

微扩张管道内幕律流体非定常电渗流动

段娟 陈耀钦 朱庆勇

Electroosmotically-driven flow of power-law fluid in a micro-diffuser

Duan Juan Chen Yao-Qin Zhu Qing-Yong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 034702 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.034702

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.034702>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非对称弯曲微流道中粒子惯性聚焦动态过程及流速调控机理研究

Dynamic process and flow-rate regulation mechanism of particle inertial focusing in an asymmetric ally curved microchannel

物理学报.2015, 64(18): 184703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184703>

圆截面直流道中微粒黏弹性聚焦机理研究

Viscoelastic focusing of microparticles in circular cross-sectional microchannels

物理学报.2015, 64(15): 154703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154703>

含活性剂液滴在倾斜粗糙壁面上的铺展稳定性

Stability of surfactant-laden droplet spreading over an inclined heterogeneous substrate

物理学报.2015, 64(1): 014702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014702>

连续凹槽基底对含非溶性活性剂薄液膜流动特性的影响

Effect of periodic grooving topography on dynamics of Insoluble surfactant-laden thin film flow

物理学报.2014, 63(22): 224703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224703>

粗糙纳通道内流体流动与传热的分子动力学模拟研究

Molecular dynamics simulation on fluid flow and heat transfer in rough nanochannels

物理学报.2014, 63(21): 214706 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214706>

微扩张管道内幂律流体非定常电渗流动^{*}段娟 陈耀钦 朱庆勇[†]

(中山大学工学院力学系, 广东省消防科学技术重点实验室, 广州 510006)

(2015年7月10日收到; 2015年10月22日收到修改稿)

研究了电渗驱动下幂律流体在有限长微扩张管道内非稳态流动特性. 基于 Ostwald-de Wael 幂律模型, 采用高精度紧致差分离散二维 Poisson-Nernst-Planck 方程及修正的 Cauchy 动量方程, 数值模拟了初始及稳态时刻微扩张管道内幂律流体电渗流场分布情况, 研究了管道截面改变对幂律流体无量纲剪切应变率及无量纲表观黏度的影响, 以及无量纲表观黏度对拟塑性流体与胀流型流体流速分布的影响. 数值模拟结果显示, 当扩张角和无量纲电动宽度一定时, 电场驱动下的幂律流体在近壁区域速度响应都很快; 初始时刻, 近壁处表观黏度的变化受到剪切应变率变化的影响, 从而影响了三种幂律流体速度峰值的分布, 出现拟塑性流体流速在扩张段上游及扩张段近壁处速度峰值均为幂律流体中最大、而在扩张段下游三种幂律流体速度峰值相近的现象; 稳态时刻, 幂律流体速度剖面呈现塞型分布, 且满足连续性条件下, 幂律流体流速随扩张管半径增大而减小, 牛顿流体流动规律与宏观尺度下流动规律相同; 初始时刻, 在相同电动宽度、不同壁面电势作用下, 幂律流体在扩张管近壁处剪切应变率分布的差异导致表观黏度分布的差异, 并最终导致拟塑性流体与胀流型流体流速分布的差异.

关键词: 微扩张管, 幂律流体, 电渗流, 表观黏度**PACS:** 47.61.-k, 47.50.-d, 47.57.jd, 02.60.Cb**DOI:** 10.7498/aps.65.034702

1 引言

微变截面管道不同于等截面管道, 不仅其几何特性对流体流动有影响, 而且进入微、纳米级流动时, 双电层 (electrical double layer) 效应对流体在微管道内的流动也会造成很大影响. 非牛顿流体在微管道内的流动相对牛顿流体较为常见, 在油储工程中, 注入油层中的高分子化学溶液常为非牛顿流体, 化学溶液在土壤缝隙或管道裂缝中的流动可简化为微通道中的流动; 在化学工程中, 高分子溶液在毛细管中的流动均为非牛顿流体流动. 非牛顿流体在微管道内流动的研究亟待发展, 国内外对非牛顿流体在微流道中流动的研究主要集中在等截面流道上. 菅永军等^[1,2]主要对黏弹性的 Maxwell 流体及 Jeffery 流体在微流道中的流动进行了大量解析推导和研究, 并指出当其在微平行板流道内流动

时速度剖面强烈依赖无量纲 zeta 电势及弛豫时间的变化; Escandón 等^[3]研究了非稳态的 Maxwell 流体在壁面电势对称及不对称的微平行板流道内的流动分布, 发现在初始阶段黏性及弹力会影响流体产生特殊的振荡特性; Cai^[4]给出了一个能描述在低渗透率毛细圆管束中塑性流体流动特性的数学模型, 与以往实验数据及传统方法计算结果对比可知该模型符合度很高, 可采用该模型预测多孔介质中塑性流体的流动特性; Das 和 Chakraborty^[5]采用幂律模型推导了血液在微矩形管道内电渗驱动下的速度、温度及离子分布的解析解, 并通过考虑血液中各成分及血管直径变化对表观黏度的影响, 给出了描述血液及大分子黏性生物流体的广义电渗流 (electroosmotic flow, EOF) 模型; Zhu 等^[6]给出了幂律流体在矩形微通道内由周期性压力驱动的流场特性, 发现不同指数的幂律流体在微通道

^{*} 国家自然科学基金重大研究项目 (批准号: 91230114) 和广东省消防科学技术重点实验室 (批准号: 2014B030301034) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: mcszqy@mail.sysu.edu.cn

内具有不同的速度剖面, 流速随指数减小而增大, 且考虑电黏性效应时, 指数越小的幂律流体速度剖面与不考虑时的相差越大; Zhao和Yang^[7]给出了三个特殊取值的幂律流体在微平行板管道内电渗流动的速度解析式, 提出幂指数及无量纲电动宽度是影响幂律流体在微通道中速度剖面呈塞型的重要因素. 从以上可知, 非牛顿流体在微等截面通道内的电渗流动特性主要取决于本构关系及双电层效应的影响, 牛顿流体作为一种特殊的幂律流体, 其电渗流动特性需讨论的影响因素相对较少.

目前对微变截面流道的研究主要集中在牛顿流体, 针对非牛顿流体的相对较少. 聂德明和林建忠^[8]利用格子玻尔兹曼法模拟了突扩微通道的电渗流动, 并指出通道出口流速剖面依赖扩张比及离子浓度变化; 龚磊和吴健康^[9]利用 Poisson-Nernst-Planck 法数值研究了微扩张通道内牛顿流体在压差驱动下电势分布及不同流动方向的流量损失情况, 结果表明, 不同于等截面微通道, 流动电势在微扩张管内呈非线性增长, 流动电阻力沿微通道截面扩张方向下降; 肖瑞和何永森^[10]针对不可压黏性无旋流在渐扩管的紊流流动进行数值仿真, 研究发现近壁处由于流体黏性的影响, 使得速度和动能的梯度较大, 且在流动过程中动能逐渐减小, 压力逐渐增大; Chen和Conlisk^[11]数值模拟了在微扩张、收缩通道内经电渗驱动的牛顿流体流场分布及粒子输运特性, 结果显示双电层会诱导产生压力梯度, 其值正比于无量纲电动宽度, 且速度、电势以及压力梯度分布依赖于截面几何特性; Chang^[12]数值仿真了压电微泵的内部压力分布及渐缩渐扩特性对微泵内流体流动的影响, 结果表明在截面较小处流速和压力都比截面较大处大; He等^[13]仿真了水在可变形的纳米圆管内流动可以诱导纳米圆管变形, 研究发现在宏观尺度下呈均匀流动的水流在纳米圆管内的流动呈现出不对称性, 水流会在某一方向发生聚集.

从以上研究情况可看出, 牛顿流体在微变截面管道内的流动特性强烈依赖于管道的几何特性, 对于微尺度流动, 双电层效应对流动的影响不容忽视, 且非牛顿流体本构关系的复杂性导致其在微变截面流道中的流动受更多因素的影响, 其主要影响速度剖面分布的因素将成为微通道设计者所关心的焦点. 而针对非牛顿流体在变截面流道内流动的研究主要集中在宏观管道. 张若京等^[14]给出了

针对不同本构方程的流体电场驱动直射流的一维动量守恒方程及其满足的条件; 周超等^[15]数值仿真了变截面管道幂律流体的稳态流动特性, 发现收缩角对压力分布的影响较大, 对流场速度分布及能量损耗则影响不大; Mariani等^[16]采用混合拉格朗日-欧拉法研究了径向扩张孔口的流场分布, 发现流场分布对角度变化极其敏感. 非牛顿流体在变截面微通道中非稳态流动的近壁特性是否会出现异于常规宏观流动的现象, 也是设计者和研究人员关心的焦点.

微扩管是应用较广泛的一种微变截面管道, 由于其实验的复杂性给研究带来困难. 根据国内外研究现状来看, 数值仿真对研究流体在微扩管内的流动特性是一种较有效的常规分析法, 为更贴近实际流体. 本文基于 Ostwald-de Wael 幂律模型, 使用高精度紧致差分法对幂律流在微扩张通道内的流动进行数值仿真.

