

一类时变时滞混沌系统的参数辨识方法

柴琴琴

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 240506 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.240506

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240506>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

带有未知非对称控制增益的不确定分数阶混沌系统自适应模糊同步控制

[Adaptive fuzzy synchronization for uncertain fractional-order chaotic systems with unknown non-symmetrical control gain](#)

物理学报.2015, 64(7): 070503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.070503>

混沌海杂波背景下的微弱信号检测混合算法

[Hybrid algorithm for weak signal detection in chaotic sea clutter](#)

物理学报.2015, 64(4): 040506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.040506>

基于线性矩阵不等式的一类新羽翼倍增混沌分析与控制

[Analysis on a class of double-wing chaotic system and its control via linear matrix inequality](#)

物理学报.2014, 63(21): 210502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.210502>

自然循环流动不稳定性的多目标优化极限学习机预测方法

[Prediction method of flow instability based on multi-objective optimized extreme learning machine](#)

物理学报.2014, 63(20): 200505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200505>

基于不确定性变时滞分数阶超混沌系统的滑模自适应鲁棒的同步控制

[Synchronizing a class of uncertain and variable time-delay fractional-order hyper-chaotic systems by adaptive sliding robust mode control](#)

物理学报.2014, 63(16): 160507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.160507>

一类时变时滞混沌系统的参数辨识方法*

柴琴琴†

(福州大学电气工程与自动化学院, 福州 350108)

(2015年7月7日收到; 2015年8月30日收到修改稿)

时变的未知时滞参数普遍存在于混沌系统中, 它使得混沌系统同步控制变得非常困难. 针对时滞混沌系统中参数时变且未知的问题, 提出了一种新颖的辨识方法. 该方法首先将未知时变参数用分段常数函数来近似, 把求解非线性函数的问题转化为参数向量选择问题, 其中分段常数函数的高度向量成为待求解参数向量; 然后推导了目标函数对分段常数高度向量的梯度信息, 结合序列二次规划法求得最优分段函数; 随着分段数的增加, 最优分段函数将逼近原非线性时变函数. 数值实例结果验证了该方法的有效性.

关键词: 时滞混沌系统, 参数辨识, 序列二次规划

PACS: 05.45.Pq, 02.60.Pn

DOI: 10.7498/aps.64.240506

1 引言

混沌是动力学系统中普遍存在的一种现象, 指确定性动力学系统因对初值敏感而表现出的不可预测的、类似随机性的运动. 由于摩擦、惯性、通信延迟等因素的限制, 具有混沌特性的化工、生物、经济、机械等实际系统大多都为时滞混沌系统^[1,2]. 研究表明, 在合适的控制作用下, 混沌系统可跟踪任意一个参考信号^[3], 因此, 时滞混沌系统也被广泛用于混沌保密通信和解密. 然而, 由于实际混沌系统的参数(时滞时间及系统参数)可能存在未知性、不确定性或漂移性, 这些参数的存在使得系统同步控制非常困难, 也使得现有的针对非时滞混沌系统或时滞给定的混沌系统的同步控制方法不能直接应用, 如基于非线性反馈的同步方法^[4]、Backstepping方法^[5]、自适应控制^[6,7]、模糊控制^[8]等. 为此, 学者们针对不确定变时滞混沌系统的同步控制问题进行了研究. 文献^[9]提出了时变时滞系统脉冲同步控制方法, 设计得脉冲控制器与时滞参数(大小和初值)有关. 文献^[10]设计了一种滑模自适应鲁棒控制方法, 在系统参数给定的条件下设计出滑模自适应鲁棒控制器和参数自适应率, 实现了变时滞混沌系统的控制. 文献^[11]在不同系统

参数条件下基于 Lyapunov 方法对变时滞混沌系统的稳定性进行了分析. 由此可见时滞时间和系统参数信息对混沌系统控制效果起着至关重要的作用. 因此, 混沌系统的参数辨识问题成为研究的热点. 文献^[12, 13]利用智能优化方法实现了混沌系统的参数辨识; 文献^[14, 15]基于 Lyapunov 函数和模型线性化方法获得了参数的精确值; 文献^[16]提出了将时滞混沌系统用 Hammerstein-ELM 模型来近似. 然而这些研究都没有考虑时滞时间和系统参数的时变性. 另一方面, 混沌系统本身也是一个非线性时滞系统, 但现有的时滞系统参数辨识方法如最小二乘法、自适应方法、信息理论法^[17-19]等, 大多是针对含单一未知系统参数的系统或者时不变系统设计的. 考虑到实际混沌系统的参数(时滞时间及系统参数)的未知时变性, 本文研究一类含未知时变参数(时滞时间及系统参数)的时滞混沌系统的参数辨识问题, 并设计了一种近似参数辨识问题的求解方法, 数值仿真证实了提出方法的有效性, 获得未知参数信息可为后续同步控制提供便利.

