标记为 i , 令 $B = B \setminus \{i\}$, $H = H \cup \{i\}$ (剔除对模型贡献最小的模式);

2) 计算 \mathbf{a}_B 并且令 \mathbf{a}_B 中绝对值最小的系数的指标为 i , 并且令 $B' = B \setminus \{i\}$, $H' = H \cup \{i\}$, 计算 $\mathbf{a}_{B'}$ (剔除模型中贡献最小的模式, 重复);

3) 计算 $\mathbf{a}_{H'}$ 并令 $\mathbf{a}_{H'}$ 中绝对值最大的系数的指标为 j (确定 B' 中对拟合性能贡献最大的模式);

4) 如果 $i \neq j$, 令 $B = B' \cup \{j\}$, $H = H' \setminus \{j\}$, 回到步骤 2; 否则, 令 $H = H'$, B 不变 (调整模式直至不再变化);

5) 当前的模式 B 是尺寸为 $k = |B|$ 的最优模式, 记之为 B_k , 并计算对应的 \mathbf{a}_B 和 L_k ;

6) 置 $B' = B$, 当 $k > 1$ 时返回步骤 2;

7) 对于每一个满足 $1 \leq j \leq K$ 的 j , 取 $B = \{j\}$, 并计算对应的 \mathbf{a}_B ; 取与绝对值最大的系数对应的指标为 j , 并置 $B_1 = \{j\}$;

8) 选择具有最小描述长度的模型作为最优模型.

这里对振幅均匀分布入射光束的相位恢复进行了数值模拟. 其振幅分布函数为

$$|f(x, y)| = \begin{cases} 1, & x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (12)$$

相位可表示为 Zernike 多项式线性组合的形式, 并且系数按照下列规则进行合成. 对于 j 阶 Zernike 多项式, 其径向和幅角方向的阶数 n 和 m 可表示为^[11]

$$\begin{aligned} n &= \left[(\sqrt{9 + 8j} - 3) / 2 \right], \\ m &= 2j - n(n + 2), \end{aligned} \quad (13)$$

这里的上半括号表示向最近的大于或等于括号内数值取整. 构建的系数为

$$a_j = \begin{cases} 1/[j + (-1)^j m + 2] & j \leq J, \quad m \geq 0, \\ 0 & \text{其他,} \end{cases} \quad (14)$$

这里的 J 为所关心的最大阶数, 0 阶 Zernike 多项式为像差的活塞项, 这里令其系数为 0.

表 1 的第 1 列给出了由前 14 阶 Zernike 多项式构成待重构波前, 随机给出的 Zernike 系数见表 1 第 2 列, 其中 “/” 表示该模式没有被选取, 相应的模式系数为 0. 需要说明的是: 前 14 阶多项式包含的模式其径向阶数不大于 4, 前 20 阶多项式包含的模式其径向阶数不大于 5. 在实际中我们并不知道待重构波前像差的实际构成, 因此通常用尽可能多的低阶 Zernike 多项式对波前进行拟合. 因此, 这里采用前 20 阶 Zernike 多项式集合作为 top-down 算法中的全集, 即 $K = 20$.

对信噪比 $\text{SNR} = \infty$, $\text{SNR} = 100$, $\text{SNR} = 10$ 三种噪声条件时的波前重构进行了数值模拟研究. 首先, 应用 top-down 算法得到如图 1 所示的描述长度随模型阶数的变化曲线, 在此基础上 L-M 算法得到被选取、参与重构的 Zernike 模式系数如表 1 中第 3—5 列所示. 定义重构波前相对于实际波前的均方根值误差为

$$\Delta\varphi_{\text{rms}} = \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \frac{|\tilde{\varphi}(x_m, y_n) - \varphi(x_i, y_j)|^2}{M \times N} \right)^{1/2}, \quad (15)$$

其中, M, N 分别为 x, y 方向的相位采样点数.

由表 1 第 2 列可以看出, 待重构波前由 8 阶 Zernike 多项式组成. 图 1 为描述长度随模型阶数的变化曲线, 图 1(a)—图 1(c) 中的内插图分别为不同噪声条件时, 模型长度 $k = 8$ 的附近区域描述长度曲线的局部放大图. 从三幅内插图可清楚地看出: 无噪声时, 在 $k = 8$ 的附近区域, 描述长度有一定起伏, 如图 1(a) 所示; 有噪声时, 描述长度在 $k = 8$ 时具有一个明显的极小值, 如图 1(b) 和 (c) 所示. 但无论有无噪声, 描述长度都在 $k = 8$ 时取得极小值. 由此可见, 基于 MDL 准则的模型选择方法不但能准确预测重构模式阶数, 而且还具有较好的噪声适应特性.

