

一种基于相邻数据依赖性的混沌分析方法

邱辰霖 程礼

A chaotic analyzing method based on the dependence of neighbor sub-sequences in the data series

Qiu Chen-Lin Cheng Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 030503 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.030503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.030503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于压缩感知的动态散射成像

[Imaging through dynamic scattering media with compressed sensing](#)

物理学报.2016, 65(4): 040501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.040501>

基于忆阻器的数模混合随机数发生器

[A digital-analog hybrid random number generator based on memristor](#)

物理学报.2015, 64(24): 240503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240503>

空间关联白噪声影响下小世界神经元网络系统的同步动力学

[Synchronous dynamics of small-world neuronal network system with spatially correlated white noise](#)

物理学报.2015, 64(22): 220503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.220503>

六边形格子态斑图的数值模拟

[Numerical simulations of hexagonal grid state patterns](#)

物理学报.2015, 64(21): 210505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210505>

电压控制正极性输出罗变换器的改进平均模型建模及稳定性分析

[Improved averaged model and stability analysis of voltage-mode controlled positive output super-lift Luo converter](#)

物理学报.2015, 64(21): 210506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210506>

一种基于相邻数据依赖性的混沌分析方法*

邱辰霖^{1)2)†} 程礼¹⁾

1) (空军工程大学航空航天工程学院, 西安 710038)

2) (北京航空航天大学能源与动力工程学院, 北京 100191)

(2015年8月21日收到; 2015年10月22日收到修改稿)

混沌作为一种复杂的非线性行为, 广泛存在于各个行业领域, 对于混沌的研究具有重要的理论意义和应用价值. 现在常用的混沌分析方法, 如Lyapunov指数、关联维数、Poincaré图等, 需要解决相空间重构、线性标度区选取等问题, 且不能很好地兼顾定性分析与定量分析两方面. 基于此, 提出一种度量相邻数据依赖性的混沌分析方法, 通过计算相邻数据间的距离变化, 将复杂的一维原始数据列转换为新的相邻距离值序列进行分析, 避免了相空间重构等问题, 对于不同的典型混沌模型, 如Logistic模型、Duffing振子、Lorenz模型等, 均具有较好的分析效果, 能够描述不同模型的混沌特性, 直观与量化分析效果均较好, 且具有一定的抗噪能力, 由于不需要掌握真实的模型信息, 更适用于模型未知的复杂实际问题. 将相邻数据的距离值对于不同混沌状态的区分作用应用于机械转子振动信号分析, 可以明显地识别出转子工作状态的变化, 表明该方法具有良好的实际应用前景和潜力.

关键词: 混沌, 非线性, 依赖性, 相邻距离

PACS: 05.45.-a, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.65.030503

1 引言

随着混沌之父Lorenz将“蝴蝶效应”引入人们的视线^[1], 从此带动了全世界关于混沌研究的热潮. 现今, 自然界和社会生活中所蕴含的混沌特征不断被揭示出来, 混沌现象广泛存在于多种领域, 如经济^[2]、电力^[3]、医学^[4]、工业^[5]、交通^[6]、信息网络^[7]以及海洋科学等^[8]. 混沌作为一种普遍存在的复杂非线性行为, 包含有丰富的特征信息, 具有重要的理论研究意义和实际应用价值.

常用的混沌分析方法中, Poincaré截面^[9]、分岔图^[5]、相位图^[10]、功率谱等^[11], 能够清晰直观地观察混沌状态, 适合于定性判断混沌特性. 而Lyapunov指数、分形维数和Kolmogorov熵、拓扑熵等方法, 可以用于量化判别混沌状态变化. 在Lyapunov指数中, 常用的有最大Lyapunov

指数^[12], Lyapunov指数谱^[13]、局部Lyapunov指数^[14]、有限时间Lyapunov指数等^[15]; 分形维数中运用比较成熟的是基于Grassberger-Procaccia算法的关联维数^[16]. 大部分的混沌分析过程均要建立在相空间重构的基础之上, 只有在真实相空间或近似真实相空间的状态下, 才能充分发挥以上分析手段的作用. 现在主要采用基于Takens嵌入定理的时延法进行相空间重构^[17], 需要合理选取延迟时间和嵌入维数, 两者对于混沌分析起着关键作用. 确定延迟时间的常用方法有平均位移法、自相关法、复相关法、互信息法等, 还有平均位移和互信息联合算法^[18]、改进的Cellucci互信息算法^[19]以及利用符号分析法求取联合熵极大值点来确定延迟时间等^[20]新方法; 选择嵌入维数的方法通常有虚假近邻法、Cao法等, 还出现了基于径向神经网络的嵌入维数估计方法等^[21]新手段; 同时确定延迟时间和嵌入维数的方法有C-C法等^[22], 也有

* 国家自然科学基金(批准号: 51175509)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qiu1205286172@sina.com

学者提出通过微分熵来同时优化选取两个参数^[23]. 相空间重构的方法不断改善, 更接近获取模型的真实相空间特征. 此外, 在关联维数的计算中, 无标度区间的选取也起着重要作用, 常用的方法是借助视觉判断, 现已提出了不少更加客观的识别方法^[24]. 此外, 学者们也开始致力于探索新的混沌研究手段, 如将复杂网络理论与混沌分析相结合等^[25-27], 并取得了较好的分析效果.

在实际应用中, 由于影响因素较多, 所研究对象的真实模型往往难以获得, 对基于相空间重构等的混沌分析提出更大的挑战. 尽管相空间重构的方法不断改进, 依然无法复现真实的相空间特征, 如何客观选取无标度区也有待进一步改进. 针对现有混沌分析中的相空间重构以及无标度区识别等困惑, 从复杂数据列自身出发, 提出一种基于相邻数据依赖特性的混沌分析方法. 该方法通过度量一维序列相邻数据子列间的距离值变化, 将复杂数据列转换为更为简单的距离值序列, 避开了相空间重构和无标度区选取等过程, 并可以较好地将定性观察和定量分析相结合, 能较明显地区分不同的混沌状态, 具有一定的实际应用潜力.

2 模型分析

考虑到大部分混沌分析中存在的不足, 避开相空间重构过程, 针对一维数据序列本身, 基于相邻数据间的依赖性, 从内部相邻数据间距离变化的角度, 对于混沌行为进行研究. 通过(1)式计算数据列 $\{x_n\}$ 中相邻等长度子序列(长度取为 k)间的欧氏距离值,

$$d_i = \|\mathbf{X}_{i+1} - \mathbf{X}_i\| = \left(\sum_{j=0}^{k-1} (x_{i+1+j} - x_{i+j})^2 \right)^{1/2}, \quad (1)$$

式中, $i \leq n - k$, d_i 为相邻子列 \mathbf{X}_i 和 \mathbf{X}_{i+1} 之间的距离值, $\mathbf{X}_i = \{x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}\}$, $\mathbf{X}_{i+1} = \{x_{i+1}, x_{i+2}, \dots, x_{i+k}\}$. 随着 i 值增大, 依次计算相邻子序列间的距离值, 组成新序列, 从而将复杂的原始数据列 $\{x_n\}$ 转换为其内相邻子列间距离值(以下简称相邻距离)序列; 提取新序列的均值和标准差等特征, 研究其混沌特性.

针对几种典型的混沌模型, 分别采用上述方法分析其混沌特征.

2.1 Logistic模型

Logistic模型又称为虫口模型, 由May提出以来, 最早用于生物学的研究, 是典型混沌模型之一, 现广泛应用于通信、生物等领域, 其表达式如下^[28]:

$$x_{n+1} = ux_n(1 - x_n), \quad (2)$$

其中, $n = 1, 2, \dots$, u 为控制参数, $u \in [0, 4]$, 初值 $x_0 \in [0, 1]$. 随着参数 u 的增加, 模型会经历周期状态、倍周期分叉, 直到出现混沌, 取初值 $x_0 = 0.2$, 模型分岔图见图1.

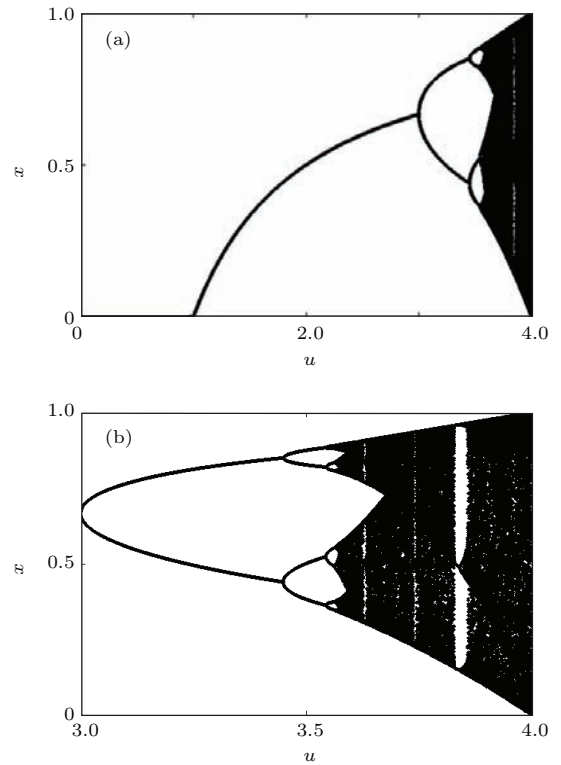


图1 Logistic模型分岔图 (a) $u \in [0, 4]$; (b) $u \in [3, 4]$
Fig. 1. Bifurcation diagram of Logistic model: (a) $u \in [0, 4]$; (b) $u \in [3, 4]$.

分岔图中, 当 $u = 3$ 时, 模型出现二倍周期分岔; 当 $u = 3.449$ 附近时, 模型出现四倍周期分岔; 之后, 依次按照 $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$ 进行倍周期分岔, 在 $u = 3.57$ 附近开始进入混沌状态; 在混沌状态下, 由于具有自相似性, 会再次出现多周期结构, 比较明显的如 $u = 3.84$ 附近出现三周期结构, $u = 3.629$ 附近出现六周期结构, $u = 3.743$ 附近出现五周期结构等.