2 问题描述

考虑如下时变时滞混沌系统:

* 国家自然科学基金(批准号: 61304260)和福州大学人才基金(批准号: XRC-1353)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: kppqing@163.com

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau(t)), \boldsymbol{\zeta}(t)), \\ t &\in [0, t_f],\end{aligned}\quad (1)$$

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t), \quad t \leq 0, \quad (2)$$

其中 $t_f > 0$ 是终端时间, $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{x}(t - \tau(t)) \in \mathbb{R}^n$ 为滞后的状态向量, $\tau(t) \in \mathbb{R}$ 为未知的时变时滞时间, $\boldsymbol{\zeta}(t) = [\zeta_1(t), \dots, \zeta_m(t)]^T \in \mathbb{R}^m$ 为系统未知参数向量, $\mathbf{f}$ 为给定的非线性系统函数, $\boldsymbol{\phi}(t)$ 为 0 时刻以前系统状态函数. 假定函数 $\mathbf{f}$ 为连续可微函数, 且 $\boldsymbol{\phi}(t)$ 为二次连续可微函数. 假定系统 (1) 和 (2) 中未知参数向量 τ 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 是慢时变的, 且满足以下边界约束:

$$a \leq \tau(t) \leq b, \quad t \in [0, t_f], \quad (3)$$

$$c_i \leq \zeta_i(t) \leq d_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad t \in [0, t_f], \quad (4)$$

式中, a, b 分别为时滞时间变化的最小值、最大值, 且满足 $0 \leq a < b$; $c_i, d_i, i = 1, \dots, m$, 分别为第 i 个未知参数 $\zeta_i(t)$ 的最小值和最大值, 且满足 $0 \leq c_i < d_i$.

设系统 (1) 和 (2) 的状态向量可在 $t = t_l$, ($l = 1, \dots, q$) 时刻观测得到, 并且记为 $\hat{\mathbf{x}}(t_l)$, ($l = 1, \dots, q$). 则混沌系统的参数辨识问题可描述如下.

问题 (P) 给定系统 (1) 和 (2), 选择满足 (3), (4) 式的可行函数 $\tau(t)$, $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 最小化采样时间点的实测值与系统观测值的偏差, 即最小化如下目标函数:

$$\begin{aligned}J(\tau, \boldsymbol{\zeta}) &= \Phi(\mathbf{x}(t_1), \dots, \mathbf{x}(t_l)) \\ &= \sum_{l=1}^q |\mathbf{x}(t_l) - \hat{\mathbf{x}}(t_l)|^2.\end{aligned}\quad (5)$$

目标函数 (5) 与一系列离散时间点状态变量的值有关, 当 $\tau(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 为常数函数时, 参数辨识问题 (P) 可采用数学规划方法或启发式算法来求解. 然而, 当 $\tau(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 时变时, 求得一个精确的函数来描述它们的变化十分困难. 因此, 本文提出一种近似的数值方法来求解问题 (P).

3 参数辨识问题求解

3.1 问题近似

主要思想是将时变参数 $\tau(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 在时间域 $[0, t_f]$ 上用仅在分段点处可能不连续的 p 段常数函数来近似, 该分段常数函数的高度值仅在分段点处

发生改变 (跳跃). 显然若对不同的参数选择不同的分段数 p 值使所有参数变化的时间点均落在相应的分段时间点组成的集合内, 则未知参数能用分段函数精确近似. 然而实际问题中参数变化时间往往是未知的, 分段数 p 很难确定, 将每个近似参数的分段数 p 作为未知优化变量会使得原参数辨识问题变为更复杂的混合整数规划问题, 很难求解. 实际上当 $p \rightarrow \infty$ 时, 所有参数都能得到很好的近似. 因此, 为简化参数辨识问题求解, 这里对系统所有未知参数和时滞均使用同一个分段数 p 进行近似, 则未知时滞时间函数 $\tau(t)$ 及未知参数函数 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 可近似表示为

$$\tau(t) = \sum_{k=1}^p \theta_k \chi_{[t_{k-1}, t_k)}(t), \quad (6)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\zeta}_i(t) &= \sum_{k=1}^p \sigma_{ik} \chi_{[t_{k-1}, t_k)}(t) \\ (i &= 1, \dots, m),\end{aligned}\quad (7)$$

其中

$$\chi_{[t_{k-1}, t_k)}(t) = \begin{cases} 1, & t \in [t_{k-1}, t_k), \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (8)$$

这里 p 为一个较大的正整数, 表示函数的分段数目; t_k ($k = 0, \dots, p$) 为给定的时间点满足 $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_p = t_f$; θ_k, σ_{ik} ($k = 1, 2, \dots, p$; $i = 1, 2, \dots, m$) 为在第 k 个区间段上分段常数函数的高度值.

