

电感电流伪连续导电模式下 Buck 变换器的动力学建模与分析

李振华 周国华 刘啸天 冷敏瑞

Dynamical modeling and analysis of buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode

Li Zhen-Hua Zhou Guo-Hua Liu Xiao-Tian Leng Min-Rui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 180501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.180501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.180501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I18>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于有源广义忆阻的无感混沌电路研究

Inductorless chaotic circuit based on active generalized memristors

物理学报.2015, 64(17): 170503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.170503>

基于对偶数理论的资料同化新方法

A new data assimilation method based on dual-number theory

物理学报.2015, 64(13): 130502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130502>

两级式光伏并网逆变器建模与非线性动力学行为研究

Numerical modeling and research on nonlinear dynamic behaviors of two-stage photovoltaic grid-connected inverter

物理学报.2015, 64(13): 130503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130503>

一类可变禁区的不连续系统的加周期分岔

Period-adding bifurcations in a discontinuous system with a variable gap

物理学报.2015, 64(12): 120502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.120502>

Duffing 系统随机相位抑制混沌与随机共振并存现象的机理研究

Mechanism for the coexistence phenomenon of random phase suppressing chaos and stochastic resonance in Duffing system

物理学报.2015, 64(10): 100501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.100501>

电感电流伪连续导电模式下Buck变换器的动力学建模与分析*

李振华 周国华[†] 刘啸天 冷敏瑞

(西南交通大学电气工程学院, 成都 610031)

(2015年2月13日收到; 2015年5月4日收到修改稿)

以电感电流伪连续导电模式(pseudo-continuous conduction mode, PCCM)下Buck变换器为例, 通过对开关变换器的开关模态的完整描述, 建立了PCCM Buck变换器的精确离散时间模型. 基于该模型, 研究了PCCM Buck变换器在负载电阻、电感等效串联电阻、电感、电容、参考电流和输入电压等电路参数变化时的分岔行为, 并揭示了变换器存在的次谐波振荡、倍周期分岔和混沌等复杂动力学行为. 基于分段光滑开关模型的数值仿真, 得到变换器在不同负载电阻下的时域波形图和相轨图, 验证了离散时间模型的正确性. 理论分析和仿真结果表明: PCCM Buck变换器更适合工作在轻载条件, 加大负载会导致变换器工作状态的失稳以及工作模式的转移; 电感的等效串联电阻对变换器稳定性具有一定程度的影响, 且等效串联电阻越大, 变换器越稳定. 研究结果对于设计与控制PCCM Buck变换器具有重要意义.

关键词: Buck变换器, 伪连续导电模式, 离散时间模型, 次谐波振荡

PACS: 05.45.-a, 84.30.Jc

DOI: 10.7498/aps.64.180501

1 引言

开关DC-DC变换器是开关电源的核心组成部分, 它是一种典型的非线性时变动力学系统, 存在各种类型的非线性动力学现象, 如次谐波振荡^[1]、倍周期分岔^[2,3]、边界碰撞分岔^[4,5]和混沌^[6,7]等. 这些非线性现象阻碍了开关DC-DC变换器的工程设计和开发, 使得开关DC-DC变换器性能的提高受到了极大的限制. 因此, 深入研究和分析开关DC-DC变换器中存在的非线性现象及其产生机理, 对开关DC-DC变换器的设计和实际工程应用具有重要的理论意义和实用价值. 近年来, 利用非线性动力学理论研究开关变换器的非线性动力学行为已经成为研究热点^[8-10].

电路参数选择不同, 开关DC-DC变换器将存在两种工作模式, 即电感电流连续导电模式(con-

tinuous conduction mode, CCM)和电感电流断续导电模式(discontinuous conduction mode, DCM). 目前, 已有不少文献研究了工作于CCM和DCM以及不同类型负载的开关DC-DC变换器的非线性行为^[11-13]. 电感电流伪连续导电模式(pseudo-continuous conduction mode, PCCM)是一种有别于CCM和DCM的第三种工作模式. 与工作于CCM下的Boost类或Buck-Boost类开关变换器相比, PCCM变换器消除了控制-输出传递函数的右半平面零点, 提高了控制器的最大带宽, 从而获得更好的控制性能; 与工作于DCM下的开关变换器相比, PCCM变换器极大地提高了变换器的带载能力, 且具有优于CCM和DCM变换器的响应速度^[14,15]. 因此, 对PCCM开关变换器进行深入研究具有理论意义和实用价值. 然而, 目前国内关于PCCM开关变换器的非线性研究较少, 其中文

* 国家自然科学基金(批准号: 61371033)、全国优秀博士学位论文作者专项资金(批准号: 201442)、霍英东教育基金会高等院校青年教师基金(批准号: 142027)和四川省青年科技基金(批准号: 2014JQ0015, 2013JQ0033)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com

献[16, 17]对PCCM Boost变换器进行了分数阶建模, 并提出了一种适用于分数阶仿射系统的非线性控制器, 但并未研究电路参数变化时、尤其是负载电阻和电感的等效串联电阻对PCCM开关变换器所产生的动力学行为的影响.

本文以PCCM Buck变换器为研究对象, 对PCCM Buck变换器的开关模式进行完整描述, 建立变换器的离散时间模型, 并分析电路参数宽范围变化时的分岔图. 利用分段光滑开关模型进行数值仿真, 获得开关变换器的时域波形图和相轨图, 验证离散时间模型的正确性. 结合仿真结果及理论分析, 揭示PCCM Buck变换器中存在的倍周期分岔、

次谐波振荡和混沌等复杂的动力学现象.

2 PCCM Buck变换器的动力学建模

2.1 PCCM Buck变换器工作原理

图1所示为PCCM Buck变换器的电路原理图和稳态工作波形. 在图1(a)中, S_1 和 S_2 为开关管, D_1 和 D_2 为二极管; v_{in} , v_o , V_{ref} , I_{ref} 分别表示输入电压、输出电压、基准电压、基准电流; i_L 和 v_c 分别为电感 L 的电流和输出电容 C 的电压; R_L 为电感 L 上的等效串联电阻; R 为负载电阻.