2 数学模型

2.1 Poisson-Nernst-Planck 方程

本文采用普适性较强的 Poisson-Nernst-Planck (P-N-P) 模型来描述电势分布. 根据静电学理论, 微通道中双电层电势函数 Φ 与单位体积内静电荷密度 ρ_e 分别满足 Poisson 方程和离子输运 Nernst-Planck 方程^[17]. 采用柱坐标系对微扩管内电势分布建立控制方程:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_r \varepsilon_0}, \quad (1a)$$

$$\rho_e = \sum c_i \chi_i e_0, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(c_i \mathbf{v} - D_i \nabla c_i - \frac{\chi_i e_0 c_i D_i}{k_B T} \nabla \Phi \right), \quad (1c)$$

其中, ε_r 为相对介电常数; ε_0 为真空介电常数; c_i 是电解质溶液第 i 种离子的离子浓度; χ_i 是第 i 种离子的离子价, 本文以等价双离子电解质溶液为研究对象, 即 $\chi_+ = -\chi_- = \chi$; e_0 为电子所带电荷量; k_B 为 Boltzmann 常数; T 为温度; $\mathbf{v}$ 为流体速度; D_i 为第 i 组分离子的扩散系数, 对等价双离子电解质溶液有 $D_+ = D_- = D$. 对于沿径向扩张的管道, 应考虑电势在轴向和径向上的变化, 取对称截面进行分

析, 其中 ζ_0 表示 zeta 电位势, 则 P-N-P 方程应满足的边界条件为

$$\left\{ \begin{array}{l} r=0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial r}=0; \quad r=R, \\ \Phi=\zeta_0 \quad (r_0 \leq R \leq R_0), \\ z=0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z}=0; \quad z=L, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z}=0, \quad (L=L_1+L_2+L_3), \\ t=0, \quad c_i=c_0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial r}=0, \quad \frac{\partial c_i}{\partial z}=0. \end{array} \right. \quad (1d)$$

2.2 幂律流体本构方程

纯黏性非牛顿流体本构方程可写为^[18]

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}, \quad (2a)$$

其中, τ 是剪切应力, $\dot{\gamma}$ 是剪切应变率, $\eta(\dot{\gamma})$ 是表观黏度. $\mathbf{D}_1$ 是应变率张量, 定义 $\dot{\gamma} = 2\text{tr}(\mathbf{D}_1^2)$, $\mathbf{T}_D$ 为偏应力张量, 此时方程 (2a) 由下列方程表达:

$$\mathbf{T}_D = 2\eta(\dot{\gamma}) \mathbf{D}_1. \quad (2b)$$

对于幂律流体 $\eta(\dot{\gamma})$ 满足下式:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \mu \left| \dot{\gamma}^{\frac{n-1}{2}} \right|, \quad (2c)$$

其中, n 是无量纲量, μ 是有量纲量, 其量纲 $[\text{N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^n]$ 依赖于 n 值, 当 $0 < n < 1$ 为拟塑性流体(剪切变稀流体), $n > 1$ 为胀流型流体(剪切变稠流体), $n = 1$ 即为牛顿流体. 拟塑性流体表观黏度随剪切应变率增大而减小, 这称为剪切变稀现象, 故拟塑性流体又称剪切变稀流体, 而胀流型流体则刚好相反, 牛顿流体是表观黏度为定值的幂律流体. 幂律流体剪切应力、表观黏度与剪切应变率关系如图 1 所示.

将 (2c) 式代入 (2b) 式可得幂律流体本构方程为

$$\begin{aligned} \tau = \eta(\dot{\gamma}) & \left(2 \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \mathbf{e}_r \\ & + \eta(\dot{\gamma}) \left(2 \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (2d)$$

其中, $\eta(\dot{\gamma})$ 为

$$\begin{aligned} \eta(\dot{\gamma}) = \mu & \left[2 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 + \frac{2v_r^2}{r^2} \right]^{\frac{n-1}{2}}. \end{aligned} \quad (2e)$$

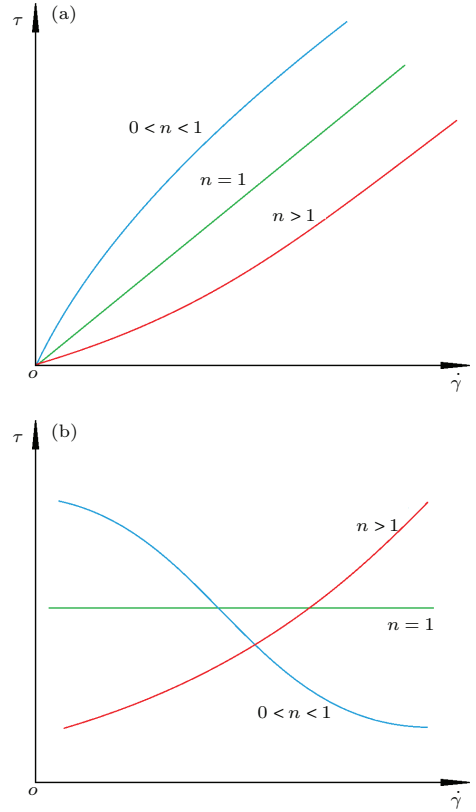


图 1 (网刊彩色) 幂律流体剪切应力 (a)、表观黏度 (b) 与剪切应变率关系示意图

Fig. 1. (color online) Relationship of shear stress (a), apparent viscosity (b) and shear strain of power-law fluids.

2.3 修正 Cauchy 动量方程

本文满足的连续性方程在柱坐标系下表示为

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (3a)$$

采用带源项的 Cauchy 动量方程描述微扩张管道内电渗流动^[6,19]:

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \rho \mathbf{F}_b - \nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{E} \rho_e, \quad (3b)$$

其中, $\mathbf{E}$ 为外加电场强度, 其可用电势函数表示为 $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$; p 为压力, 在微流设备中电渗流动的雷诺数不到 1.0 时, 由压力项带来的惯性效应可以忽略不计^[20], 本文计算的电渗流动雷诺数远小于 1.0. 所以忽略压力项对流动带来的影响, 忽略体积力 $\mathbf{F}_b$ 的影响, 上式简化为

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho_e \nabla \Phi. \quad (3c)$$

将本构方程(2d), P-N-P方程(1a)–(1c)及连续性方程(3a)代入(3c)式可得:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \\ &= 2 \frac{\eta(\dot{\gamma})}{r\rho} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - 2\eta(\dot{\gamma}) \frac{v_r}{\rho r^2} \\ &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\rho_e}{\rho}, \\ & \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\eta(\dot{\gamma}) r \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right] \\ &+ \frac{2}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\rho_e}{\rho}. \end{aligned} \right. \quad (3d)$$

给定初速度为0, 管道壁面采取无滑移边界条件, 取对称截面进行分析, 则上述方程满足初边值条件:

$$\left\{ \begin{aligned} & t = 0, \quad v_r = 0, \quad v_z = 0, \\ & r = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0; \\ & r = R, \quad v_r = 0, \quad v_z = 0 \\ & \quad (r_0 \leq R \leq R_0), \\ & z = 0, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0; \\ & z = L, \quad v_r = 0, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \\ & \quad (L = L_1 + L_2 + L_3). \end{aligned} \right. \quad (3e)$$

2.4 数值离散

本文采用高精度数值算法进行计算, 对时间方向采用三阶龙格库塔法(Runge-Kutta, R-K), 空间方向采用紧致分离离散.

图2是微扩张管模型示意图. 该图显示, 扩张管段上游是半径为 r_0 , 长为 L_1 的圆管, 下游是半径为 R_0 , 长为 L_3 的圆管, 中间段为半径逐渐从 r_0 过渡到 R_0 , 长为 L_2 的扩张管段, 扩张角为 α , 图中小圆圈为带电离子. 外加电场沿流动方向施加在扩张管段两端, 边界条件设在扩张段上游入口和下游出口截面处, 该模型将上下游壁面电势对扩张段的影响也考虑在内, 计算域更接近实际应用的扩张管段模型.

为简化计算, 将对上述控制方程及边界条件无

量纲化, 引入以下无量纲参数:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{a}, \quad \bar{z} = \frac{z}{a}, \quad \bar{v} = \frac{v_r}{u_s}, \quad \bar{u} = \frac{v_z}{u_s}, \\ \bar{t} &= \frac{\mu_0}{\rho a^2} t, \quad \kappa = \sqrt{\frac{2\chi^2 e_0^2 c_\infty}{\epsilon_r \epsilon_0 k_B T}}, \quad \bar{\Phi} = \frac{\chi e_0 \Phi}{k_B T}, \\ \Psi_s &= \frac{\chi e_0 \zeta_0}{k_B T}, \quad \bar{c}_i = \frac{c_i}{c_\infty}, \quad Re_0 = \frac{\rho a u_s}{\mu_0}. \end{aligned}$$

其中, a 为水力半径(本文为入口半径); κ 为Debye参数; c_∞ 是电中和状态下的离子浓度; Ψ_s 为无量纲壁面电势; u_s 表示牛顿流体稳定流动时的Helmholtz-Smoluchowski EOF速度, 其定义为 $u_s = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{\mu_0} E_0 \zeta_0$ [17,21,22]; E_0 为外加电场强度; Re_0 为雷诺数.