将分段函数 (6) 和 (7) 代入系统 (1)–(2) 中, 有

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{k=1}^p \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \theta_k), \boldsymbol{\sigma}_k) \chi_{[t_{k-1}, t_k)}(t), \\ t &\in [0, t_f],\end{aligned}\quad (9)$$

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}(t), \quad t \leq 0. \quad (10)$$

定义 $\boldsymbol{\theta}^p = [\theta_1, \dots, \theta_p]^T$, $\boldsymbol{\sigma}^p = [\boldsymbol{\sigma}_1, \dots, \boldsymbol{\sigma}_p]^T$, 其中, $\boldsymbol{\sigma}_k = [\sigma_{1k}, \dots, \sigma_{mk}]^T$.

若函数 (6) 和 (7) 满足 (3) 和 (4) 式, 则分段参数向量 $\boldsymbol{\theta}^p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}^p$ 为容许的分段参数向量. 若原时变函数 $\tau(t)$ 和 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 能较好地用分段常数函数来近似, 则原参数辨识问题 (P) 可近似为估计参数向量 $\boldsymbol{\theta}^p$ 和 $\boldsymbol{\sigma}^p$ 的问题. 即可用如下一系列子区间 $[t_{k-1}, t_k)$ 上的参数选择问题来近似.

问题 (P1)

给定时滞动态系统 (9) 和 (10), 选择参数向量

θ^p 和 σ^p 最小化如下目标函数:

$$J(\theta^p, \sigma^p) = \sum_{l=1}^q |\mathbf{x}(t_l) - \hat{\mathbf{x}}(t_l)|^2. \quad (11)$$

问题 (P1) 与分段数目 p 有关时, 当 $p \rightarrow \infty$ 时问题 (P1) 的最优解将会收敛到原问题 (P) 的最优解^[20], 然而实际计算过程中不可能使得 $p \rightarrow \infty$. 因此在计算过程中: 先取分段数 p 为一个很小的正整数, 如 $p = 2$, 求解问题 (P1) 的优化变量 θ^{p*} 和 σ^{p*} ; 然后以求解得到的最优控制量为初值, 加倍 p 的值, 使 $p := 2p$, 再次求解近似优化问题 (P1), 重复上述过程直到目标函数值的变化满足精度为止. 虽然采用上述分段数选择方法会导致参数变化时刻不在分段时间点的集合内, 从而引起参数估计误差, 但随着分段数的增加, 该误差将逐渐减小. 对每个 p , 近似优化控制问题 (P1) 是一系列子空间上的控制参数优化选择问题, 可采用数学规划方法或启发式算法求解. 然而混沌系统通常具有很高的非线性而且表现出不稳定性, 与启发式算法相比梯度优化算法能更快得获得较稳定的结果^[17]. 常用基于梯度的优化技术 (如序列二次规划法、内点法等) 都需要获得梯度信息, 由于未知参数通过系统方程间接地影响目标函数, 很难直接获得其导数信息, 因此本文将在下一节推导出详细的梯度信息计算过程.

3.2 梯度信息

定理 1 对于每一个 k , $k = 1, \dots, p$, 目标函数 J 对参数向量 θ_k 和 σ_{ik} 的偏导数为

$$\frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \theta_k} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \tau} dt, \quad (12)$$

$$\frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \sigma_{ik}} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \zeta_i} dt \quad (i = 1, \dots, m). \quad (13)$$

证明 首先仅考虑目标函数对时滞时间的导数. 令 $\tau(t)$, $\zeta(t)$ 为任意给定的向量, 考虑时滞时间 $\tau(t)$ 的一个微小变化

$$\tau_\epsilon(t) = \tau(t) + \epsilon \Delta \tau(t), \quad (14)$$

其中 ϵ 为一个任意小的实数, 且根据 (6) 式有

$$\Delta \tau(t) = \Delta \theta^p \chi_{[t_{k-1}, t_k)}(t), \quad (15)$$

其中 $\Delta \theta^p = [0, \dots, 0, \Delta \theta_k, 0, \dots, 0]^T$. 则

$$\Delta J(\tau, \zeta) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial [J(\tau + \epsilon \Delta \tau(t), \zeta) - J(\tau, \zeta)]}{\partial \epsilon} \right\}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\partial [J(\tau + \epsilon \theta^p, \zeta) - J(\tau, \zeta)]}{\partial \epsilon} \right\} \\ = \left[\frac{\partial J(\tau + \Delta \theta^p, \zeta)}{\partial \theta_k}, \Delta \theta_k \right]. \quad (16)$$