采用本文的方法对于Logistic模型进行混沌分析. 取初值 $x_0 = 0.2$, 参数 u 取 $[0, 4]$ 中某一值时, 根据(2)式构造10000点长度的数据列; 所得到的

数据列, 避开暂态过程, 按照 (1) 式依次计算该数据列中相邻子序列 (长度取 2000 点) 间的距离值, 组成相邻子序列间距离值序列, 并求得相邻距离序列的均值及标准差值; u 值从小到大依次取值 ($u \in [0, 4]$), 依照上述步骤分别计算不同 u 值时相邻距离序列的均值和标准差值, 其值随参数 u 的变化曲线分别如图 2 和图 3 所示.

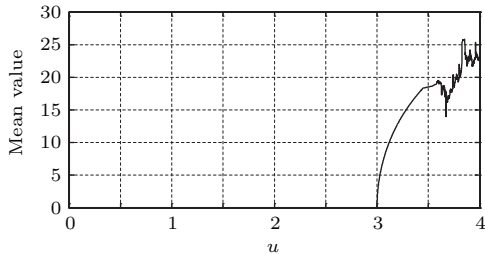


图 2 Logistic 模型相邻距离序列的均值变化曲线 ($u \in [0, 4]$)

Fig. 2. Variation of the mean value obtained from neighbor distance series in Logistic model ($u \in [0, 4]$).

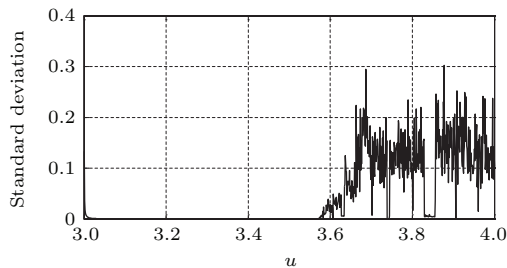


图 3 Logistic 模型相邻距离序列的标准差变化曲线 ($u \in [3, 4]$)

Fig. 3. Variation of the standard deviation obtained from the neighbor distance series in Logistic model ($u \in [3, 4]$).

从相邻距离的均值变化可以看出, 当模型开始倍周期分岔时, 相邻距离值逐渐增大, 拐点 $u = 3$ 对应于第一个分岔点, 拐点 $u = 3.449$ 对应于第二个分岔点, 此后, 拐点逐渐增多到无法分辨, 对应于分岔图中分岔不断增加, 开始进入混沌状态; 在混沌状态中, 随着 u 值的变化, 均值呈现增大趋势, 并会出现多个峰谷值, 如在 $u = 3.84$ 的三周期位置出现峰值, $u = 3.629$ 附近六周期位置出现谷值, 在 $u = 3.74$ 附近五周期位置出现峰值等.

从相邻距离的标准差值变化可以看出, $u = 3.57$ 附近, 标准差值开始明显大于零, 对应于模型开始进入混沌状态; 在混沌状态中, 标准差总体呈现增长趋势, 但是波动明显, 会出现多个峰谷值, 在 $u = 3.84$ 的三周期、 $u = 3.629$ 附近的六周期、在 $u = 3.74$ 附近的五周期等多周期结构位置会出现

谷值, 与多周期结构混沌性减弱的特征相符合. 可见, 该标准差值可以指示混沌特性的变化, 而且比分岔图更清晰.

对于相邻距离的均值序列, 通过 (3) 式计算其相邻点的变化率, 通过 (4) 式计算相邻点的变化幅度:

$$p_{i+1} = |d_{i+1} - d_i|/d_i, \quad (3)$$

$$q_{i+1} = |d_{i+1} - d_i|, \quad (4)$$

其中, $i \in [1, m]$, m 为相邻距离序列的长度. 依次将所得的变化率和变化幅度组成另一新序列, 两者随 u 值的变化曲线分别如图 4 和图 5 所示.

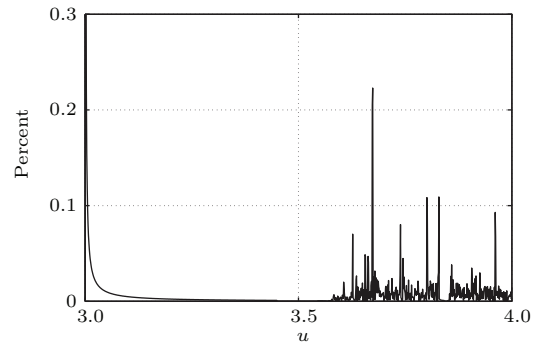


图 4 Logistic 模型相邻距离均值序列的相邻点变化率
Fig. 4. Variation of the changing rate from the adjacent points in the average-series obtained from neighbor distance series in Logistic model.

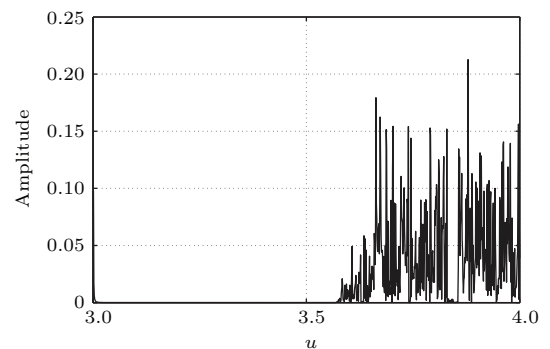


图 5 Logistic 模型相邻距离均值序列的相邻点变化幅度
Fig. 5. Variation of the changing amplitude from adjacent points in the average-series obtained from neighbor distance series in Logistic model.

图 4 和图 5 中, 当变化率和变化幅度大于零时, 模型开始进入混沌状态; 在混沌状态中, 变化率及变化幅度均会出现明显波动, 表现为有较多的峰谷值, 比较明显的如在 $u = 3.84$ 的三周期位置, 变化率曲线和变化幅度曲线均会出现接近于零的谷值; 与变化率曲线相比, 变化幅度曲线区分更明显, 描述混沌特性的效果更佳.

将基于相邻数据间依赖性的方法与基于相空间分析的常规方法进行对比. 由于一维 Logistic 模型的特征方程已知, 直接依据相空间理论, 计算其最大 Lyapunov 指数的变化如图 6 所示.

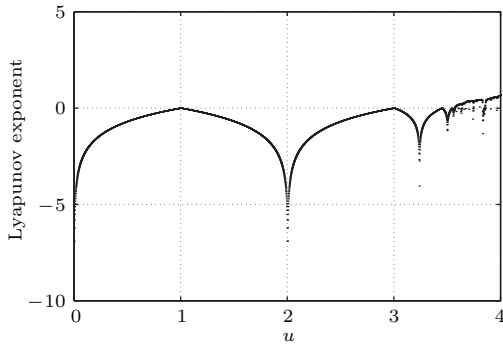


图 6 Logistic 模型的最大 Lyapunov 指数变化
Fig. 6. Variation of the maximum Lyapunov exponent obtained from Logistic model.

在最大 Lyapunov 指数变化图中, 当模型出现分岔处, Lyapunov 指数等于 0, 有弱混沌特征; 在 $u = 3.57$ 附近, Lyapunov 指数开始大于零, 进入完全混沌状态. 可以看出, 在模型特征已知时, 本文的方法与基于相空间理论的 Lyapunov 指数方法相比, 同样具有量化分析能力, 且本文方法对混沌特征的变化更敏感, 对于混沌状态中自相似结构的识别更清晰.

综合对于 Logistic 模型的分析可得: 1) 通过相邻距离的均值可以将倍周期分岔以及由倍周期过渡到混沌状态的过程清楚地描述出来, 且随着 u 值变化, 该均值会发生稳定的变化, 可以将不同 u 值区分开来; 2) 通过相邻距离的标准差值变化可以将混沌状态直观地识别出来, 定量地确定混沌状态的位置, 还能够将混沌状态中的多周期结构明显地区分出来; 3) 相邻距离的均值序列中相邻数据点的变化率曲线以及变化幅度曲线, 也可以清楚地将混沌状态从定性观察和定量分析的角度确定出来; 4) 将基于数据间相互依赖性的混沌分析方法与常规的分岔图和相空间方法相比, 在模型特征已知时, 具有更明显的直观分析效果和更细致的量化能力.

2.2 Chebychev 模型

Chebychev 映射常用于通信加密领域, k 阶 Chebychev 映射模型的表达式如下 [29]:

$$x_{n+1} = \cos(k \times \arccos(x_n)), \quad (5)$$

其中, $x_n \in [-1, 1]$. 取初值 $x_0 = 0.1$, k 值由 0 变化到 10, 其分岔图如图 7 所示.

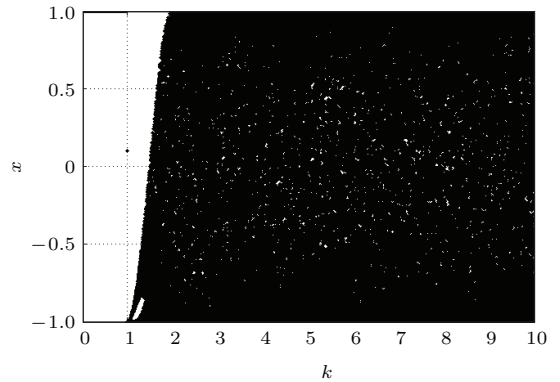


图 7 Chebychev 模型分岔图

Fig. 7. Bifurcation diagram of Chebychev model.

图 7 中, 当 $k = 1$ 时, 开始出现分岔, 逐渐进入混沌; $k = 2$ 时, 混沌充满整个区域.

对 Chebychev 模型进行相邻数据的距离分析, 取不同的 k 值, 分别构造 10000 点长度的数据列, 计算相邻子列 (长度以 2000 点为例) 间的距离值, 组成相邻距离序列, 该序列的均值及标准差值随参数 u 的变化曲线分别如图 8 和图 9 所示.

