

基于随机表面微面元理论的二向反射分布函数几何衰减因子修正

刘宏 朱京平 王凯

Modification of geometrical attenuation factor of bidirectional reflection distribution function based on random surface microfacet theory

Liu Hong Zhu Jing-Ping Wang Kai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 184213 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.184213

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184213>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I18>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于光谱的天基空间点目标特征提取与识别

Feature extraction and recognition of non-resolved space object from space-based spectral data

物理学报.2015, 64(3): 034202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034202>

三反射主动变焦系统设计

Design of the active zoom system with three-mirror

物理学报.2014, 63(14): 144201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.144201>

高聚焦高斯光束对左手性材料球轴向力的光线模型计算

Ray optics calculation of axial force exerted by a highly focused Gaussian beam on a left-handed material sphere

物理学报.2013, 62(18): 184201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.184201>

非相干光源无衍射光的自重建

Reconstruction of incoherent source Bessel beam

物理学报.2013, 62(10): 104219 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.104219>

面对称光学系统的初级波像差理论研究

Third-order aberrations of a plane symmetric optical system

物理学报.2013, 62(9): 094203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.094203>

基于随机表面微面元理论的二向反射分布函数几何衰减因子修正

刘宏¹⁾²⁾ 朱京平^{1)†} 王凯¹⁾

1)(西安交通大学, 电子物理与器件教育部重点实验室, 陕西省信息光子技术重点实验室, 西安 710049)

2)(西安卫星测控中心, 宇航动力学国家重点实验室, 西安 710043)

(2015年2月12日收到; 2015年4月23日收到修改稿)

现有几何光学方法的二向反射分布函数BRDF (bidirectional reflection distribution function) 模型在计算阴影遮蔽效应时普遍应用 Blinn 几何衰减效应假设, 其等倾角 V 形槽近似得出的分段折线形式的几何衰减因子导致 BRDF 曲线存在较大的误差. 基于倾斜角随机高斯分布的微面元理论提出了一种新的几何衰减模型, 得出了积分形式的几何衰减因子表达式, 数值模拟比较了 Blinn 几何衰减因子与修正后的积分型衰减因子以及对应的 BRDF 模型曲线. 结果表明: 提出的几何衰减因子在物理合理性以及模拟精度方面都有明显提升, 使 BRDF 模型曲线与已有 BRDF 数据之间的标准误差由 0.0636 减小到 0.0084.

关键词: 二向反射分布函数模型, 几何衰减因子, 微面元理论

PACS: 42.15.-I, 42.25.Fx, 42.68.Mj

DOI: 10.7498/aps.64.184213

1 引言

光在不同材料表面的反射特性研究已经广泛地应用于 3D 图像仿真、生物医学以及地物遥感识别等领域. 20 世纪 60 年代, Nicodemus 首次提出用二向反射分布函数 (BRDF) 来描述反射光能量的空间分布, 在随后的半个世纪, BRDF 模型得到了世界各国学者广泛的研究和应用^[1-3].

BRDF 模型从建模方法上可分为经验模型和分析模型两大类, 经验模型主要是依靠实验测量的数据进行模型拟合, 分析模型则是采用理论分析的方法. 分析模型又可分为基于波动光学理论的物理光学模型和基于几何光学理论的几何光学模型, 其中几何光学模型形式简洁但受到波长与表面粗糙度关系的限制, 而物理光学模型具有更一般的适用性和更高的精度, 但其计算过程和数学形式极为复杂, 因此, 目前 BRDF 模型的研究和应用仍然主要集中在几何光学模型方面. 最著名的几何光学模

型是 Torrance-Sparrow 模型^[4], 它得到了广泛的研究和应用, 并扩展至偏振形式的 pBRDF (polarized BRDF) 模型^[5,6].