根据导数法则有:

$$\Delta J(\tau, \zeta) = \int_0^{t_f} \frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \tau} \Delta \tau dt \\ + \sum_{i=1}^m \int_0^{t_f} \frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \zeta_i} \Delta \zeta_i dt, \quad (17)$$

由于仅考虑时滞时间的导数, 且 $\Delta \theta_k$ 为任意给定值, 联立 (17) 和 (16) 式, 定理 1 中 (12) 式得证.

同理, 考虑参数向量的一个微小变化, 可证明定理 1 中 (13) 式成立, 此处省略证明过程. 利用定理 1 计算可得

$$\frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \theta_k} = 2 \sum_{l=r_1}^{r_2} \frac{|\mathbf{x}(t_l) - \hat{\mathbf{x}}(t_l)| \partial \mathbf{x}(t_l)}{\partial \tau}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial J(\tau, \zeta)}{\partial \sigma_{ik}} = 2 \sum_{l=r_1}^{r_2} \frac{|\mathbf{x}(t_l) - \hat{\mathbf{x}}(t_l)| \partial \mathbf{x}(t_l)}{\partial \zeta_i} \quad (i = 1, \dots, m) \quad (19)$$

其中 $1 \leq r_1 \leq r_2 \leq q$, 且 $[t_{r_1}, t_{r_1+1}, \dots, t_{r_2}] \in [t_{k-1}, t_k]$.

为描述简单, 记 t 时刻系统方程 $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau(t)), \zeta(t))$ 为 $\mathbf{f}(t, \tau, \zeta)$.

状态变量对未知参数的偏导数 $\frac{\partial \mathbf{x}(t_l)}{\partial \tau}$, $\frac{\partial \mathbf{x}(t_l)}{\partial \zeta_i}$ ($i = 1, \dots, m$) 可按如下定理计算.

定理 2 假定 t 为区间 $[0, t_f]$ 上的一个固定时间点, 则状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 对时滞时间函数 τ 的偏导数为

$$\frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial \tau} = \mathbf{A}(t), \quad (20)$$

其中 $\mathbf{A}(t)$ 是如下辅助时滞系统的解:

$$\dot{\mathbf{A}}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{A}(t) + \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \mathbf{x}(t - \tau)} \mathbf{A}(t - \tau) \\ - \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \mathbf{x}(t - \tau)} \boldsymbol{\Psi}(t - \tau), \quad (21)$$

初始条件为

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{0}, \quad t \leq 0. \quad (22)$$

其中

$$\boldsymbol{\Psi}(t) = \begin{cases} \dot{\phi}(t), & t \leq 0, \\ \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \tau(t)), \zeta(t)), & t \in (0, t_f]. \end{cases}$$

定理 3 假定 t 为区间 $[0, t_f]$ 上的一个固定时间点, 则状态向量 $\mathbf{x}(t)$ 对系统参数 ζ_i , $i = 1, \dots, m$

的偏导数为

$$\frac{\partial \mathbf{x}(t)}{\partial \zeta_i} = \mathbf{F}_i(t), \quad (23)$$

其中 $\mathbf{F}_i(t)$ 是如下辅助时滞系统的解

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{F}}_i(t) = & \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{F}_i(t) \\ & + \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \mathbf{x}(t - \tau)} \mathbf{F}_i(t - \tau) \\ & - \frac{\partial \mathbf{f}(t, \tau, \zeta)}{\partial \zeta_i}, \end{aligned} \quad (24)$$

初始条件为

$$\mathbf{F}_i(t) = \mathbf{0}, \quad t \leq 0. \quad (25)$$

定理 2 和 3 的证明可参见文献 [17].

3.3 时变参数求解步骤

时变时滞参数辨识问题求解步骤如下:

步骤 1 给定分段数 m 初值 $p = 2$ 及对应的参数向量 θ^{p*}, σ^{p*} ;

步骤 2 对参数向量 θ^{p*}, σ^{p*} , 从 $t = 0$ 到 $t = t_f$ 求解系统方程 (9)—(10), 获得状态向量 $\mathbf{x}(\theta^{p*}, \sigma^{p*})$;

步骤 3 基于求解得到的状态 $\mathbf{x}(\theta^{p*}, \sigma^{p*})$, 按 (11) 式求目标函数值 J^* ;