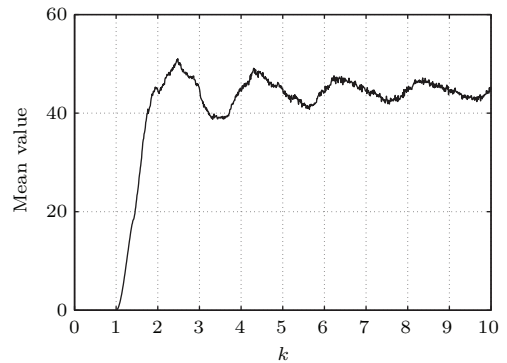


图 8 Chebychev 模型相邻距离序列的均值变化 ($u \in [0, 10]$)

Fig. 8. Variation of the mean value obtained from the neighbor distance series in Chebychev model ($u \in [0, 10]$).

从图 8 相邻距离序列的均值变化曲线可以看出, 从 $k = 1$ 开始, 均值大于零, 对应于分岔图中开始进入混沌状态; k 从 1 变化到 2 时, 均值逐渐增大, 对应于分岔图中混沌性不断增强; 当 k 大于 2 后, 均值在 $k = 2$ 对应的值附近上下波动, 且随着 k 值的增大, 波动量会越来越小.

从图 9 相邻距离序列的标准差值变化曲线可以看出, 当 $k = 1$ 时, 标准差值大于零, 模型开始进入混沌; 在混沌状态中, 标准差值波动明显.

对于相邻距离的均值序列, 分别计算其内相邻数据点的变化率曲线及变化幅度曲线, 如图 10 和图 11 所示.

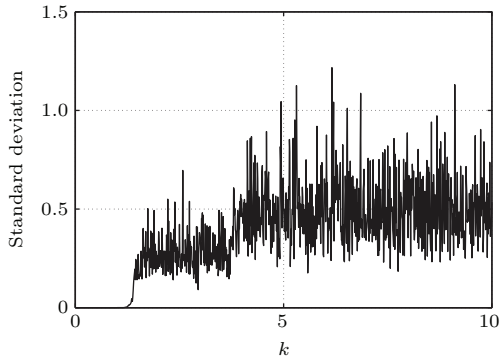


图 9 Chebyshev 模型相邻距离序列的标准差变化 ($u \in [0, 10]$)
 Fig. 9. Variation of the standard deviation obtained from neighbor distance series in Chebyshev model ($u \in [0, 10]$).

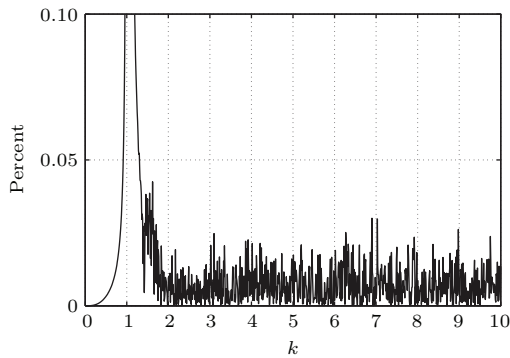


图 10 Chebyshev 模型相邻距离的均值序列中相邻点变化率
 Fig. 10. Variation of the changing rate from the adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Chebyshev model.

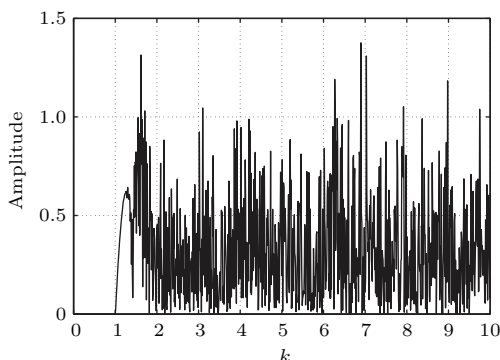


图 11 Chebyshev 模型相邻距离的均值序列中相邻点变化幅度
 Fig. 11. Variation of the changing amplitude from the adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Chebyshev model.

在图 10 变化率曲线中, 在 $k = 1$ 附近存在间隔点, 当 k 大于 1 时, 变化率曲线波动性逐渐增大, 对应于混沌性不断增强; 图 11 变化幅度曲线中, 当 k 大于 1 后, 变化幅度明显大于 0, 对应于进入混沌, 在混沌状态中, 变化幅度值具有明显的波动性.

对比本文方法与基于相空间理论的方法, 由于 Chebyshev 模型的特征方程已知, 直接根据相空间理论, 计算其最大 Lyapunov 指数变化曲线, 如图 12 所示.

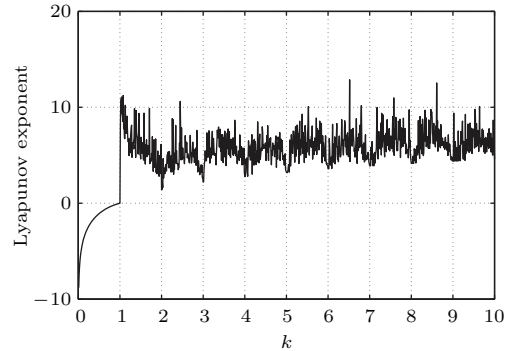


图 12 Chebyshev 模型的最大 Lyapunov 指数变化
 Fig. 12. Variation of the maximum Lyapunov exponent obtained from Chebyshev model.

在图 12 中, 当 k 大于 1, 最大 Lyapunov 指数为正, 表明开始进入混沌状态. 对比可以看出, 在模型已知的情况下, 本文方法不仅具有相空间理论的分析效果, 而且对于混沌特性变化的描述更加清晰, 与分岔图的对应性更好.

综合 Chebyshev 模型的分析可以得出: 1) 相邻距离的均值和标准差可以将混沌状态直观地区分出来, 并且在一定程度上可以度量混沌性的变化; 2) 相邻距离的均值随着 k 值的变化而稳定变化, 可以用于识别不同的 k 值状态; 3) 相邻距离的均值序列中邻近点变化率和变化幅度可以用于识别混沌状态, 且变化幅度曲线的识别作用比变化率曲线更佳; 4) 将基于相邻数据依赖性的分析结果与分岔图法和最大 Lyapunov 指数法相比, 基于相邻数据依赖性的混沌分析方法兼备定量和定性分析, 对于混沌特性的描述更加清晰且准确.

2.3 Duffing 振子

Duffing 振子是典型的非线性系统, 许多实际中的非线性问题都可以通过它进行转化, 其振动表达式如下 [30]:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + ax + bx^3 = f \cos(\omega t), \quad (6)$$

其中, δ 是阻尼系数; a, b 是非线性项系数; f 是外加激励的幅值; ω 是外加激励的频率.

2.3.1 外加激励幅值

在 Duffing 振子中, 取 $\delta = 0.5, a = -1, b = 1, \omega = 1$, 外加激励的幅值 f 由 0 变化到 15, 所得 x 关于 f 的分岔图如图 13 所示.

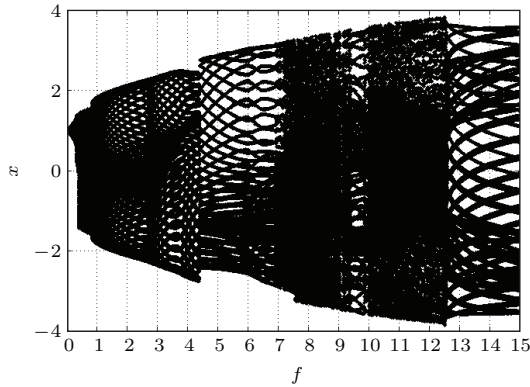


图 13 Duffing 振子关于参数 f 的分岔图
Fig. 13. Bifurcation diagram of Duffing oscillator on the parameter f .

从图 13 可以看出, 随着 f 逐渐增大, 模型开始由混沌状态进入多周期状态, 再过渡到混沌状态, 接着经过短暂的多周期状态后, 又进入混沌状态, 最后处于多周期状态.

对于 Duffing 振子进行相邻距离分析, 不同的 f 值, 时间长度取 $[0, 100]$, 间隔 0.1, 采用 Runge-Kutta 法求解微分方程, 所得的 x 序列, 取相邻子序列 (长度 2000 点) 的距离, 组成新序列, 其均值及标准差值的变化曲线分别如图 14 和图 15 所示.

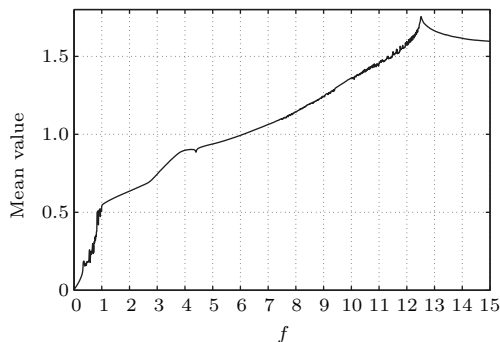


图 14 Duffing 振子关于参数 f 的相邻距离序列的均值变化
Fig. 14. Variation of the mean value obtained from neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter f .

从图 14 相邻距离均值和图 15 相邻距离标准差变化曲线可以看出, 随着 f 值增大, 均值和标准差

值都呈现增大趋势, 在变化过程中, 曲线均会出现粗糙部分与光滑部分的交替变化. 与分岔图相对照, 曲线粗糙部分大致对应于混沌状态, 而光滑部分大致对应于多周期状态, 可以用曲线粗糙和光滑的交替变化来描述模型混沌状态的变化; 随着 u 值的变化, 均值的变化稳定, 波动性小, 适合用于识别不同的 u 值状态.