表面起伏对入射光和反射光的阴影与遮蔽作用造成的反射几何衰减效应是 BRDF 模型研究中的重要一环, 在 BRDF 模型的研究发展过程中, 无论是经验模型还是分析模型, 都有研究者对几何衰减效应进行研究和计算. 在分析模型中, 物理光学模型基于随机表面起伏高度的分布特征计算几何衰减效应, 几何光学模型则是根据表面微观起伏的倾斜角度进行计算. Torrance-Sparrow 模型就是根据表面起伏倾斜角度与光线传播的几何关系计算了阴影与遮蔽造成的衰减效应, 并得出了形式复杂的几何衰减因子表达式^[4]. Blinn^[7] 对其进行了简化计算, 给出的分段函数形式 Blinn 衰减因子得到广泛的应用, 成为众多几何光学 BRDF 模型中重要的衰减因子项, 比如 Cook-Torrance 模型^[8] 和 Hyde pBRDF 模型^[9]. Xiao 等^[10] 由 Cook-Torrance 模型扩展得出的物理光学 BRDF 模型使

† 通信作者. E-mail: jpzhu@mail.xjtu.edu.cn

用的也是 Blinn 形式的衰减因子表达式.

然而 Blinn 形式的几何衰减因子仍然存在一定局限, 其等倾角 V 形槽假设不符合实际表面特征, 且折线形式的函数曲线也不符合物理常理和测量数据. 为此, 本文对几何光学 BRDF 模型中的几何衰减因子表达式进行修正.

2 Torrance-Sparrow 模型与 Blinn 衰减因子

BRDF 定义为反射光辐亮度 dL_r 与入射光辐照度 dE_i 之比. 如图 1 所示, 被测样品表面在 X - Y 平面内, θ_i 和 θ_r 分别是入射俯仰角和反射俯仰角, ϕ_i 和 ϕ_r 分别是入射方位角和反射方位角, β 为入射方向与反射方向夹角的一半. BRDF 定义式为

$$\begin{aligned} \text{BRDF}(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) &= f(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) \\ &= \frac{dL_r(\theta_r, \phi_r)}{dE_i(\theta_i, \phi_i)}. \end{aligned} \quad (1)$$

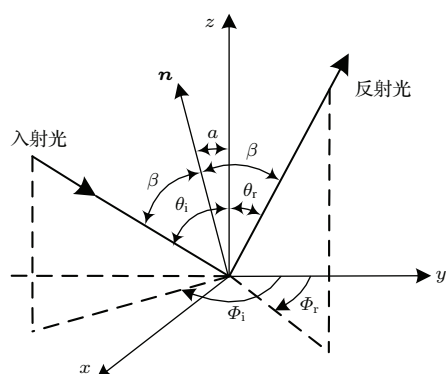


图 1 BRDF 定义示意图

Fig. 1. Geometry of BRDF.

Torrance-Sparrow 模型的基础是倾斜角满足高斯分布的随机表面微面元理论, 它假定物体表面是由大量具有理想平面性质的微面元构成的, 光与微面元作用时满足 Snell 反射定律. 微面元的倾斜角度满足随机高斯分布^[4], 设 α 为宏观表面法线 z 与微面元法线 n 的夹角, σ 为表面粗糙度, 则 α 即为微面元的倾斜角且满足:

$$p(\alpha) = \frac{C}{2\pi\sigma^2 \cos^3 \alpha} \exp\left(-\frac{\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

式中常数 C 是使概率分布函数 p 在整个半空间角度范围的积分值为 1 的归一化系数. BRDF 的值 f 可以看作镜面反射分量 f_s 和漫反射分量 f_d 之和^[4]:

$$f(\theta_i, \theta_r, \phi_i, \phi_r)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{4\sigma^2} \frac{1}{\cos^4 \alpha} \frac{\exp\left(-\frac{\tan^2 \alpha}{2\sigma^2}\right)}{\cos \theta_r \cos \theta_i} \\ &\quad \times F(\beta)G(\theta_i, \theta_r, \phi_i, \phi_r) + \frac{a}{d\omega_i}. \end{aligned} \quad (3)$$

式中 F 为菲涅耳反射率, G 为几何衰减因子.

Blinn 几何衰减模型认为相邻的两个微面元具有相同的倾斜角度, 构成等腰 V 形槽几何结构, 在入射角 θ_i 较大的情况下会发生阴影效应, 而在反射角 θ_r 较大的情况下会发生遮蔽效应, 如图 2 所示.

