

在有限温度下运用弱测量保护量子纠缠

王美姣 夏云杰

Protecting quantum entanglement at finite temperature by the weak measurements

Wang Mei-Jiao Xia Yun-Jie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 240303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.240303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

六光子超纠缠态制备方案

Generation of six-photon hyperentangled states

物理学报.2015, 64(16): 160301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160301>

基于弱非线性实现非破坏性测量两光子 Bell 态及三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态

Quantum nondemolition measurement of two-photon Bell-state and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger-state based on weak nonlinearities

物理学报.2013, 62(10): 100304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.100304>

关于多比特电路量子动力学系统中光子自由度的消除方案研究

On the scheme of cavity photon elimination in multi-qubit circuit-quantum electrodynamics system

物理学报.2012, 61(24): 240305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.240305>

关于电路量子电动力学系统中光子自由度的消除方案

On the schemes of cavity photon elimination in circuit-quantum electrodynamics systems

物理学报.2012, 61(18): 180302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.180302>

Stark 位移对热环境下双 Jaynes-Cummings 模型中原子纠缠的影响

Effect of the Stark shift on entanglement in a double Jaynes-Cummings model in thermal environment

物理学报.2012, 61(16): 160304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.160304>

在有限温度下运用弱测量保护量子纠缠*

王美姣 夏云杰†

(曲阜师范大学物理工程学院, 山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 曲阜 273165)

(2015年7月22日收到; 2015年9月2日收到修改稿)

根据单量子比特的映射, 提出一个在有限温度下运用弱测量保护两量子比特纠缠的方案. 在两个可通过局域幺正变化实现的等价的初始纠缠进入广义振幅阻尼信道前后, 对其分别进行弱测量, 并对四个弱测量的参数做全面的优化, 获取最大共生纠缠 C_r 和弱测量参数 m, n 的解析表达式, 然后再进一步研究弱测量参数与信道参数的关系. 发现这种基于弱测量的纠缠保护方法在某些情况下可以有效地提高纠缠, 甚至可以避免纠缠的突然死亡. 当信道参数 r 一定时, 对不同的参数 p , 初始态 $|\psi\rangle$ 纠缠达到最大值时对应的弱测量参数 m 的取值一样, 共生纠缠关于 $p = 0.5$ 对称, 而初始态 $|\phi\rangle$ 对应的参数 m 的取值不同; 在参数 p 一定、参数 r 不同、初始态 $|\psi\rangle$ 或 $|\phi\rangle$ 的情况下, 当纠缠度取最大值时, 弱测量参数 m 的取值不变, 且随着 r 的增加, 纠缠度减少. 通过对信道参数的分析, 发现可以选择合适的信道参数和初始态来获得较大的纠缠.

关键词: 消相干, 共生纠缠, 弱测量

PACS: 03.67.Bg, 03.67.Ac

DOI: 10.7498/aps.64.240303

1 引言

近年来, 由于量子信息和量子计算^[1]的产生和发展, 诸如量子隐形传态^[2-5]、量子秘密共享^[6-8]、量子克隆^[9-12]、远程信息集中^[13-16]等任务受到广泛关注. 量子纠缠^[17,18]被认为是实现各种问题的重要资源, 可以用来实现经典手段无法实现的任务. 然而, 量子系统与环境不可避免的耦合会导致量子消相干^[19], 甚至在某些情况下, 纠缠会突然死亡^[20-24]. 因此, 保护纠缠已经成为量子信息科学中的重要研究问题. 迄今为止, 包括量子纠错码^[25,26]、消相干-自由子空间^[27,28]、动力学解耦等^[29,30]方法已用于保护量子纠缠.

最近, 大量文献中均采用一种新颖的方法: 在零温环境下, 运用弱测量^[31,32]保护系统的量子纠缠. Kim等^[33]对一个两能级系统进行研究, 发现弱测量和量子翻转测量可以提高纠缠、避免纠缠突然死亡, 且对于不同初始态提高纠缠的程度不

同、成功概率也不同; 并进一步研究了成功概率、共生纠缠和弱测量参数之间的关系; Sun等^[34]在零温下同样利用弱测量和位翻转、振幅阻尼和翻转的方法分别对双边量子系统的消相干效应进行研究; Man等^[35,36]利用前测量与后测量的方法提高了受消相干效应影响的两量子比特系统的纠缠量; Liao等^[37]运用弱测量和量子翻转测量保护三量子比特纠缠并提高保真度, 发现通过提高弱测量的操作程度, 能最大程度保护GHZ态和W态的纠缠度, 并且通过调整消相干信道参数, 能使保真度接近1; Xiao^[38]研究了在振幅阻尼信道中运用弱测量及其翻转保护一个混合量子-粒子系统的纠缠, 发现随着消相干强度的增加, 量子比特与粒子之间的纠缠减少, 对于某些态甚至会出现纠缠死亡, 然而通过弱测量和翻转的方法可以完全抑制消相干并能完全恢复任意态的纠缠. 通过弱测量在以上方面的应用, 可以发现它的广阔前景, 也给人们提供了一条解决以前经典方法无法解决的问题的崭新的

* 国家自然科学基金(批准号: 61178012, 11204156, 11304179, 11247240)、教育部博士点专项科研基金(批准号: 20133705110001, 20123705120002)和山东省自然科学基金(批准号: BS2013DX034, ZR2012FQ024)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn

途径.