表 1 实际波前的 Zernike 系数 (第 2 列) 及本算法重构系数 (第 3—5 列)

Table 1. The coefficients used to construct the phase (the second column) and the reconstructed results with MDL (the third to the fifth columns).

j	a_j	信噪比 (SNR)		
		∞	100	10
1	/	/	/	/
2	0.2000	0.2000	0.2001	0.2013
3	/	/	/	/
4	0.1667	0.1667	0.1662	0.2050
5	0.2000	0.2000	0.2002	0.1579
6	/	/	/	/
7	/	/	/	/
8	0.0909	0.0909	0.0910	0.0912
9	0.1250	0.1250	0.1250	0.1267
10	/	/	/	/
11	/	/	/	/
12	0.0714	0.0714	0.0722	0.0760
13	0.0769	0.0769	0.0762	0.0611
14	0.0500	0.0500	0.0504	0.0460
15~20	/	/	/	/
$\Delta\varphi_{\text{rms}}$		1.9×10^{-7}	1.4×10^{-4}	3.9×10^{-3}

对比表 1 中第 2, 3 列数据发现: 无噪声时, 一定精度条件下 L-M 算法得到的重构系数与实际系数完全相同, 达到一个较高的波前重构精度, 其重构误差 $\Delta\varphi_{\text{rms}} = 1.9 \times 10^{-7}$.

当 $\text{SNR} = 100$ 时, 我们先不进行模式选择, 而直接用前 20 阶 Zernike 多项式进行波前重构, L-M 算法得到 Zernike 系数的一个样本为 $a_1 = -0.0016$, $a_2 = 0.1966$, $a_3 = 0.0889$, $a_4 = -0.0289$, $a_5 = -0.0526$, $a_6 = -0.0045$, $a_7 = 0.0041$, $a_8 = 0.0958$, $a_9 = 0.1291$, $a_{10} = -0.0079$, $a_{11} = 1.6 \times 10^{-4}$, $a_{12} = 0.1080$, $a_{13} = 0.1733$, $a_{14} = 0.0388$, $a_{15} = -0.0013$, $a_{16} = 5.8 \times 10^{-5}$, $a_{17} = -5.5 \times 10^{-4}$, $a_{18} = 4.8 \times 10^{-4}$, $a_{19} = -4.5 \times 10^{-4}$, $a_{20} = 7.7 \times 10^{-4}$. 对比实际波前的 Zernike 系数值发

现, 实际波前没有的像差成分出现在重构波前中, 而实际波前中含有的像差其比重发生了变化, 即产生了模式混淆问题, 并导致最终的波前重构误差 $\Delta\varphi_{\text{rms}} = 4.9 \times 10^{-2}$, 远远大于表 1 中 $\Delta\varphi_{\text{rms}} = 1.4 \times 10^{-4}$.

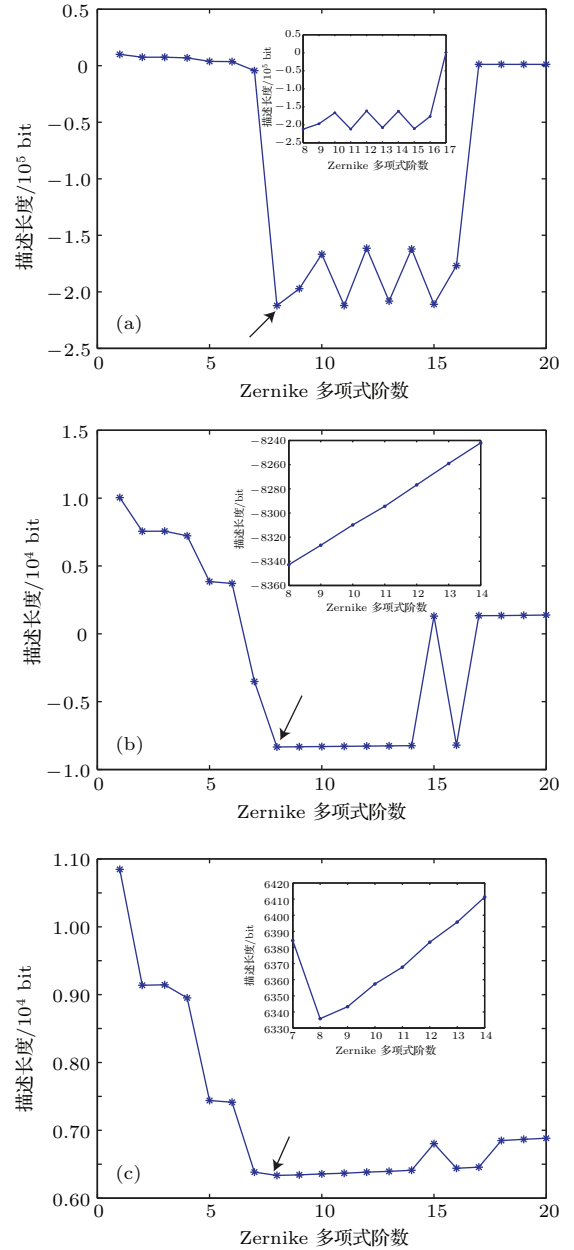


图 1 top-down 算法计算得到的不同噪声条件时描述长度曲线 (a) 无噪声时的描述长度曲线; (b) $\text{SNR} = 100$ 时的描述长度曲线; (c) $\text{SNR} = 10$ 时的描述长度曲线; 每幅子图中箭头所指 Zernike 阶数为算法选取的最优模型长度; 内插图为最优模型长度附近描述长度曲线局部放大图

Fig. 1. The description length obtained by the top-down algorithm without different noise conditions: (a) no noise; (b) $\text{SNR} = 100$; (c) $\text{SNR} = 10$, the short arrow in each sub-figure marks the size of the model selected by the algorithm; the small size figure in each sub-figure is the local amplified figure of the description length curve near the model size.

