

利用信息流方法优化多激发自旋链中的量子态传输

陈俊 於亚飞 张智明

Optimizing quantum state transfer in multi-excitation spin chains via information flux

Chen Jun Yu Ya-Fei Zhang Zhi-Ming

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160305 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160305

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160305>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响

Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication

物理学报.2015, 64(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150301>

基于纠缠态的量子通信网络的量子信道建立速率模型

Quantum channel establishing rate model of quantum communication network based on entangled states

物理学报.2015, 64(4): 040301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040301>

中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真

Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation

物理学报.2014, 63(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240303>

在大气湍流斜程传输中拉盖高斯光束的轨道角动量的研究

Study on orbital angular momentum of Laguerre-Gaussian beam in a slant-path atmospheric turbulence

物理学报.2014, 63(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.150301>

量子语音多带激励算法

Quantum speech multi-band excitation algorithm

物理学报.2014, 63(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120301>

# 利用信息流方法优化多激发自旋链中的量子态传输\*

陈俊 於亚飞<sup>†</sup> 张智明

(华南师范大学, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室(信息光电子科技学院), 广东省量子调控工程与材料重点实验室, 广州 510006)

(2015年1月19日收到; 2015年5月12日收到修改稿)

研究了量子态在一条均匀耦合的反铁磁自旋链中传输时, 信道中自旋激发数变化对其传输性质的影响. 利用信息流方法分析输出端粒子的算符演化动力学, 获得了量子态传输的平均保真度与信道自旋初态之间的关系. 结果表明, 平均保真度的大小只依赖于信道中自旋激发数的奇偶性. 通过比较在奇偶激发信道中获得的平均保真度, 构建了优化信道来提升量子态在自旋链中的传输质量. 进一步分析了纠缠在激发信道中的传输情况, 发现纠缠的传输质量不仅和信道中自旋激发的具体个数有关, 还取决于激发自旋的初始排列. 特别地, 当信道中自旋无激发或全部激发时, 纠缠传输的大小和持续时间都优于其他的激发信道. 上述研究结果有助于在实际系统中搭建适合量子态和纠缠传输的量子信道.

**关键词:** 信息流, 量子态传输, 自旋激发, 纠缠分发

**PACS:** 03.67.Hk, 75.10.Pq, 03.65.Ud

**DOI:** 10.7498/aps.64.160305

## 1 引言

量子信息处理的基本任务之一是发展传输量子信息的可靠方法. 2003年, Bose<sup>[1]</sup>提出两端开放的自旋链可以用作量子信息短程传输的信道. 通过利用自旋链内部的相互作用, 在不需要外部调制和内部转换情况下, 量子态可以从自旋链的一端传送到另一端. 自旋链是一个相互作用的多体系统, 量子信息在信道中传输时会由于信道色散而逐渐损失. 如果对自旋链内部的耦合参数进行预先设置, 可以实现量子态在任意长度的自旋链中完美传输<sup>[2-5]</sup>. 特别地, 通过对一条预先调制的自旋链的输入端粒子进行算符操作, 可以在不需要信道量子态初始化下实现量子态和纠缠的完美传输<sup>[6,7]</sup>. 另外, 如果在系统哈密顿量中引进附加的相移<sup>[8,9]</sup>、能量流<sup>[10]</sup>、Dzyaloshinskii-Moriya(DM)相互作用<sup>[11]</sup>

或者改变自旋链端点处的耦合强度<sup>[12-14]</sup>, 传输的保真度和纠缠度会显著提高. 需要注意的是, 由自旋链内部<sup>[15]</sup>和外在环境<sup>[16,17]</sup>带来的退相干效应会严重损害量子态和纠缠传输的质量. 2013年, He等<sup>[18]</sup>提出利用弱测量和恢复性测量方法, 可以使量子态和纠缠在信道中传送时的衰减大大降低, 从而提高其传输的保真度和纠缠度. 另外通过对输出端自旋粒子施加一个额外的幺正变换, 可以优化量子态传输的保真度<sup>[19,20]</sup>. 除了自旋链系统, 量子态和纠缠的传输性质在其他量子系统中也进行了大量的研究, 如量子点系统<sup>[21]</sup>、约瑟夫森结系统<sup>[22]</sup>、耦合谐振腔光波导系统等<sup>[23]</sup>.

量子态在自旋链中传输时其保真度除了取决于信道的结构、耦合参数等之外, 信道中自旋粒子的初态对保真度大小同样有着决定性的影响<sup>[19]</sup>. 在以往大多数理论方案中, 自旋链粒子间的耦合通

\* 国家自然科学基金重大研究计划(批准号:91121023)、国家自然科学基金(批准号: 61378012, 60978009)、高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20124407110009)、国家重点基础研究发展计划(批准号: 2011CBA00200, 2013CB921804) 和国家教育部留学回国人员科研启动基金资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: yfyuks@hotmail.com

常被假定是铁磁性 (FM) 的, 信道中的自旋粒子也被假定初始化到基态. 然而, 实际中大多数自旋系统的物理实现具有反铁磁 (AFM) 性质<sup>[24,25]</sup>. 最近的一些理论工作表明, AFM 自旋链也适合传输量子态和纠缠<sup>[26,27]</sup>. 并且对于适当长度的自旋链, 初态中含有自旋激发的 AFM 信道在传输保真度和传输完成时间上优于处于基态的 FM 信道<sup>[26]</sup>. 基于此, 本文研究了在一条均匀耦合的 AFM 自旋链中, 信道中自旋激发数以及激发序列变化对量子态和纠缠传输的影响.

在研究多体系统中的量子信息传输时, 利用信息流方法<sup>[28]</sup>在海森堡绘景里分析输出端粒子的算符演化动力学, 可以简化分析计算过程并且能直观地反映系统中信息传递的大小与信道初态<sup>[20,28,29]</sup>以及哈密顿量参数<sup>[30]</sup>之间的关系. 这里, 我们利用这种方法研究了量子态在不同自旋激发数的信道中的传输性质. 结果表明平均保真度大小只与信道中自旋激发数的奇偶性有关. 特别地, 根据量子态在奇偶激发信道中的传输质量, 我们构建了优化信道来提升量子态在自旋链中传输的保真度. 另外, 我们进一步分析了纠缠在自旋激发信道中的传输情况, 结果显示纠缠传输的大小与信道中自旋激发的具体个数以及激发序列均有关系.

本文组织结构如下: 第二部分首先解析给出了量子态在不同自旋激发数的信道中传输时平均保真度的表达式, 并数值分析了信道中自旋激发数变化对平均保真度的影响; 接着给出了纠缠在激发信道中传输的表达式, 并数值讨论了信道中自旋激发数以及激发序列的变化对平均纠缠度的影响. 第三部分对研究结果进行了总结.