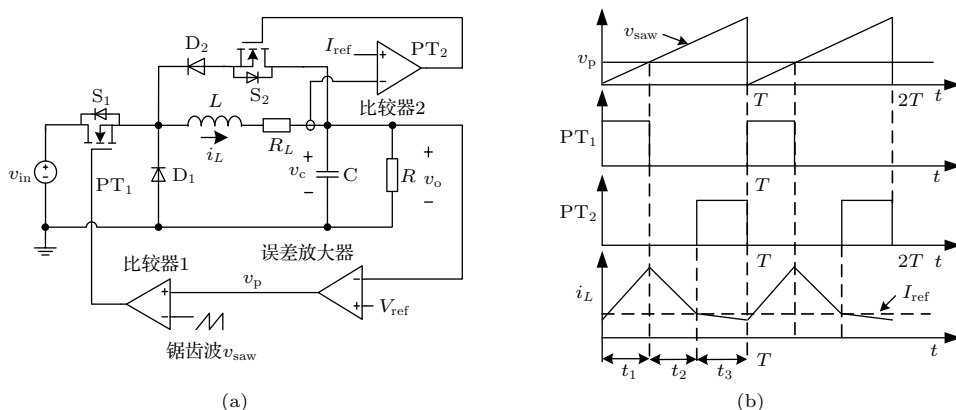


图1 PCCM Buck变换器电路 (a) 原理图; (b) 稳态工作波形图

Fig. 1. PCCM buck converter: (a) Schematic; (b) steady-state operation waveforms.

其工作原理为: 输出电压 v_o 与基准电压 V_{ref} 的差值经过误差放大器补偿后生成控制电压 v_p , v_p 与周期为 T 的锯齿波 v_{saw} 进行比较; 当 v_p 大于 v_{saw} 时, 比较器1输出信号 PT_1 为高电平, 比较器2输出信号 PT_2 为低电平, 此时开关管 S_1 导通, 开关管 S_2 关断, 续流二极管 D_1 关断, 电感电流 i_L 近似线性增大; 当 v_p 小于 v_{saw} 时, 比较器1翻转, 比较器2仍输出低电平, 此时开关管 S_1 和 S_2 关断, 二极管 D_1 导通, 电感电流 i_L 近似线性减小; 当电感电流 i_L 下降到基准电流 I_{ref} 时, 比较器2翻转, 比较器1仍输出低电平, 此时开关管 S_1 和二极管 D_1 关断, 开关管 S_2 和二极管 D_2 导通, 电感电流通过开关管 S_2 和二极管 D_2 续流, 直到下一个开关周期开始.

2.2 PCCM Buck变换器开关模式分析

图1所示的PCCM Buck变换器是一个二阶电路, 采用电感电流 i_L 和电容电压 v_c 作为状态变量, 可以得到PCCM Buck变换器在不同工作模式下的

二阶动力学方程. PCCM Buck变换器在一个开关周期具有三种工作模式.

工作模式1 开关管 S_1 导通、 S_2 关断, 二极管 D_1 , D_2 均关断. 该模式下, 系统的动力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L}v_{in} - \frac{1}{L}v_c - \frac{1}{L}i_LR_L, \\ \frac{dv_c}{dt} &= \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{RC}v_c. \end{aligned} \quad (1)$$

工作模式2 开关管 S_1 , S_2 均关断, 二极管 D_1 导通、 D_2 关断. 该模式下, 系统的动力学方程为

$$\begin{aligned} \frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{L}v_c - \frac{1}{L}i_LR_L, \\ \frac{dv_c}{dt} &= \frac{1}{C}i_L - \frac{1}{RC}v_c. \end{aligned} \quad (2)$$

工作模式3 开关管 S_1 关断、 S_2 导通, 二极管 D_1 关断、 D_2 导通. 该模式下, 系统的动力学方程为

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_L}{L}i_L,$$

$$\frac{dv_c}{dt} = -\frac{1}{RC}v_c. \quad (3)$$

2.3 离散时间模型

从(1)–(3)式可以看出, PCCM Buck变换器的动力学方程是分段光滑的非线性动力学系统, 直接分析它的动力学行为是十分困难的. 通过在每个开关周期开始时刻对电感电流与电容电压做同步采样^[18], 可得PCCM Buck变换器在电路参数宽范围变化时的离散时间模型. 对于PCCM Buck变换器, 在每个开关周期开始时刻对电感电流进行采样(即谷值采样), 如果遇到特殊情况下不能完整反映变换器的工作状态, 可以通过采样电感电流的峰值(即峰值采样)进行补充说明. 在两个相邻时钟 nT 和 $(n+1)T$ 时刻, 令电感电流和输出电压(亦即电容电压)的值为 $i_n, v_n, i_{n+1}, v_{n+1}$, 设第 n 个开关周期的电感电流峰值为 $i_{p,n}$, 根据PCCM Buck变换器在一个开关周期内经历的工作模态, 变换器的运行轨道有如下六种情况.

(I) 在一个开关周期内, 只存在工作模态 1

在这种情况下, 整个开关周期内开关 S_1 始终保持导通状态. 在第 n 个开关周期结束时, 电感电流及输出电压的表达式由(1)式可以解得:

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= e^{-\alpha T} [a_{11} \sin(\omega T) + b_{11} \cos(\omega T)] + \frac{v_{in}}{R}, \\ v_{n+1} &= e^{-\alpha T} [a_{12} \sin(\omega T) + b_{12} \cos(\omega T)] + v_{in}. \end{aligned} \quad (4)$$

这种情况下, 该开关周期内电感电流峰值为

$$i_{p,n} = i_{n+1}, \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{RC} + \frac{R_L}{L} \right), \\ \omega &= \sqrt{\frac{1}{LC} + \frac{R_L}{RLC} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{RC} + \frac{R_L}{L} \right)^2}, \\ a_{11} &= \frac{1}{\omega} \left[\alpha \left(i_n - \frac{v_{in}}{R} \right) + \frac{v_{in} - v_n}{L} - \frac{R_L}{L} i_n \right], \\ b_{11} &= i_n - \frac{v_{in}}{R}, \\ a_{12} &= \frac{1}{\omega} \left[-\alpha (v_n + v_{in}) + \frac{R_L}{L} v_n + \frac{i_n}{C} \right], \\ b_{12} &= v_n - v_{in}. \end{aligned}$$

(II) 在一个开关周期内, 存在工作模态 1 和工作模态 2 在这种情况下, 只有开关管 S_1 导通, 由于电感电流没有下降到参考电流 I_{ref} , 开关管 S_2 不

导通. 此时, 在第 n 个开关周期结束时, 电感电流及输出电压的表达式由(2)式解得:

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= e^{-\alpha(T-t_1)} [a_{21} \sin \omega(T-t_1) \\ &\quad + b_{21} \cos \omega(T-t_1)], \\ v_{n+1} &= e^{-\alpha(T-t_1)} [a_{22} \sin \omega(T-t_1) \\ &\quad + b_{22} \cos \omega(T-t_1)]. \end{aligned} \quad (6)$$