最后, 同样先不进行模型选择, 直接用前10阶、14阶和20阶 Zernike 多项式对 $\text{SNR} = 10$ 时的波前进行拟合, 100 个样本的平均重构波前误差 $\Delta\varphi_{\text{rms}}$ 分别为 1.9×10^{-2} , 7×10^{-3} , 5.3×10^{-2} , 均大于本算法的误差值 3.9×10^{-3} , 同样说明了进行模式选择的必要性.

5 结 论

针对实际待重构波前像差成分的差异, 提出了基于 MDL 准则的模型选择方法, 在此基础上在进行模式法波前重构. 这里以前 20 阶 Zernike 多项式作为全集, 采用 top-down 方法选取了最优 Zernike 模式子集阶数; 采用 Levenberg-Marquardt 算法计算了被选 Zernike 多项式的拟合系数, 并最终实现了波前重构; 考察了三种噪声条件下算法的有效性, 对比不进行模型选择、直接应用一定阶数低阶 Zernike 多项式进行波前重构的精度. 结果表明: 由于针对实际波前像差构成差异进行了最优模型的选择, 基于模型选择的波前重构算法能够获得相对于直接一定阶数低阶 Zernike 多项式重构模型相对较高的波前重构精度, 并且算法具有优良的噪声适

应特性. 体现了模型选择对于模式法波前重构算法的意义, 算法的提出对于模式波前重构算法精度的提高具有一定借鉴意义.

参考文献

- [1] Yang G Z, Gu B Y 1981 *Acta Phys. Sin.* **30** 411 (in Chinese) [杨国桢, 顾本源 1981 物理学报 **30** 411]
- [2] Zhao C, Burge H 2007 *Opt. Express* **26** 08014
- [3] Li X Y, Jiang W H 2002 *Acta Phys. Sin.* **10** 1236 (in Chinese) [李新阳, 姜文汉 2002 光学学报 **10** 1236]
- [4] Roberts J, Dekany R, Burruss R 2012 *Proc. SPIE* **8447** 84470
- [5] Upton R, Ellerbroek B 2004 *Opt. Lett.* **24** 2840
- [6] Rissanen J 1986 *Ann. Statis.* **14** 1080
- [7] Rissanen J 1999 *Comput. J.* **42** 261
- [8] Judd K, Mees A 1995 *Physica D* **82** 426
- [9] Judd K, Mees A 1998 *Physica D* **120** 273
- [10] Noll R J 1976 *J. Opt. Soc. Am.* **66** 207
- [11] Nakamura T, Judd, Mees A 2003 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **13** 1263
- [12] Nakamura T, Kilminster D, Judd K, Mees A 2004 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **14** 1129
- [13] Nocedal J, Wright S J 2000 *Numerical Optimization* (2nd Ed.) (New York: Springer) pp367-370
- [14] Gao Q, Liao T H, Cui Y F 2008 *Opt. Lett.* **33** 1899

Zernike modal wavefront reconstruction algorithm based on model selection*

Xie Wen-Ke Gao Qiong[†] Ma Hao-Tong Wei Wen-Jian Jiang Wen-Jie

(College of Photon-electron Science and Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha 410073, China)

(Received 15 December 2014; revised manuscript received 2 February 2015)

Abstract

In Zernike modal wavefront reconstruction algorithm, because of a certain number of the low Zernike modes is selected subjective for making up the reconstruction model, the modes confusion and modes coupling will produced, the accuracy reduction of wavefront reconstruction is deduced. According to the minimal description length principal, a principle can balance the model error against model size so as to prevent the model from overfitting. The reconstruction model is selected by top-down method, and Levenberg-Marquardt nonlinear optimization algorithm is applied to the solution of reconstruction coefficients, then the wavefronts reconstruction is realized. Under different noise conditions, the reconstruction algorithm is validated with the numerical simulation of the wavefront reconstruction of uniform amplitude incidence beam, the results indicate: Zernike modal wavefront reconstruction algorithm based on the model selection can improve the wavefront reconstruction accuracy, and algorithm possesses the property of resistance to noise.

Keywords: wavefront reconstruction, model selection, minimum description length, nonlinear optimization

PACS: 42.30.Rx, 42.15.Fr, 42.15.-p, 42.25.Bs

DOI: [10.7498/aps.64.144201](https://doi.org/10.7498/aps.64.144201)

* Project supported by the Beam Control Key Laboratory Foundation of Chinese Academy of Science, China (Grant No. 2014LBC004), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61008037, 11404398, 61205144), and Research Project of National University of Defense Technology (Grant Nos. JC 13-07-01).

[†] Corresponding author. E-mail: gaoqiong1980@126.com