## 2 量子态传输和纠缠分发

考虑一条由  $N$  个量子比特构成的  $XY$  型自旋链, 其哈密顿量形式为

$$\mathbf{H} = -\frac{J}{2} \sum_{n=1}^{N-1} (\sigma_n^x \sigma_{n+1}^x + \sigma_n^y \sigma_{n+1}^y) + h \sum_{n=1}^N \sigma_n^z, \quad (1)$$

其中,  $J$  是相邻自旋粒子间的耦合系数,  $J < 0$  表示粒子间相互作用为反铁磁性,  $J > 0$  为铁磁性;  $h$  是沿着  $z$  方向的外加磁场力;  $\sigma_n^x, \sigma_n^y, \sigma_n^z$  表示第  $n$  个粒子的泡利算符. 另外, 本文主要研究量子态和纠缠在反铁磁 ( $J < 0$ ) 自旋链中的传输性质.

### 2.1 量子态传输

量子态在多激发自旋链中的传输情况如图 1(a) 所示. 在初始时刻  $t_0$ , 我们将需要传送的目标量子态  $|\varphi_{in}\rangle$  编码在自旋链的第一个粒子 1 上, 系统其他粒子形成一条含有不同自旋激发数的量子信道. 通过自旋链内部的相互作用, 在某个时刻  $t$ , 在自旋链另外一端的粒子  $N$  上将以一定的保真度  $F = \langle \varphi_{in} | \rho_N(t) | \varphi_{in} \rangle$  接收到该量子态. 其中  $\rho_N(t)$  表示输出端粒子  $N$  在  $t$  时刻的密度矩阵, 具有如下形式:

$$\rho_N(t) = \frac{1}{2} \left( \mathbf{I} + \sum_{\delta=x,y,z} \langle \sigma_N^\delta(t) \rangle \sigma_N^\delta \right), \quad (2)$$

这里,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\langle \sigma_N^\delta(t) \rangle$  ( $\delta = x, y, z$ ) 表示在整个系统的初态下对第  $N$  个粒子的泡利算符  $\sigma_N^\delta(t)$  求平均值. 接下来我们利用信息流方法<sup>[28]</sup>分析输出端粒子  $N$  的算符演化动力学.

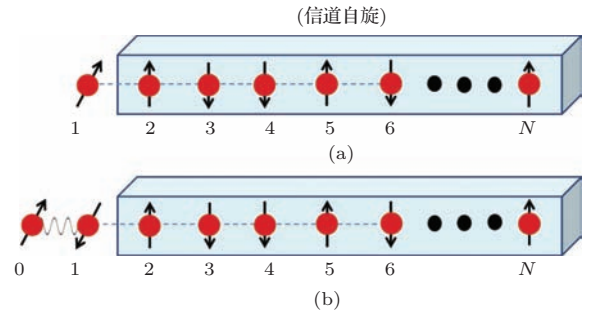


图 1 (网刊彩色) 量子态传输和纠缠分发示意图, 其中自旋粒子 2, ..., N 形成一条含有不同自旋激发数的量子信道 (a) 量子态传输; (b) 纠缠分发

Fig. 1. (color online) The schematic for state transfer and entanglement distribution through spin channel with different number of spin excitations: (a) state transfer; (b) entanglement distribution.

在海森堡绘景里, 任意算符随时间的演化形式为  $O(t) = U^\dagger O U$ , 其中  $U = \exp(-iHt)$  表示时间演化算符. 在 (1) 式哈密顿量  $H$  的作用下,  $\rho_N(t)$  中泡利算符随时间的演化形式可归纳为

$$\begin{aligned} \sigma_N^x(t) &= \sum_{n=1}^N [A_n(t) \sigma_{N+1-n}^x + B_n(t) \sigma_{N+1-n}^y] \Delta_n, \\ \sigma_N^y(t) &= \sum_{n=1}^N [A_n(t) \sigma_{N+1-n}^y - B_n(t) \sigma_{N+1-n}^x] \Delta_n, \\ \sigma_N^z(t) &= -i \sigma_N^x \sigma_N^y = \sum_{n=1}^N [A_n^2(t) + B_n^2(t)] \sigma_{N+1-n}^z, \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $\Delta_n = \prod_{i=N+2-n}^N \sigma_i^z$ ; 时间演化系数  $A_n(t)$  和  $B_n(t)$  是  $N$  维列向量  $\mathbf{A}(t)$  和  $\mathbf{B}(t)$  中的组成部分,  $\mathbf{A}(t)$  和  $\mathbf{B}(t)$  具有以下形式<sup>[30]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{t^{2k}}{(2k)!} \mu^{2k} \mathbf{v}, \\ \mathbf{B}(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{t^{2k+1}}{(2k+1)!} \mu^{2k+1} \mathbf{v}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{v} = (1, 0, 0 \cdots 0)^T$ ,  $T$  表示对矩阵进行转置. 矩阵  $\mu$  是一个三对角矩阵, 其结构为

$$\mu = \begin{pmatrix} 2h & J & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ J & 2h & J & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & J & 2h & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2h & J \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & J & 2h \end{pmatrix}_{N \times N}, \quad (5)$$

其矩阵元可表示成

$$\mu_{ij} = J(\delta_{i-1,j} + \delta_{i+1,j}) + 2h\delta_{i,j}. \quad (6)$$

由于  $\mu$  是一个实对称型矩阵, 因此可以被对角化. 即存在一个正交矩阵  $\mathbf{P}$ , 使得  $\mu^{2k} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}^{2k}\mathbf{P}^T$ , 其中  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{\Lambda}$  分别是矩阵  $\mu$  的特征向量和特征值组成的正交矩阵和对角矩阵. 于是 (4) 式变为

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{P}\mathbf{\Omega}(t)\mathbf{P}^T\mathbf{v}, \quad \mathbf{B}(t) = \mathbf{P}\mathbf{\Sigma}(t)\mathbf{P}^T\mathbf{v}. \quad (7)$$

这里  $\mathbf{\Omega}(t)$  和  $\mathbf{\Sigma}(t)$  都是对角矩阵, 分别为  $\mathbf{\Omega}(t) = \cos(\lambda_{ij})\delta_{ij}$ ,  $\mathbf{\Sigma}(t) = \sin(\lambda_{ij})\delta_{ij}$ , 其中  $\lambda_{ii}$  为矩阵  $\mathbf{\Lambda}$  的对角元. 通过数值求解 (见附录 A), 矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{\Lambda}$  中的元素为

$$\begin{aligned} P_{m,k} &= \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin\left(\frac{km\pi}{N+1}\right), \\ \lambda_m &= 2h + 2J \cos\left(\frac{m\pi}{N+1}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