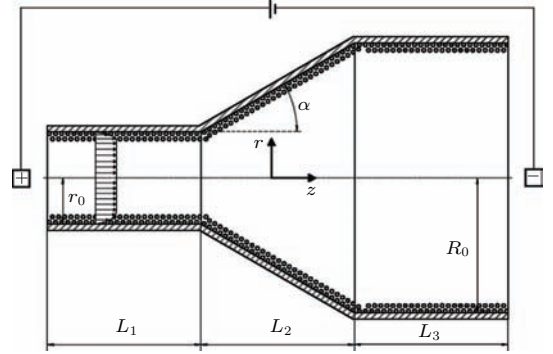


图2 微扩张管道模型

Fig. 2. Micro-diffuser model.

电势方程(1a)–(1c)式及其边界条件(1d)式无量纲化后:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{r}} \right) + \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}^2} \\ &= - \frac{a^2 e_0^2 c_\infty \chi^2 \sum \bar{c}_i}{\epsilon_r \epsilon_0 k_B T}, \end{aligned} \right. \quad (4a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\mu_0}{D\rho} \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial \bar{t}} + \frac{a u_s}{D} \nabla \cdot (\bar{c}_i \bar{\mathbf{v}}) \\ & - \nabla \cdot (\nabla \bar{c}_i + \bar{c}_i \nabla \bar{\Phi}) = 0; \\ & \bar{r} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{r}} = 0; \quad \bar{r} = \frac{R}{a}, \quad \bar{\Phi} = \Psi_s \\ & \quad (r_0 \leq R \leq R_0), \\ & \bar{z} = 0, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}} = 0; \quad \bar{z} = \frac{L}{a}, \quad \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}} = 0 \\ & \quad (L = L_1 + L_2 + L_3), \\ & \bar{t} = 0, \quad \bar{c}_i = 1, \quad \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial \bar{r}} = 0, \quad \frac{\partial \bar{c}_i}{\partial \bar{z}} = 0. \end{aligned} \right. \quad (4b)$$

动量方程(3d)式及其边界条件(3e)式无量纲

化后:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + Re_0 \left(\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) \\ &= \frac{2\mu}{\mu_0} \left(\frac{u_s}{a} \right)^{n-1} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{r}} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) \right) - \eta(\dot{\gamma}) \frac{\bar{v}}{\bar{r}^2} \right] \\ & \quad - \frac{\zeta_0}{2aE_0} \left(\frac{\kappa a}{\Psi_s} \right)^2 \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{r}} \sum \bar{c}_i, \\ & \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + Re_0 \left(\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) \\ &= \frac{\mu}{\mu_0} \left(\frac{u_s}{a} \right)^{n-1} \left[\frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} \right) \right) \right. \\ & \quad \left. + 2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\eta(\dot{\gamma}) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) \right] - \frac{\zeta_0}{2aE_0} \left(\frac{\kappa a}{\Psi_s} \right)^2 \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}} \sum \bar{c}_i; \end{aligned} \right. \quad (4c)$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \bar{t} = 0, \quad \bar{v} = 0, \quad \bar{u} = 0, \\ & \bar{r} = 0, \quad \bar{v} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{r}} = 0; \quad \bar{r} = \frac{R}{a}, \\ & \bar{v} = 0, \quad \bar{u} = 0 \quad (r_0 \leq R \leq R_0), \\ & \bar{z} = 0, \quad \bar{v} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} = 0; \quad \bar{z} = \frac{L}{a}, \\ & \bar{v} = 0, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} = 0 \quad (L = L_1 + L_2 + L_3). \end{aligned} \right. \quad (4d)$$

时间方向采用三阶 R-K 法, 其中 m 为迭代次数:

$$\left\{ \begin{aligned} & \mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{v}^m + \Delta t f(\mathbf{v}^m), \\ & \mathbf{v}^{(2)} = \frac{3}{4} \mathbf{v}^m + \frac{1}{4} (\mathbf{v}^{(1)} + \Delta t f(\mathbf{v}^{(1)})), \\ & \mathbf{v}^{m+1} = \frac{1}{3} \mathbf{v}^m + \frac{2}{3} (\mathbf{v}^{(2)} + \Delta t f(\mathbf{v}^{(2)})). \end{aligned} \right. \quad (4e)$$

空间方向采用四阶紧致差分法:

$$\begin{aligned} \delta_\lambda^0 \mathbf{v}_k &= \frac{1}{6} F_{k+1} + \frac{2}{3} F_k + \frac{1}{6} F_{k-1} \\ &= \frac{\mathbf{v}_{k+1} - \mathbf{v}_{k-1}}{2\Delta\lambda}, \end{aligned} \quad (4f)$$

$$\begin{aligned} \delta_\lambda^2 \mathbf{v}_k &= \frac{1}{12} S_{k+1} + \frac{5}{6} S_k + \frac{1}{12} S_{k-1} \\ &= \frac{\mathbf{v}_{k+1} - 2\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{k-1}}{\Delta\lambda^2}, \end{aligned} \quad (4g)$$

其中 F_k 为空间方向一阶偏导的差分逼近形式, S_k 为二阶偏导的差分逼近形式, k 为节点数, $\Delta\lambda$ 为计算步长.

3 结果与讨论

幂律流体在电压驱动下流场中各参数取值范围 [23] 如表 1 所列.

表 1 计算中各参数取值
Table 1. Values of parameters used for simulations.

电场参数	ϵ_r	80.0
	ϵ_0	$8.8542 \times 10^{-12} \text{ C/V} \cdot \text{m}$
	k_B	$1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
	ζ_0	100 mV
	χ	1.0
流体参数	μ_0	$9.0 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$
	μ	$9.0 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{s}^n/\text{m}^2$
	n	0.6—1.4
物性参数	ρ	998.0 kg/m ³
	T	293.0 K
	D	$10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$
微扩张管参数	L_1	50.0 μm
	L_2	50.0 μm
	L_3	50.0 μm
	r_0	30.0 μm
	α	30°

3.1 解析解与数值解对比

图 3 为取等截面圆管 ($\alpha = 0^\circ$), 无量纲电动宽度 $\kappa a = 32.57$, 牛顿流体 ($n = 1.0$) 在无量纲初始时刻 $\bar{t} = 0.01$ 和稳定流动时刻 $\bar{t} = 1.0$ 与文献 [24] 给出的等截面微圆管内牛顿流体电渗流速度解析解与本文数值解进行对比, 以此验证算法的正确性, 结果显示趋势符合度很高.

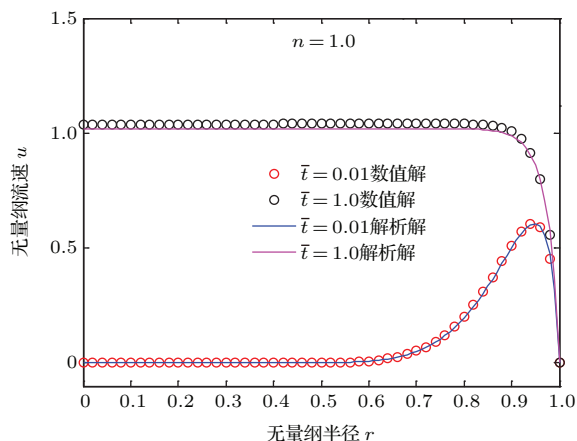


图 3 (网刊彩色) 等截面微圆管内初始、稳态时刻速度剖面数值解与文献 [24] 解析解的对比

Fig. 3. (color online) Velocity profiles of numerical solutions compared with analytical solutions of Ref. [24] at initial moment and steady moment in microcapillary.

对于微扩张管道内的流动, 流体流过每个截面的流量相等, 当扩张管半径逐渐增大, 近壁面剪切应变率会逐渐减小, 拟塑性流体 ($0 < n < 1$) 表观黏度随剪切应变率减小而增大, 胀流型流体 ($n > 1$) 表观黏度随剪切应变率减小而减小. 由幂律流体本构特性可知, 在微扩张管道内表观黏度与剪切应变率的变化影响剪切应力的变化, 剪切应力的变化最终影响流速的变化. 由于表观黏度的大小可以判断流动性的好坏, 所以下面主要围绕剪切应变率影响表观黏度、表观黏度影响流速变化来讨论.