这种情况下, 该开关周期内电感电流峰值为

$$\begin{aligned} i_{p,n} &= e^{-\alpha t_1} [a_{11} \sin(\omega t_1) + b_{11} \cos(\omega t_1)] \\ &\quad + \frac{v_{in}}{R}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{1}{\omega} \left[\left(\alpha - \frac{R_L}{L} \right) i_{n(s1)} - \frac{v_{n(s1)}}{L} \right], \\ a_{22} &= \frac{1}{\omega} \left[\left(\alpha - \frac{1}{RC} \right) v_{n(s1)} + \frac{i_{n(s1)}}{C} \right], \\ b_{21} &= i_{n(s1)}, \quad b_{22} = v_{n(s1)}, \\ i_{n(s1)} &= e^{-\alpha t_1} [a_{11} \sin(\omega t_1) + b_{11} \cos(\omega t_1)] + \frac{v_{in}}{R}, \\ v_{n(s1)} &= e^{-\alpha t_1} [a_{12} \sin(\omega t_1) + b_{12} \cos(\omega t_1)] + v_{in}. \end{aligned}$$

且 t_1 为工作模态 1 的持续时间, 即开关管 S_1 的导通时间, 可通过下式解出:

$$\begin{aligned} A \{ V_{ref} - e^{-\alpha t_1} [a_{12} \sin(\omega t_1) + b_{12} \cos(\omega t_1)] \\ + v_{in} \} = (V_H - V_L) t_1 / T, \end{aligned} \quad (8)$$

式中, A 为误差放大器的放大倍数, V_H, V_L 分别为锯齿波的上、下限. (8)式是一个超越方程, 无法得到其解析解, 但可以通过迭代算法求出数值解.

(III) 在一个开关周期内, 存在三个工作模态 因此, 在第 n 个开关周期结束时, 电感电流及输出电压的表达式可由(3)式解得:

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= I_{ref} e^{-R_L/L(T-t_1-t_2)}, \\ v_{n+1} &= v_{n(s2)} e^{-\frac{1}{RC}(T-t_1-t_2)}. \end{aligned} \quad (9)$$

这种情况下, 该开关周期内电感电流峰值为

$$\begin{aligned} i_{p,n} &= e^{-\alpha t_1} [a_{11} \sin(\omega t_1) + b_{11} \cos(\omega t_1)] \\ &\quad + \frac{v_{in}}{R}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 t_1, t_2 分别为工作模态 1 和工作模态 2 的持续时间. t_1 的求法与情况(II)中所述相同, t_2 可通过下式解出:

$$\begin{aligned} I_{ref} &= e^{-\alpha t_2} \left[\left(\frac{\alpha \sin(\omega t_2)}{\omega} + \cos(\omega t_2) \right) i_{n(s1)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sin(\omega t_2)}{\omega L} v_{n(s1)} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

求出 t_2 后, 参考(6)式, 可解得工作模式2结束时的输出电压 $v_{n(s2)}$ 为

$$v_{n(s2)} = e^{-\alpha t_2} [a_{22} \sin(\omega t_2) + b_{22} \cos(\omega t_2)]. \quad (12)$$

(IV) 在一个开关在周期内, 只存在工作模式2 在这种情况下, 开关管 S_1 保持关断, 且电感电流没有下降到参考值 I_{ref} , 开关管 S_2 也保持关断. 因此, 在第 n 个开关周期结束时, 电感电流及输出电压的表达式为

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= \frac{e^{-\alpha T}}{\omega} \left\{ \left[\left(\alpha - \frac{R_L}{L} \right) \sin(\omega T) + \omega \cos(\omega T) \right] i_n - \frac{1}{L} \sin(\omega T) v_n \right\}, \\ v_{n+1} &= \frac{e^{-\alpha T}}{\omega} \left\{ \frac{1}{C} \sin(\omega T) i_n + \left[\left(\alpha - \frac{1}{RC} \right) \sin(\omega T) + \omega \cos(\omega T) \right] v_n \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

(V) 在一个开关周期内, 存在工作模式2和工作模式3 在这种情况下, 开关管 S_1 始终保持关断, 开关管 S_2 先关断, 当电感电流下降到参考值 I_{ref} 时导通. 因此, 第 n 个开关周期结束后, 电感电流及输出电压的表达式为

$$\begin{aligned} i_{n+1} &= I_{\text{ref}} e^{-R_L/L(T-t_2)}, \\ v_{n+1} &= e^{-\frac{1}{RC}(T-t_2)-\alpha t_2} \left\{ \frac{\sin(\omega t_2)}{\omega C} i_n + \left[\frac{\alpha}{\omega} \sin(\omega t_2) - \frac{1}{\omega RC} \sin(\omega t_2) + \cos(\omega t_2) \right] v_n \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, t_2 可采用情况(III)中相同的方法求得.

(VI) 在一个开关周期内, 只存在工作模式3

在这种情况下, 开关管 S_1 始终保持关断, 开关管 S_2 始终保持导通. 因此, 第 n 个开关周期结束后, 电感电流及输出电压的表达式为

$$i_{n+1} = I_{\text{ref}} e^{-R_L T/L}, \quad v_{n+1} = v_n e^{-\frac{1}{RC}T}. \quad (15)$$

在情况(IV)—(VI)下, 第 n 个开关周期内电感电流的峰值均为

$$i_{p,n} = i_n. \quad (16)$$

(4)—(16)式构成了PCCM Buck变换器的精确离散时间模型, 根据该模型可以很容易地对PCCM Buck变换器的动力学行为进行分析.

3 PCCM Buck变换器动力学行为分析

为了研究不同电路参数变化时对PCCM Buck变换器动力学行为的影响, 基于(4), (6), (8), (9),

(11)—(15)式, 利用MATLAB 仿真软件进行编程仿真. 选取额定的电路参数为: $v_{\text{in}} = 42 \text{ V}$, $C = 56 \mu\text{F}$, $L = 100 \mu\text{H}$, $R_L = 0.1 \Omega$, $I_{\text{ref}} = 1.6 \text{ A}$, $V_{\text{ref}} = 8 \text{ V}$, $R = 6 \Omega$, 锯齿波电压下限 $V_L = 0 \text{ V}$, 锯齿波电压上限 $V_H = 7 \text{ V}$, 锯齿波周期为 $T = 40 \mu\text{s}$, 误差放大器的放大倍数为 $A = 2$. 下面将分别以 R , R_L , v_{in} , I_{ref} , C , L 为分岔参数, 研究PCCM Buck变换器在电路参数发生变化时的分岔行为.