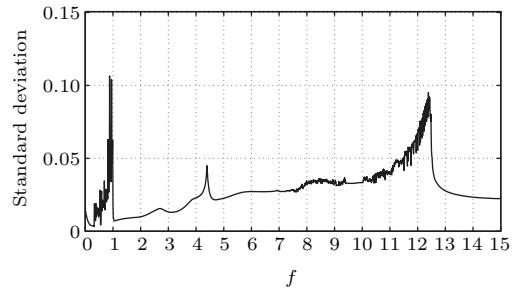


图 15 Duffing 振子关于参数 f 的相邻距离序列的标准差值变化
Fig. 15. Variation of the standard deviation obtained from neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter f .

对于相邻距离的均值序列, 依次分别计算邻近点的变化率和变化幅度, 其变化曲线分别如图 16 和图 17 所示.

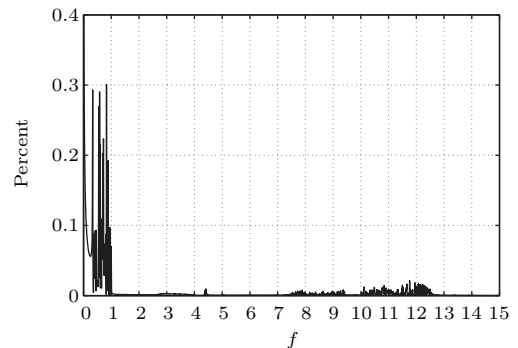


图 16 Duffing 振子关于参数 f 的相邻距离均值序列中相邻点变化率
Fig. 16. Variation of the changing rate from adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter f .

从图 16 和图 17 可以看出, 非混沌状态时, 变化率及变化幅度近似为零, 当模型进入混沌状态后, 变化率及变化幅度会明显大于零; 混沌状态下, 变化率及变化幅度波动比较明显, 通过变化率及变化幅度曲线, 可以直观地将混沌状态区分出来, 并定量地确定混沌状态出现的位置, 能够在一定程度上表征混沌性的强弱.

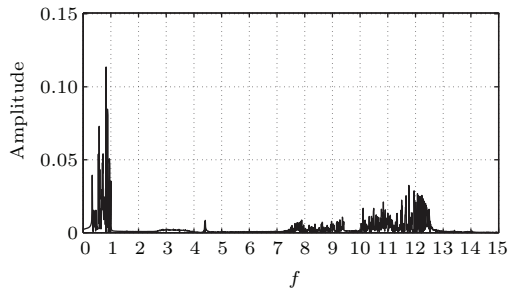


图 17 Duffing 振子关于参数 f 的相邻距离均值序列中相邻点变化幅度

Fig. 17. Variation of the changing amplitude from adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter f .

2.3.2 阻尼系数

在 Duffing 振子中, 取 $a = -1$, $b = 1$, $f = 10$, $\omega = 1$, 阻尼系数 δ 由 0 变化到 5, 所得 x 关于 δ 的分岔图如图 18 所示.

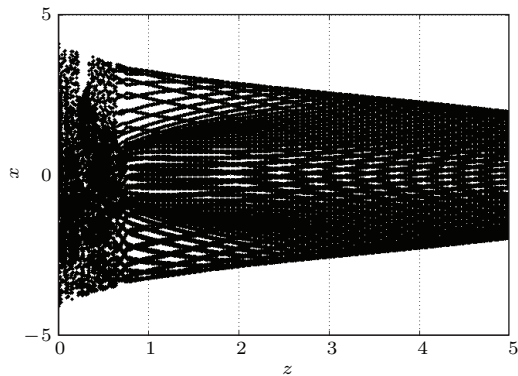


图 18 Duffing 振子关于参数 δ 的分岔图

Fig. 18. Bifurcation diagram of Duffing oscillator on the parameter δ .

从图 18 可以看出, 随着参数 δ 的变化, 模型由混沌状态逐渐进入多周期状态; 在混沌状态时, 混沌的范围随着参数 δ 的增大不断减小.

对于 Duffing 振子进行相邻数据的距离分析, 不同的 δ 值, 时间长度取 $[0, 100]$, 间隔 0.1, 采用 Runge-Kutta 法求解微分方程, 所得的 x 序列, 依次计算相邻子序列 (长度取 2000 点) 的距离, 组成新序列, 其均值及标准差值的变化曲线分别如图 19 和图 20 所示.

在图 19 均值变化曲线和图 20 标准差值变化曲线中, 随着 δ 的增大, 均呈减小趋势, 与分岔图中混沌性不断减弱的趋势相符合; δ 大约在 0—0.5 之间时, 曲线较粗糙, 此时模型处于混沌状态, δ 继续变大后, 曲线变得光滑, 模型处于多周期状态. 曲线粗糙程度的变化可以用于反映混沌特性的变化.

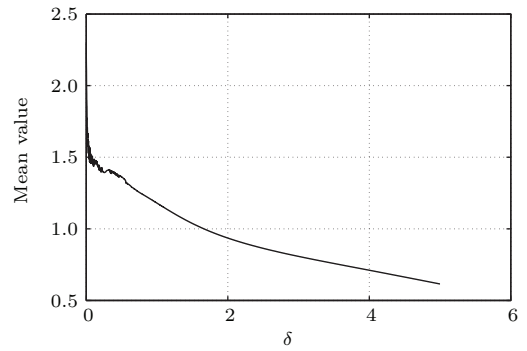


图 19 Duffing 振子关于参数 δ 的相邻距离序列的均值变化曲线

Fig. 19. Variation of the mean value obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter δ .

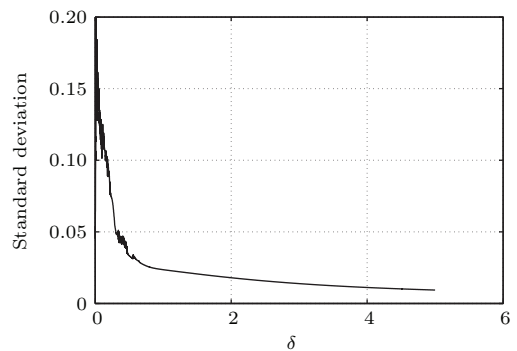


图 20 Duffing 振子关于参数 δ 的相邻距离序列标准差值变化

Fig. 20. Variation of the standard deviation obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter δ .

在相邻数据距离的均值序列中, 依次分别计算其内相邻点的变化率和变化幅度, 变化曲线分别如图 21 和图 22 所示.

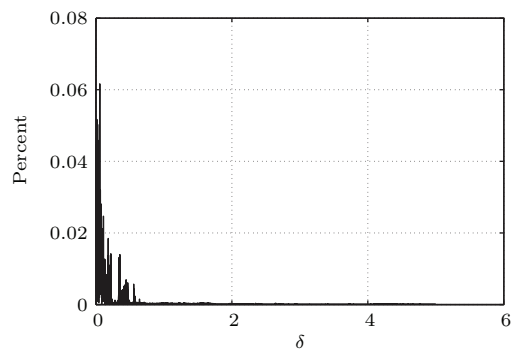


图 21 Duffing 振子关于参数 δ 的相邻距离均值序列中相邻点变化率

Fig. 21. Variation of the changing rate from adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter δ .

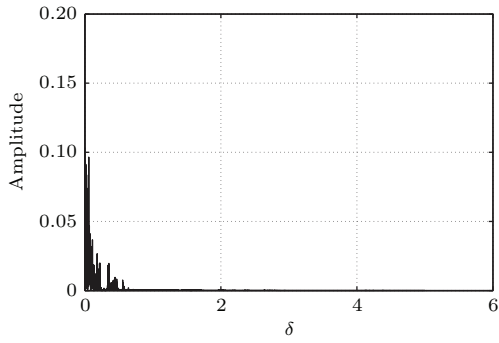


图 22 Duffing 振子关于参数 δ 的相邻距离均值序列中相邻点变化幅度

Fig. 22. Variation of the changing amplitude from adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Duffing oscillator on the parameter δ .

从图 21 和图 22 中可以看出, 大约在 0—0.5 之间时, 变化率和变化幅度明显较大, 与模型处于混沌状态的特征相对应, 可以量化确定出模型出现混沌的位置; 在 0—0.5 之间, 随着 δ 增大, 变化率和变化幅度均逐渐减小, 对应于分岔图中混沌范围不断缩小.

综上所述, Duffing 振子模型中, 当阻尼系数发生变化时, 通过基于相邻数据依赖性的分析方法, 可以明显地观察到混沌状态的发生, 能够较准确地确定出混沌状态出现的位置, 与分岔图的混沌分析相符合.

将以上的分析结果与基于相空间重构的方法进行对比. 由于 Duffing 振子的模型信息已知, 可以直接对其进行相空间分析, 如当 $f = 8$, Duffing 振子的二维相轨迹如图 23 所示.

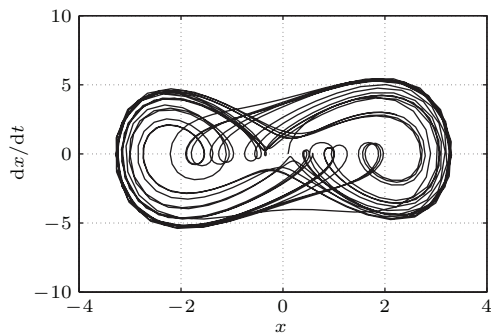


图 23 Duffing 振子的相轨迹

Fig. 23. Phase orbits of the Duffing oscillator.

从图 23 的相轨迹图中, 能够清楚识别出模型处于混沌状态, 但是相轨迹法只能直观区分, 量化效果并不好; 在相空间已知的情况下, 也可以计算

最大 Lyapunov 指数和分形维数等, 量化分析混沌行为. 本文的方法则兼具直观和量化分析能力, 且对于混沌特性变化的指示作用明显. 此外, 一旦遇到模型未知的复杂问题, 在相空间重构时就会出现参数选择的问题, 影响到相轨迹分析或 Lyapunov 指数、分形维数等的计算, 而本文的方法并不需要相空间重构, 更易操作.