步骤 4 基于求解得到的状态 $\mathbf{x}(\theta^{p*}, \sigma^{p*})$, 从 $t = 0$ 到 $t = t_f$ 解辅助时滞系统方程 (20)—(22) 获得其解 $\mathbf{A}(t)$; 求解辅助脉冲系统 (23)—(25) 获得其解 $\mathbf{F}_i(t)$, $i = 1, \dots, m$;

步骤 5 利用求解得到的状态 $\mathbf{x}(\theta^{p*}, \sigma^{p*})$, $\mathbf{A}(t)$ 和 $\mathbf{F}_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, m$), 按 (18)—(19) 式求得目标函数对各分段参数向量的偏导数; 根据梯度优化算法, 如序列二次规划法、内点法等, 计算新的参数向量 θ^p, σ^p ;

步骤 6 利用步骤 2 和 3 计算新参数向量 θ^p, σ^p 对应的目标函数值 J , 若 J 与 J^* 的偏差小于给定精度则转步骤 7; 否则令 $\theta^{p*} = \theta^p, \sigma^{p*} = \sigma^p$ 转步骤 2;

步骤 7 如果分段数为 p 和 $2p$ 时对应的目标函数值变化量小于精度要求, 则停止计算, 否则令 $p := 2p$ 转步骤 2.

在求解时滞系统方程或辅助脉冲系统时需要用到过去某一时刻的值, 因此在实际计算过程中, 若用到了过去某时刻的未知值时则采用 Hermite 插值法 [21] 根据相邻两个已知点数据来估计获得该时刻的近似值.

4 仿真实例

4.1 例 1: Mackey-Class 混沌系统

Mackey-Class 系统是一类典型的超混沌系统, 最初用来描述白血球繁殖, 后来常被用于混沌通信和检验非线性系统模型的性能 [22]. 带延迟的一阶 Mackey-Class 混沌系统可描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -\zeta_1(t)x(t) + \frac{\zeta_2(t)x(t - \tau(t))}{1 + x(t - \tau(t))^{10}}, \\ & t \in [0, t_f], \end{aligned} \quad (26)$$

$$x(t) = 0.5, \quad t \leq 0. \quad (27)$$

其中 $\zeta_1(t)$ 和 $\zeta_2(t)$ 为系统未知参数, $\tau(t)$ 为未知时滞时间函数. 这些未知参数满足以下约束

$$\begin{aligned} 0.05 \leq \zeta_1(t) \leq 1, \quad 0.05 \leq \zeta_2(t) \leq 1, \\ 12 \leq \tau(t) \leq 20, \quad t \in [0, t_f]. \end{aligned} \quad (28)$$

当参数为 $\zeta_1(t) = 0.1$, $\zeta_2(t) = 0.2$, $\tau(t) = 17$ 时系统具有混沌性, 因此本文取仿真时间为 $t_f = 100$, 并假定未知参数变化如下

$$\begin{aligned} \zeta_1(t) = & \begin{cases} 0.1, & 0 \leq t \leq 50, \\ 0.2, & 50 < t \leq 100, \end{cases} \\ \zeta_2(t) = & \begin{cases} 0.2, & 0 \leq t \leq 50, \\ 0.3, & 50 < t \leq 100, \end{cases} \\ \tau(t) = & \begin{cases} 17, & 0 \leq t \leq 50, \\ 16, & 50 < t \leq 100. \end{cases} \end{aligned}$$

首先我们将假定的 $\zeta_1(t)$, $\zeta_2(t)$, $\tau(t)$ 代入到系统方程中, 求解系统方程获得采样时刻 $t_l = l/2$, $l = 1, \dots, 200$ 的状态观测值 $\hat{x}(t_l)$. 则 Mackey-Class 混沌系统的参数自适应辨识问题的目标函数为

$$J(\tau, \zeta_1, \zeta_2) = \sum_{l=1}^{200} |x(t_l) - \hat{x}(t_l)|^2.$$

利用 Matlab 编写第 3.3 节求解步骤程序, 分别取数 $q = 1, 2, 4$, 辨识得到的结果见图 1、图 2 和表 1. 从表 1 和图 1 可以看出, 随着分段数的增加, 目标函数值逐渐减少, 当分段数增加到 $q = 4$ 时目标函数值的变化小于 10^{-6} , 趋于稳定. 由此可知对于此例取分段数 $q = 2$ 或者 $q = 4$ 足以代表变量的变化, 辨识得到的参数变化曲线也与实际函数变化趋势相符. 图 2 的收敛曲线表明提出的方法收敛速度很快、精度高.

表1 不同 q 值条件下例1的目标函数优化值对比
Table 1. Comparisons of optimal values of the objective function of example 1 with different values of q .