3.1 负载电阻对 PCCM Buck 变换器的影响

以负载电阻 R 为分岔参数, 保持其他电路参数不变; 当负载电阻在 $R = 2.5 \sim 10 \Omega$ 范围内变化时, PCCM Buck变换器输出电压和电感电流的分岔图如图2所示.

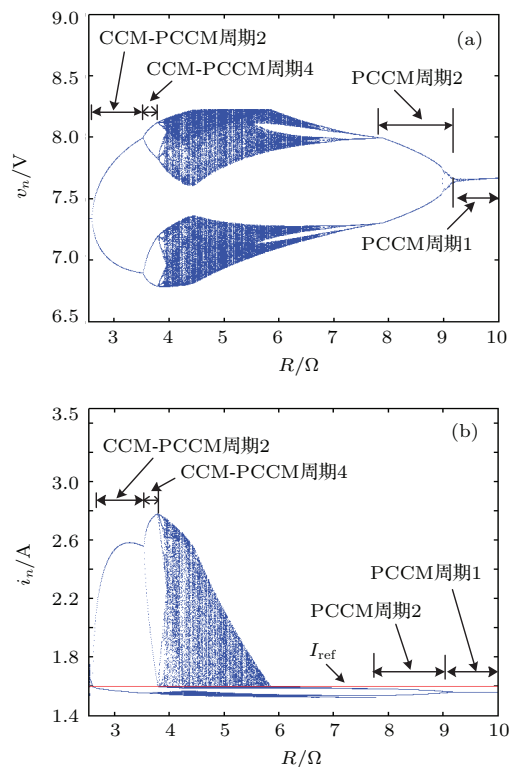


图2 以负载电阻为分岔参数的分岔图 (a) 输出电压; (b) 电感电流

Fig. 2. Bifurcation diagrams with the variations of load R : (a) Output voltage; (b) inductor current.

从图2(a)和图2(b)中不难看出: 当 $R = 10 \Omega$ 时, 变换器工作于稳定的PCCM周期1状态; 随着阻值减小即负载增大, 在 $R = 9.1 \Omega$ 附近, 变换器的运行轨道发生了倍周期分岔, 进入PCCM周期2的次谐波振荡状态; 继续增大负载(减小电阻 R), 变换器由多周期次谐波振荡状态进入混沌状态,

在 $R = 3.8\text{--}7\ \Omega$ 范围内, 变换器都工作于混沌状态; 当负载增大到 $R = 3.8\ \Omega$ 附近时, 变换器再次进入周期4的次谐波振荡状态, 但此时变换器的工作模式发生了转移, 工作于CCM和PCCM混合的CCM-PCCM周期4振荡状态; 之后, 当负载增大到 $R = 3.53\ \Omega$ 附近时, 变换器的运行轨道发生倍周期逆分岔, 进入CCM-PCCM周期2的次谐波振荡状态; 直到负载增大到 $R = 2.52\ \Omega$ 附近时, 变换器的运行轨道再次发生倍周期逆分岔, 此时变换器已从PCCM状态完全转移到CCM状态, 变换器进入稳定的CCM周期1状态。

综上所述可得: 当负载电阻在变化范围内逐渐减小时, PCCM Buck变换器具有独特的“PCCM周期1、倍周期分岔、PCCM多周期次谐波振荡、混沌、CCM-PCCM多周期次谐波振荡、倍周期逆分岔、CCM周期1”的分岔路由。即负载较小时, 变换器工作于稳定的PCCM状态; 逐步加大负载, 变换器会逐渐转移到稳定的CCM状态。

3.2 电感等效串联电阻对PCCM Buck变换器的影响

当 $R_L = 0$, 即不考虑电感 L 的等效串联电阻对变换器电路的影响时, 变换器在工作模式3阶段的电感电流值维持在 I_{ref} 恒定不变。令 $R_L = 0$, 保持其他参数不变, 仍然以负载电阻 R 为分岔参数, 可得变换器输出电压和电感电流的分岔图, 分别如图3(a)和图3(b)所示。在图3(b)中, 因为 $R_L = 0$, 所以变换器工作于PCCM状态时, 续流阶段电感电流为恒值 I_{ref} , 而由于谷值采样方法的原因, 电感电流的采样值 i_n 在 $R = 6.1\text{--}12\ \Omega$ 范围内也为恒值 I_{ref} , 导致电感电流分岔图为一根直线, 不能完全显示变换器的工作状态。为了解决这一问题, 改变电感电流采样方法为峰值采样, 即采样每个开关周期内电感电流的最大值, 基于(4)–(16)式重新绘制变换器电感电流的分岔图, 如图4所示。

综合图3(a)和图4可知: $R_L = 0$ 时, PCCM Buck变换器经历的分岔路由与 $R_L = 0.1\ \Omega$ 时基本相同, 但倍周期分岔点有所改变。对比图2和图3可知: 变换器从PCCM周期1进入PCCM周期2, 以及从PCCM周期2进入PCCM周期4的分岔点由 $R = 9.1\ \Omega$ 和 $R = 7.8\ \Omega$ 变为 $R = 10.9\ \Omega$ 和 $R = 9.1\ \Omega$; 从CCM-PCCM周期4进入CCM-PCCM周期2的变化点由 $R = 3.53\ \Omega$

变为 $R = 3.3\ \Omega$ 。这说明 R_L 的大小会影响变换器的分岔行为以及稳定性。

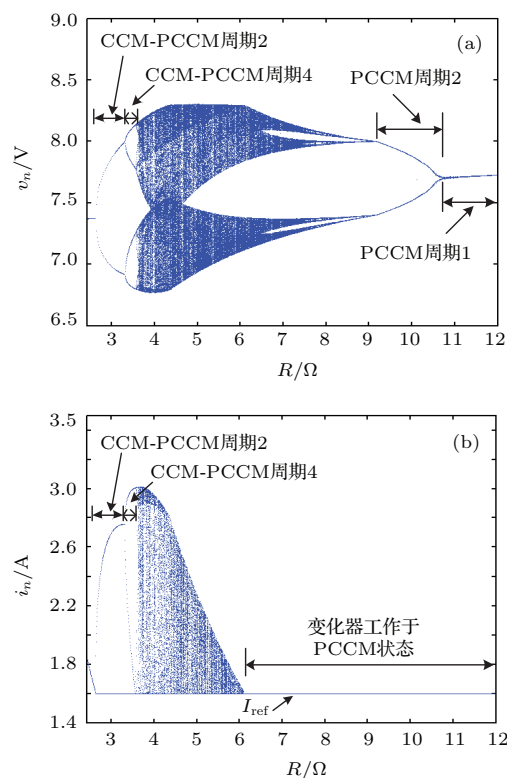


图3 $R_L = 0$ 时, 以负载电阻为分岔参数分岔图 (a) 输出电压; (b) 电感电流

Fig. 3. Bifurcation diagrams with the variations of load R , where $R_L = 0$: (a) The output voltage; (b) the inductor current.