综合 Duffing 振子的分析, 可以看出: 1) 相邻距离均值变化和标准差值变化可以较好地描述模型的非线性特性; 2) 相邻距离的均值序列内相邻点变化率曲线及变化幅度曲线, 也可以直观判断并量化识别混沌状态; 3) 相邻距离均值随着模型参数的变化而稳定变化, 可以用于区分不同的参数状态; 4) 基于相邻数据依赖性的方法, 与分岔图法和基于相空间理论的方法相比, 兼具直观识别和量化效果, 而且简单易行, 适用范围更广.

2.4 Lorenz 模型

Lorenz 模型作为出现比较早的混沌模型, 最初用于气象研究中, 现已经广泛应用于其他领域 [31], 其表达式如下:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -a(x + y), \\ \dot{y} &= bx - xz - y, \\ \dot{z} &= xy - cz. \end{aligned} \quad (7)$$

取 $b = 28$, $c = 8/3$, 参数 a 从 0 变化到 100, 采用 Runge-Kutta 法求解微分方程, 所得的 x, y, z 值关于 a 的分岔图如图 24 所示.

从图 24 中可以看出, 当 a 大约位于 5.4—18.8 之间时, 模型会处于混沌状态.

对于 Lorenz 模型, 度量相邻数据间的依赖性进行分析, 不同的 a 值, 求得 x, y, z 序列, 分别依次计算相邻子序列 (长度 2000 点) 间的距离值, 其相邻距离均值及标准差值变化曲线如图 25 所示.

从图 25 可以看出, 进入混沌状态时, 相邻距离均值会明显增加; 在混沌状态下, 随着 a 值变化, 距离均值也随之稳定变化; 处于混沌状态时, 相邻距离标准差变化波动性明显增加, 在进入混沌和离开混沌时, 标准差均会出现跃升.

依次计算相邻距离均值序列中相邻数据点的变化率及变化幅度, 其变化曲线如图 26 所示.

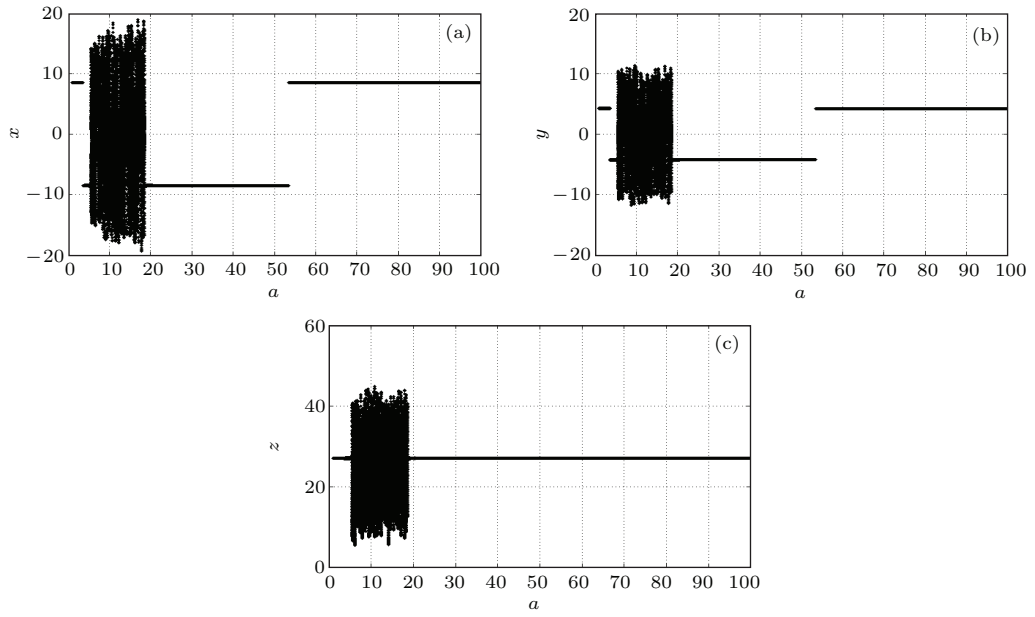


图 24 Lorenz 模型分岔图 (a) x - a 分岔图; (b) y - a 分岔图; (c) z - a 分岔图

Fig. 24. Bifurcation diagram of Lorenz model: (a) Bifurcation diagram of x and a ; (b) bifurcation diagram of y and a ; (c) bifurcation diagram of z and a .

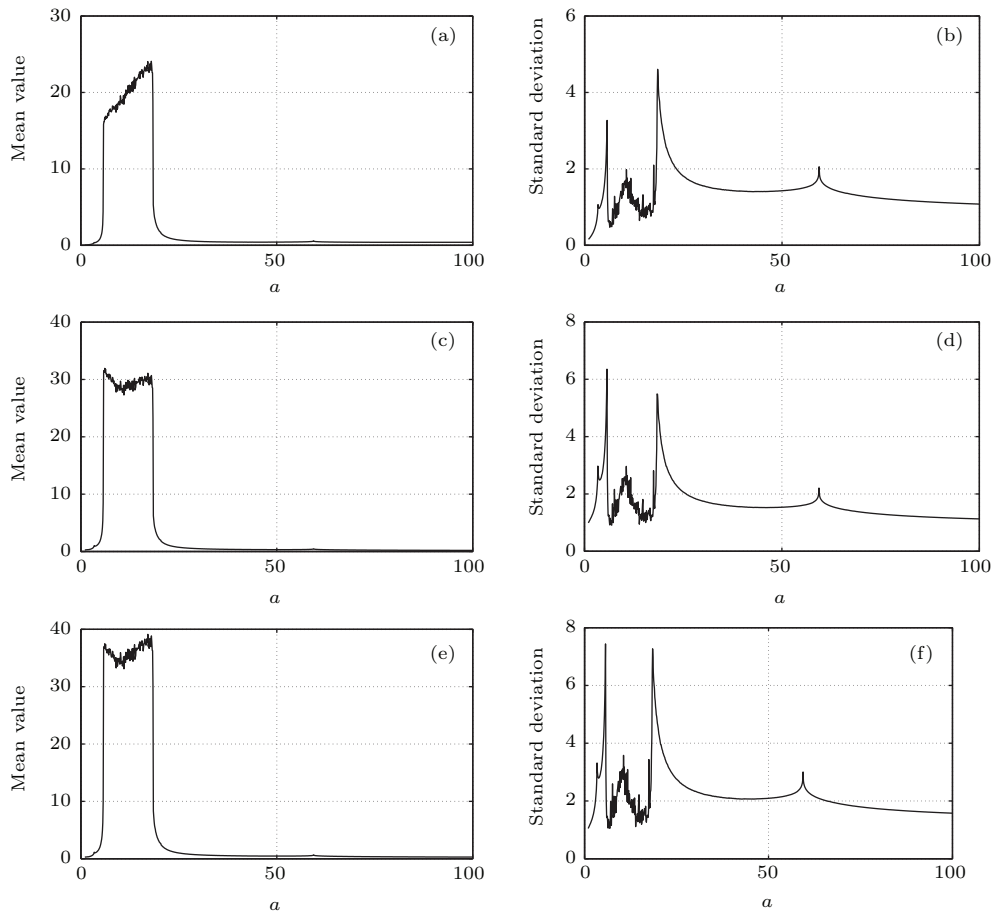


图 25 Lorenz 模型相邻距离的均值及标准差值变化曲线 (a) x 的相邻距离均值变化; (b) x 的相邻距离标准差变化; (c) y 的相邻距离均值变化; (d) y 的相邻距离标准差变化; (e) z 的相邻距离均值变化; (f) z 的相邻距离标准差变化

Fig. 25. Variation of the mean value and standard deviation obtained from the neighbor distance series in Lorenz model: (a) Mean value variation of x ; (b) standard deviation variation of x ; (c) mean value variation of y ; (d) standard deviation variation of y ; (e) mean value variation of z ; (f) standard deviation variation of z .

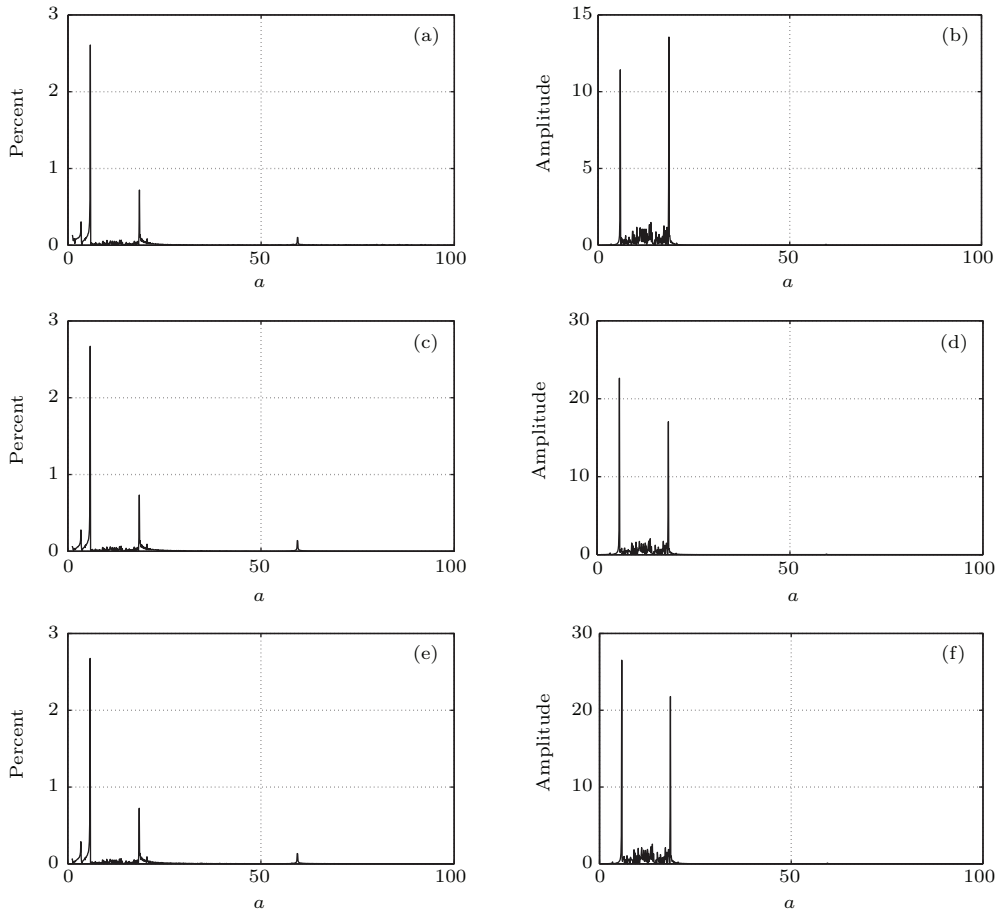


图 26 Lorenz 模型相邻距离的均值序列中相邻数据点变化率及变化幅度曲线 (a) x 变化率; (b) x 变化幅度; (c) y 变化率; (d) y 变化幅度; (e) z 变化率; (f) z 变化幅度
 Fig. 26. Variation of the changing rate and changing amplitude of the adjacent points in the average-series obtained from the neighbor distance series in Lorenz model: (a) Changing rate curve of x ; (b) changing amplitude curve of x ; (c) changing rate curve of y ; (d) changing amplitude curve of y ; (e) changing rate curve of z ; (f) changing amplitude curve of z .