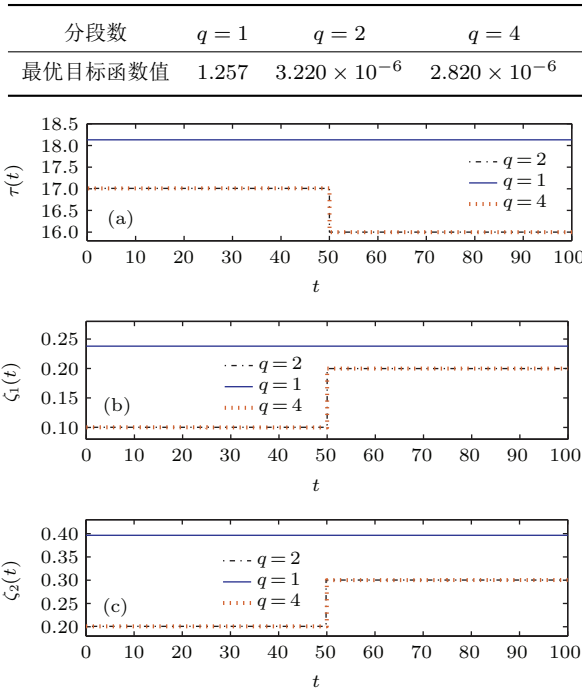


图1 (网刊彩色) 不同分段数 q 下例1参数辨识结果对比
(a) $\tau(t)$ 对比图; (b) $\zeta_1(t)$ 对比图; (c) $\zeta_2(t)$ 对比图
Fig. 1. (color online) Comparisons of the identified results with different numbers of partition q for example 1: (a) Comparison of $\tau(t)$; (b) comparison of $\zeta_1(t)$; (c) comparison of $\zeta_2(t)$.

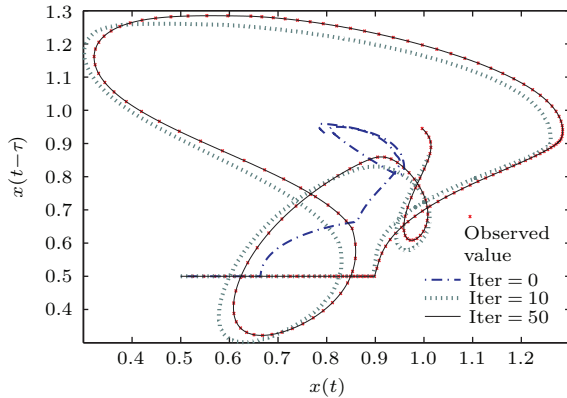


图2 (网刊彩色) $q = 2$ 时例1的参数辨识过程收敛曲线, Iter表示求解过程的迭代次数
Fig. 2. (color online) Convergence trajectory of the identification process when $q = 2$ for example 1, while Iter is the iteration time during the solving process.

表2 不同 q 值条件下例2的目标函数优化值对比
Table 2. Comparisons of optimal values of the objective function of example 2 with different values of q .

分段数	$q = 2$	$q = 4$	$q = 8$	$q = 16$	$q = 32$	$q = 64$
本文梯度算法的优化值	1.195	0.287	0.125	0.009	8.443×10^{-4}	2.730×10^{-5}
粒子群算法的优化值	0.988	0.287	0.178	0.059	0.0309	0.0277

4.2 例2: Logistic混沌系统

考虑如下带延时的logistic混沌系统:

$$\dot{x}(t) = -\zeta_1(t)x(t) + 104x(t - \tau(t)) \times (1 - x(t - \tau(t))), \quad t \in [0, t_f], \quad (29)$$

$$x(t) = 1, \quad t \leq 0, \quad (30)$$

其中 $\zeta_1(t)$ 为系统未知参数, $\tau(t)$ 为未知时滞时间函数. 这些未知参数满足以下约束

$$22 \leq \zeta_1(t) \leq 30, \quad 0.2 \leq \tau(t) \leq 1, \quad t \in [0, t_f]. \quad (31)$$

当参数为 $\zeta_1(t) = 26$, $\tau(t) = 0.5$ 时系统具有混沌性. 取仿真时间为 $t_f = 5$, 并假定未知参数变化如图3中黑色实线所示. 将参数代入到系统方程中, 求解系统方程获得采样时刻 $t_l = l/20$, $l = 1, 2, \dots, 100$ 的状态观测值 $\hat{x}(t_l)$. 则Logistic混沌系统的参数自适应辨识问题的目标函数为

$$J(\tau, \zeta_1) = \sum_{l=1}^{100} |x(t_l) - \hat{x}(t_l)|^2.$$

取 $q = 2$ 作为初值, 然后逐渐加倍分段数, 对每一个 p 分别利用4.1节的程序和文献[23]中的粒子群算法求解近似优化问题, 其中粒子群参数选择为: 种群为30, 迭代次数为3000, 对每一个 p 重复实验20次取最佳值. 得到的辨识结果对比见图3和表2.