将 (8) 式结果代入 (7) 式, 我们获得 (3) 式中泡利算符的各个时间演化系数  $A_n(t)$  和  $B_n(t)$ , 其形式为

$$\begin{aligned} A_n(t) &= \frac{2}{N+1} \sum_{m=1}^N \sin\left(\frac{m\pi}{N+1}\right) \\ &\quad \times \sin\left(\frac{nm\pi}{N+1}\right) \cos(\lambda_m t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} B_n(t) &= \frac{2}{N+1} \sum_{m=1}^N \sin\left(\frac{m\pi}{N+1}\right) \\ &\quad \times \sin\left(\frac{nm\pi}{N+1}\right) \sin(\lambda_m t). \end{aligned} \quad (10)$$

接下来我们定义系统初态. 首先用  $|1\rangle$  表示自旋向上态  $|\uparrow\rangle$ ,  $|0\rangle$  表示自旋向下态  $|\downarrow\rangle$ , 并用  $|\tilde{0}\rangle$  表示  $|0_2 0_3 \cdots 0_N\rangle$ . 定义费米子产生算符  $c_l^\dagger = \prod_{n=2}^{l-1} (-\sigma_n^z) \sigma_l^+$ , 其中  $\sigma_l^\pm = \frac{1}{2}(\sigma_l^x \pm i\sigma_l^y)$  表示自旋升降算符. 算符  $c_l^\dagger$  的作用是将第  $l$  个粒子的  $|\downarrow\rangle$  翻转到  $|\uparrow\rangle$ . 接着用  $S$  表示  $M$  个不同数的集合,  $M$  的取值为  $\{0, 1, 2, \cdots, N-1\}$ . 则集合  $S = \{l_1, l_2, \cdots, l_M\}$  可以用来标注信道中  $M$  个激发自旋的初始位置, 集合中  $l_1, l_2, \cdots, l_M$  的取值为  $2 \leq l_1 < l_2 < \cdots < l_M \leq N$ . 定义系统初态  $|\Psi(0)\rangle = |\varphi_{in}\rangle|\varphi_{2,\dots,N}\rangle$ , 其中  $|\varphi_{in}\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2)|1\rangle$  为待传送的目标量子态, 而  $|\varphi_{2,\dots,N}\rangle$  表示信道中自旋粒子  $2, \cdots, N$  的初态, 其形式为

$$|\varphi_{2,\dots,N}\rangle = \left( \prod_{l \in S} c_l^\dagger \right) |\tilde{0}\rangle. \quad (11)$$

需要说明的是, 本文考虑的自旋激发信道初始处于单态形式.

在确定系统初态  $|\Psi(0)\rangle$  后, 通过计算, (2) 式  $\rho_N(t)$  中的展开系数为

$$\begin{aligned} &\langle \sigma_N^x(t) \rangle \\ &= [\sin \theta \cos \varphi A_N(t) - \sin \theta \sin \varphi B_N(t)] \langle \mathbf{\Delta}_N \rangle, \\ &\langle \sigma_N^y(t) \rangle \\ &= [\sin \theta \sin \varphi A_N(t) - \sin \theta \cos \varphi B_N(t)] \langle \mathbf{\Delta}_N \rangle, \\ &\langle \sigma_N^z(t) \rangle \\ &= -\cos \theta [A_N^2(t) + B_N^2(t)] \\ &\quad + \sum_{n=1}^{N-1} [A_n^2(t) + B_n^2(t)] \langle \sigma_{N+1-n}^z \rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

上式中,  $\mathbf{\Delta}_N = \prod_{i=2}^N \sigma_i^z$  为信道宇称算符,  $\langle \mathbf{\Delta}_N \rangle$  和  $\langle \sigma_{N+1-n}^z \rangle$  表示在信道初态  $|\varphi_{2,\dots,N}\rangle$  中分别对算符  $\mathbf{\Delta}_N$  和  $\sigma_{N+1-n}^z$  求平均值.

通过 (12) 式, 我们可以获得输出端粒子  $N$  在  $t$  时刻的密度矩阵  $\rho_N(t)$ , 进而可以求解出  $t$  时刻在粒子  $N$  上接收到的保真度  $F$ . 为了考察上述自旋激发信道对任意量子态  $|\varphi_{in}\rangle$  的传输能力, 我们对  $\theta$  和  $\varphi$  在单位 Bloch 球面积分, 从而获得量子态传输的平均保真度

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi} \int \langle \varphi_{in} | \rho_N(t) | \varphi_{in} \rangle d\Omega$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} A_N(t) \langle \Delta_N \rangle + \frac{1}{6} [A_N^2(t) + B_N^2(t)]. \quad (13)$$

利用信息流方法我们获得了平均保真度的表达式. 从(13)式可以看到, 平均保真度  $\bar{F}$  的大小取决于信道初态  $|\varphi_{2, \dots, N}\rangle$  的字称  $\langle \Delta_N \rangle$  以及时间演化系数  $A_N(t)$  和  $B_N(t)$ . 对于(11)式中含有不同自旋激发数的信道, 其初态的字称  $\langle \Delta_N \rangle$  可以简化为  $\pm 1$  两种情况. 其中  $\langle \Delta_N \rangle$  取  $+1$  还是  $-1$  决定于信道中自旋激发数的奇偶性, 与激发的具体个数和排列均无关. 从而可以得知, 量子态在一条含有不同自旋激发数的信道中传输时, 其平均保真度大小只依赖于信道中激发数的奇偶性. 这一结果证实了文献[26]中的数值推论.

值得说明的是, 当  $h = 0$  时, 对于偶数长度的自旋链,  $A_N(t) = 0$ . 此时(13)式变为  $\bar{F} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} B_N^2(t)$ . 这意味着在无外加磁场情况下, 量子态在偶数长度的自旋链中传输时其平均保真度大小与信道自旋的初态无关.

接下来我们对上述结果进行数值分析和讨论. 为了方便讨论, 对于反铁磁和铁磁自旋链, 我们分别设置系统耦合参数  $J = -1$  和  $J = 1$ .

首先分析信道中自旋激发数变化对量子态传输的平均保真度的影响. 这里, 我们选择在  $N = 8$  和  $N = 9$  两种自旋链的不同激发数信道中, 观察平均保真度  $\bar{F}$  随时间  $t$  的变化关系. 从图2(a)和(b)中可以看到, 所有信道中的平均保真度大小随着时间变化都在0.5附近震荡. 其震荡幅度与信道中自旋激发数  $M$  的奇偶性、自旋链长度  $N$  以及外加磁场强度  $h$  有关. 在没有外加磁场时, 如图2(a)所示, 对于  $N = 8$  的自旋链, 所有激发信道中的平均保真度  $\bar{F}$  只有一条变化曲线. 此时, 由于(13)式中  $A_N(t) = 0$ , 平均保真度与信道中的自旋激发数无关. 而对于  $N = 9$  的自旋链, 平均保真度  $\bar{F}$  随信道中自旋激发数  $M$  的奇偶性呈现两种变化, 所有  $M$  为偶数或  $M$  为奇数的信道中平均保真度相同. 另外, 当存在外加磁场时, 如图2(b)所示, 对于  $N = 8$  和  $N = 9$  的自旋链, 平均保真度随时间的变化曲线分为两条, 分别对应信道中自旋激发数为偶数和奇数的情况.