观察对比图 26 可以看出, 进入混沌及离开混沌时, 变化率曲线及变化幅度曲线均会出现跃升, 可以由此判别混沌状态; 当处于混沌状态时, 变化率曲线及变化幅度曲线均值都会变得粗糙, 且大于零, 相比之下, 变化幅度曲线区分效果更佳。

将本文的方法与基于相空间理论的方法进行对比, 由于 Lorenz 系统的模型信息充足, 可以直接获取其相空间特征, 其三维相轨迹如图 27 所示。

从图 27 的相轨迹图中, 可以直观地判断出模型处于混沌状态, 在相空间已知的情况下, 还可以计算最大 Lyapunov 指数和分形维数, 量化判断混沌特征。与其相比, 本文基于相邻数据依赖性的方法, 不仅兼具直观判断和量化分析混沌状态的能力, 而且对于进出混沌状态的指示更明显; 除此之外, 当模型的信息未知时, 本文的方法仍然简单适用, 而相空间重构则需要考虑参数的合理选择, 可

以看出, 度量相邻数据依赖性的方法适用范围更广且更简单。

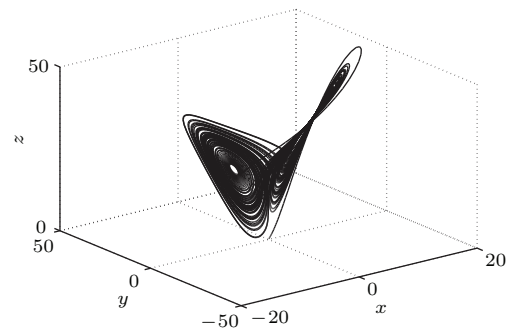


图 27 Lorenz 模型的相轨迹

Fig. 27. Phase orbits of the Lorenz model.

综合对于 Lorenz 系统的分析, 可以得出: 1) 相邻距离变化均值可以直观识别混沌状态, 且其值随着参数变化而稳定变化, 可以用于区分不同的参数状态; 2) 相邻距离的标准差可以用于粗略判别出混

沌状态, 而变化率曲线及变化幅度可以更明显地观察到混沌状态, 并确定混沌状态的位置, 相比而言, 变化幅度曲线的识别作用更佳; 3) 与分岔图法和基于相空间理论的方法相比, 本文的方法兼顾了直观分析与量化分析, 对于混沌特征的指示更明显, 而且简单易行.

2.5 讨论分析

2.5.1 抗噪性能

基于相邻数据间依赖性的混沌分析方法, 在处理不同模型的过程中, 表现出较好的混沌识别能力, 能够清晰地描述模型的混沌性变化. 而在实际的应用中, 不可避免地会受到噪声因素的影响, 以 Logistic 模型为例, 加入高斯白噪声序列, 分析本文方法的抗噪能力.

在 Logistic 模型中, 不同的 u 值状态下, 加入信噪比为 30 分贝的高斯白噪声. 对于所得的含噪序列, 依次计算相邻数据子列 (长度取 2000 点) 的距离值, 所得距离序列的均值及标准差随 u 值的变化曲线如图 28 和图 29 所示.

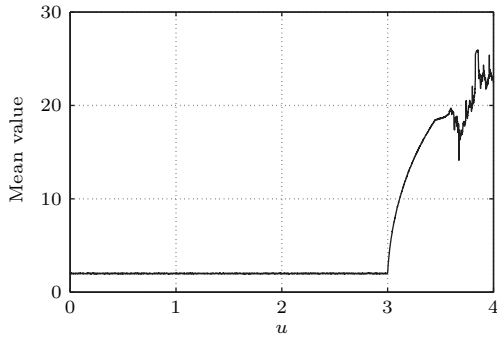


图 28 含噪声 Logistic 模型的相邻距离序列的均值变化
Fig. 28. Variation of the mean value obtained from neighbor distance series in Logistic model with noise.

从图 28 和图 29 中可以看出, 含噪模型的均值曲线与不含噪时相比, 变化规律基本一致, 不同之处在于含噪模型的曲线略粗糙一些, 且数值有所增大, 曲线整体也向上平移了一段距离. 考虑到噪声信号是一种随机性很强的信号, 它的加入自然会增强原来模型的混沌特性, 所以均值曲线会向上移动并变得粗糙, 这也从另一侧面说明相邻数据距离序列的均值可以反映模型混沌性的变化. 尽管噪声对于曲线有所影响, 但是均值曲线的主体变化规律仍然明显, 拐点、峰谷值依然清晰可见, 可以用于判断 Logistic 模型的混沌特征变化.

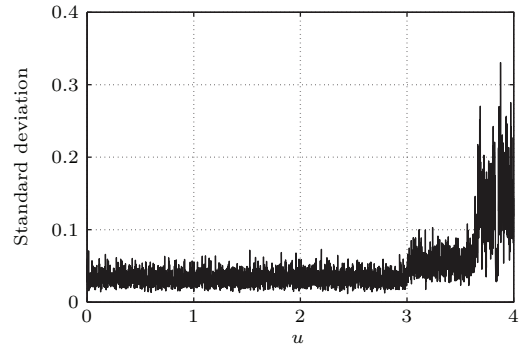


图 29 含噪声 Logistic 模型的相邻距离序列的标准差值变化
Fig. 29. Variation of the standard deviation obtained from the neighbor distance series in Logistic model with noise.

观察标准差值变化曲线, 含噪状态下, 标准差值整体变大, 且变得很粗糙, 由于标准差值对于混沌特征的变化更敏感, 所以噪声信号对于它的影响要更大. 尽管如此, 仍然可以观察到原模型的混沌特征的变化趋势和自相似结构的大致位置.

对于所得的相邻数据距离的均值序列, 依次计算其内相邻数据点的变化率和变化幅度, 如图 30 和图 31 所示.

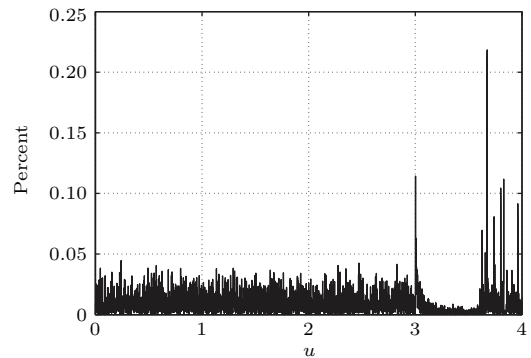


图 30 含噪声 Logistic 模型的相邻距离的均值序列中相邻数据点变化率
Fig. 30. Variation of the changing rate from the adjacent points in the average-series obtained from neighbor distance series in Logistic model with noise.

从图 30 和图 31 可以看出, 模型在含噪状态下, 仍然可以通过相邻距离的均值序列中相邻数据点的变化率和变化幅度曲线, 将混沌状态明显地识别出来. 进入混沌状态时, 变化率和变化幅度均会发生跃升, 可以由此量化确定混沌状态的位置, 而且变化幅度曲线的识别效果更明显.

综合以上对于含噪 Logistic 模型的分析可知, 本文基于相邻数据依赖性的混沌识别方法具有良好的抗噪能力, 在含噪状态下仍然可以通过相邻数

据距离值序列的均值、标准差值以及该均值序列中相邻点的变化率、变化幅度, 将 Logistic 模型的混沌特征较好地描述出来.

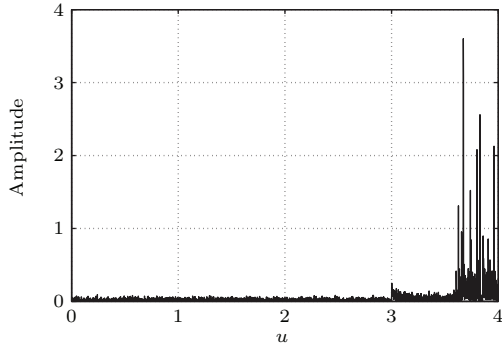


图 31 含噪声 Logistic 模型的相邻距离的均值序列中相邻数据点变化幅度

Fig. 31. Variation of the changing amplitude from adjacent points in the average-series obtained from neighbor distance series in Logistic model with noise.

2.5.2 参数影响

采用基于相邻数据间依赖性的混沌识别方法, 每一次分析所用的数据列长度和计算相邻距离时所用的子序列长度, 在一定程度上会影响到混沌分析效果. 下面以 Logistic 模型为例, 结合处理精度和速度, 分析这两个参数对于混沌分析结果的影响.

将计算所用的相邻子序列长度取为 1000 点, 每一次分析所用的数据列长度不同时, 观察其对于分析结果的影响. 在 Logistic 模型下, 取 $u = 3.6$ 为例, 所分析的数据列取不同长度时, 分别计算相邻数据距离序列的均值和标准差值, 结果如表 1 所列.