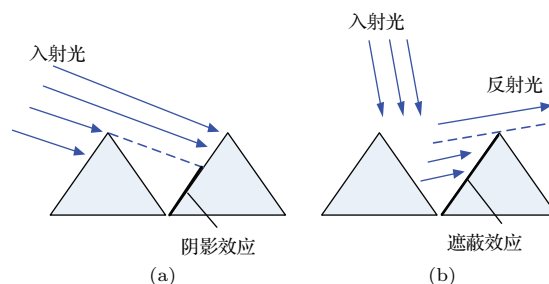


图 2 Blinn V 形槽衰减假设模型 (a) 阴影效应; (b) 遮蔽效应

Fig. 2. Blinn V-grooves attenuation assumption: (a) Shadowing effect; (b) masking effect.

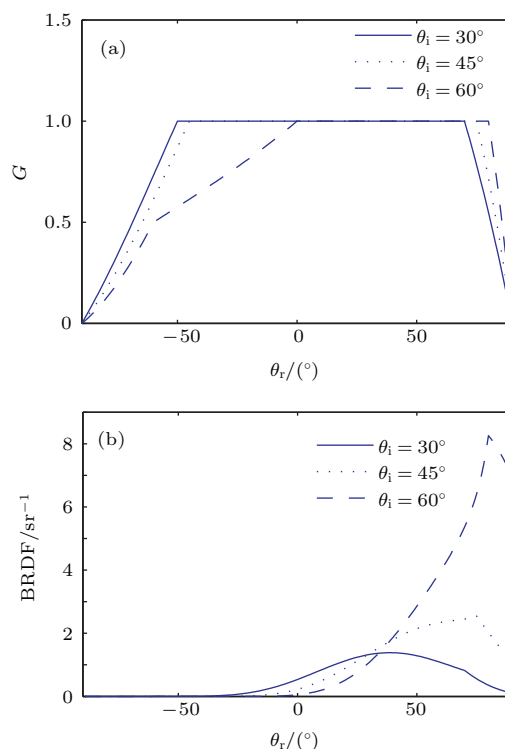


图 3 $\sigma = 0.3$ 时不同入射角条件下的几何衰减因子和 BRDF 曲线 (a) Blinn 几何衰减因子曲线; (b) 引入 Blinn 几何衰减因子的 BRDF 曲线

Fig. 3. G and BRDF curves in different incident angles when $\sigma = 0.3$: (a) Blinn's G curves; (b) BRDF curves with Blinn's G .

其几何衰减因子 G 的表达式为

$$G(\theta_i, \theta_r, \phi) = \min \left(1; \frac{2 \cos \alpha \cos \theta_r}{\cos \beta}; \frac{2 \cos \alpha \cos \theta_i}{\cos \beta} \right). \quad (4)$$

其曲线为分段的折线, 如图 3(a) 所示, 相应的 BRDF 曲线如图 3(b) 所示, 与不考虑几何衰减效应时 BRDF 会在大反射角趋于无穷大的结果相比, G 的加入使 BRDF 的值更为合理.

3 几何衰减因子的修正

Blinn 几何衰减因子 G 的引入有效地消除了 BRDF 在大反射角处过高的幅值, 但却使 BRDF 曲线存在明显的尖锐拐点, 且在入射角 θ_i 较大时尤为明显. 由于在研究中一般认为表面微面元的倾斜角分布是相互独立的, 满足连续平滑的随机高斯分布, 反射光能量在空间的分布应该是连续且渐变的, 因此 BRDF 曲线中出现尖锐的拐点是一个不合理现象. 究其原因在于等腰 V 形槽假设认为相邻微面元的方向相反且倾斜角相同, 与微面元倾斜角相互独立且呈随机高斯分布不一致. 几何光学 BRDF 模型以随机微面元理论为基础, 为此我们提出以下五点假设: 1) 表面是由大量微面元组成的, 且微面元面积在计算中取平均值; 2) 各微面元的倾斜角分布是独立的, 均满足随机高斯分布; 3) 只考虑单次反射, 不考虑多次反射和体散射效应; 4) 在大入射角条件下只考虑阴影效应, 在大反射角条件下只考虑遮蔽效应, 阴影效应和遮蔽效应不同时作用; 5) 根据微面元倾斜角与光线的几何关系将遮蔽/阴影模型分为完全通过、完全遮蔽/阴影、半通过半遮蔽/阴影三种情况.