但上述结果只局限于近似零温环境噪音的特殊情况, 而且近似零温环境 $\hbar\omega \gg k_B T$ 这一条件也不能总是被满足. 文献[1]提出了在有限温度下单个量子比特的映射. 受此启发我们也可以仿照零温环境, 在有限温度下运用弱测量保护量子纠缠. Wang等[39]在非零温下利用弱测量的方法研究了两量子比特纠缠态的优化保护方案, 发现弱测量确实能提高纠缠, 而且成功概率与初始态有关, 但并没有进一步研究弱测量参数与信道参数的关系以及信道参数对纠缠的影响.

本文将讨论在有限温度环境下的广义振幅阻尼信道中两个可以通过局域幺正变换实现相互转化的等价的纠缠态的动力学演化规律, 研究如何利用弱测量实现对这两个纠缠态的保护. 在非零温度下, 由于量子系统与环境相互作用, 导致广义振幅阻尼信道的模型比振幅阻尼信道的模型更加复杂, 但它的适用范围更加广泛, 与信道参数的关系更加紧密. 本文进一步探讨纠缠与信道的关系.

2 两种 Bell 初始态的纠缠保护

在有限温度下, 探讨广义振幅阻尼信道对两量子比特纠缠态的影响. 信道可以描述为系统与初始

态为 $|00\rangle_E$ 的环境的相互作用:

$$\begin{aligned} |0\rangle_S |00\rangle_E &\rightarrow \sqrt{p}|0\rangle_S |00\rangle_E \\ &\quad + \sqrt{1-p}\sqrt{1-r}|0\rangle_S |01\rangle_E \\ &\quad + \sqrt{1-p}\sqrt{r}|1\rangle_S |11\rangle_E \\ |1\rangle_S |00\rangle_E &\rightarrow \sqrt{p}\sqrt{1-r}|1\rangle_S |00\rangle_E \\ &\quad + \sqrt{pr}|0\rangle_S |10\rangle_E \\ &\quad + \sqrt{1-p}|1\rangle_S |01\rangle_E, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 r 是系统从激发态跃迁到基态的概率, p 是整体环境激发态损失的概率.

如图 1(a), 假设 Alice 提供一个两量子比特的纠缠态 $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|01\rangle + |10\rangle)$, 而且分别通过参数为 $\{p_1, r_1\}$ 和 $\{p_2, r_2\}$ 的两个量子信道传输给 Bob 和 Charlie. 尽管系统的初始态为一个纯的两量子比特纠缠态 $|\psi\rangle$, 但由于消相干, Bob 和 Charlie 现在共享一个两量子比特态 ρ_d (通过对环境求迹, 我们得到约化密度矩阵), 以 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 为基矢, ρ_d 的表达式为

$$\rho_d = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & e^* & 0 \\ 0 & e & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}, \quad (2)$$

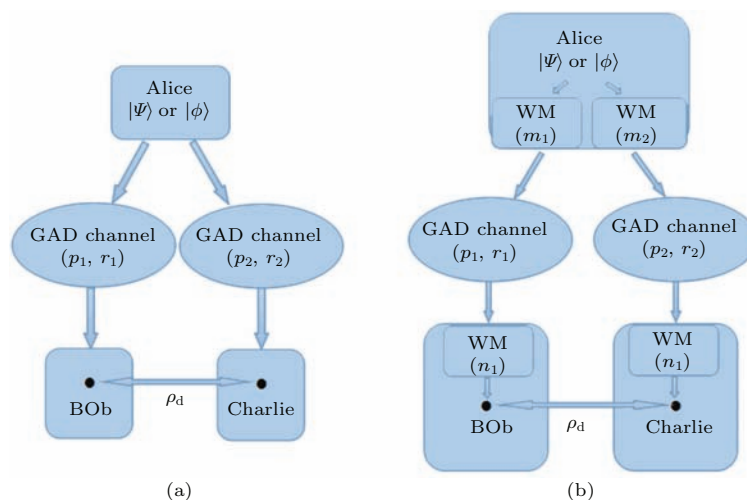


图 1 运用弱测量保护纠缠的方案 (a) 通过参数为 $\{p_1, r_1\}$ 和 $\{p_2, r_2\}$ 的广义振幅阻尼信道 (GAD), Bob 和 Charlie 共享两量子比特态 ρ_d ; (b) 运用弱测量保护量子纠缠, 在通过信道前, Alice 分别对两个纠缠态做强度为 m_1 和 m_2 的弱测量; 经过信道, Bob(Charlie) 做强度为 $n_1(n_2)$ 的另一弱测量

Fig. 1. The scheme to protect entanglement by weak measurements: (a) Bob and Charlie share two qubit state ρ_d through the generalized amplitude damping (GAD) with parameters $\{p_1, r_1\}$ and $\{p_2, r_2\}$; (b) protect quantum entanglement by using weak measurements, Alice performs weak measurements on both qubits with m_1 and m_2 before sending them through channels, Bob (Charlie) do another weak measurement individually with $n_1(n_2)$.