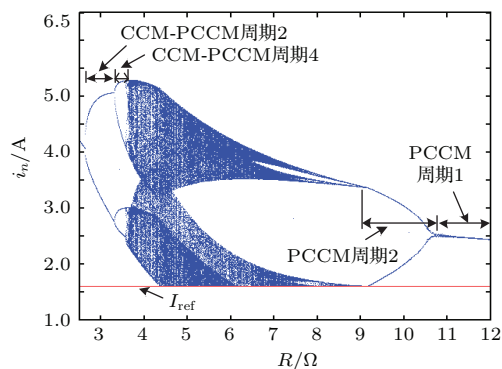


图4 $R_L = 0$ 时, 峰值采样所得电感电流分岔图

Fig. 4. Bifurcation diagram of inductor current with the peak value sampling, where $R_L = 0$.

选择 R_L 为分岔参数, 固定其他参数不变; 当 R_L 在 $0\text{--}0.6\ \Omega$ 范围内变化时, 变换器的输出电压分岔图如图5所示。由图5中可以观察到: 当 R_L 较小时, 变换器工作于混沌状态; 增大 R_L , 变换器逐步进入多周期次谐波振荡状态, 最终经过倍周期逆分岔进入稳定的PCCM周期1状态。其中,

PCCM周期4进入PCCM周期2和PCCM周期2进入PCCM周期1的倍周期逆分岔点, 分别发生在 $R_L = 0.3 \Omega$ 和 $R_L = 0.42 \Omega$ 附近.

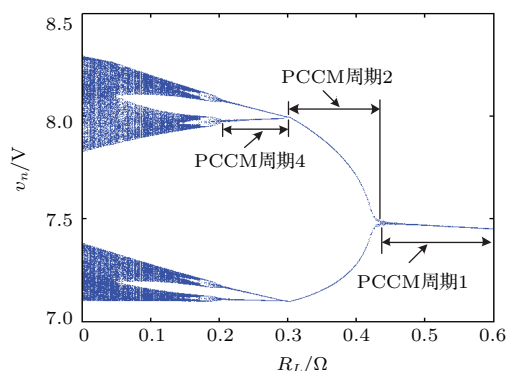


图5 R_L 变化时的输出电压分岔图

Fig. 5. Bifurcation diagram of output voltage with the variations of R_L .

电感的等效串联电阻越大, 则在续流阶段造成的损耗越大. 为了提高PCCM Buck变换器的效率, 需要降低续流阶段的损耗, 因而工程设计人员希望等效串联电阻尽量小. 然而, 由图5的分岔图可知: 电感的等效串联电阻会影响PCCM Buck变换器的稳定性, 且就变换器稳定性而言, 电感的等效串联电阻 R_L 并不是越小越好. 因此, 为了保证PCCM变换器可以工作在稳定条件下, 选择电感时, 要合理考虑等效串联电阻这一因素的影响.

3.3 参考电流与输入电压对PCCM Buck变换器的影响

分别选择参考电流和输入电压为分岔参数, 其变化范围分别为 $I_{\text{ref}} = 0\text{--}4 \text{ A}$ 和 $v_{\text{in}} = 33\text{--}49 \text{ V}$, PCCM Buck变换器输出电压的分岔图分别如图6(a)和图6(b)所示. 由图6(a)可以观察到: 当 $I_{\text{ref}} = 0 \text{ A}$ 时, 即无续流阶段, 变换器工作于稳定的CCM周期1状态; 当 $I_{\text{ref}} > 0$ 时, 变换器开始工作于PCCM, 且为稳定的周期1状态, 增大参考电流, 直到 $I_{\text{ref}} = 0.9 \text{ A}$ 附近时, 变换器的运行轨道发生倍周期分岔, 进入PCCM周期2的次谐波振荡状态; 继续增大参考电流, 在 $I_{\text{ref}} = 1.9 \text{ A}$ 附近时, 变换器再次发生倍周期分岔, 进入PCCM周期4的次谐波振荡状态; 进一步增大参考电流, 变换器的运行轨道逐渐进入混沌状态. 由图6(b)可以看出: 当输入电压在变化范围内逐步增大时, PCCM Buck变换器经历了与参考电流逐步增大时相似的

分岔行为. 变换器从稳定的PCCM周期1状态进入PCCM周期2次谐波振荡状态, 以及从PCCM周期2进入PCCM周期4次谐波振荡状态的分岔点分别发生在 $v_{\text{in}} = 35.5 \text{ V}$ 和 $v_{\text{in}} = 38.2 \text{ V}$ 附近.

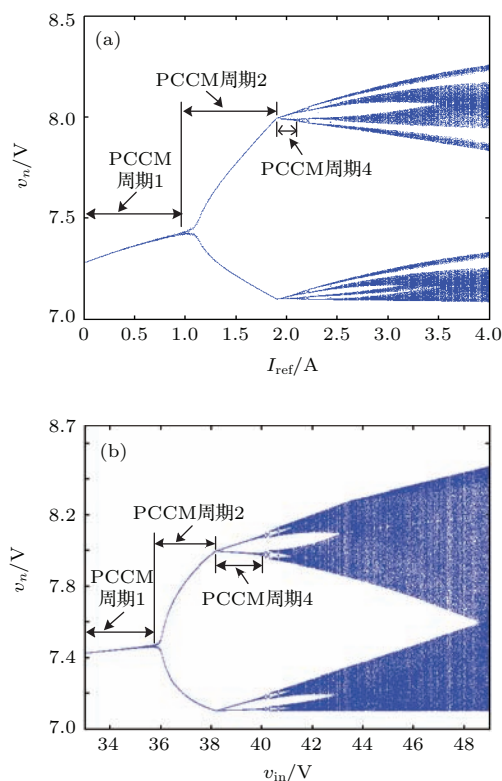


图6 以参考电流和输入电压为分岔参数的分岔图 (a) 参考电流 I_{ref} 变化, 其中 $v_{\text{in}} = 37 \text{ V}$; (b) 输入电压变化

Fig. 6. Bifurcation diagrams with the variations of I_{ref} and v_{in} : (a) With the variations of I_{ref} where $v_{\text{in}} = 37 \text{ V}$; (b) with the variations of v_{in} .