三种不同幂律流体在同一微扩张管道内因电渗引起的流动在初始时刻及稳态时刻的特性是本文关注的焦点, 并将具体分析剪切应变率对表观黏度的影响, 以及表观黏度对幂律流体近壁处速度峰值的影响. 本文基于充分发展流进行研究, 即不考虑入口段效应. 由于是不定常流, 所以主要给出拟塑性流体 ($n = 0.6$)、牛顿流体 ($n = 1.0$) 及胀流型流体 ($n = 1.4$) 在两个无量纲时刻 $\bar{t} = 0.01$ 和 $\bar{t} = 4.0$ 的无量纲速度分布.

3.2 初始 $\bar{t} = 0.01$ 时幂律流体速度分布

图4给出了初始时刻三种幂律流体在微扩张管内的速度矢量分布. 从图4中可看出, 在扩张段上、下游等截面处速度径向分量为0, 在扩张段出现速度径向分量.

图5给出了初始时刻 ($\bar{t} = 0.01$) 在扩张段入口、中部及出口三个截面上三种幂律流体速度大小剖面图. 可以看出, 三种幂律流体速度峰值均出现在距离壁面无量纲长度为0.057处, 以下称该位置为近壁区. 图5显示三种幂律流体的速度峰值随扩张管半径逐渐增大而减小, 其中拟塑性流体减小幅值最大. 图5(a)和图5(b)显示拟塑性流体在扩张段上游及其中部速度峰值均最大, 图5(c)显示三种流体在扩张段下游峰值大小接近, 胀流型流体在扩张段出口近壁处速度峰值稍大于拟塑性流体与牛顿流体.

图6(a)和图6(b)给出了初始时刻 ($\bar{t} = 0.01$) 三种流体的无量纲表观黏度及剪切应变率在近壁区 (距壁面0.057) 内沿轴向的分布, 其中 $0 \leq \bar{z} < 1.67$ 为扩张段上游, $1.67 \leq \bar{z} < 3.33$ 为扩张段, $3.33 \leq \bar{z} \leq 5$ 为扩张段下游. 从图6(b)中可看出上游剪切应变率值远大于下游, 且在上、下游等截面

管道内剪切应变率为定值. 由幂律流体剪切应变率与表观黏度关系可知, 当剪切应变率较大时胀流型流体的表观黏度大于拟塑性流体, 剪切应变率较小时则相反, 所以出现了图6(a)中表观黏度的分布. 由图6(a)可以看出在扩张段上游近壁区幂律流体中拟塑性流体表观黏度最低, 所以图5(a)中其上游流速峰值最大; 在扩张段, 拟塑性流体表观黏度逐渐增大, 胀流型流体则逐渐减小, 在扩张段出口处胀流型流体表观黏度最小, 所以出现了图5(c)中胀流型流体在近壁区流速峰值稍大于拟塑性流体与牛顿流体的现象. 图6(c)选取了扩张管上中下游

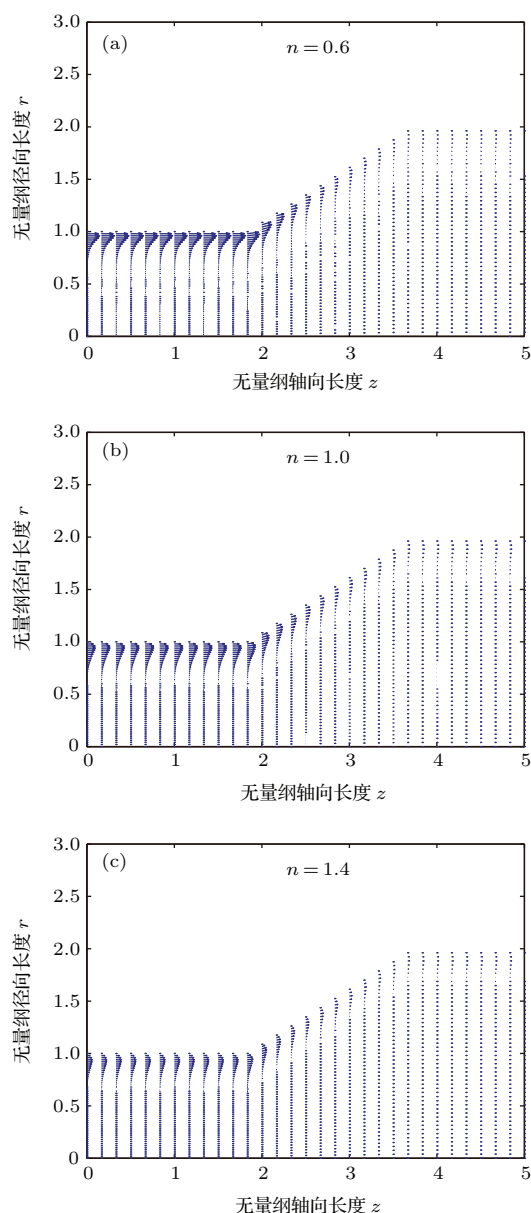


图4 $\bar{t} = 0.01$ 时三种幂律流体在微扩张管内流动速度矢量

Fig. 4. Velocity distribution of power-law fluids flowing in micro diffuser at $\bar{t} = 0.01$.

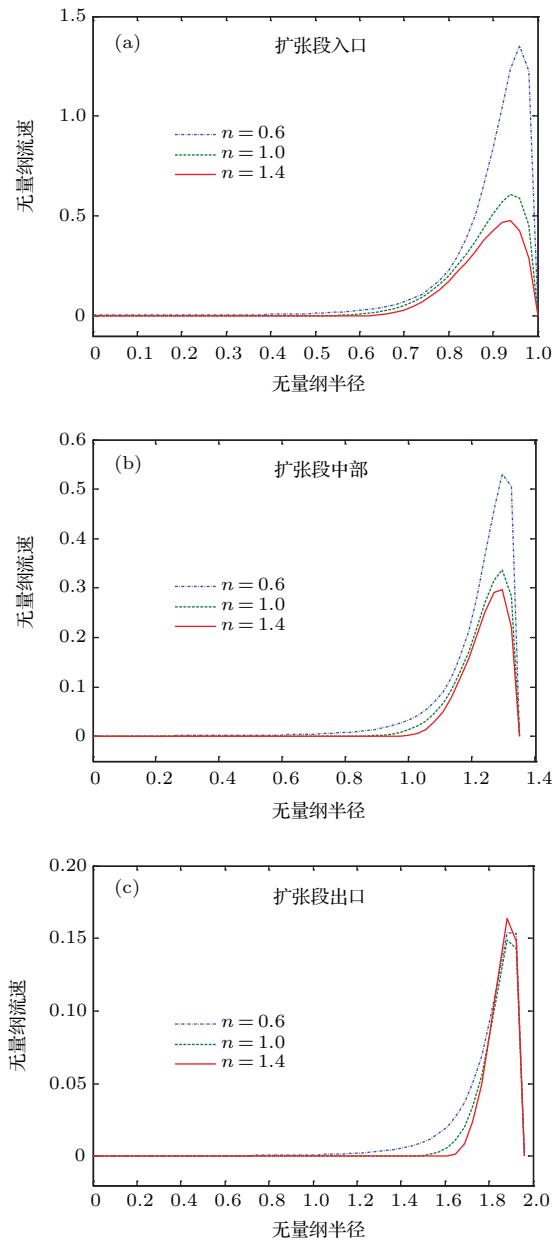


图5 (网刊彩色) $\bar{t} = 0.01$ 时三种幂律流体在扩张管三个截面的流速值对比

Fig. 5. (color online) Velocity comparison of power-law fluids in three sections of diffuser at $\bar{t} = 0.01$.

三个截面的表观黏度随半径的分布, 结果显示, 初始时刻胀流型流体 ($n = 1.4$) 接近管轴中心速度为 0, 所以表观黏度为 0, 逐渐接近壁面时表观黏度逐渐增大, 在近壁处出现表观黏度的一个凹点即为出现速度峰值的位置; 拟塑性流体 ($n = 0.6$) 接近管轴处表观黏度很大, 逐渐接近壁面时表观黏度逐渐减小, 在近壁处出现一个凸点, 而后表观黏度继续减小, 这是由于满足无滑移边界条件, 壁面剪切应变率极大, 其壁面表观黏度值稍低于近壁处。从表观黏度沿径向分布的规律可看出, 幂律流体在近壁