且

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{2} [p_2 r_2 (1 - r_1 + p_1 r_1) \\
 &\quad + p_1 r_1 (1 - r_2 + p_2 r_2)] \equiv \frac{1}{2} (a_0 + a_1), \\
 b &= \frac{1}{2} [(1 - p_2 r_2) (1 - r_1 + p_1 r_1) \\
 &\quad + p_1 r_1 (1 - p_2) r_2] \equiv \frac{1}{2} (b_0 + b_1), \\
 c &= \frac{1}{2} [p_2 r_2 (1 - p_1) r_1 + (1 - p_1 r_1) \\
 &\quad \times (1 - r_2 + p_2 r_2)] \equiv \frac{1}{2} (c_0 + c_1), \\
 d &= \frac{1}{2} [(1 - p_1) r_1 (1 - p_2 r_2) + (1 - p_2) \\
 &\quad \times r_2 (1 - p_1 r_1)] \equiv \frac{1}{2} (d_0 + d_1), \\
 e &= \frac{1}{2} \sqrt{(1 - r_1)(1 - r_2)} \equiv \frac{1}{2} e_0.
 \end{aligned} \quad (3)$$

对于初始态为 $|\psi\rangle$ 的系统, 经过信道 $\{p_1, r_1\}$ 和 $\{p_2, r_2\}$, 可以通过计算共生纠缠度 C_{1d} 得到消相干对其产生的影响:

$$C_{1d} = 2 \max \left\{ 0, A_{1d} \equiv (|e| - \sqrt{ad}) \right\}. \quad (4)$$

当 $A_{1d} > 0$, 共生纠缠为 $2A_{1d}$, 否则, 共生纠缠为零.

运用弱测量, 可以抑制消相干, 保护纠缠. Alice 在送两个量子比特纠缠态通过信道之前, 对其分别进行弱测量, 保护方案如图 1 (b) 所示. 弱测量可表示为

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & m_1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

通过消相干信道, Bob 和 Charlie 分别实施另一个弱测量. 第二个弱测量可表示为

$$N = \begin{pmatrix} n_1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} n_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

最终的传输态的密度矩阵 (依次经过第一个弱测量, 消相干信道, 和第二个弱测量) 以 $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$ 为基矢, 它可写为

$$\rho_{1r} = \frac{1}{P} \begin{pmatrix} An_1^2 n_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Bn_1^2 & E^* n_1 n_2 & 0 \\ 0 & En_1 n_2 & Cn_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D \end{pmatrix}, \quad (7)$$

且

$$A = \frac{1}{2} (a_0 m_2^2 + a_1 m_1^2),$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{1}{2} (b_0 m_2^2 + b_1 m_1^2), \\
 C &= \frac{1}{2} (c_0 m_2^2 + c_1 m_1^2), \\
 D &= \frac{1}{2} (d_0 m_2^2 + d_1 m_1^2), \\
 E &= \frac{1}{2} e_0 m_1 m_2,
 \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $X_i (X = a, b, c, d, e$ 且 $i = 0, 1)$ 在 (3) 式中被定义, 而且

$$P = An_1^2 n_2^2 + Bn_1^2 + Cn_2^2 + D, \quad (9)$$

总的成功概率为

$$P_s = P \prod_{c=\{m_1, n_1, m_2, n_2\}} \min \left\{ 1, \frac{1}{c^2} \right\}. \quad (10)$$

纠缠态 ρ_{1r} 的共生纠缠度为

$$C_{1r} = 2 \max \left\{ 0, A_{1r} \equiv \frac{n_1 n_2 (|E| - \sqrt{AD})}{An_1^2 n_2^2 + Bn_1^2 + Cn_2^2 + D} \right\}. \quad (11)$$