综合图6(a)和图6(b)可得: 参考电流和输入电压在变化范围内逐步增大时, PCCM Buck变换器存在相似的分岔路由, 即“PCCM周期1、倍周期分岔、PCCM多周期次谐波振荡状态、混沌”.

3.4 电感与输出电容对PCCM Buck变换器的影响

固定输入电压 $v_{\text{in}} = 35 \text{ V}$, 其他参数为额定参数, 分别选择输出电容 C 和电感 L 为分岔参数, 其变化范围为 $C = 25\text{--}60 \mu\text{F}$ 和 $L = 5\text{--}105 \mu\text{H}$, 变换器输出电压的分岔图分别如图7(a)和图7(b)所示. 由图7(a)可以观察到: 当输出电容在变化范围内逐步增大时, 变换器最初工作于混沌状态, 在 $C = 47 \mu\text{F}$ 附近, 变换器进入周期4次谐波状态; 继续增大电容值, 当 $C = 49.6 \mu\text{F}$ 左右时, 输出电压运行轨迹发生倍周期逆分岔, 变换器进入PCCM

周期2的次谐波振荡状态; 当 $C = 54.5 \mu\text{F}$ 时, 输出电压运行轨迹再次发生倍周期逆分岔, 系统进入稳定的PCCM周期1状态. 由图7(b)可以看出: 当电感在变化范围内逐步增大时, 变换器经历的动力学分岔行为与输出电容逐步增大时相似, 电感较小时系统处于混沌状态, 随着电感值的增大, 系统逐步进入多周期次谐波振荡状态, 最终工作于稳定的PCCM周期1状态. 其中, 从PCCM周期4进入PCCM周期2和从PCCM周期2进入PCCM周期1的倍周期逆分岔点, 分别发生在 $L = 51 \mu\text{H}$ 和 $L = 88 \mu\text{H}$ 附近.

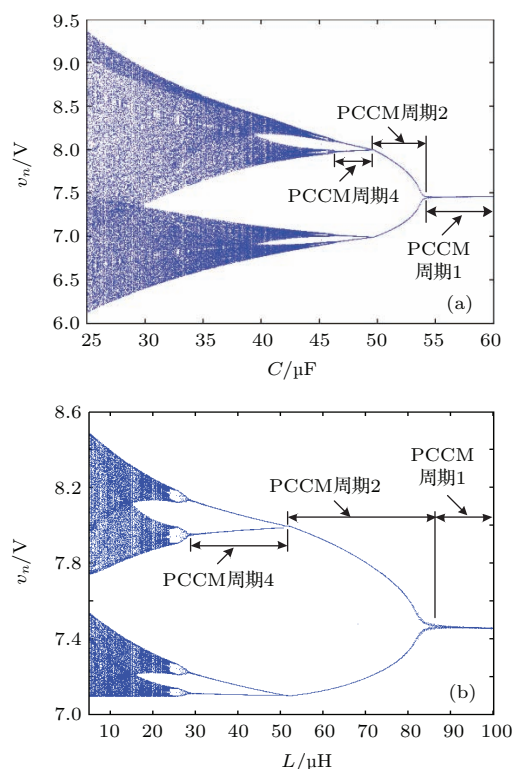


图7 以电容和电感为分岔参数的分岔图 (a) 电容为分岔参数; (b) 电感为分岔参数

Fig. 7. Bifurcation diagrams with the variations of C and L : (a) C is considered as bifurcation parameter; (b) L is considered as bifurcation parameter.

图7(a)和图7(b)所示的分岔图表明, 输出电容 C 和电感 L 在变化范围内逐步增大时, PCCM Buck变换器存在相似的分岔路由, 即“混沌、PCCM多周期次谐波振荡、倍周期逆分岔、PCCM周期1”.

综合图5—图7可知: 除负载电阻外, 其他电路参数在宽范围变化时, PCCM Buck变换器主要经历倍周期分岔或倍周期逆分岔两种分岔道路, 存在稳定PCCM周期1, PCCM多周期次谐波振荡和混沌等工作状态.

4 时域仿真实验

(1)—(3)式对应了PCCM Buck变换器在三种工作模态时状态变量的常微分方程组, 由此构成了一个分段光滑线性时变动力学系统. 对应于上述三种开关模态, Buck变换器在第 n 个开关内的状态方程可统一为

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1 x + B_1 v_{in}, & nT \leq t < nT + t_1, \\ A_2 x + B_2 v_{in}, & nT + t_1 \leq t < nT + t_1 + t_2, \\ A_3 x + B_3 v_{in}, & nT + t_1 + t_2 \leq t \leq nT + t_1 + t_2 + t_3, \end{cases} \quad (17)$$

其中, A_1 , A_2 和 A_3 为系统的参数矩阵, B_1 , B_2 和 B_3 为输入矩阵, 它们都是常系数矩阵, 分别为

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [1/L \ 0]^T, \quad B_2 = B_3 = [0 \ 0]^T,$$

$$x = [i_L \ v_c]^T.$$

(17)式中的 t_1 , t_2 , t_3 分别表示变换器工作模态1—3的持续时间, 三者满足 $t_1 + t_2 + t_3 = T$, 其中 t_1 , t_2 可分别通过(8)和(11)式解得. 根据 t_1 , t_2 , t_3 的不同取值, (17)式表示的系统可分为六种情况, 分别对应离散时间模型中的六种情况. 当 $t_1 = T$, $t_2 = t_3 = 0$ 时, (17)式所表示的系统在第 n 个开关周期内只存在工作模态1, 则只进行第一方程式的求解, 其解即为该开关周期结束时状态变量下个开关周期的初值; 当 $t_1 + t_2 = T$, $t_3 = 0$ 时, (17)式所表示的系统在第 n 个开关周期内存在工作模态1和工作模态2, 开关周期内进行第一方程式和第二方程式的求解, 第二方程式的解为开关周期结束时状态变量下个开关周期的初值; 当 t_1 , t_2 , t_3 均不为0时, (17)式所表示的系统在第 n 个开关周期内存在完整的工作模态, 第三方程式的解为开关周期结束时状态变量下个开关周期的初值; 同理, 当 $(t_1 = t_3 = 0, t_2 = T)$ 、 $(t_1 = 0, t_2 + t_3 = T)$ 、 $(t_1 = t_2 = 0, t_3 = T)$ 时, (17)式所表示的系统在第

n 个周期内分别只存在工作模式 2、工作模式 2 和 3、工作模式 3, 开关周期内只进行对应方程式的求解, 其解即为下个开关周期的初值。

基于 (17) 式的分段光滑开关模型, 采用 Matlab 仿真软件中的 Runge-Kutta 算法进行每个开关周期循环数值求解, 可得到 PCCM Buck 变换器在