处表观黏度相对较低, 所以出现极值点之处即为近壁面速度峰值所在。

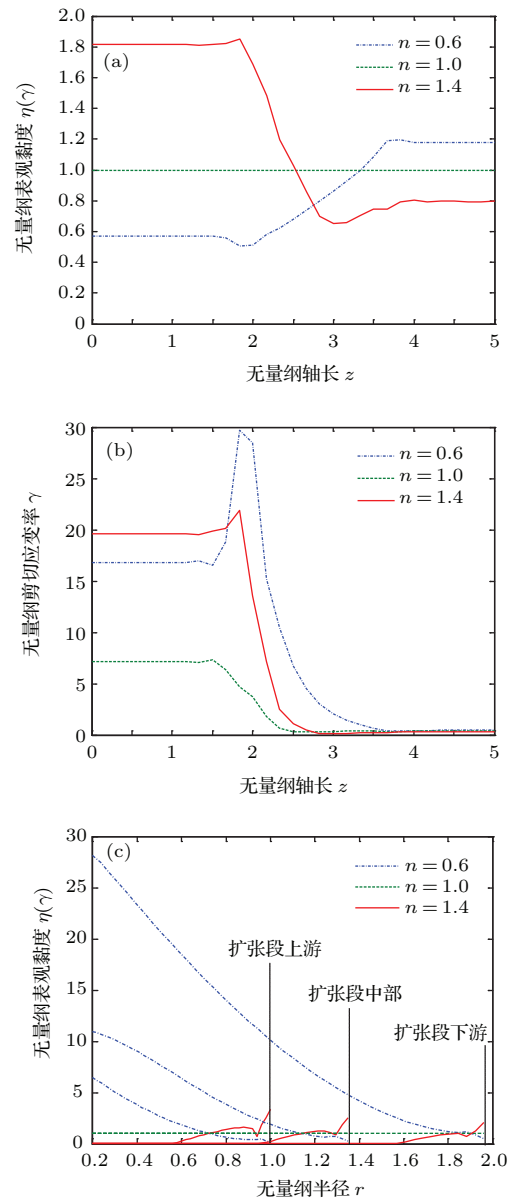


图6 (网刊彩色) 初始时刻幂律流体无量纲表观黏度 (a) 及剪切应变率 (b) 沿轴向分布 (距壁面 0.057) 及无量纲表观黏度在微扩张管上中下游 (c) 沿径向分布

Fig. 6. (color online) Distribution of dimensionless apparent viscosity (a) and shear strain axially (b) (0.057 from the wall) and distribution of dimensionless apparent viscosity radially (c) at initial moment.

3.2.1 稳态 $\bar{t} = 4.0$ 时幂律流体速度分布

图7给出了三种流体稳态流动时刻在微扩张管内的速度矢量分布, 可看出整体流速达到稳态, 由于扩张管几何特性及流体满足连续性方程的缘故, 在扩张管下游稳态平均流速小于上游平均流速。

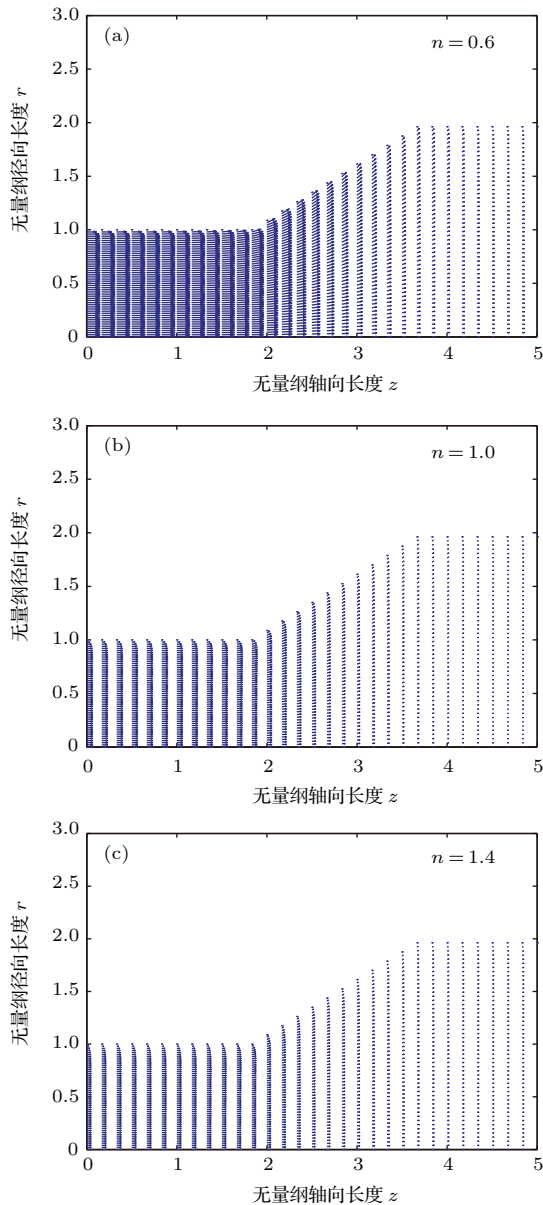


图7 稳态 $\bar{t} = 4.0$ 时三种幂律流体在微扩张管内的流动速度矢量

Fig. 7. Velocity distribution of power-law fluids flowing in micro diffuser at $\bar{t} = 4.0$.

图8给出了稳态时刻 ($\bar{t} = 4.0$) 三个截面上幂律流体速度大小剖面, 可见随着扩张管半径逐渐增大其速度峰值逐渐减小, 这是满足质量守恒原则的. 图8显示拟塑性流体速度峰值为三种流体中最大; 图8(c)中胀流型流体与牛顿流体在扩张段出口处的速度峰值较为接近.

图9(a)和图9(b)给出了稳态时刻 ($\bar{t} = 4.0$) 三种流体的无量纲表观黏度及剪切应变率在近壁区 (距壁面0.057) 沿轴向的分布, 对比图6(a)可知, 三种流体表观黏度变化趋势基本一致, 与初始时刻不同的是, 稳态时刻图9(b)中在 $0 \leq \bar{z} \leq 4$ 该段管道内的剪切应变率值均较大, 且均大于初始时刻的

值, 虽然图9(b)中幂律流体剪切应变率值随管道截面逐渐增大而下降, 但是扩张段出口处的值依旧大于图6(b)中的值, 直至接近出口处剪切应变率的值才接近图6(b)中出口处的值, 所以稳态时刻拟塑性流体表观黏度在整个管道内均较小, 胀流型流体则较大. 图9(a)显示胀流型流体表观黏度从扩张段至下游区是逐渐减小的, 所以图8中其流速峰值减小率较低. 图9(c)分布规律与图6(c)一致, 由于无滑移边界条件导致近壁剪切应变率极大, 近壁面至壁面处拟塑性流体 ($n = 0.6$) 表观黏度逐渐减小, 胀流型流体 ($n = 1.4$) 表观黏度逐渐增大.

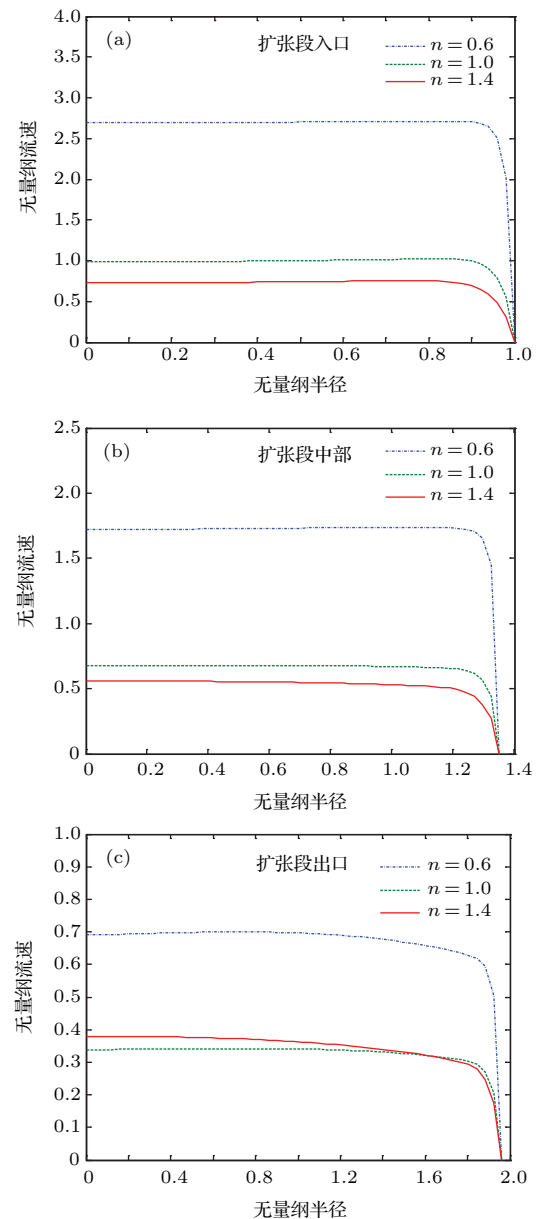


图8 (网刊彩色) $\bar{t} = 4.0$ 时三种幂律流体在扩张管三个截面流速值对比

Fig. 8. (color online) Velocity comparison of power-law fluids in three sections of diffuser at $\bar{t} = 4.0$.