我们可以证明, 当满足条件

$$n_1 = \sqrt[4]{\frac{CD}{AB}}, \quad (12a)$$

$$n_2 = \sqrt[4]{\frac{BD}{AC}} \quad (12b)$$

时, 可以达到其最大值, 那么, 值 A_{1r} 仅随 m_1, m_2 变化, 我们设定 $m_2 = 1, m_1 = m$. 将 (12) 式代入 A_{1r} 的表达式, 得到

$$\begin{aligned}
 A_{1r} &= \frac{|E| - \sqrt{AD}}{\sqrt{BC} + \sqrt{AD}} \\
 &= \left[e_0 - \sqrt{a_0 d_0 \frac{1}{m^2} + a_1 d_1 m^2 + (a_0 d_1 + a_1 d_0)} \right] \\
 &\quad \times \left[\sqrt{a_0 d_0 \frac{1}{m^2} + a_1 d_1 m^2 + (a_0 d_1 + a_1 d_0)} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{b_0 c_0 \frac{1}{m^2} + b_1 c_1 m^2 + (b_0 c_1 + b_1 c_0)} \right]^{-1}.
 \end{aligned} \quad (13)$$

为了最大化 A_{1r} 值, 必须满足如下不等式:

$$\begin{aligned}
 &\sqrt{a_0 d_0 \frac{1}{m^2} + a_1 d_1 m^2 + (a_0 d_1 + a_1 d_0)} \\
 &\geq \sqrt{2\sqrt{a_1 d_1 a_0 d_0} + a_0 d_1 + a_1 d_0} \\
 &= (\sqrt{a_0 d_1} + \sqrt{a_1 d_0}),
 \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$m^4 = \frac{a_0 d_0}{a_1 d_1}; \quad (15)$$

而且

$$\begin{aligned} & \sqrt{b_0 c_0 \frac{1}{m^2} + b_1 c_1 m^2 + (b_0 c_1 + b_1 c_0)} \\ & \geq \sqrt{2\sqrt{b_1 c_1 b_0 c_0} + b_0 c_1 + b_1 c_0} \\ & = \left(\sqrt{b_0 c_1} + \sqrt{b_1 c_0} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$m^4 = \frac{b_0 c_0}{b_1 c_1}. \quad (17)$$

将(3)式代入(17)式,可以得到

$$\begin{aligned} m &= \sqrt[4]{\frac{a_0 d_0}{a_1 d_1}} = \sqrt[4]{\frac{b_0 c_0}{b_1 c_1}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{p_2(1-p_1)(1-r_1+r_1 p_1)(1-r_2 p_2)}{p_1(1-p_2)(1-r_2+r_2 p_2)(1-r_1 p_1)}}. \end{aligned} \quad (18)$$

由(18)式得到 m 的值,则 A_{1r} 的最大值为

$$\begin{aligned} A_{1r}^{\max} &= \left[\sqrt{(1-r_1)(1-r_2)} \right. \\ & \quad - r_1 \sqrt{p_1(1-p_1)(1-r_2 p_2)(1-r_2+r_2 p_2)} \\ & \quad \left. - r_2 \sqrt{p_2(1-p_2)(1-r_1 p_1)(1-r_1+r_1 p_1)} \right] \\ & \quad \times \left[\left(\sqrt{(1-r_1 p_1)(1-r_1+r_1 p_1)} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + r_1 \sqrt{p_1(1-p_1)} \right) \right. \\ & \quad \left. \times \left(\sqrt{(1-r_2 p_2)(1-r_2+r_2 p_2)} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + r_2 \sqrt{p_2(1-p_2)} \right) \right]^{-1}; \end{aligned} \quad (19)$$

那么密度矩阵 ρ_{1r} 的最大共生纠缠度为

$$C_{1r} = \max \left\{ 0, A_{1r}^{\max} \right\}. \quad (20)$$

此外,在得到(18)式的条件下, n_1 和 n_2 的值可被重新表示为

$$n_1 = \sqrt[4]{\frac{(c_0 + c_1 h)(d_0 + d_1 h)}{(a_0 + a_1 h)(b_0 + b_1 h)}}, \quad (21a)$$

$$n_2 = \sqrt[4]{\frac{(b_0 + b_1 h)(d_0 + d_1 h)}{(a_0 + a_1 h)(c_0 + c_1 h)}}, \quad (21b)$$

其中

$$h = \sqrt{\frac{b_0 c_0}{b_1 c_1}} = \sqrt{\frac{a_0 d_0}{a_1 d_1}}.$$

假设 Alice 又提供另一个两量子比特的纠缠态 $|\phi\rangle = (1/\sqrt{2})(|00\rangle + |11\rangle)$. 仿照研究初始态 $|\psi\rangle$ 的方法,可以得到以下类似结果:无弱测量时,共生纠缠为

$$C_{2d} = 2 \max \left\{ 0, A_{2d} \equiv \left(|e| - \sqrt{b'c'} \right) \right\}; \quad (22)$$