图3中的蓝色虚线表明虽然在某些时刻(特别是 $t = 1, 2, 3, 4$)辨识得到的参数有较小的波动, 但辨识结果总体能较好地跟随未知参数的变化. 产生误差的原因之一是参数的耦合作用, 另外一个参数是用分段函数近似时存在误差(参数切换时间点不在分段时间点集合内). 针对存在的波动, 采用中值滤波法滤波后的曲线如图3中红色点划线所示, 可见滤波后的曲线基本与实际变化曲线相符, 表明提出方法是可行的. 从表2可以看出, 随着分段数的增加, 目标函数值逐渐减少, 但粒子群算法的优化结果变化不大, 而本文提出的方法获得的优化值更小, 说明本文提出的方法精度更高.

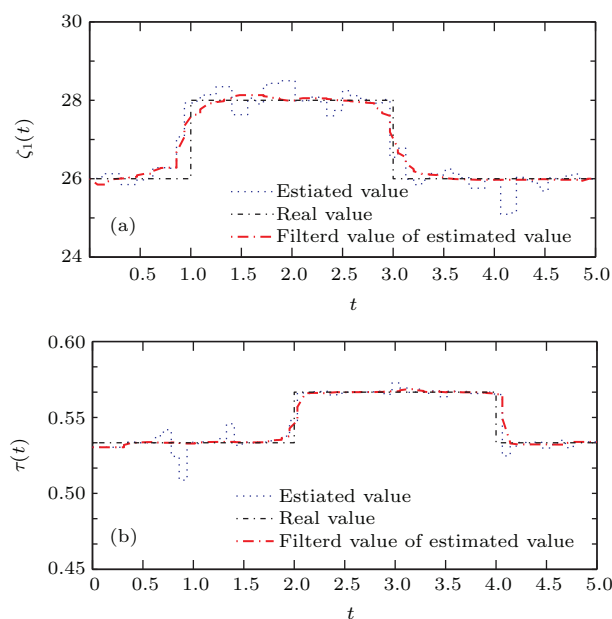


图3 (网刊彩色) $q = 64$ 时例2参数辨识结果对比 (a) $\zeta_1(t)$ 对比图; (b) $\tau(t)$ 对比图

Fig. 3. (color online) Comparisons of the estimated results with $q = 64$ for example 2: (a) Comparison of $\zeta_1(t)$; (b) comparison of $\tau(t)$.

5 结 论

本文考虑了一类含时变时滞参数的混沌系统的参数辨识问题, 即寻找合适的未知参数最小化采样时间点的实测值与系统模型在采样点的观测值的偏差. 针对时变参数难以直接求解的问题, 提出了将时变参数用分段常数函数来近似, 通过求解原参数辨识问题的近似问题来获得未知参数的近似函数, 并提出了基于序列二次规划法的近似问题数值求解方法. 最后以 Mackey-Class 混沌系统和 Logistic 混沌系统的参数辨识问题为例验证了提出方法的有效性. 实例研究结果表明, 若参数切换时间点在分段时间点集合内则能获得参数变化的精确值; 当参数切换时间点不在分段时间点集合内时, 近似解虽与实际值有偏差, 但能很好地逼近未知参数变化曲线.

参考文献

[1] Xu J, Pei L J 2006 *Adv. Mech.* **36** 17 (in Chinese) [徐鉴, 裴利军 2006 力学进展 **36** 17]

[2] Denis-Vidal L, Jauberthie C, Joly-Blanchard G 2006 *IEEE Trans. Automat. Contr.* **51** 154

[3] Zeng Z Z 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 030504 (in Chinese) [曾喆昭 2013 物理学报 **62** 030504]

[4] Louodop P, Fotsin H, Samuel B, Soup Tewa Kammogne A 2014 *J. Vib. Control* **20** 815

[5] Wang S, Yang J, Luan H X 2014 *J. Northeast Norm. Univ. (Nat. Sci. Ed.)* **46** 69 (in Chinese) [王石, 杨吉, 栾红霞 2014 东北师大学报 (自然科学版) **46** 69]

[6] Leung Y T A, Li X F, Chu Y D, Zhang H 2015 *Chin. Phys. B* **24** 10050

[7] Luo R Z, Zeng Y H 2015 *Nonlinear Dyn.* **80** 989

[8] Wu Z G, Shi P, Su H Y, Chu J 2014 *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **22** 153