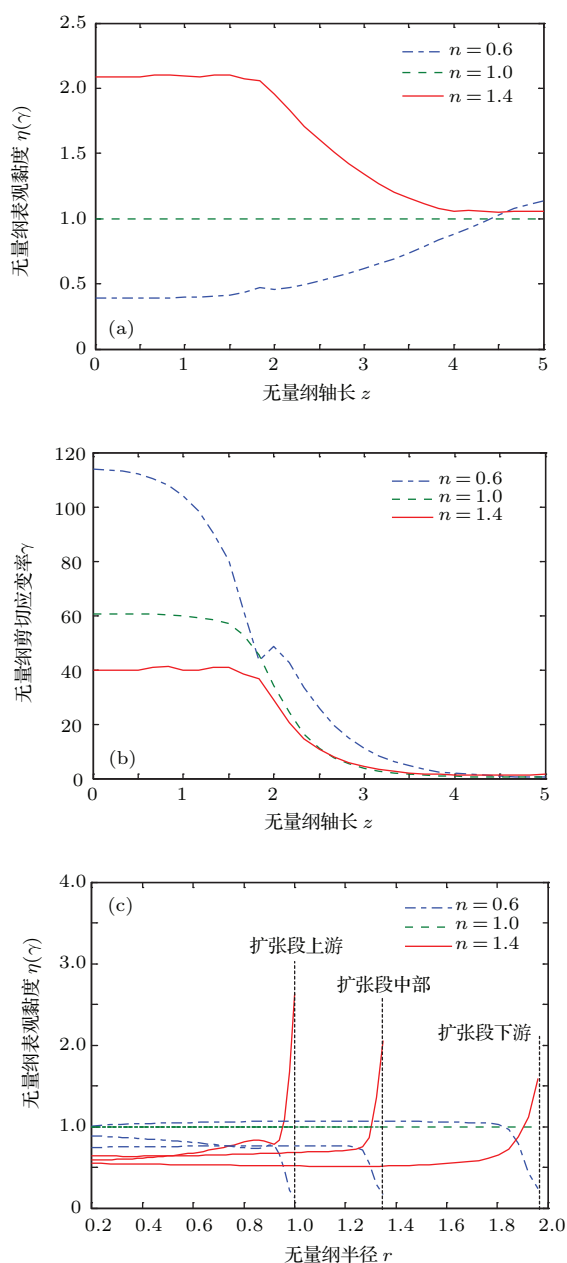


图9 (网刊彩色) 稳态时刻幂律流体无量纲表观黏度 (a) 及剪切应变率 (b) 沿轴向分布 (距壁面 0.057) 及无量纲表观黏度在微扩张管中上下游 (c) 沿径向分布

Fig. 9. (color online) Distribution of dimensionless apparent viscosity (a) and shear strain axially (b) (0.057 from the wall) and distribution of dimensionless apparent viscosity radially (c) at steady state.

结合图6与图9可看出, 管道扩张的几何特性对幂律流体剪切应变率的值影响很大, 剪切应变率值会影响表观黏度的值, 并最终导致幂律流体在扩张管道内出现不同的流速分布.

3.2.2 壁面电势对幂律流体近壁面速度峰值的影响

从上述结果讨论中可知, 在相同的壁面电势下, 扩张管道内幂律流体剪切应变率的变化会影响

表观黏度的变化, 而表观黏度的变化进而导致幂律流体近壁面速度峰值的变化, 不同壁面电势会影响双电层的电势分布, 从而对流速分布造成影响. 下面具体讨论在不同壁面电势下近壁面剪切应变率的变化对表观黏度变化的影响, 以及幂律流体速度峰值在表观黏度影响下的分布. 因为初始时刻流场分布会决定稳态时刻流场分布, 所以本文主要对初始时刻非牛顿流体电渗流动的流场分布进行研究. 以下主要给出初始时刻 ($\bar{t} = 0.01$) 不同幂律流体速度峰值在近壁处 (即距离壁面 0.057 处) 的变化. 需要说明的是, 以下讨论的无量纲壁面电势值均为其绝对值.

图10给出了无量纲电动宽度 κa 均为 32.57 时, 幂律流体在四个不同无量纲壁面电势 Ψ_s 作用下的无量纲速度峰值. 图10(d)和图10(e)显示胀流型流体速度峰值随壁面电势增加而减小, 这不同于图10(a)–(c)中的拟塑性流体和牛顿流体. 以图10(c)的牛顿流体速度峰值作为参照, 当表观黏度为定值时, 壁面电势越大, 双电层内的电势值就越大, 所以速度峰值越大; 当管道半径逐渐变大时, 双电层的影响会逐渐减弱, 所以在下游管道截面较大处速度峰值之间的差值也变得越来越小.

图11给出了对应于图10的拟塑性流体与胀流型流体在距壁面 0.057 处的无量纲表观黏度 $\eta(\dot{\gamma})$ 的分布. 从图中可看出, 拟塑性流体的表观黏度随壁面电势增大而减小, 而胀流型流体则在扩张段及上游随着壁面电势增大而减小, 在下游不同壁面电势下的表观黏度值接近. 从图11(a)和图11(b)可看出, 对同一 Ψ_s 而言, 拟塑性流体的 $\eta(\dot{\gamma})$ 在扩张段 $1.67 \leq z < 3.33$ 处逐渐增大, 所以在图10(a)和图10(b)中对应位置上的速度峰值减小, 且速度峰值减小率大于牛顿流体. 在图11(c)和图11(d)中对同一 Ψ_s 而言, 胀流型流体的 $\eta(\dot{\gamma})$ 在扩张段逐渐减小, 从图10(d)和图10(e)中可看出对应位置上的速度峰值虽然逐渐减小, 但是其减小率小于拟塑性流体与牛顿流体; 图11(c)和图11(d)显示其黏度值在 $z = 3$ 处稍上升后趋于平缓, 也对应了图10(d)和图11(e)中 $z = 3$ 处流速变化率减小后趋于平缓.

图12给出了对应于图11表观黏度分布的剪切应变率分布. 图12(a)和图12(b)显示拟塑性流体在扩张管上游剪切应变率值随壁面电势升高而升高, 且壁面电势越高应变率值越大, 在扩张管下游

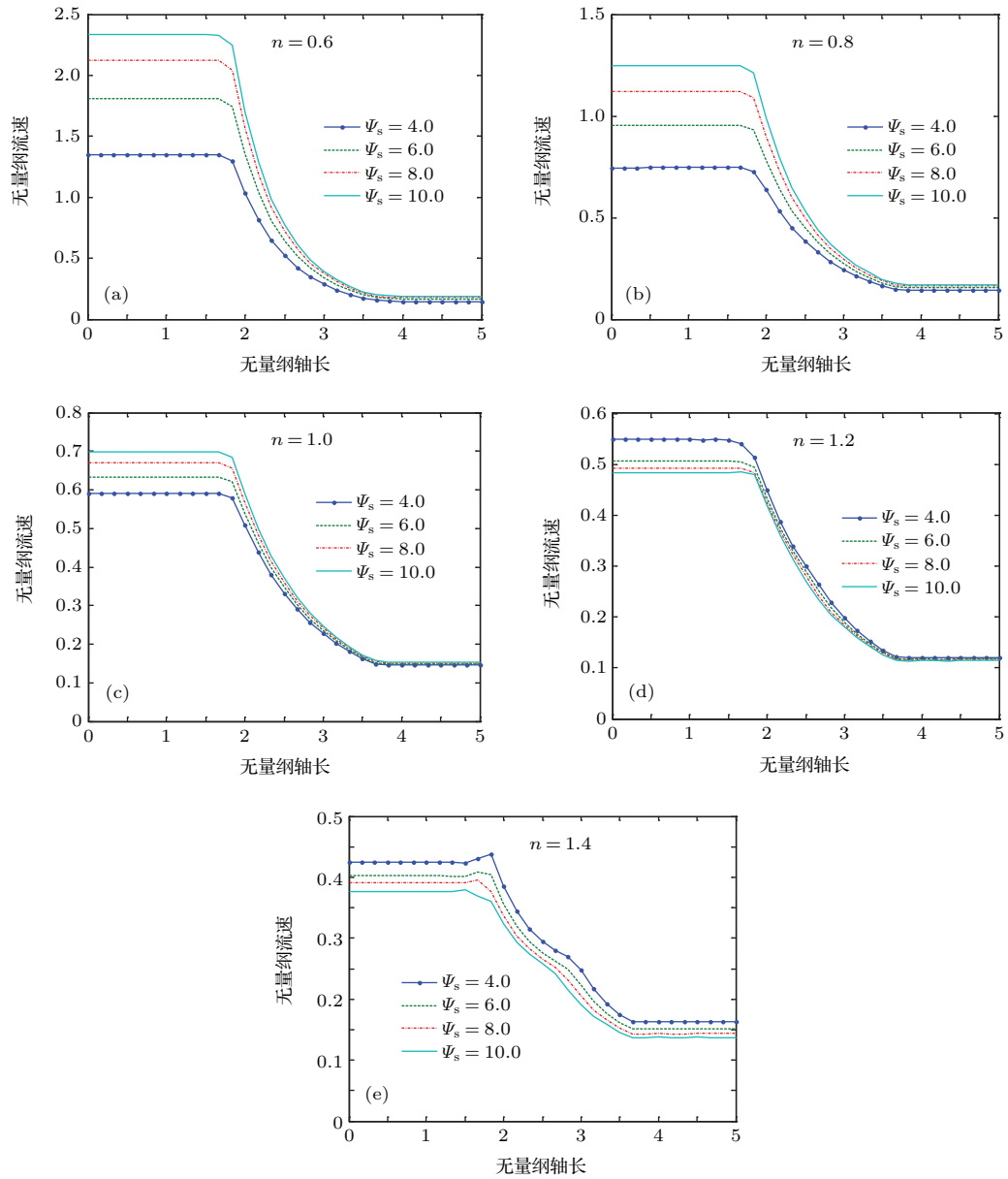


图 10 (网刊彩色) 幂律流体在四个不同壁面电势下无量纲速度峰值比较

Fig. 10. (color online) The dimensionless velocity peak of power law fluids under four different wall potentials.