如图 4 所示, 我们将遮蔽效应根据微面元倾斜角分成三个子模型, 并对每一种子模型条件下的反射光通过比例进行计算.

当入射角 θ_i 和反射角 θ_r 确定之后, 形成该反射过程的微面元倾斜角 α 即可确定为 $\alpha = \frac{1}{2}(\theta_r - \theta_i)$, 设该微面元为面 1, 与之相邻且靠近反射光方向的微面元为面 2, 其倾斜角度 γ 分布也满足随机高斯分布:

$$p(\gamma) = \frac{C}{2\pi\sigma^2 \cos^3(\gamma)} \exp \left(\frac{-\tan^2(\gamma)}{2\sigma^2} \right). \quad (5)$$

反射光能够完全通过, 即满足完全通过子模型

的概率 P_1 为

$$P_1(\theta_i, \theta_r) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} p(\gamma) d\gamma, \quad (6)$$

式中积分上下限为满足条件的临界角度, 在完全通过条件下, 反射光通过的概率为 1; 在完全遮蔽条件下, 反射光通过的概率为 0. 则满足完全通过条件且反射光通过的概率 g_{M1} 和满足完全遮蔽条件且反射光通过的概率 g_{M2} 分别为

$$g_{M1}(\theta_i, \theta_r) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} 1 \cdot p(\gamma) d\gamma, \quad (7)$$

$$g_{M2}(\theta_i, \theta_r) = \int_{\pi-2\theta_r+\alpha}^{\frac{\pi}{2}} 0 \cdot p(\gamma) d\gamma = 0. \quad (8)$$

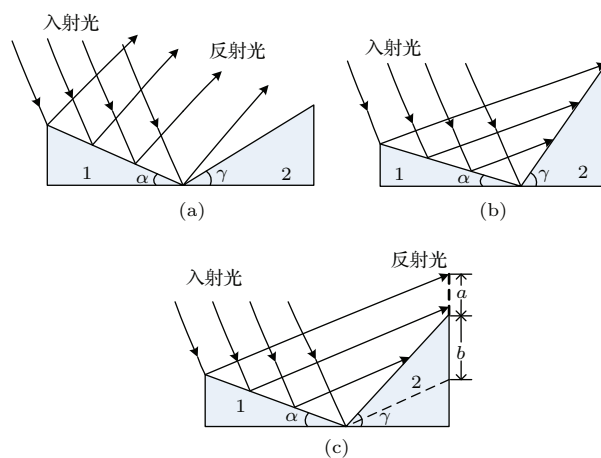


图 4 遮蔽效应子模型示意图 (a) 完全通过子模型; (b) 完全遮蔽子模型; (c) 半通过半遮蔽子模型 (a, b 分别表示通过与被遮蔽的反射光分量比例)

Fig. 4. Masking effect model: (a) Passing submodel; (b) masking submodel; (c) semi-passing model (a, b is the passing portion and masking portion of the reflect light respectively).

满足 $\pi/2 - \theta_r < \gamma < \pi - 2\theta_r + \alpha$ 时, 部分入射光能够通过形成反射分量 a , 其余入射光被面 2 阻挡形成遮蔽分量 b , $a/(a+b)$ 的值即为光线通过的比例:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha + \cos \gamma - \sin \gamma \cdot \tan \theta_r}{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha}. \quad (9)$$

则满足半通过半遮蔽条件且入射光通过的概率 g_{M3} 为

$$g_{M3}(\theta_i, \theta_r) = \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_r}^{\pi-2\theta_r+\alpha} P(\gamma) \times \frac{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha + \cos \gamma - \sin \gamma \cdot \tan \theta_r}{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha} d\gamma. \quad (10)$$

因此遮蔽模型下反射光通过的概率 G_M 为

$$\begin{aligned}
 G_M(\theta_i, \theta_r) &= g_{M1} + g_{M2} + g_{M3} \\
 &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_r} P(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_r}^{\pi-2\theta_r+\alpha} P(\gamma) \\
 &\quad \times \frac{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha + \cos \gamma - \sin \gamma \cdot \tan \theta_r}{\sin \alpha \cdot \tan \theta_r + \cos \alpha} d\gamma.
 \end{aligned} \quad (11)$$