表 1 不同数据列长度下相邻距离序列的均值及标准差值对比

Table 1. Comparison of the mean value and standard deviation obtained from the neighbor distance series originated from the data array of different length.

数据列长度	3000	4000	5000	6000	7000
均值	13.70	13.71	13.70	13.70	13.70
标准差	0.030	0.028	0.030	0.030	0.031

从表 1 可以看出, 当计算所用子序列长度一定时, 每一次分析所用的数据长度对于均值和标准值的影响并不明显, 改变其长度对于改善混沌分析的作用并不显著, 但是分析数据越长, 所用的时间会越多, 影响到混沌分析的速度.

将每一次所分析的数据长度取作 10000 点, 改变计算所用的子序列长度, 研究其对于混沌分析的影响. 在 Logistic 模型下, 取 $u = 3.6$ 为例, 不同的子序列长度时, 分别计算相邻数据距离序列的均值和标准差值, 结果如表 2 所列.

表 2 不同子序列长度下相邻距离序列的均值及标准差值对比

Table 2. Comparison of the mean value and standard deviation of the distance series obtained from neighbor sub-sequences of different length.

子序列长度	1000	3000	5000	7000	9000
均值	13.71	23.75	30.66	36.28	41.14
标准差	0.032	0.025	0.021	0.012	0.008

从表 2 可以看出, 当每一次分析所用数据的长度不变的情况下, 计算所用相邻子序列长度增加时, 均值会明显增大, 标准差值会明显减小, 标准差值变化对于混沌的分析能力有所下降, 但是均值变化对于混沌的分析能力会增强, 也更易于区分不同模型参数状态的变化; 子序列的长度减小时, 相邻数据距离的均值减小, 标准差增大, 均值的细节变化不够明显, 但是通过均值序列相邻数据点的变化率和变化幅度, 同样可以将混沌状态区分出来. 所以, 当所取子序列长度不同时, 可以从不同角度描述混沌特征, 不会影响混沌分析效果. 从分析速度考虑, 当分析数据长度一定时, 随着子序列长度的增加, 分析所用时间会先增加后减小, 所以需要具体问题对于精度和速度的要求, 优化选取参数.

综上所述, 分析所用数据的长度和计算所用子序列的长度对于混沌分析结果有一定的作用, 但是并不会影响到混沌分析的效果. 两者当中, 子序列长度起到主要作用, 但对其长度的设定并没有严格要求, 当实际情况复杂时, 不妨选取稍长一些的子序列, 不仅可以削弱噪声的影响, 还可以取得更佳的区别效果. 与相空间重构时的参数选取问题相比, 本文方法的混沌分析结果对于参数的依赖性更小, 操作更加简单, 灵活性比较大.

2.5.3 小结

基于相邻数据间的依赖性度量相邻数据列的距离值变化, 用于研究不同的混沌模型, 如 Logistic 模型、Chebychev 模型、Duffing 振子及 Lorenz 非线性系统等, 其结果较好地描述了模型的混沌特性.

1) 可以通过相邻距离的均值大小判断系统的非线性特征的强弱, 能通过其曲线的波动性变化, 识别混沌状态.

2) 相邻距离的标准差曲线、相邻距离的均值序列中邻近数据点变化率曲线和变化幅度曲线, 均可以用于描述混沌状态变化, 既可以定性分析, 也可以量化判断; 对于简单模型, 相邻距离序列的标准差曲线就可以用于识别混沌状态, 对于较复杂的模型, 结合变化率曲线及变化幅度曲线, 可以更明显地确定混沌状态.

3) 相邻距离序列的均值会随着参数状态的变化而稳定变化, 可以通过它将参数变化识别出来, 同时该方法具有一定的抗噪能力, 将其移植到实际故障诊断中, 能够通过相邻距离序列的均值等特征

将不同的工作状态量化区分开来.

4) 基于相邻数据间依赖性变化的混沌分析方法, 同常规的分岔图及相空间分析相比, 对于参数的依赖性更小, 在模型特征信息已知时, 可以更好地兼顾直观分析和量化效果, 描述混沌特征的清晰准确; 而在模型复杂未知时, 仍可以方便地分析混沌特性, 操作简单、应用范围广.

3 实验分析

基于相邻数据间的依赖性, 将相邻数据距离序列的均值对于系统参数状态的可区分特性, 移植到实际机械故障的诊断监测中, 用于旋转机械振动信号的分析识别. 设计转子实验的示意图见图 32.

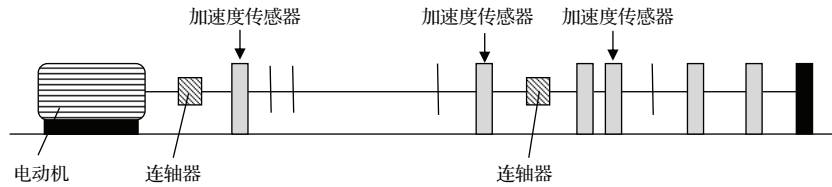


图 32 转子实验装置

Fig. 32. Schematic drawing of the rotor experiment kit.

实验中采用加速度传感器, 测量振动信号, 通过 Dewesoft 软件存储所测得的信号数据. 典型振动信号如图 33 所示.

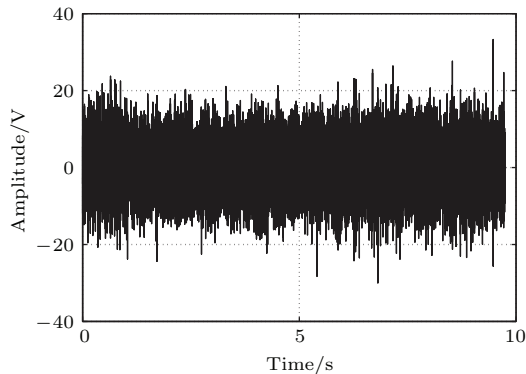


图 33 转速 3000 r/min 时通道 1 采集的振动信号示意图
Fig. 33. Vibration signal diagram obtained from the channel 1 at the rotating speed of 3000 r/min.

由于振动信号是基于时间顺序得到的信号序列, 往往是一组高维的且随时间连续变化的数据列. 前后时间点之间具有天然的相关性, 因而所得的振动数据点间也是相互关联的, 相邻数据点相互依赖而生. 所以, 可以基于这种数据点间天然的依赖性, 对于信号的变化过程进行分析, 这种依赖性

的变化也会反映出信号的变化趋势及变化特征.

3.1 转速变化

在转速分别为 3000, 4000, 5000 r/min 时, 利用加速度传感器采集振动信号, 用于模拟转速状态的变化.

不同的转速状态, 对于所得的振动信号数据, 基于数据间的相互依赖性, 依次计算相邻子数据列 (长度 2000 点) 间的距离值变化, 取相邻距离序列的均值, 对比结果列于表 3.

表 3 不同转速下相邻距离序列的均值对比

Table 3. Comparison of mean values obtained from the neighbor sub-sequences distance series at different rotating speed.

转速	幅度/V			
	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
3000 r/min	347.24	258.01	1322.05	663.58
4000 r/min	448.34	353.34	1665.45	808.53
5000 r/min	523.29	418.10	1843.68	883.90

表4 不同转速状态下相邻距离均值的变化率和变化幅度

Table 4. Variation rate and variation range of the mean value obtained from the neighbor sub-sequences distance series at the different rotating speed.

	4000 r/min 对比 3000 r/min				5000 r/min 对比 4000 r/min			
	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
变化率	29.11%	36.95%	25.97%	21.84%	16.72%	18.33%	10.70%	9.32%
变化幅度/V	101.10	95.32	343.39	144.95	74.96	64.76	178.24	75.37

对比表3可以看出,不同通道所采集的振动信号,随着转速不断增大,信号处理得到的内部相邻数据间距离序列的均值也会随之增大。

对比不同的转速状态,计算其信号内相邻距离序列的均值变化率和变化幅度,结果列于表4。

从表4可以看出,不同的转速状态下,相邻数据距离值序列的均值变化率及变化幅度均比较明显。所以,可以通过该均值定量地将不同转速状态清楚地区分出来,能够用于监测转子转速的变化。

3.2 碰摩状态

改变转子与构架的间隙,模拟碰摩故障,采集振动信号。对比正常状态和碰摩状态下的振动信号,依次计算相邻子数据列间的距离,转速分别为3000, 4000, 5000 r/min时,取两种不同工作状态下的相邻距离序列的均值,结果列于表5—表7。

表5 碰摩状态与正常状态下相邻距离序列的均值对比 (3000 r/min)

Table 5. Comparison of the mean values of the neighbor sub-sequence distances between the normal condition and rub-impact condition (3000 r/min).

	幅度/V			
	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
工作状态				
正常状态	347.24	258.01	1322.05	663.58
碰摩状态	335.92	253.24	1236.37	617.67

通过观察表5—表7可以看出,不同采集通道的振动信号,在不同转速条件下,当碰摩状态发生时,相邻距离序列的均值都会比正常状态时减小。

不同的转速状态下,对比碰摩状态与正常状态,计算相邻距离序列的均值变化率及变化幅度,如表8所列。

从表8可以看出,在不同的转速下,碰摩状态与正常状态相比,相邻距离序列均值的减少程度比较明显。所以,可以通过该均值量化区分碰摩状态

与正常状态,且在高转速状态下,碰摩状态与正常状态的区别会更明显一些。

表6 碰摩状态与正常状态下相邻距离序列的均值对比 (4000 r/min)

Table 6. Comparison of the mean values of the neighbor sub-sequence distances between the normal condition and rub-impact condition (4000 r/min).

	幅度/V			
	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
工作状态				
正常状态	448.34	353.34	1665.44	808.53
碰摩状态	428.17	349.20	1592.89	764.94

表7 碰摩状态与正常状态下相邻距离序列的均值对比 (5000 r/min)

Table 7. Comparison of the mean values of the neighbor sub-sequence distances between the normal condition and rub-impact condition (5000 r/min).