不同壁面电势下的剪切应变率值相差较小. 由于双电层效应会随扩张管半径逐渐增大而减弱, 所以下游不同壁面电势下的剪切应变率值差别也不如上游明显. 虽然图 12(a) 和图 12(b) 下游应变率值均较小, 但从放大图中可知当 $n = 0.6$ 时四个壁面电势下的剪切应变率均比 $n = 0.8$ 时大, 所以出现了图 11(a) 中出口段表观黏度比较分散而图 11(b) 中却比较集中的现象.

图 12(c) 和图 12(d) 显示胀流型流体在扩张段上游剪切应变率值随壁面电势升高而下降, 胀流型流体的表观黏度随剪切应变率减小而减小, 所以出

现了图 11(c) 和图 11(d) 中表观黏度随壁面电势增加而减小的现象; 胀流型流体在扩张段剪切应变率大幅下降, 在还未到达出口处剪切应变率就降至较小的值, 这就出现了图 11(c) 和图 11(d) 中表观黏度在到达扩张段之前就发生了转折.

图 12 中拟塑性流体与胀流型流体剪切应变率的差异导致了图 11 中表观黏度分布的差异, 最终影响了二者速度峰值的分布, 所以出现了图 10(a) 和图 10(b) 中拟塑性流体速度峰值随壁面电势增大而增大, 图 10(d) 和图 10(e) 中胀流型流体速度峰值随壁面电势增大而减小的现象.

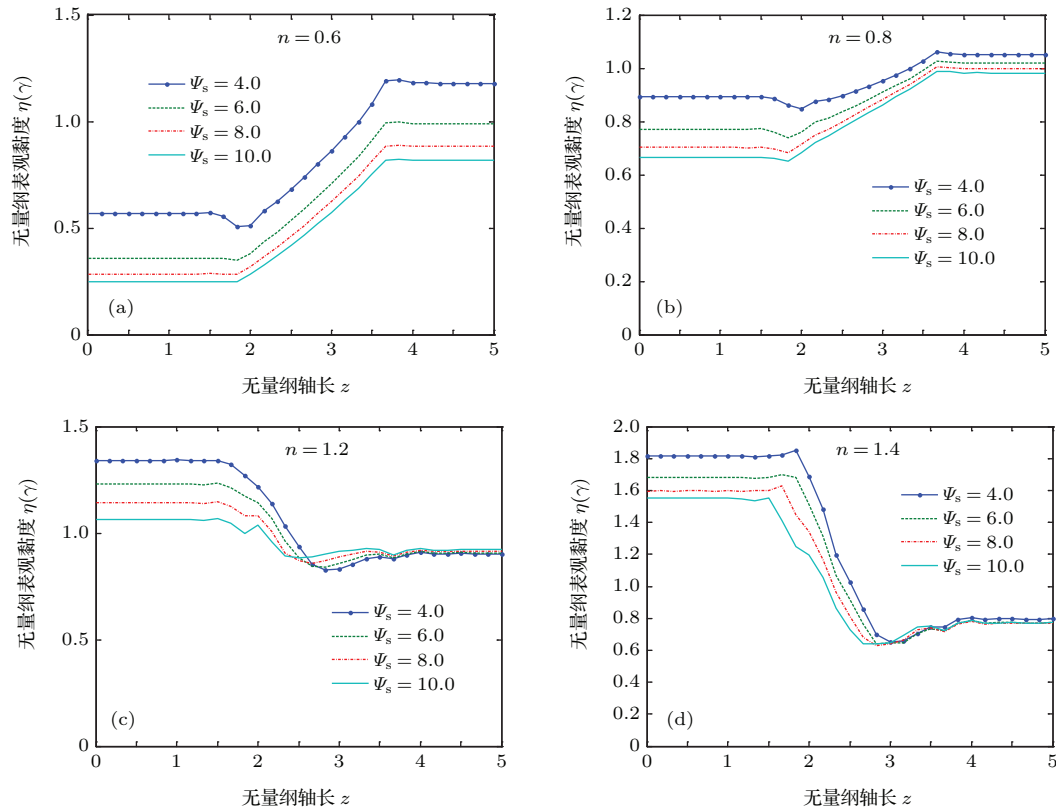


图 11 (网刊彩色) 4 个不同无量纲壁面电势下拟塑性流体与胀流型流体近壁 (距壁面 0.057) 无量纲表观黏度分布
Fig. 11. (color online) The dimensionless apparent viscosity distribution of the pseudoplastic and dilatant fluids near the wall (0.057 from the wall) under four different wall potentials.

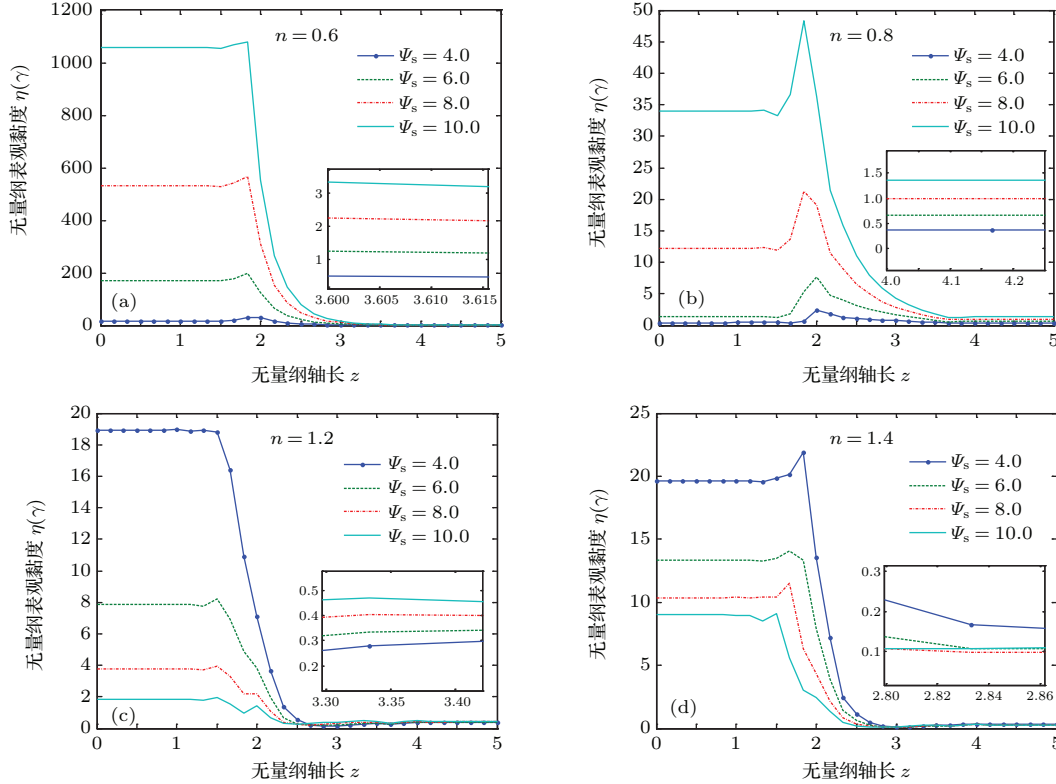


图 12 (网刊彩色) 4 个不同无量纲壁面电势下拟塑性流体与胀流型流体近壁 (距壁面 0.057) 无量纲剪切应变率分布
Fig. 12. (color online) The dimensionless shear strain distribution of the pseudoplastic and dilatant fluids near the wall (0.057 from the wall) under four different wall potentials.

4 结 论

本文研究了电场驱动下幂律流体在微扩张管道内的流动,数值模拟了幂律流体在初始时刻与稳态时刻的流动情况,并讨论了其在不同壁面电势下初始时刻的流场特性.从计算结果和讨论分析可得出以下结论.