从上述结果可知, 当  $N$  和  $h$  一定时, 平均保真度  $\bar{F}$  的大小就只依赖于信道中自旋激发数  $M$  的奇偶性. 因此我们将含有不同自旋激发数的信道简化为偶激发 ( $M$  为偶数) 和奇激发 ( $M$  为奇数) 两

种信道. 接下来我们进一步分析在这两种激发信道中获得的最大平均保真度  $\bar{F}_{\max}$  随自旋链长度  $N$  的变化情况. 本文中最大平均保真度(纠缠度)在  $t = [0, 2000]$  时间段内获取.

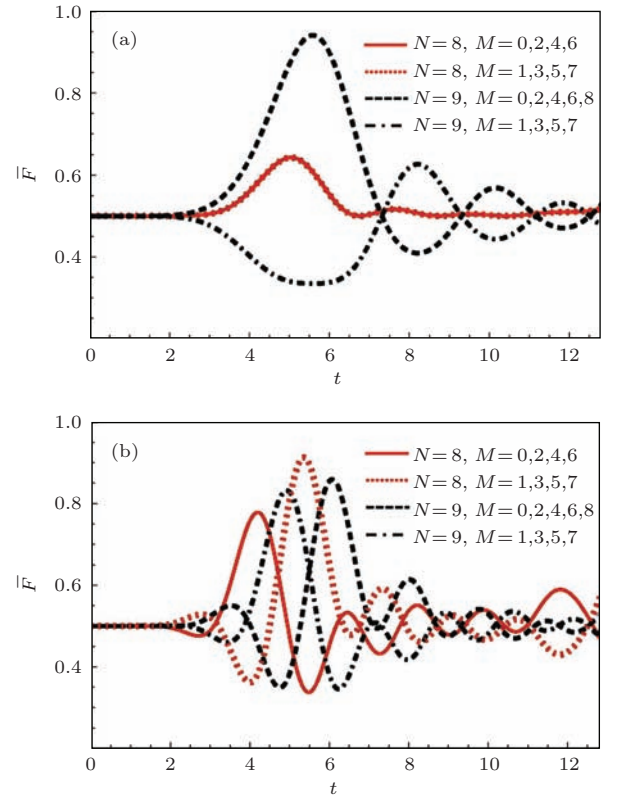


图2 (网刊彩色) 平均保真度  $\bar{F}$  在  $N = 8$  和  $N = 9$  的不同自旋激发数信道中随时间  $t$  的变化关系 (a) 磁场  $h = 0$ ; (b) 磁场  $h = 1$

Fig. 2. (color online) The average fidelity  $\bar{F}$  as a function of  $t$  for the chains with  $N=8$  and  $N=9$  spins in the case of different number of spin excitations  $M$ : (a) magnetic field  $h = 0$ ; (b) magnetic field  $h = 1$ .

在奇偶两种激发信道中获得的最大平均保真度  $\bar{F}_{\max}$  随自旋链长度  $N$  的变化关系如图3(a) ( $h = 0$ ) 和 3(b) ( $h = 0.1$ ) 所示. 首先, 当磁场  $h = 0$  时, 在图3(a)中, 对于  $N$  为偶数的自旋链, 由于平均保真度  $\bar{F}$  相同, 奇偶激发信道中获得的最大平均保真度  $\bar{F}_{\max}$  只有一个值, 但是其大小都低于经典保真度的极限  $2/3$  [31]. 通过一个外加磁场, 从图3(b)中可以看到, 最大平均保真度有了显著的提高. 其次, 对于图3(a)中  $N$  为奇数和图3(b)所有长度的自旋链, 可以观察到奇偶激发信道中获得的最大平均保真度有明显区别. 例如, 在图3(a)中, 当自旋链长度  $N = 4n + 1$  时, 偶激发信道中获得的最大平均保真度明显优于奇激发的信道. 而对于  $N = 4n + 3$  长度的自旋链, 奇激

发信道则更有利于量子态的传输. 在图 3(b) 中, 当  $N = 5n + 2, \dots$  长度时, 偶激发信道适合量子态传输. 而当  $N = 5n + 3, \dots$  时, 奇激发信道有利于量子态的传输.

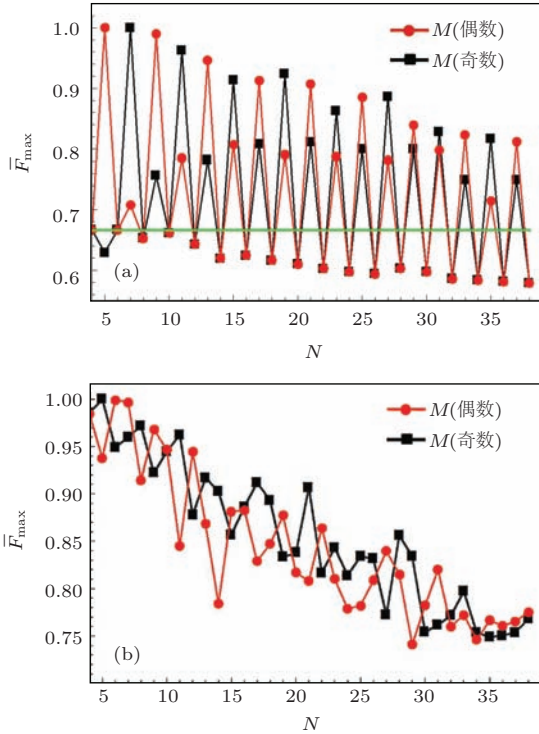


图 3 (网刊彩色) 偶激发信道 ( $M$  为偶数) 和奇激发信道 ( $M$  为奇数) 中的最大平均保真度  $\bar{F}_{\max}$  随自旋链长度  $N$  的变化关系 (a) 磁场  $h = 0$ , 图中水平直线表示经典保真度极限  $2/3$ ; (b) 磁场  $h = 0.1$

Fig. 3. (color online) The maximum average fidelity  $\bar{F}_{\max}$  as a function of chain lengths  $N$  for the case that the number of excited spins  $M$  is even or odd: (a) magnetic field  $h = 0$ , the horizontal line represents the limit of classical fidelity  $2/3$ ; (b) magnetic field  $h = 0.1$ .

基于上述的数值分析结果, 我们可以根据自旋链的长度依次地从两种激发信道中选择出适合的量子信道来优化量子态的传输质量. 考虑到量子态在优化信道中能高质量地传输, 这里我们研究图 3(b) 中磁场  $h=0.1$  的情况. 如图 4 所示, 在构建优化信道中, 首先, 对于  $N = 5, 6, 7$  的自旋链, 量子态能实现接近完美的态传输 ( $\bar{F}_{\max} \approx 1$ ). 其次, 当  $N < 30$  时, 量子态传输的最大平均保真度能达到 80% 以上. 另外, 对比文献 [1] 中采用的 FM 信道和文献 [26] 中的 Néel 信道, 构建的优化信道能够明显地提升量子态在自旋链中传输的最大平均保真度. 如  $N = 5$  时, 优化信道中  $\bar{F}_{\max} = 0.9999$ , FM 和 Néel 信道中  $\bar{F}_{\max} = 0.9385$ . 特别地, 在本

文研究的模型中, 用来优化的信道只需满足自旋激发数为奇数或偶数即可, 与激发的具体个数和序列均无关. 这给在实验上制备所需的激发信道带来了很大的简化.

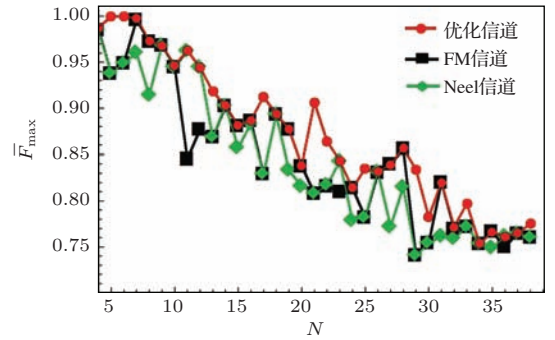


图 4 (网刊彩色) 优化信道 (点线)、FM 信道 (方格线) 和 Néel (菱形线) 信道中最大平均保真度  $\bar{F}_{\max}$  随自旋链长度  $N$  的变化情况

Fig. 4. (color online) The maximum average fidelity  $\bar{F}_{\max}$  as a function of  $N$  for optimized channel (dot), FM channel (square) and Néel channel (diamond).

## 2.2 纠缠分发

纠缠是量子信息和量子计算中的核心资源. 纠缠的分发在量子隐形传态 [32,33] 和量子密钥分配 [34] 中都有着十分重要的作用. 这里我们利用信息流方法来分析纠缠在多激发自旋链中的传输性质. 纠缠的具体传输情况如图 1(b) 所示, 一对纠缠粒子 0 和 1 初始处于  $|\varphi\rangle^+ = \cos(\theta/2)|01\rangle + e^{i\varphi} \sin(\theta/2)|10\rangle$ , 其中 1 粒子位于自旋链的发送端. 经过一段时间  $t$  的动力学演化, 1 粒子中的量子态传递到了  $N$  粒子, 从而使得 0 粒子和  $N$  粒子之间产生了纠缠. 在  $t$  时刻, 0 粒子和  $N$  粒子的密度矩阵形式为

$$\begin{aligned} \rho_{0N}(t) &= \frac{1}{4} \left( \mathbf{I}_0 \otimes \mathbf{I}_N + \mathbf{I}_0 \otimes \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}_N^\delta + \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}_0^\delta \otimes \mathbf{I}_N \right) \\ &+ \sum_{\delta=x,y,z} \mathbf{c} \boldsymbol{\sigma}_0^\delta \otimes \boldsymbol{\sigma}_N^\delta, \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\mathbf{a} = (\langle \sigma_N^x(t) \rangle, \langle \sigma_N^y(t) \rangle, \langle \sigma_N^z(t) \rangle)$ ,  $\mathbf{b} = (\langle \sigma_0^x(t) \rangle, \langle \sigma_0^y(t) \rangle, \langle \sigma_0^z(t) \rangle)$ ,  $\mathbf{c} = (\langle \sigma_0^x(t) \sigma_N^x(t) \rangle, \langle \sigma_0^x(t) \sigma_N^y(t) \rangle, \dots, \langle \sigma_0^z(t) \sigma_N^z(t) \rangle)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_0^\delta = (\sigma_0^x, \sigma_0^y, \sigma_0^z)$ ,  $\boldsymbol{\sigma}_N^\delta = (\sigma_N^x, \sigma_N^y, \sigma_N^z)$ .

利用 (3) 式的结果, 则 (14) 式中的  $\rho_{0N}(t)$  具有如下形式:

$$\rho_{0N}(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} & 0 \\ 0 & \rho_{32} & \rho_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_{44} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

其中  $\rho_{11} = (1 + \eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{13})/4$ ,  $\rho_{22} = (1 + \eta_{11} - \eta_{12} - \eta_{13})/4$ ,  $\rho_{33} = (1 - \eta_{11} + \eta_{12} - \eta_{13})/4$ ,  $\rho_{44} = (1 - \eta_{11} - \eta_{12} + \eta_{13})/4$ ,  $\rho_{23} = (2\eta_{21} + 2\eta_{22})/4$ ,  $\rho_{32} = (2\eta_{21} - 2\eta_{22})/4$ ; 参数  $\eta_{11} = -\cos\theta$ ,  $\eta_{12} = \cos\theta[A_N^2(t) + B_N^2(t)] + \sum_{n=1}^{N-1} [A_n^2(t) + B_n^2(t)]\langle\sigma_{N+1-n}^z\rangle$ ,  $\eta_{13} = -[A_N^2(t) + B_N^2(t)] - \cos\theta \sum_{n=1}^{N-1} [A_n^2(t) + B_n^2(t)]\langle\sigma_{N+1-n}^z\rangle$ ,  $\eta_{21} = \left\{ \frac{1}{2} \sin\theta e^{i\varphi} [A_N(t) - iB_N(t)] + \frac{1}{2} \sin\theta e^{-i\varphi} [A_N(t) + iB_N(t)] \right\} \langle\Delta_N\rangle$ ,  $\eta_{22} = \left\{ \frac{1}{2} \sin\theta e^{i\varphi} [A_N(t) - iB_N(t)] + \frac{1}{2} \sin\theta e^{-i\varphi} [-A_N(t) - iB_N(t)] \right\} \langle\Delta_N\rangle$ .

在获得密度矩阵  $\rho_{0N}(t)$  后, 则自旋粒子 0 和  $N$  之间的纠缠度 [35] 为

$$C(t) = 2 \max\{0, |\rho_{23}| - \sqrt{\rho_{11}\rho_{44}}\}. \quad (16)$$

为了更好地衡量激发信道对纠缠的传输能力, 我们引入平均纠缠度  $\bar{C}$  来度量粒子 0 和  $N$  之间的纠缠大小. 对上式中的  $\theta$  和  $\varphi$  在单位 Bloch 球面积分, 则平均纠缠度的形式为

$$\bar{C}(t) = \max\left\{0, \frac{\pi}{4} \sqrt{\alpha\beta} - \frac{\pi}{8} \sqrt{(1-\alpha)^2 - \gamma^2}\right\}. \quad (17)$$

其中  $\alpha = [A_N^2(t) + B_N^2(t)]$ ,  $\beta = \langle\Delta_N\rangle^2$ ,  $\gamma = \sum_{n=1}^{N-1} [A_n^2(t) + B_n^2(t)]\langle\sigma_{N+1-n}^z\rangle$ . 从 (17) 式可以看到, 与量子态在不同自旋激发数的信道中的传输性质不同, 纠缠传输的大小不仅依赖于信道中自旋激发数的具体个数  $M$ , 还取决于这些激发自旋在信道中的初始序列  $S$ .

下面我们将分别讨论信道中自旋激发数和激发序列变化对纠缠传输的影响.

首先分析信道中自旋激发数变化对纠缠传输的影响. 这里, 我们选择在  $N = 9$  的偶激发信道和  $N = 10$  的奇激发信道中观察平均纠缠度  $\bar{C}(t)$  随时间  $t$  的变化情况. 为了方便分析自旋激发数变化对平均纠缠度大小的影响, 我们考虑当自旋激发数  $M$  增大时是沿着自旋链逐位增加的. 即  $M = 2$

时表示信道的初态为  $|1100\cdots 0\rangle_{2,\dots,N}$ , 而  $M = 4$  时表示信道初态  $|11110\cdots 0\rangle_{2,\dots,N}$ . 从图 5(a) 和 5(b) 中可以看到, 在每一个自旋激发数  $M$  对应的信道中,  $\bar{C}(t)$  的大小和持续时间都不同. 但可以发现, 在没有自旋激发或自旋全部激发的信道中, 纠缠传输的大小和持续时间都优于其他的激发信道, 如图 5(a) 中  $M = 0, 8$  以及图 5(b) 中  $M = 9$  的信道. 另外, 在自旋激发数  $M$  等于自旋链长度  $N$  一半左右的信道中, 纠缠的传输效果最差.

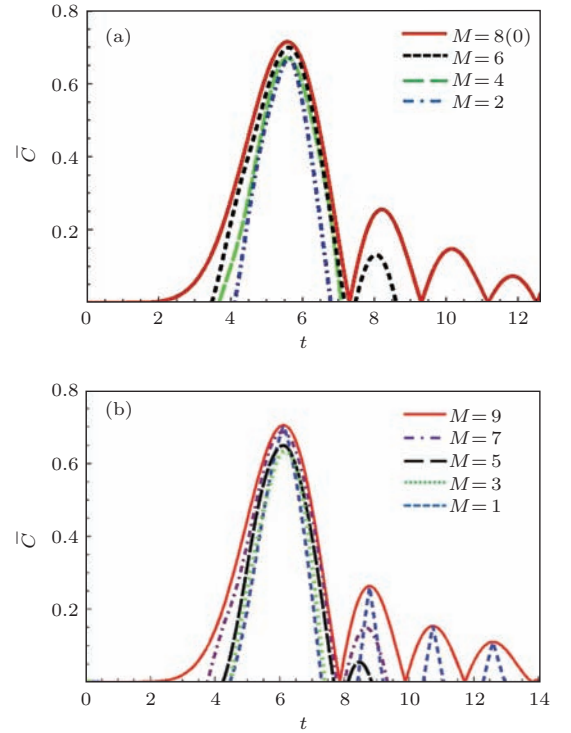


图 5 (网刊彩色) 平均纠缠度  $\bar{C}(t)$  在两种自旋链的不同激发数信道中随时间  $t$  的演化, 磁场  $h=1$  (a)  $N=9$ ,  $M$  的取值为  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ ; (b)  $N=10$ ,  $M$  的取值为  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

Fig. 5. (color online) The average concurrence  $\bar{C}(t)$  as a function of  $t$  for spin chains  $N=9$  and  $N=10$  in the case of the different number of spin excitations  $M$ , magnetic field  $h=1$ : (a)  $N=9$ ,  $M=0, 2, 4, 6$  and  $8$ ; (b)  $N=10$ ,  $M=1, 3, 5, 7$  and  $9$ .

为了更清楚地观察信道中自旋激发数变化对平均纠缠度大小的影响, 我们数值分析了在  $t = [0, 2000]$  时间段内获得的最大平均纠缠度  $\bar{C}_{\max}$  与信道中自旋激发数  $M$  的变化关系. 如图 6 所示, 随着信道中自旋激发数的增多, 最大平均纠缠度先减小后增大, 在信道中的自旋全部处于自旋向下态或激发态时,  $\bar{C}_{\max}$  取得最大值. 而在自旋激发数  $M = 5, 6$  时  $\bar{C}_{\max}$  最小. 例如, 对于  $N = 10$  的自旋链, 当  $M = 9$ ,  $\bar{C}_{\max} = 0.774$ ;

$M = 5$ ,  $\bar{C}_{\max} = 0.761$ .

接下来我们讨论信道中自旋激发的初始位置变化对纠缠传输的影响. 如图 7 所示, 我们研究了在  $N = 9$  和  $N = 10$  的单自旋激发信道中, 最大平均纠缠度  $\bar{C}_{\max}$  随着该激发自旋处于自旋链的不同位置  $l_1$  时的变化情况. 从图 7 可以看到,  $\bar{C}_{\max}$  的大小随着单激发态的位置移动开始交替式变化, 两条自旋链中的最大平均纠缠度的变化方式相同. 同时可以发现, 当该激发态处于  $N = 2n + 1$  时, 可以获得较高的最大平均纠缠度; 而在  $N = 2n$  位置时, 纠缠的传输情况较差. 如在  $N = 10$  的自旋链中,  $l_1 = 6$  时,  $\bar{C}_{\max} = 0.7614$ ,  $l_1 = 7$  时,  $\bar{C}_{\max} = 0.7701$ .

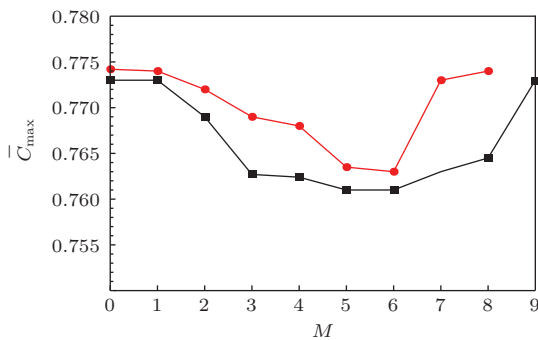


图 6 (网刊彩色) 在  $N = 9$  (点线) 和  $N = 10$  (方格线) 的自旋链中最大平均纠缠度  $\bar{C}_{\max}$  随自旋激发数  $M$  的变化情况, 磁场  $h = 1$

Fig. 6. (color online) The maximum average concurrence  $\bar{C}_{\max}$  as a function of the number of excited spins  $M$  for  $N = 9$  (dot) and  $N = 10$  (square), magnetic field  $h = 1$ .

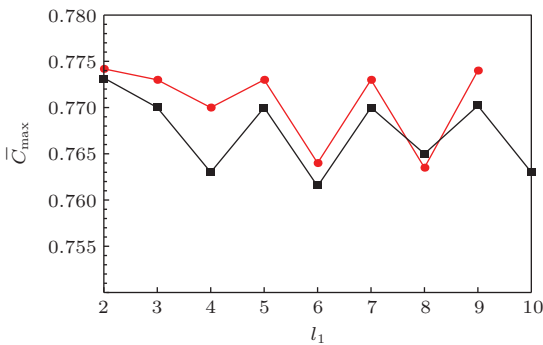


图 7 (网刊彩色) 最大平均纠缠度  $\bar{C}_{\max}$  随单激发自旋的初始位置  $l_1$  的变化关系, 对于  $N = 9$  (点线) 和  $N = 10$  (方格线) 的自旋链,  $l_1$  的取值分别为  $\{2, 3, \dots, 9\}$  和  $\{2, 3, \dots, 10\}$ , 磁场  $h = 1$

Fig. 7. (color online) The effects of initial locations  $l_1$  of single excited spin in the chain on the maximum average concurrence  $\bar{C}_{\max}$ , for  $N = 9$  (dot) and  $N = 10$  (square),  $l_1 = \{2, 3, \dots, 9\}$  and  $\{2, 3, \dots, 10\}$ , respectively, magnetic field  $h = 1$ .

数值分析结果证实了纠缠传输的大小不仅和信道中自旋激发的具体个数  $M$  有关, 还取决于这些激发自旋所在的初始位置  $S$ . 当纠缠在多激发自旋链中传输时, 我们可以通过在自旋信道中制备合适的激发态来提高纠缠的传输质量.

### 3 结 论

本文研究了量子态在一条均匀耦合的反铁磁自旋链中传输时, 信道中自旋激发数变化对其传输性质的影响. 通过利用信息流方法分析输出端粒子的算符演化动力学, 我们简化了量子态在多激发子空间传输时平均保真度的计算量, 并获得了平均保真度与信道自旋初态之间的关系表达式. 分析结果表明, 平均保真度的大小只依赖于信道中自旋激发数的奇偶性. 另外, 通过比较在奇偶激发信道中获得的最高平均保真度, 我们根据自旋链的长度从两种信道中构建了优化信道来提升量子态在自旋链中传输的保真度. 对比文献 [1] 中采用的 FM 信道和文献 [26] 中的 Néel 信道, 量子态在优化信道传输的最高平均保真度能得到明显的提升. 值得说明的是, 构建的优化信道只需满足信道中的自旋激发数为奇数或偶数即可, 与激发的具体个数和序列均无关. 这给在实验上制备所需的激发信道带来了很大的简化.

接着, 我们利用信息流方法分析了纠缠在多激发自旋链中的传输性质. 结果显示, 信道中自旋激发数或者激发序列的变化都会影响纠缠传输的大小. 数值分析表明, 当信道中自旋无激发或全部激发时, 纠缠传输的大小和持续时间优于其他的激发信道. 这些研究结果为纠缠在多激发自旋链中的传输提供了很好的参考.

随着最近光晶格技术的发展, 利用晶格中的冷原子在实验上模拟 AFM 自旋链已经实现 [36]. 特别地, 通过一束窄带聚焦的激光束和外加的微波场, Weitenberg 等 [37] 在 Mott 绝缘体中实现了对单个冷原子的自旋翻转, 从而可以制备不同类型的自旋链初态. 另外, 理论上利用光晶格中静磁场诱导的磁偶极-偶极相互作用, 并通过调节横向囚禁的波包宽度, 同样可以制备具有不同激发数目的自旋链初态 [38]. 因此, 我们的研究结果非常有助于在实际系统中搭建实现量子态和纠缠高质量传输的量子信道.

附录 A

对于 (5) 式中的矩阵  $\mu$ , 其特征多项式满足以下递推关系

$$f_n(\lambda) = (\lambda - 2h)f_{n-1}(\lambda) - J^2 f_{n-2}(\lambda), \quad (A1)$$

其中初始条件为  $f_0(\lambda) = 1$ . 设存在  $p + q = \lambda - 2h$ ,  $pq = J^2$ , 其中  $p = \frac{(\lambda - 2h) + \sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}}{2}$ ,  $q = \frac{(\lambda - 2h) - \sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}}{2}$ , 则 (A1) 式变为

$$\begin{aligned} f_n(p, q) &= (p + q)f_{n-1}(p, q) - pqf_{n-2}(p, q) \\ &= q^n + pq^{n-1} + p^2q^{n-2} + \dots + p^{n-1}q + p^n \\ &= \sum_{k=0}^n p^k q^{n-k} = \begin{cases} \frac{p^{n+1} - q^{n+1}}{p - q}, & p \neq q, \\ (n + 1)p^n, & p = q. \end{cases} \end{aligned} \quad (A2)$$

考虑  $p \neq q$  的情况, 通过再次变量代换, (A2) 式变为

$$\begin{aligned} f_n(\lambda) &= \frac{\left[ \frac{(\lambda - 2h) + \sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}}{2} \right]^{n+1}}{\sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}} \\ &\quad - \frac{\left[ \frac{(\lambda - 2h) - \sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}}{2} \right]^{n+1}}{\sqrt{(\lambda - 2h)^2 - 4J^2}}. \end{aligned} \quad (A3)$$

令  $f_n(\lambda) = 0$ , 得

$$\lambda_m = 2h + 2J \cos\left(\frac{m\pi}{N + 1}\right) \quad (A4)$$

其对应的特征向量  $|\mathbf{P}_m\rangle$  为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_m &= \sqrt{\frac{2}{N + 1}} \left( \sin\left(\frac{m\pi}{N + 1}\right), \sin\left(\frac{2m\pi}{N + 1}\right), \dots, \right. \\ &\quad \left. \sin\left(\frac{km\pi}{N + 1}\right), \dots, \sin\left(\frac{Nm\pi}{N + 1}\right) \right)^T. \end{aligned} \quad (A5)$$

参考文献

[1] Bose S 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 207901  
 [2] Christandl M, Datta N, Ekert A, Landahl A J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 187902  
 [3] Albanese C, Christandl M, Datta N, Ekert A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 230502  
 [4] Shi T, Li Y, Song Z, Sun C P 2005 *Phys. Rev. A* **71** 032309  
 [5] Nikolopoulos G M, Petrosyan D, Lambropoulos P 2004 *Europhys. Lett.* **65** 297  
 [6] Franco C D, Paternostro M, Kim M S 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 230502  
 [7] Markiewicz M, Wiesniak M 2009 *Phys. Rev. A* **79** 054304

[8] Maruyama K, Itaka T, Nori F 2007 *Phys. Rev. A* **75** 012325  
 [9] Zhang J, Shao B, Liu B Q 2011 *Phys. Rev. A* **84** 012327  
 [10] Wang Z M, Shao B, Chang P, Zou J 2007 *J. Phys. A* **40** 9067  
 [11] Zhang J, Shao B, Zou J, Li Q S 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100307  
 [12] Banchi L, Apollaro T J G, Cuccoli A, Vaia R, Verrucchi P 2010 *Phys. Rev. A* **82** 052321  
 [13] Banchi L, Apollaro T J G, Cuccoli A, Vaia R, Verrucchi P 2011 *New J. Phys.* **13** 123006  
 [14] Apollaro T J G, Banchi L, Cuccoli A, Vaia R, Verrucchi P 2012 *Phys. Rev. A* **85** 052319  
 [15] Zeng T H, Shao B, Zou J 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 020313  
 [16] Cai J M, Zhou Z W, Guo G C 2006 *Phys. Rev. A* **74** 022328  
 [17] Qin W, Li J L, Long G L 2015 *Chin. Phys. B* **24** 040305  
 [18] He Z, Yao C M, Zou J 2013 *Phys. Rev. A* **88** 044304  
 [19] Bayat A, Banchi L, Bose S, Verrucchi P 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062328  
 [20] Liu Y, Zhou D L 2014 *Phys. Rev. A* **89** 062331  
 [21] Li J, Wu S H, Zhang W W, Xi X Q 2011 *Chin. Phys. B* **20** 100308  
 [22] Wu S H, Hu M L, Li J, Xi X Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010302 (in Chinese) [吴世海, 胡明亮, 李季, 惠小强 2011 物理学报 **60** 010302]  
 [23] Zhang Y Q, Xu J B 2012 *Chin. Phys. B* **21** 010304  
 [24] Hirjibehedin C F, Lutz C P, Heinrich A J 2006 *Science* **312** 1021  
 [25] Heinrich A J, Gupta J A, Lutz C P, Eigler D M 2004 *Science* **306** 466  
 [26] Wang Z M, Ma R S, C Allen Bishop, Gu Y J 2012 *Phys. Rev. A* **86** 022330  
 [27] Bayat A, Bose S 2010 *Adv. Math. Phys.* **2010** 127182  
 [28] Franco C D, Paternostro M, Palma G M, Kim M S 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042316  
 [29] Franco C D, Paternostro M, Kim M S 2010 *Phys. Rev. A* **81** 022319  
 [30] Apollaro T J G, Cuccoli A, Franco C D, Paternostro M, Plastina F, Verrucchi P 2010 *New J. Phys.* **12** 083046  
 [31] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R 1999 *Phys. Rev. A* **60** 1888  
 [32] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895  
 [33] Xi Y X, Shan C J, Huang Y X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110305 (in Chinese) [郝玉兴, 单传家, 黄燕霞 2014 物理学报 **63** 110305]  
 [34] Jennewein T, Simon C, Weihs G, Weinfurter H, Zeilinger A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4729  
 [35] Wootters W K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2245  
 [36] Simon J, Bakr W S, Ma R, Tai M E, Preiss P M, Greiner M 2011 *Nature* **472** 307  
 [37] Weitenberg C, Endres M, Sherson J F, Cheneau M, Schau P, Fukuhara T, Bloch I, Kuhr S 2011 *Nature* **471** 319  
 [38] Zhao X, Zhao X D, Jing H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 060302 (in Chinese) [赵旭, 赵兴东, 景辉 2013 物理学报 **62** 060302]

# Optimizing quantum state transfer in multi-excitation spin chains via information flux<sup>\*</sup>

Chen Jun Yu Ya-Fei<sup>†</sup> Zhang Zhi-Ming

(Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices (SIPSE), Laboratory of Quantum Engineering and Quantum Materials, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

( Received 19 January 2015; revised manuscript received 12 May 2015 )

## Abstract

The transfer of quantum states between distant nodes is one of the most fundamental tasks in quantum-information processing. Recent studies show that the antiferromagnetic spin chain initially prepared in a multi-excitation state can provide suitable pathways for quantum state transfer. In this paper, we investigate the quality of state transfer through a uniformly coupled antiferromagnetic spin chain where the initial state of the channel varies with the number of spin excitations. Firstly, by analyzing the dynamics of observables for the output qubit using the information-flux approach, the explicit relation about how the average fidelity of state transfer depends on the initial state of the spin channel is obtained. The results show that the average fidelity of state transfer through a multi-excitation spin channel only relates to the parity of the number of spin excitations in the channel. Then we compare the maximum average fidelity of state transfer through the odd-excitation with those through the even-excitation spin channels, and provide a simple criterion to optimize the quality of state transfer by choosing appropriate channels from the odd-excitation and the even-excitation channels. Compared with the previous studies which initialize the chains into the ground state of the ferromagnetic medium or the Néel state, the maximum average fidelity of state transfer is evidently enhanced by using the optimized channel. Moreover, we analyze the entanglement distribution through the channel having different number of spin excitations via the information-flux approach. It is found that the quality of entanglement distribution not only relates to the number of initial spin excitations present in the channel, but also depends on the initial ordering of these excited spins. The numerical results suggest that the amount of distributed entanglement and duration of distribution in the channel where all spins are down or up are larger than those in other excited channels. Based on these results, we can choose appropriate quantum channels for state transfer and entanglement distribution in practice.

**Keywords:** information flux, quantum state transfer, spin excitation, entanglement distribution

**PACS:** 03.67.Hk, 75.10.Pq, 03.65.Ud

**DOI:** [10.7498/aps.64.160305](https://doi.org/10.7498/aps.64.160305)

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Major Research Plan of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 91121023), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61378012, 60978009), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20124407110009), the the National Basic Research Program of China (Grant Nos. 2011CBA00200, 2013CB921804), and the Scientific Research Staring Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, Ministry of Education of China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [yfyuks@hotmail.com](mailto:yfyuks@hotmail.com)