运用弱测量之后,共生纠缠为

$$\begin{aligned} C_{2r} &= 2 \max \left\{ 0, A_{2r} \equiv \frac{n_1 n_2 (|E| - \sqrt{B'C'})}{A'n_1^2 n_2^2 + B'n_1^2 + C'n_2^2 + D'} \right\}, \\ A_{2r} &= \frac{|E| - \sqrt{B'C'}}{\sqrt{B'C'} + \sqrt{A'D'}} \\ &= \left[e_0 - \sqrt{b'_0 c'_0 \frac{1}{m'^2} + b'_1 c'_1 m'^2 + (b'_0 c'_1 + b'_1 c'_0)} \right] \\ & \quad \times \left[\sqrt{a'_0 d'_0 \frac{1}{m'^2} + a'_1 d'_1 m'^2 + (a'_0 d'_1 + a'_1 d'_0)} \right. \\ & \quad \left. + \sqrt{b'_0 c'_0 \frac{1}{m'^2} + b'_1 c'_1 m'^2 + (b'_0 c'_1 + b'_1 c'_0)} \right]^{-1}; \end{aligned} \quad (23)$$

总的成功概率为

$$P'_s = P' \prod_{c=\{m_1, n_1, m_2, n_2\}} \min \left\{ 1, \frac{1}{c^2} \right\}; \quad (24)$$

进行参数最优优化后,弱测量参数为

$$\begin{aligned} n_1 &= \sqrt[4]{\frac{C'D'}{A'B'}} = \sqrt[4]{\frac{(c'_0 + c'_1 h')(d'_0 + d'_1 h')}{(a'_0 + a'_1 h')(b'_0 + b'_1 h')}}}, \\ n_2 &= \sqrt[4]{\frac{B'D'}{A'C'}} = \sqrt[4]{\frac{(b'_0 + b'_1 h')(d'_0 + d'_1 h')}{(a'_0 + a'_1 h')(c'_0 + c'_1 h')}}}, \\ m &= \sqrt[4]{\frac{a'_0 d'_0}{a'_1 d'_1}} = \sqrt[4]{\frac{b'_0 c'_0}{b'_1 c'_1}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{(1-p_1)(1-p_2)(1-r_1+r_1 p_1)(1-r_2+r_2 p_2)}{p_1 p_2 (1-r_1 p_1)(1-r_2 p_2)}}, \\ h' &= \sqrt{\frac{b'_0 c'_0}{b'_1 c'_1}} = \sqrt{\frac{a'_0 d'_0}{a'_1 d'_1}}; \end{aligned} \quad (25)$$

而且

$$\begin{aligned} a' &= \frac{1}{2} \left[(1-r_1+p_1 r_1)(1-r_2+p_2 r_2) \right. \\ & \quad \left. + p_1 r_1 p_2 r_2 \right] \equiv \frac{1}{2} (a'_0 + a'_1), \\ b' &= \frac{1}{2} \left[(1-r_1+p_1 r_1)(1-p_2) r_2 \right. \\ & \quad \left. + p_1 r_1 (1-p_2 r_2) \right] \equiv \frac{1}{2} (b'_0 + b'_1), \\ c' &= \frac{1}{2} \left[(1-p_1) r_1 (1-r_2+p_2 r_2) \right. \\ & \quad \left. + (1-p_1 r_1) p_2 r_2 \right] \equiv \frac{1}{2} (c'_0 + c'_1), \\ d' &= \frac{1}{2} \left[(1-p_1) r_1 (1-p_2) r_2 \right. \\ & \quad \left. + (1-p_1 r_1)(1-p_2 r_2) \right] \equiv \frac{1}{2} (d'_0 + d'_1), \\ e &= \frac{1}{2} \sqrt{(1-r_1)(1-r_2)} \equiv \frac{1}{2} e_0. \end{aligned} \quad (26)$$

3 理论分析

3.1 弱测量对纠缠的影响

在图2中, 我们展示共生纠缠度随 m 如何变化. 为了清楚表示这个过程, 假定 $p_1 = 0.9$, $r_1 = 0.5$, $p_2 = 0.95$, $r_2 = 0.3$. 从图2中可以得到: 对于初始态 $|\psi\rangle$, 当 $m = 1.27$ 时, 共生纠缠的最大值为0.53, 而且根据(10)式成功概率为0.089, 由(21)式可得 $n_1 = 0.064$, $n_2 = 0.038$; 在无弱测量情况下, 根据(4)式得到共生纠缠为0.414. 对于初始态 $|\phi\rangle$, 当 $m = 0.34$ 时, 共生纠缠的最大值为0.53 (与 $A_{1r}^{\max}$ 相同), 而且根据(24)和(25)式, 成功概率为0.06, $n_1 = 0.50$, $n_2 = 0.44$; 在无弱测量情况下, 根据(22)式得到共生纠缠为0.33. 可见通过弱测量, 可以提高共生纠缠度, 但以降低成功概率为代价; 虽然初始态 $|\phi\rangle$ 的纠缠效果比初始态 $|\psi\rangle$ 的更好, 但成功概率却更低.