1) 扩张管截面变化对稳态流场平均速度的影响.当扩张角为 30° 、无量纲电动宽度为32.57、无量纲壁面电势为4.0时,牛顿流体的平均流速随管道扩张而减小,流动规律与宏观尺度管道的流动规律相同.拟塑性流体和胀流型流体的平均流速也同样随管道扩张而减小,但由于其表观黏度不同于牛顿流体,使得拟塑性流体的流量大于牛顿流体的流量,而胀流型流体的流量小于牛顿流体的流量.

2) 幂律流体的表观黏度与剪切应变率有关,本文也从管道截面改变引起幂律流体剪切应变率及表观黏度的变化研究了对轴向速度的影响.拟塑性流体的剪切应变率随扩张管半径逐渐增大而减小,其表观黏度随剪切应变率的减小而增大,所以其流速从入口至出口减小率最大;胀流型流体剪切应变率随扩张管半径逐渐增大而减小,其表观黏度随剪切应变率的减小而减小,所以其流速减小率最小;牛顿流体表观黏度为定值,其流速减小仅受管道几何尺寸影响,所以其流速减小率介于拟塑性流体与胀流型流体之间.

3) 初始时刻与稳态时刻幂律流体在扩张管道上的电渗流特性.初始时刻幂律流体速度剖面均在近壁面出现峰值,上游拟塑性流体及胀流型流体剪切应变率较大,拟塑性流体表观黏度较胀流型流体小,前者速度峰值大于后者,而下游剪切应变率较小,拟塑性流体表观黏度较胀流型流体大,两者速度峰值相近;稳态时刻速度剖面均成塞型分布,上游至扩张段拟塑性流体及胀流型流体剪切应变率较大,拟塑性流体表观黏度较胀流型流体小,前者速度剖面高于后者,而扩张管出口至接近下游出口处剪切应变率逐渐减小,拟塑性流体表观黏度由小变大而胀流型流体则由大变小,两者速度剖面在下游出口段相差不大;由初始时刻速度分布规律与稳态时刻相近可知初始时刻速度分布决定稳态时刻速度分布.

4) 当外加电场相同,取不同壁面电势时,胀流型流体在微扩张管道中初始时刻的流速峰值随壁面电势增加而减小,而拟塑性流体与牛顿流体则是随壁面电势增加而增加.

参考文献

- [1] Chang L, Jian Y J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124702 (in Chinese) [长龙, 菅永军 2012 物理学报 **61** 124702]
- [2] Liu Q S, Jian Y J, Yang L G 2011 *Phys. Fluids* **23** 102001
- [3] Escandón J, Jiménez E, Hernández C, Bautista O, Méndezb F 2015 *Eur. J. Mech. B: Fluids* **53** 180
- [4] Cai J C 2014 *Chin. Phys. B* **23** 044701
- [5] Das S, Chakraborty S 2006 *Acta Anal. Chim.* **559** 15
- [6] Zhu Q Y, Deng S Y, Chen Y Q 2014 *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **38** 38
- [7] Zhao C L, Yang C 2011 *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **166** 1076
- [8] Nie D M, Ling J Z 2010 *Acta Mech. Sin.* **42** 838 (in Chinese) [聂德明, 林建忠 2010 力学学报 **42** 838]
- [9] Gong L, Wu J K 2007 *MEMS Devi. Tech.* **6** 312 (in Chinese) [龚磊, 吴健康 2007 微纳电子技术 **6** 312]
- [10] Xiao R, He Y S 2009 *J. Huizhou Univ.* **29** 5 (in Chinese) [肖瑞, 何永森 2009 惠州学院学报 **29** 5]
- [11] Chen L, Conlisk A T 2008 *Biomed. Microdev.* **10** 289
- [12] Chang N K 2014 *Computers & Fluids* **104** 30
- [13] He J X, Lu H J, Liu Y, Wu F M, Nie X C, Zhou X Y, Chen Y Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 054703
- [14] Zhang R J, Hou R H, Chen C Q 2011 *Appl. Math. Mech.* **32** 1415 (in Chinese) [张若京, 侯瑞鸿, 陈昌麒 2011 应用数学和力学 **32** 1415]
- [15] Zhou C, Zhou S Q, Zhang J X 2008 *Comput. Simul.* **25** 62 (in Chinese) [周超, 周守强, 张家仙 2008 计算机仿真 **25** 62]
- [16] Mariani V C, Prata A T, Deschamps C J 2010 *Computers & Fluids* **39** 1672
- [17] Basu S, Sharma M M 1997 *J. Membr. Sci.* **124** 77
- [18] Chen W F 1983 *Acta Mech. Sin.* **1** 16 (in Chinese) [陈文芳 1983 力学学报 **1** 16]
- [19] Monreal J 2015 *Annals of Physics* **354** 565
- [20] Zhang Y H, Gu X J, Robert W B, Emerson D R 2004 *J. Colloid Interf. Sci.* **275** 670
- [21] Liu Q S, Yang L G, Su J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144702 (in Chinese) [刘全生, 杨联贵, 苏洁 2013 物理学报 **62** 144702]
- [22] Park H M, Lee W M 2008 *J. Colloid Interf. Sci.* **317** 631
- [23] Zhao C, Yang C 2009 *Int. J. Emerg. Multidiscipl. Fluid Sci.* **1** 37
- [24] Kang Y J, Yang C, Huang X Y 2002 *Int. J. Eng. Sci.* **40** 2203

Electroosmotically-driven flow of power-law fluid in a micro-diffuser*

Duan Juan Chen Yao-Qin Zhu Qing-Yong[†]

(School of Engineering, Guangdong Provincial Key Laboratory of Fire Science and Technology, Sun Yat-sen University,
Guangzhou 510006, China)

(Received 10 July 2015; revised manuscript received 22 October 2015)

Abstract

The unsteady electroosmotic flow characters of power-law fluids in a finite micro-diffuser are studied in this paper. Based on the Ostwald-de Wael model which is used to describe power-law fluids (the shear thinning, thickening and Newtonian fluids), high accuracy compact difference schemes are used to solve the two-dimensional Poisson-Nernst-Planck equations and the modified Cauchy momentum equations. Electroosmotic flow distributions of power-law fluids at initial instant and steady state are numerically simulated in this paper. It is presented that while the radius of the diffuser is increasing, the dimensionless apparent viscosity influenced by shear strain conduces to the different velocity profiles of power-law fluids. In the micro-diffuser, the shear strains of pseudo plastic and dilatant fluids are decreasing with the radius increasing and the apparent viscosity of pseudo plastic fluid is increasing with the shear strain decreasing, but the apparent viscosity of dilatant fluid is decreasing with the shear strain decreasing. The apparent viscosity of power-law fluids can estimate the flow performance, and the fluid with high viscosity flows more slowly than the one with low viscosity. The numerical results show that a fast speed response of power-law fluid is found near the wall at the beginning and the average dimensionless velocity of power-law fluids is decreasing with the radius increasing when fixing the diffuser angle and dimensionless electrokinetic diameter at the same dimensionless zeta potentials. At the initial instant, the different velocity distributions of power-law fluids from upstream to downstream near the wall in diffuser are essentially due to the change of dimensionless shear strain. Because the dimensionless shear strains of pseudo plastic and dilatant fluids are in a larger value zone in upstream, the dimensionless apparent viscosity of dilatant fluid is larger than that of the pseudo plastic fluid, and the velocity peak of pseudo plastic fluid is larger than that of the dilatant fluid. In downstream, the apparent viscosity of pseudo plastic fluid is larger than that of the dilatant fluid so that their velocity peaks are similar. At the steady state, the velocity profiles of power-law fluids are plug-like and the velocity is decreasing with increasing radius when the continuity conditions are satisfied, and the flow regularity of Newtonian is just like that on a macroscopic scale. The velocity profile of pseudo plastic fluid is larger than that of dilatant fluid in upstream and their velocity profiles in downstream are not much different. The power-law fluid flow distribution at initial instant is similar to that at the steady state. From the flow regularities respectively at initial instant and the steady state it follows that the flow rate of pseudo plastic fluid is larger than that of Newtonian fluid and the dilatant fluid flow rate is smaller than Newtonian fluid rate. At the initial instant, under the same electrokinetic diameter and different zeta potentials, the difference in shear strain among power-law fluids in the micro-diffuser near the wall leads to the difference in the apparent viscosity, and eventually leads to the velocity distribution difference between pseudo plastic and dilatant fluids.

Keywords: micro-diffuser, power-law fluids, electroosmotic flow, apparent viscosity

PACS: 47.61.-k, 47.50.-d, 47.57.jd, 02.60.Cb

DOI: 10.7498/aps.65.034702

* Project supported by the Major Research Plan of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 91230114) and the Guangdong Provincial Key Laboratory of Fire Science and Technology, China (Grant No. 2014B030301034).

[†] Corresponding author. E-mail: mcszqy@mail.sysu.edu.cn