与遮蔽模型相似, 阴影模型也可分为三个子模型——完全通过模型、完全阴影模型和半通过半阴影模型, 阴影模型下反射光通过的概率 G_S 可以通过与遮蔽模型相似的方法进行计算得出:

$$\begin{aligned}
 G_S(\theta_i, \theta_r) &= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-\theta_i} p(\gamma) d\gamma + \int_{\frac{\pi}{2}-\theta_i}^{\pi-2\theta_i+\alpha} p(\gamma) \\
 &\quad \times \frac{\cos \alpha \cdot \cot \theta_i + \cos \gamma \cdot \cot \theta_i + \sin \alpha - \sin \gamma}{\cos \alpha \cdot \cot \theta_i + \sin \alpha} d\gamma.
 \end{aligned} \quad (12)$$

阴影效应一般出现在入射角 θ_i 较大的情况下, 遮蔽效应一般出现在反射角 θ_r 较大的情况下, 而入射角 θ_i 和反射角 θ_r 的取值是独立的, 因此阴影效应和遮蔽效应相互独立. 由于阴影效应与遮蔽效应中的任何一个都会对反射光产生衰减, 因此反射过程中总的几何衰减效应因子 G 应当取遮蔽因子 G_M 与阴影因子 G_S 的最小值, 即

$$G(\theta_i, \theta_r) = \min(G_M, G_S) \quad (13)$$

(13) 式即为经过修正得到的几何衰减因子表达式.

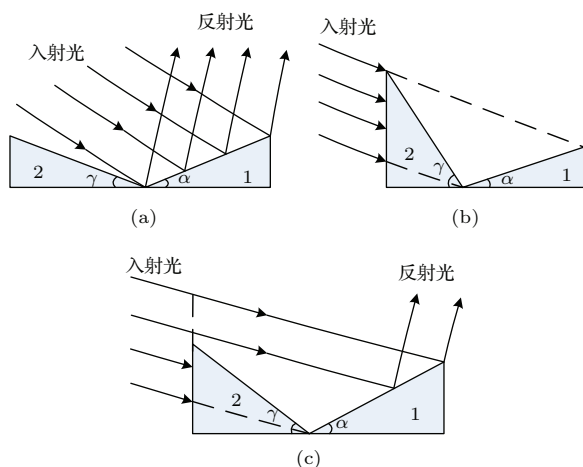


图5 阴影效应子模型示意图 (a) 完全通过子模型; (b) 完全阴影子模型; (c) 半通过半阴影子模型

Fig. 5. Shadowing effect model: (a) Passing submodel; (b) shadowing submodel; (c) simi-passing model.

4 模型与实验结果比较分析

根据上面的推导结果, 我们对修正的几何衰减因子和Blinn形式的几何衰减因子进行模拟和比较. 以入射角 $\theta_i = 30^\circ$ 、表面粗糙度 $\sigma = 0.3$ 条件为例, 修正的几何衰减因子和Blinn衰减因子曲线如图6所示.

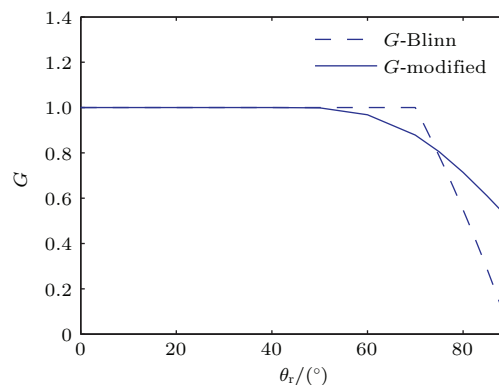


图6 Blinn几何衰减因子曲线与修正的几何衰减因子曲线

Fig. 6. Blinn's G curve and the modified G curve.

可见修正的几何衰减因子消除了曲线中尖锐的拐点, 将分段折线形式的衰减因子改进成为连续渐变的函数, 符合随机表面微面元理论的特征, 从而更具物理合理性.