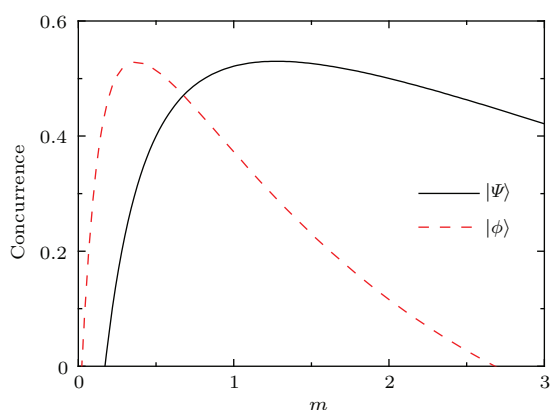


图2 当初始态为 $|\psi\rangle$ (实线)和 $|\phi\rangle$ (虚线), 共生纠缠随 m 的变化 其中信道参数为 $p_1 = 0.9$, $r_1 = 0.5$, $p_2 = 0.95$, $r_2 = 0.3$

Fig. 2. The change of the concurrence with m when initial state $|\psi\rangle$ (solid line) and $|\phi\rangle$ (dashed line). The parameters are $p_1 = 0.9$, $r_1 = 0.5$, $p_2 = 0.95$, $r_2 = 0.3$.

3.2 信道参数对纠缠的影响

在某些条件下, Λ_r 小于零, 导致纠缠为零. 通过选择适当的弱测量参数 m 和 n , Λ_r 可以变为非零. 如果已知信道参数 $\{p_1, r_1\}$ 和 $\{p_2, r_2\}$, Bob和Charlie便可以据此调整第二弱测量参数 n_1 和 n_2 , Alice也可以根据(18)和(25)式确定两个纠缠态 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$ 的第一弱测量参数 m , 使得纠缠达到最大. 为了更明确地阐述如何取得最大纠缠

度, 我们考虑特定的消相干信道, 即 $p_1 = p_2 = p$, $r_1 = r_2 = r$.

3.2.1 参数 r 一定时, 参数 p 对纠缠的影响

在图3中, 当 $p \in (0, 0.5)$, $r = 0.3$ 时, 共生纠缠度随着 p 的增大而减小, 与信道参数 p 成反比; 当 $p \in (0.5, 1)$, $r = 0.3$ 时, 共生纠缠度随着 p 的增大而增大, 与信道参数 p 成正比. 在 r 固定, p 不同, 初始态为 $|\psi\rangle$ 的情况下, 共生纠缠达到最大值时对应的弱测量参数 m 的取值一样, 并且不同参数 p 对应的图形关于 $p = 0.5$ 对称, 如 $p = 0.9$ 与 $p = 0.1$, $p = 0.7$ 与 $p = 0.3$ 的图形重合; 而对于初始态 $|\phi\rangle$, 参数 p 取不同值时, 纠缠达到最大值时对应的弱测量参数的取值不同. 所以, 若想得到最大共生纠缠度, 应该选择 p 趋近于0或者1.

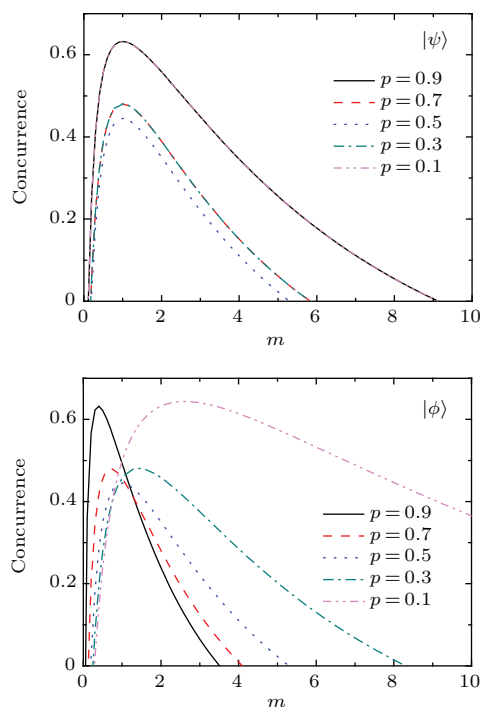


图3 根据(13)和(23)式, 对于不同的参数 p , 纠缠与 m 的关系 假定初始态为 $|\psi\rangle$ 或 $|\phi\rangle$ 且 $r = 0.3$

Fig. 3. The relationship between concurrence and m for different parameters p according to the formula (13) and (23). Assuming the initial state is $|\psi\rangle$ or $|\phi\rangle$ and $r = 0.3$.

3.2.2 参数 p 一定时, 参数 r 对纠缠的影响

图4中, 弱测量参数 m 仅与 p 有关. 在 p 固定, r 不同, 初始态为 $|\psi\rangle$ 或 $|\phi\rangle$ 的情况下, 共生纠缠度达到最大值时, 弱测量参数 m 的取值一样, 且随着参数 r 的增加, 纠缠度减少. 同样地, 为了获得最大纠缠度, 我们需要选择 r 趋近于0.