	幅度/V			
	通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
工作状态				
正常状态	523.29	418.10	1843.68	883.90
碰摩状态	473.97	373.31	1720.19	768.68

表8 碰摩状态对比正常状态的相邻距离均值减少率和减少幅度

Table 8. Reduction rate and reduction range of the mean value obtained from the neighbor sub-sequences distance series comparing the rub-impact condition with the normal condition.

		通道 1	通道 2	通道 3	通道 4
		3000 r/min	变化率	3.26%	1.85%
	变化幅度/V	11.32	4.77	85.68	45.91
4000 r/min	变化率	4.50%	1.17%	4.36%	5.39%
	变化幅度/V	20.17	4.13	72.56	43.59
5000 r/min	变化率	9.43%	10.71%	6.70%	13.04%
	变化幅度/V	49.32	44.80	123.50	115.22

3.3 小结

基于振动信号相邻数据点间的依赖性, 计算得到振动信号内相邻数据距离序列的均值, 用于识别转子的工作状态变化. 以转速变化和碰摩故障为例, 可以看出, 通过相邻距离的均值可以有效地量化区分不同的转速状态, 随着转速增大, 相邻距离均值也会增大, 且变化明显; 同时, 可以比较清晰地识别出不同转速条件下的碰摩故障, 当碰摩发生时, 相邻距离均值会随着减小, 且变化明显. 所以, 基于相邻数据点间依赖性的振动信号分析方法, 可以用于监测诊断机械转子的状态变化.

现代机械的复杂程度日益增加, 其所产生振动信号的非线性特征也愈加明显, 对于非线性、非平稳信号的分析提出了更高的要求. 由于现实机械的工作复杂、影响因素多, 往往无法得到其准确的模型信息, 在相空间重构中与模型维数有关的参数也就无法准确获得, 为了尽可能地接近真实相空间状态, 自然会增加计算负荷. 与其相比, 基于信号内相邻数据点间依赖性的混沌分析方法不需要掌握模型特征, 一方面减少了分析过程中由于模型未知带来的困惑, 另一方面其信号处理所用的时间也较短. 由此可见, 基于信号数据间相互依赖性的混沌分析方法, 更适用于模型未知的复杂实际问题, 能够用于识别机械振动信号, 达到对于机械工作状态的监测诊断.

4 总结

针对于非线性问题和混沌现象的研究, 本文提出一种基于相邻数据依赖性的分析方法, 通过依次计算相邻子数据列的距离值, 将一维时间序列转换成相邻距离值序列, 进行混沌特性分析. 结论如下:

1) 通过内部相邻距离值的变化情况, 可以较好地描述混沌特征, 相邻距离均值和标准差值变化可以较清晰地描述混沌状态的变化, 相邻距离变化的均值序列中相邻点的变化率曲线和变化幅度曲线, 也可以明显地观察和量化确定混沌状态, 更适合于分析复杂混沌问题;

2) 与传统的混沌分析相比, 相邻距离序列的分析方法避开了相空间重构等问题, 具有一定的抗噪能力, 且不需要掌握真实模型信息, 更适用于模型未知的复杂实际问题, 同时它能较好地兼顾定性

观察和量化分析两方面, 可以更方便地判别混沌状态;

3) 相邻距离序列的均值会随着模型参数状态而稳定变化, 能够用于识别不同的参数状态, 可以移植到实际状态监测和故障诊断中, 效果良好而且操作简单, 具有较大的实际应用空间和潜力.

参考文献

- [1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
- [2] Zhang X D, Liu X D, Zheng Y, Liu C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 030509
- [3] Hossein G, Amir H, Azita A 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010503
- [4] Coelho A L V, Lima C A M 2014 *Eng. Appl. Artif. Intel.* **36** 81
- [5] Varney P, Green I 2015 *J. Sound Vib.* **336** 207
- [6] Krese B, Govekar E 2013 *Transport. Res. C* **36** 27
- [7] Wang J S, Yuan R X, Gao Z W, Wang D J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 090506
- [8] Mohammad Z K, Ozgur K 2015 *Ocean Eng.* **100** 46
- [9] Jin W L 2013 *Transport. Res. B* **57** 191
- [10] Sun K H, Yang J L, Ding J F, Sheng L Y 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 8385 (in Chinese) [孙克辉, 杨静利, 丁家峰, 盛利元 2010 物理学报 **59** 8385]
- [11] Kulp C W 2013 *Chaos* **23** 033110
- [12] Look N, Arellano C J, Grabowski A M, McDermott W J, Kram R, Bradley E 2013 *Chaos* **23** 043131
- [13] Jiang L P, Xu K J, Qin H Q 2007 *J. Vib. Shock* **26** 49 (in Chinese) [江龙平, 徐可君, 秦海勤 2007 振动与冲击 **26** 49]
- [14] Zhang Y 2013 *Chin. Phys. B* **22** 050502
- [15] Leung S Y 2013 *Chaos* **23** 043132
- [16] Wang J S, Yuan J, Li Q, Yuan R X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 050506
- [17] Takens F 1981 *Dynamical Systems and Turbulence* (Berlin: Springer Verlag) 366
- [18] Zhang J, Fan Y Y, Li H M, Sun H Y, Jia M 2011 *Chin. J. Comput. Phys.* **28** 469 (in Chinese) [张菁, 樊养余, 李慧敏, 孙恒义, 贾蒙 2011 计算物理 **28** 469]
- [19] Jiang A H, Zhou P, Zhang Y, Hua H X 2015 *J. Vib. Shock* **34** 79 (in Chinese) [蒋爱华, 周璞, 章艺, 华宏星 2015 振动与冲击 **34** 79]
- [20] Zhang S Q, Li X X, Zhang L G, Hu Y T, Li L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 110506 (in Chinese) [张淑清, 李新新, 张立国, 胡永涛, 李亮 2013 物理学报 **62** 110506]
- [21] Li H, Yang Z, Zhang Y M, Wen B C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 070512 (in Chinese) [李鹤, 杨周, 张义民, 闻邦椿 2011 物理学报 **60** 070512]
- [22] Kim H S, Eykholt R, Salas J D 1999 *Physica D* **127** 48
- [23] Zhang S Q, Zhao Y C, Jia J, Zhang L G, Shangguan H L 2010 *Chin. Phys. B* **19** 060514
- [24] Ji C C, Zhu H, Jiang W 2010 *Sci. Chin.* **55** 3069 (in Chinese) [姬翠翠, 朱华, 江炜 2010 中国科学 **55** 3069]

- [25] Gao Z K, Yang Y X, Fang P C, Zou Y, Xia C Y, Du M 2015 *Europhys. Lett.* **109** 30005
- [26] Gao Z K, Zhang X W, Jin N D, Donner R V, Marwan N, Kurths J 2013 *Europhys. Lett.* **103** 50004
- [27] Lü L, Li G, Guo L, Meng L, Zou J R, Yang M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080507
- [28] May R M 1976 *Nature* **261** 459
- [29] Liu Y, Fu C 2006 *Control Eng. Chin.* **13** 377 (in Chinese) [刘严, 付冲 2006 控制工程 **13** 377]
- [30] Tang Y Z, Lou J J, Weng X T, Zhu S J 2014 *J. Vib. Shock* **33** 60 (in Chinese) [唐元璋, 楼京俊, 翁雪涛, 朱石坚 2014 振动与冲击 **33** 60]
- [31] Li C B, Sprott J C, Thio W 2015 *Phys. Lett. A* **379** 888

A chaotic analyzing method based on the dependence of neighbor sub-sequences in the data series*

Qiu Chen-Lin^{1)2)†} Cheng Li¹⁾

1) (School of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

2) (School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

(Received 21 August 2015; revised manuscript received 22 October 2015)

Abstract

Ever since the special characteristics hidden in the chaos was discovered, the chaotic behavior has been extensively studied as a ubiquitous and complex nonlinear dynamic phenomenon, which is gradually extending to various disciplines of natural and social science, and the significant values in the theoretical and the practical application have attracted much attention from scholars of different fields in the recent decades. Conventional methods of analyzing chaotic dynamic systems, including the Lyapunov exponent, correlation dimension, Poincaré map, unavoidably encounter some common problems, such as reconstruction of the phase space, determination of the linear area, etc. Besides, the current approaches each also possess a poor capability of balancing the direct observation and the quantitative calculation. Based on the fact that the neighbor data relate to each other to some degree, taking those shortages into consideration, aiming at depicting the chaotic features efficiently, a new method of analyzing the complicated chaotic motion is proposed. During the processing of that novel approach, the Euclidean distance is continuously computed to represent the dependence of the adjacent unit, after that, the original complicated array is converted into a simpler series composed of the distance of neighbor sub-sequences with more distinct characteristics. The mean value and the standard deviation of the newborn series are exacted to assist in describing the chaotic changing law. The method is adopted for studying the typical chaotic models, like Logistic model, Chebychev model, Duffing oscillator, Lorenz system, etc., which proves the good performances in explaining the chaotic variation rules in different systems. Based on the model verification, it could be seen that the method could detect the chaotic motion both qualitatively and quantitatively, and the ability for that method to resist the noise is improved up to some degree, what is more, the information about the real model is not required, thereby simplifying the analysis of the complicated chaotic behavior whose authentic model is unavailable. In addition, the method is applied to decomposing the vibration signal to monitor the working condition of the rotating rotor, and the results show that the conditional variation could be detected obviously. The analyses above show that the proposed method, on the basis of the dependence between nearby data, could perform well in observing the chaotic feature in an efficient way which simplifies the operation and clarifies the chaotic variation, moreover, the application potential of this method is worthy of great attention.

Keywords: chaos, nonlinear, dependence, distance of neighbor sub-sequences

PACS: 05.45.-a, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.65.030503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51175509)

† Corresponding author. E-mail: qiu1205286172@sina.com