典型电路参数下电感电流和输出电压的时域波形图和相轨图。

选择与图 2 所示分岔图相同的电路参数, 当负载电阻分别选取为 $R = 3 \Omega$, $R = 3.7 \Omega$, $R = 4.5 \Omega$, $R = 9 \Omega$ 时, PCCM Buck 变换器电感电流 i_L 、输出电压 v_o 和 i_L - v_o 相轨图分别如图 8 (a)–(d) 所示,

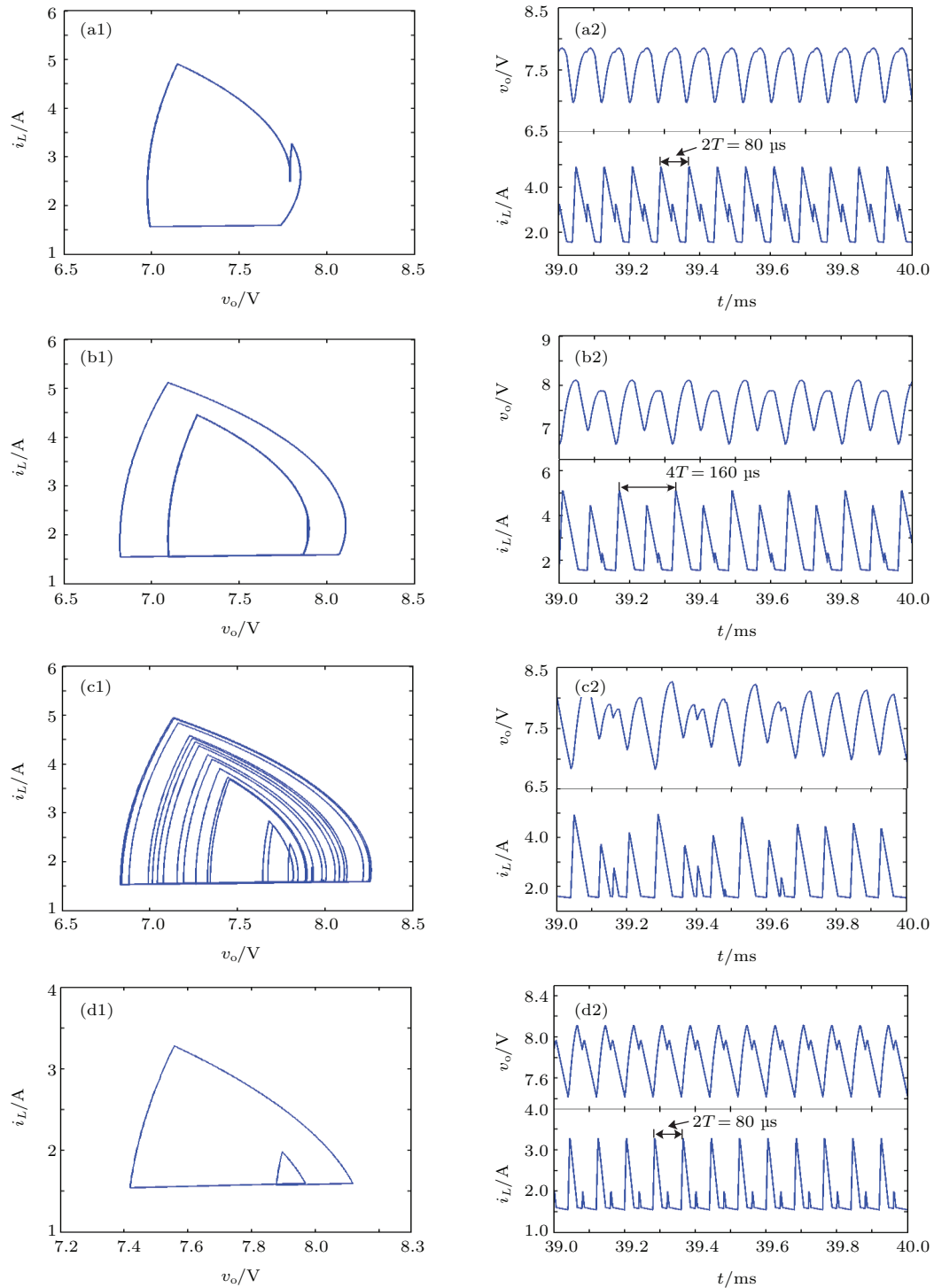


图 8 电感电流和输出电压的时域波形图和相轨图 (a) $R = 3 \Omega$; (b) $R = 3.7 \Omega$; (c) $R = 4.5 \Omega$; (d) $R = 8.5 \Omega$
Fig. 8. The phase portrait in i_L - v_o plane and the time-domain waveforms of i_L and v_o : (a) $R = 3 \Omega$; (b) $R = 3.7 \Omega$; (c) $R = 4.5 \Omega$; (d) $R = 8.5 \Omega$.

其中图 8(a1), (b1), (c1) 和 (d1) 表示系统相轨图, 图 8(a2), (b2), (c2), (d2) 表示系统时域波形图.

从图 8(a) 中可看出: 当 $R = 3 \Omega$ 时, 相轨图中出现了稳定的二分裂环, 变换器输出电压和电感电流的周期为锯齿波周期的 2 倍, 且电感电流表现为 CCM 和 PCCM 混合的 CCM-PCCM 状态, 即变换器工作于 CCM-PCCM 周期 2 次谐波振荡状态; 这与图 2 所示分岔图中电阻 R 处于 $[2.52 \Omega, 3.53 \Omega]$ 的工作状态一致. 类似地, 从图 8(b) 中可以看出, 输出电压和电感电流的周期为锯齿波周期的 4 倍, 变换器工作于 CCM-PCCM 周期 4 次谐波振荡状态. 从图 8(c) 中可以看出, 输出电压和电感电流波形都变得杂乱无章, 说明变换器工作于混沌状态. 从图 8(d) 中可以看出, 当 $R = 9 \Omega$ 时, 相轨图表现为稳定的二分裂环, 但形状与图 8(a1) 所示的二分裂环大不相同; 输出电压和电感电流的周期虽然也为锯齿波周期的 2 倍, 但此时变换器工作于 PCCM 周期 2 的次谐波振荡状态, 与图 8(a2) 所示的周期 2 状态有所不同; R 处于 $[7.8 \Omega, 9.1 \Omega]$, 与图 2 所示分岔图的工作状态一致.

综上所述, 图 8(a)—(d) 的时域波形和相轨图所反映的变换器工作状态与图 2 的分岔图所描述的运行状态是完全一致的. 这说明时域仿真结果验证了离散时间模型的正确性.

5 结 论

基于开关导通与关断时的分段光滑动力学方程, 建立了 PCCM Buck 变换器的离散时间模型, 根据该模型对变换器进行了详细的分岔分析. 采用时域波形及相轨图, 验证了离散时间模型以及理论分析的正确性. 由仿真结果和动力学理论分析得知:

1) 当负载电阻在变化范围内逐渐减小时, PCCM Buck 变换器具有独特的“PCCM 周期 1、倍周期分岔、PCCM 多周期次谐波振荡、混沌、CCM-PCCM 多周期次谐波振荡、倍周期逆分岔、CCM 周期 1”的分岔路由; 以负载电阻为分岔参数的分岔分析表明, 电感电流伪连续导电模式下的 Buck 变

换器更适合工作于轻载条件下, 增大负载会使变换器进入不稳定状态和发生模式转移;

2) 电感 L 的等效串联电阻 R_L 不仅与电路损耗密切相关, 同时对电路的稳定性也存在影响; R_L 越小造成的损耗越小, 但 R_L 越小时 PCCM Buck 变换器电路的稳定性越差;

3) 除负载电阻外, 其他电路参数在宽范围变化时, PCCM Buck 变换器主要经历倍周期分岔或倍周期逆分岔两种分岔道路, 存在稳定周期 1、多周期次谐波振荡和混沌三种工作状态.

参考文献

- [1] Cafagnad D, Grassi G 2006 *Nonlinear Dyn.* **44** 251
- [2] Xie F, Yang R, Zhang B 2011 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **58** 2269
- [3] Wang F Q, Zhang H, Ma X K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 020505
- [4] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4742
- [5] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060508
- [6] Zhou Y F, Chen J N, Iu H H C, Tse C K 2008 *Int. J. Bifurc. Chaos* **18** 121
- [7] Zhou G H, Bao B C, Xu J P, Jin Y Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050509
- [8] Wang F Q, Ma X K 2013 *Chin. Phys. B* **22** 120504
- [9] Moreno-Font V, El Aroudi A, Calvente J, Giral R, Benadero L 2010 *IEEE Trans. Circ. Syst. I* **57** 415
- [10] Bao B C, Zhou G H, Xu J P, Liu Z 2011 *IEEE Trans. Power Electron.* **26** 1968
- [11] Zhou G H, Xu J P, Bao B C, Wang J P, Jin Y Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010503 (in Chinese) [周国华, 许建平, 包伯成, 王金平, 金艳艳 2011 物理学报 **60** 010503]
- [12] Zhou G H, Bao B C, Xu J P 2013 *Int. J. Bifurc. Chaos* **23** 1350062
- [13] Liu F 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080511
- [14] Ma D S, Ki W H 2007 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **54** 825
- [15] Kanakasabai V, Ramesh O, Dipti S 2005 *IEEE Trans. Power Electron.* **20** 790
- [16] Tan C, Liang Z S 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 070502 (in Chinese) [谭程, 梁志珊 2014 物理学报 **63** 070502]
- [17] Tan C, Liang Z S, Zhang Q J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 200502 (in Chinese) [谭程, 梁志珊, 张丘举 2014 物理学报 **63** 200502]
- [18] Parui S, Banerjee S 2003 *IEEE Trans. Circuits Syst. I* **50** 1464

Dynamical modeling and analysis of buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode^{*}

Li Zhen-Hua Zhou Guo-Hua[†] Liu Xiao-Tian Leng Min-Rui

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(Received 13 February 2015; revised manuscript received 4 May 2015)

Abstract

Taking buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode (PCCM) for example, through a detailed description of the switch state of the switching converter, its accurate discrete-time model is established in this paper. On the basis of the model, bifurcation diagrams of the PCCM buck converter with the variations of circuit parameters are obtained, including load resistance, equivalent series resistance (ESR) of inductor, inductance, capacitance, reference current, and input voltage. And the complex dynamical behaviors existing in PCCM buck converter, such as subharmonic oscillation, period-double bifurcation and chaos, are revealed. Under different load resistances, time-domain simulation waveforms and phase portraits of PCCM buck converter are obtained by Runge-Kutta algorithm based on the piecewise smooth switch model. The working states of PCCM buck converter, reflected by the time-domain waveforms and phase portraits, are consistent well with those described by the bifurcation diagrams. It is shown that the time-domain simulation results verify the validation of the discrete-time model.

From theoretical analysis and simulation results, some conclusions can be obtained below. 1) When the load resistance gradually decreases, PCCM buck converter has a unique bifurcation route, i.e., from PCCM period-1 state, PCCM multi-period oscillation via period-double bifurcation, chaos, CCM-PCCM multi-period oscillation, to CCM period-1 state via inverse period-double bifurcation. What is more, the bifurcation analysis with the load resistance serving as parameter indicates that the PCCM buck converter is more suitable for light load conditions, and its stable state will be lost and operation mode can be shifted (from PCCM to CCM) with increasing the load. 2) The ESR of inductor is closely related to the power loss and will affect the stability of the PCCM converter. The larger the ESR, the more the power loss will be. However, the PCCM converter is more stable if the ESR is larger. 3) Period-double bifurcation or inverse period-double bifurcation exists in the PCCM buck converter with the other circuit parameters varied in a wide range except for the load resistance, and there are three working states of buck operating in PCCM, i.e., stable period-1 state, multi-period sub-harmonic oscillation, and chaos. The research results in this paper are useful for designing and controlling PCCM switching converter.

Keywords: buck converter, pseudo-continuous conduction mode, discrete-time model, subharmonic oscillation

PACS: 05.45.-a, 84.30.Jc

DOI: 10.7498/aps.64.180501

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61371033), the Foundation for the Author of National Excellent Doctoral Dissertation of China (Grant No. 201442), the Fok Ying-Tung Education Foundation for Young Teachers in the Higher Education Institutions of China (Grant No. 142027), and the Sichuan Provincial Youth Science and Technology Fund, China (Grant Nos. 2014JQ0015, 2013JQ0033).

[†] Corresponding author. E-mail: ghzhou-swjtu@163.com