广义振幅阻尼信道 (GAD) 比振幅阻尼信道 (AD) 更复杂, 因此以前的最优化参数不再适用. 原来的弱测量参数与 AD 信道参数无关, 只是一个形式. 而现在弱测量参数依赖于 GAD 信道参数 p 和 r , 并且我们对四个弱测量进行了最优化.

如果初始态为 $|\psi\rangle = \alpha|01\rangle + \beta|10\rangle$ 或 $|\phi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$ ($\alpha\alpha^* + \beta\beta^* = 1$), 我们计算的最大共生纠缠度与初始态参数 α 和 β 无关^[39].

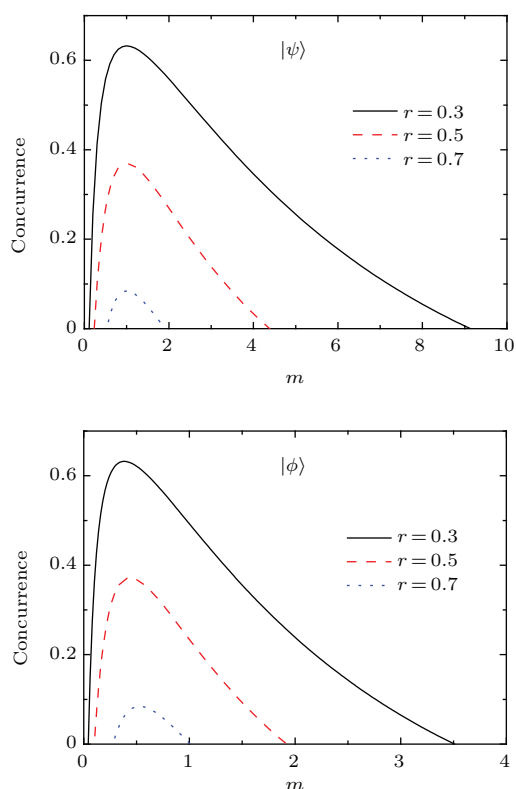


图4 根据 (13) 和 (23) 式, 对于不同的参数 r , 纠缠与 m 的关系. 假定初始态为 $|\psi\rangle$ 或 $|\phi\rangle$ 且 $p = 0.9$

Fig. 4. The relationship between concurrence and m for different parameters r according to the formula (13) and (23). Assuming the initial state is $|\psi\rangle$ or $|\phi\rangle$ and $p = 0.9$.

4 结 论

本文研究了非零温环境下运用弱测量保护两量子比特纠缠的方法. 对于强度不同的弱测量, 需要选择的信道参数和初始态也会有很大的不同, 因此本文选取两个可通过局域幺正变化实现的等价的初始纠缠态 $|\psi\rangle$ 和 $|\phi\rangle$. 在 GAD 信道下, 我们分别对不同初始态的四个弱测量参数做了全面最优化, 得到了共生纠缠 C_r 和弱测量参数 m, n 的解析表达式. 在理论计算中, 我们可以选择适当的信道参数 p 和 r , 并运用前面求得的解析式计算得到最

大共生纠缠 C_r 及其对应的弱测量参数 m, n , 也可以直接从图中读出. 对于确定的参数 p, r, m 和 n , 选择合适的初始态, 我们能够获得较大的纠缠度.

理论结果表明, 弱测量对广义振幅阻尼信道的消相干的抑制确实有一定作用, 甚至可以避免纠缠突然死亡. 对于两个不同的初始纠缠态, 在同样的弱测量方法下, 可以保持不同程度的纠缠. 当信道参数 r 一定时, 对不同的参数 p , 初始态 $|\psi\rangle$ 纠缠达到最大值时对应的弱测量参数 m 的取值一样, 共生纠缠关于 $p = 0.5$ 对称, 而初始态 $|\phi\rangle$ 对应的参数 m 的取值不同; 当参数 p 一定时, 对于不同的参数 r , $|\psi\rangle$ 或 $|\phi\rangle$ 的情况下纠缠度取最大值时, 弱测量参数 m 的取值不变, 且随着 r 的增加, 纠缠度减少. 这些结果对于我们选择合适的纠缠保护方案有一定的意义.