图7显示的是入射角 $\theta_i = 10^\circ$ 条件下的归一化BRDF曲线, 即 $f/f(10^\circ)$, 我们将不考虑几何衰减效应、引入Blinn几何衰减因子和引入修正几何衰减因子的Torrance-Sparrow BRDF模型曲线与Hyde 2009年在《Optics Express》发表的文章^[9]中用电磁散射矩量法计算给出的BRDF数据进行对比. 从图7中能够看出: 不考虑几何衰减效应的BRDF模型曲线在反射角不大的情况下与BRDF数据符合得较好, 但在大反射角时会趋于无穷大, 严重影响模型的精确性; 引入Blinn衰减因子后, BRDF曲线中过高的数值被消除, 但是在在大反射角条件下的值却远低于已有数据. 引入修正的几何衰减因子不仅使得BRDF模型曲线比较平滑, 保证了模型物理上的合理性, 而且使BRDF曲线在大反射角时既不出现过高的幅值, 误差也保持在较小的范围内. 使用Blinn几何衰减因子的BRDF模型曲线与已有数据之间的标准误差为0.0636, 引入修正的几何衰减因子使BRDF模型与数据的标准误差减小到0.0084, 精确性有明显提升.

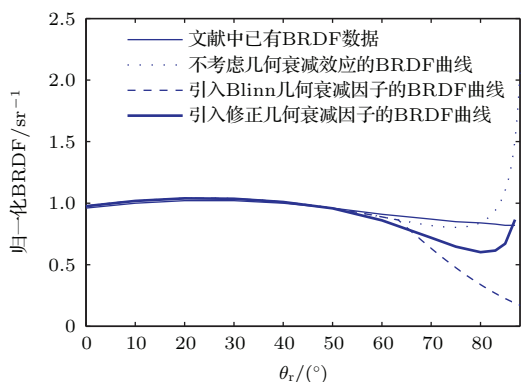


图7 不考虑几何衰减因子、引入 Blinn 几何衰减因子和修正几何衰减因子的 BRDF 曲线与文献中已有 BRDF 数据对比

Fig. 7. Comparison of BRDF curves without G , with Blinn's G , with the modified G , and the experimental BRDF data in previous paper

造成 Blinn 衰减因子误差较大的原因在于：其假设表面微面元构成等腰 V 形槽结构，认为相邻的面 1 和面 2 倾斜角相同，如图 8 所示。

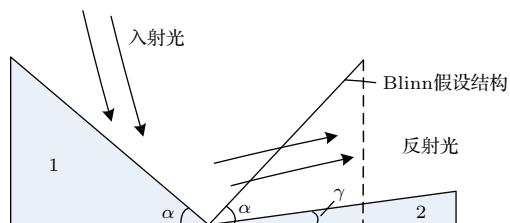


图8 Blinn 衰减模型误差成因示意图

Fig. 8. Cause of the error in Blinn's G model.

根据 Blinn 的等腰 V 形槽假设，在入射角 θ_i 较小且反射角 θ_r 较大的情况下，面 1 倾斜角 α 比较大，具有相同大倾斜角 α 的面 2 必然会产生遮蔽效应造成大量反射光的衰减。而在随机表面的微面元理论中，面 2 倾斜角 γ 与 α 是相互独立的，满足以 0° 为中心的高斯分布，即倾斜角 γ 最有可能出现在 0° 附近，面 2 具有大倾斜角的概率很小，不会出现大量反射光被遮蔽衰减的情况。因此正是 Blinn 几何衰减效应的等腰 V 形槽假设计算了过多的反射衰减，导致其曲线在大反射角时的数值低于实际值。

5 结 论

本文分析了以 Torrance-Sparrow 模型为代表的几何光学模型普遍采用的 Blinn 几何衰减因子，针对其等腰 V 形槽假设的局限导致衰减曲线中存在尖锐拐点和在大反射角条件下存在较大误差的问题，基于随机表面微面元理论进行了几何衰减因子的修正。按照反射光通过比例将遮蔽效应模型和阴影效应模型分别分成三个子模型，计算得出了积分和形式的几何衰减因子表达式，将几何衰减因子曲线改进为平滑的曲线，消除了 Blinn 几何衰减曲线中存在的尖锐拐点，保证了几何衰减因子在物理上的合理性。模拟曲线和实际数据对比结果表明：修正得到的几何衰减因子不仅能够有效降低大反射角处过高的幅值，而且大大降低了 BRDF 模型曲线与实际数据之间的误差，有效地提升了 BRDF 模型的精度。

参考文献

- [1] Renhorn I G E, Boreman G D 2008 *Opt. Express* **16** 12892
- [2] Yuan Y, Sun C M, Zhang X B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2097 (in Chinese) [袁艳, 孙成明, 张修宝 2010 物理学报 **59** 2097]
- [3] Sun L J, Tian Z S, Ren X Y, Zhang Y C, Fu S Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 134211 (in Chinese) [孙兰君, 田兆硕, 任秀云, 张延超, 付石友 2014 物理学报 **63** 134211]
- [4] Torrance K E, Sparrow E M 1967 *J. Opt. Soc. Am.* **57** 1105
- [5] Wellems D, Ortega S, Bowers D, Boger J, Fetrow M 2006 *Opt. A: Pure Appl. Opt.* **8** 914
- [6] Priest R G, Meier S R 2002 *Opt. Eng.* **41** 988
- [7] Blinn, James F 1977 *Proceedings of the 4th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques* San Jose, California, July 20–22, 1977 pp192–198
- [8] Cook R L, Torrance K E 1982 *ACM Trans. Graph.* **1** 7
- [9] Hyde M W, Schmidt J D, Havrilla M J 2009 *Opt. Express* **17** 22138
- [10] Xiao D H, Torrance K E, Francois X S, Donald P G 1991 *Proceedings of the 18th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques* Las Vegas, July 28–August 2, 1991 p175

Modification of geometrical attenuation factor of bidirectional reflection distribution function based on random surface microfacet theory

Liu Hong¹⁾²⁾ Zhu Jing-Ping^{1)†} Wang Kai¹⁾

1) (*Shanxi Key Laboratory of Information Photonic Technique, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*)

2) (*The State Key Laboratory of Astronautic Dynamics, Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, China*)

(Received 12 February 2015; revised manuscript received 23 April 2015)

Abstract

The reflection attenuation factor given by Blinn has been widely used as an important factor in the bidirectional reflectance distribution function (BRDF) model based on geometrical optics theory for nearly half a century. However, Blinn's attenuation factor is based on microfacet theory and geometry of equicrural V-grooves caused sharp turning points and obvious error in its function curves. In this paper, a modified geometry attenuation factor based on random surface microfacet theory is presented. We assume that the surface is composed of a large number of microfacets, and the slope of each microfacet is independent of each other and follows Gaussian distribution. The attenuation effect is caused by the masking and shadowing factors in adjacent microfacets. Depending on the slope angles of microfacets, reflection falls in three submodels, i.e., passing model, semi-passing model, and masking/shadowing model when discussing masking/shadowing factor. The modified attenuation factor is given in an integral expression. The modified geometry attenuation factor is simulated and compared with Blinn's geometry attenuation factor. The sharp turning point in Blinn's attenuation factor curve is eliminated and the error of the BRDF curve is reduced. The result shows that the modified geometry attenuation factor reaches better physical rationality and significantly improves the accuracy of BRDF model. Compared with Blinn's geometry attenuation factor, the modification reduces the standard error between BRDF model and existing data from 0.0636 to 0.0084. The cause of the error in Blinn's geometry attenuation factor is analyzed, the equicrural V-grooves assumption of Blinn's geometry attenuation model considers too much reflection attenuation in the condition of small incident angle and large reflect angle. The modification in this paper is based on random surface microfacet theory, in which the angular dependence of adjacent microfacet is eliminated, for this reason the accuracies of geometry attenuation model and BRDF model are improved.

Keywords: bidirectional reflectance distribution function model, geometry attenuation factor, microfacet theory

PACS: 42.15.-I, 42.25.Fx, 42.68.Mj

DOI: 10.7498/aps.64.184213

† Corresponding author. E-mail: jpzhu@mail.xjtu.edu.cn