[9] Chen Y Q, Xu H L 2012 *Syst. Eng. Theory Pract.* **32** 1958 (in Chinese) [陈远强, 许弘雷 2012 系统工程理论与实践 **32** 1958]

[10] Wu X L, Liu J, Zhang J H, Wang Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 160507 (in Chinese) [吴学礼, 刘杰, 张建华, 王英 2014 物理学报 **63** 160507]

[11] Jian J G, Wan P 2015 *Physica A* **431** 152

[12] Huang Y, Liu Y F, Peng Z M, Ding Y J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 030505 (in Chinese) [黄宇, 刘玉峰, 彭志敏, 丁艳军 2015 物理学报 **64** 030505]

[13] Jiang Q Y, Wang L, Hei X H 2015 *J. Comput. Sci-Neth.* **8** 20

[14] Gu W D, Sun Z Y, Wu X M, Yu C B 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090203

[15] Zhao L D, Hu J B, Fang J A, Cui W X, Xu Y L, Wang X 2013 *ISA Trans.* **52** 738

[16] Wang S E, Wang W W, Liu F C, Tang Y G, Guan X P 2015 *Nonlinear Dyn.* **81** 1081

[17] Chai Q Q, Loxton R, Teo K L, Yang C H 2013 *J. Ind. Manag. Optim.* **9** 471

[18] Na J, Ren X M, Xia Y Q 2014 *Syst. Control Lett.* **66** 43

[19] Zunino L, Soriano M C, Fischer I, Rosso O A, Mirasso C R 2010 *Phys. Rev. E* **82** 046212

[20] Teo K L, Goh C J, Wong K H 1991 *A Unified Computational Approach to Optimal Control Problems* (Essex: Longman Scientific and Technical) pp253–278

[21] Burden R L, Faires J D 2010 *Numerical Analysis* (Singapore: Cengage Learning) pp136–143

[22] Wang F P, Wang Z J, Guo J B 2003 *J. Tsinghua Univ. (Sci. and Tech.)* **43** 296 (in Chinese) [汪芙蓉, 王赞基, 郭静波 2003 清华大学学报 (自然科学版) **43** 296]

[23] Mendes R, Kennedy J, Neves J 2004 *IEEE Trans. Evolut. Comput.* **8** 204

A method of identifying parameters of a time-varying time-delay chaotic system^{*}

Chai Qin-Qin[†]

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

(Received 7 July 2015; revised manuscript received 30 August 2015)

Abstract

Unknown time-varying parameters, including time-delay and system parameters, commonly exist in chaotic systems. These unknown parameters increase the difficulties in controlling the chaotic systems, and make most of the existing control methods fail to be applied. However, if these parameters can be estimated, they will facilitate the controller design. Therefore, in this paper, a parameter identification problem for a general time-delay chaotic system with unknown and time-varying parameters is considered, where these unknown time-delay and parameters are slow time-varying. It is very difficult to solve this problem analytically. Thus, a unified identification method is proposed to solve the identification problem numerically. To solve this identification problem, firstly, the time horizon is divided into several subintervals evenly. Then the time-varying parameters are approximated by piecewise constant functions. The height vectors of the piecewise constant functions are unknown and to be determined. Furthermore, the heights of the piecewise constant functions keep constant between each pair of the successive partition time points but switch values at the partition time points. After the approximation, the original identification problem for finding the nonlinear functions of the unknown parameters is transformed into a problem of selecting approximate parameter vectors, where the heights of the piecewise constant functions are unknown parameter vectors to be determined. Secondly, to solve the problem of selecting approximate parameter vectors quickly, the partial gradients of the objective function with respect to the parameter vectors are derived; and they are then integrated with a gradient-based procedure to obtain the unknown heights. As the number of partitions for the piecewise function increases, the optimal results of the approximate problem will approach to the optimal results of the original parameter identification problem. Hence, the optimal piecewise functions will approach to the real nonlinear functions for the unknown parameters. Finally, parameter identification experiments on time-delayed Mackey-Class and time-delayed logistic chaotic systems are carried out. The effects of the partition number on the estimated results are discussed. Numerical results demonstrate that when some switching times of the unknown parameters do not coincide with any partition time points, small error between the estimated results and the real values are present. However, these errors can be filtered and the estimated results are consistent well with the real values. Hence, the proposed method is reasonable and effective.

Keywords: time delay chaotic system, parameter identification, sequential quadratic programming

PACS: 05.45.Pq, 02.60.Pn

DOI: 10.7498/aps.64.240506

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61304260) and the Fuzhou University Fund for Talents, China (Grant No. XRC-1353).

[†] Corresponding author. E-mail: kppqing@163.com