参考文献

- [1] Nielsen M, Chuang I 2000 *Quantum Information and Computation* (Cambridge: Cambridge University Press) pp171–593
- [2] Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [3] Song J, Xia Y, Song H S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 024302
- [4] Liu J C, Li Y H, Nie Y Y 2010 *Int. J. Theor. Phys.* **49** 1976
- [5] Jennewein T, Weihs G, Pan J W, Zeilinger A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 017903
- [6] Hillery M, Bužek V, Berthiaume A 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1829
- [7] Wang X W, Zhang D Y, Tang S Q, You K M 2010 *Int. J. Theor. Phys.* **49** 2691
- [8] Wang X W, Zhang D Y, Tang S Q, Xie L J 2011 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 035505
- [9] Murao M, Jonathan D, Plenio M B, Vedral V 1999 *Phys. Rev. A* **59** 156
- [10] Yan L H, Gao Y F, Zhao J G A 2009 *Int. J. Theor. Phys.* **48** 2445
- [11] Wang X W, Yang G J 2009 *Phys. Rev. A* **79** 064306
- [12] Fan H, Wang Y N, Jing L, Yue J D, Shi H D, Zhang Y L, Mu L Z 2014 *Phys. Rep.* **544** 241
- [13] Murao M, Vedral V 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 352
- [14] Wang X W, Zhang D Y, Yang G J, Tang S Q, Xie L J 2011 *Phys. Rev. A* **84** 042310
- [15] Zhang Y J, Zhou Y, Xia Y J 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 21 (in Chinese) [张英杰, 周原, 夏云杰 2008 物理学报 **57** 21]
- [16] Xu P, Wang D, Ye L 2013 *Chin. Phys. B* **22** 100306
- [17] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [18] Życzkowski K, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki R 2001 *Phys. Rev. A* **65** 012101

- [19] Zurek W H 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 715
- [20] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [21] Almeida M P, de Melo F, Hor-Meyll M, Salles A, Walborn S P, Ribeiro P H S, Davidovich L 2007 *Science* **316** 579
- [22] Yu T, Eberly J H 2007 *Phys. Rev. Lett.* **97** 140403
- [23] Almeida M P, de Melo F, Hor-Meyll M, Salles A, Walborn S P, Ribeiro P H S, Davidovich L 2007 *Science* **316** 579
- [24] Eberly J H, Yu T 2007 *Science* **316** 555
- [25] Shor P W 1995 *Phys. Rev. A* **52** R2493
- [26] Steane A M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 793
- [27] Lidar D A, Chuang I L, Whaley K B 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2594
- [28] Kwiat P G, Berglund A J, Altepeter J B, White A G 2000 *Science* **290** 498
- [29] Viola L, Knill E, Lloyd S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2417
- [30] West J R, Lidar D A, Fong B H, Gyure M F 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 230503
- [31] He Z, Yao C M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 110601
- [32] Han W, Zhang Y J, Yan W B, Xia Y J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 0110304
- [33] Kim Y S, Lee J C, Kwon O, Kim Y H 2011 *Nat. Phys.* **10** 1038
- [34] Sun Q Q, Al-Amri M, Davidovich L, Zubairy M S 2010 *Phys. Rev. A* **82** 052323
- [35] Man Z X, Xia Y J 2012 *Phys. Rev. A* **86** 012325
- [36] Man Z X, Xia Y J 2012 *Phys. Rev. A* **86** 052322
- [37] Liao X P, Fang M F, Fang J S, Zhu Q Q 2013 *Chin. Phys. B* **23** 020304
- [38] Xiao X 2014 *Phys. Scr.* **89** 065102
- [39] Wang S C, Yu Z W, Zou W J, Wang X B 2014 *Phys. Rev. A* **89** 022318

Protecting quantum entanglement at finite temperature by the weak measurements^{*}

Wang Mei-Jiao Xia Yun-Jie[†]

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Colleg of Physics and Engineering,
Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

(Received 22 July 2015; revised manuscript received 2 September 2015)

Abstract

According to the map of a qubit, a scheme for protecting entanglement of two-qubit by the weak measurements at finite temperature is proposed. Since the choices of the channel parameters and initial states are very different for different weak measurement strengths, two local unitary equivalent initial entangled states $|\psi\rangle$ and $|\phi\rangle$ are chosen. Weak measurements are performed when two initial entangled states go through the generalized amplitude damping channel, and the analytical expressions of getting maximum concurrence entanglement C_r and weak measurement parameters m and n can be obtained by performing an overall optimization for four weak measurement parameters. What is more, the relationship between the weak measurement parameters and the channel parameters is further explored. Theoretical results show the entanglement protection project based on weak measurements can effectively enhance the entanglement and even prevent the sudden death of entanglement in some cases. When the channel parameter r is fixed, for different values of parameter p , the concurrence is centered at $p = 0.5$, and the weak measurement parameters of the maximum concurrence entanglement are the same as those for initial state $|\psi\rangle$, while they are different for initial state $|\phi\rangle$. Under the condition of different values of r , for the fixed p and initial state $|\psi\rangle$ or $|\phi\rangle$, the weak measurement parameters remain constant as the entanglement reaches the maximum and the concurrence decreases with the increase of parameter r . Through the analysis of channel parameters, higher entanglement can be obtained by choosing appropriate channel parameters and initial state.

Keywords: decoherence, entanglement, weak measurement

PACS: 03.67.Bg, 03.67.Ac

DOI: 10.7498/aps.64.240303

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61178012, 11204156, 11304179, 11247240), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant Nos. 20133705110001, 20123705120002), and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant Nos. BS2013DX034, ZR2012FQ024).

[†] Corresponding author. E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn