

负性向列相液晶中 $1 + 1$ 维空间光孤子: 微扰法

李迎兵 梁果 洪伟毅 任占梅 郭旗

($1 + 1$)-dimensional spatial optical soliton in nematic liquid crystals with negative dielectric anisotropy: perturbation method

Li Ying-Bing Liang Guo Hong Wei-Yi Ren Zhan-Mei Guo Qi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 094204 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.094204

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.094204>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I9>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

拉曼增益和自陡峭效应对艾里脉冲传输特性的影响

Influences of Raman gain and self-steepening on the propagation characteristic of Airy pulse

物理学报.2016, 65(7): 074204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.074204>

在反常色散区艾里脉冲与光孤子相互作用规律的研究

Research on the interaction of Airy pulse and soliton in the anomalous dispersion region

物理学报.2016, 65(2): 024208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024208>

拉曼增益对高双折射光纤中暗孤子俘获的影响

Raman effect on dark soliton trapping in high birefringence fiber

物理学报.2015, 64(18): 184211 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.184211>

电磁诱导透明系统中的暗孤子

Dark soliton in the system of electromagnetically induced transparency

物理学报.2015, 64(6): 064202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.064202>

微结构光纤近红外色散波产生的研究

Study of near-infrared dispersion wave generation for microstructured fiber

物理学报.2015, 64(3): 034215 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.034215>

负性向列相液晶中 $1 + 1$ 维空间光孤子: 微扰法*李迎兵¹⁾ 梁果¹⁾²⁾ 洪伟毅¹⁾ 任占梅¹⁾ 郭旗^{1)†}

1) (华南师范大学, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510006)

2) (商丘师范学院物理与电气信息学院, 商丘 476000)

(2015年10月11日收到; 2016年1月22日收到修改稿)

利用微扰法对负性向列相液晶中的 $1 + 1$ 维空间光孤子进行了系统性的研究, 得到了近似解析孤子解. 通过数值迭代, 发现只有当非局域程度大于某一临界值时孤子才能存在. 近似解析解即使在一般非局域程度下和数值解也符合得较好. 为讨论孤子的稳定性, 进行了线性稳定性分析, 发现孤子均是稳定的, 数值模拟进一步证实了线性稳定性分析的结果.

关键词: 空间光孤子, 负性向列相液晶, 微扰法, 线性稳定性分析

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx, 42.70.Nq

DOI: 10.7498/aps.65.094204

1 引言

1997年, Snyder 和 Mitchell 发表在《Science》杂志上的文章, 揭开了系统研究非局域空间光孤子的序幕^[1]. 空间非局域性指的是介质中某点对光场的响应不仅仅与该点的光场有关, 而且与空间中其他点的光场有关^[1,2]. 根据光束束宽与介质非线性响应特征长度的相对尺度大小, 可以将非局域分为四种情形^[2,3]: 局域、弱非局域、一般非局域和强非局域. 强非局域是指光束束宽远小于介质非线性响应特征长度的情形, 正是此特征使得相应的数学模型可进行线性化处理, 从而得到线性化的方程, 即 Snyder-Mitchell 模型^[1]. 在 Snyder-Mitchell 模型的基础上, 理论上发现了各种各样的孤子, 比如 Hermite-Gaussian 孤子^[4], Laguerre-Gaussian 孤子^[4], Ince-Gaussian 孤子^[5], Complex-variable-function-Gaussian 孤子^[6]等. 在实验上, 目前已经被证实向列相液晶(NLC)^[7,8]和铅玻璃^[9]具有很大的非线性响应特征长度, 从而可以比较容易地实现强非局域传输条件, 它们分别源自液晶分子的重取向机理和热致非线性机理. 向列相液

晶中的空间光孤子也被称为向列子(nematicons), 是在实验上首次观察到的强非局域光孤子^[10]. 虽然向列子的某一些性质可以用 Snyder-Mitchell 模型来描述, 但是, 诸如向列相液晶非局域程度的电压可控特性^[11]、向列子间的相互作用^[12]等这些新奇的特性却不能用 Snyder-Mitchell 模型来描述.

截至目前, 对向列子的讨论几乎都局限于正性向列相液晶中, 即向列相液晶的介电各向异性都为正的情况. 最近, 对于介电各向异性为负的向列相液晶的研究已初见端倪^[13,14]. 本文利用微扰法对负性向列相液晶中的 $1 + 1$ 维空间光孤子进行了系统性的研究, 得到了近似解析孤子解. 该近似解析解和数值解即使在一般非局域程度下符合得也相当好. 同时发现, (亮)孤子仅存在于非局域程度大于某一临界值时, 且通过线性稳定性分析发现, 所有的孤子均是稳定的, 对光束非线性传输的数值模拟进一步证实了线性稳定性分析的结果.

2 理论模型和微扰解

$1 + 1$ 维空间光束在负性向列相液晶中的传输遵循如下的耦合方程^[13,14]:

* 国家自然科学基金(批准号: 11274125, 11474109)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: guoq@scau.edu.cn

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \Delta n u = 0, \quad (1a)$$

$$w_m^2 \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} + \Delta n + |u|^2 = 0, \quad (1b)$$

式中, $u(x, z)$ 是光束的复振幅包络, Δn 为非线性折射率, w_m 为非线性介质响应的特征长度, x 和 z 分别为横向和传输方向的坐标. 方程 (1) 等价于

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u \int_{-\infty}^{\infty} R(x-x') |u(x', z)|^2 dx' = 0, \quad (2)$$

其中响应函数 $R(x)$ 为

$$R(x) = -\frac{1}{2w_m} \sin \frac{|x|}{w_m}. \quad (3)$$

此类 sine 振荡形式的响应函数最早由 Nikolov 等 [15]. 在讨论二次孤子时提出, Esbensen 等 [16]. 对其进行了系统性的讨论, 并且最近发现负性向列相液晶对光束的响应也可由该函数来描述 [13].

模型 (2) 可以使用微扰法求其近似解析解. 若考虑孤子解 $u(x, z)$, 则有 $|u(x, z)|^2 = |u(-x, z)|^2$ 和 $|u(x, z)| = |u(x, 0)|$, 因此可以定义

$$V(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} R(x-x') |u(x', z)|^2 dx', \quad (4)$$

把 (4) 式代入 (2) 式可得

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - V(x)u = 0. \quad (5)$$

在强非局域条件下, 在 $x = 0$ 处把 $V(x)$ 展开到 x^6 项 [17], 则有

$$V(x) \approx V_0 + \frac{1}{2w^4} x^2 + \alpha x^4 + \beta x^6, \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} V_0 &= V(0), & \frac{1}{w^4} &= V^{(2)}(0), \\ \alpha &= \frac{1}{4!} V^{(4)}(0), & \beta &= \frac{1}{6!} V^{(6)}(0). \end{aligned} \quad (7)$$

上式中, w 可当作光束在无量纲系统中的束宽. 非局域程度定义为 $\sigma = w_m/w$, σ 越大表示非局域程度越强. 把 (6) 式代入 (5) 式, 可以得到

$$i \frac{\partial u}{\partial z} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_0 + \frac{1}{2w^4} x^2 + \alpha x^4 + \beta x^6 \right] u. \quad (8)$$

假设方程 (8) 孤子解的形式如下

$$u(x, z) = \psi_n(x) \exp[-i(\varepsilon_n + V_0)z]. \quad (9)$$

把 (9) 式代入 (8) 式, 可以得到

$$\left[-\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2w^4} x^2 + \alpha x^4 + \beta x^6 \right] \psi_n = \varepsilon_n \psi_n. \quad (10)$$

若 α 和 β 同时为零, 方程 (10) 等价于一维谐振子所满足的定态薛定谔方程, 而在强非局域条件下 αx^4 和 βx^6 这两项对于最终孤子解的影响远弱于 $x^2/(2w^4)$ [17], 因此在求方程 (10) 的近似解析解的过程中可以把 αx^4 和 βx^6 这两项当作微扰来处理. 由微扰法 [17,18], 可得二阶近似基态孤子解

$$\begin{aligned} \psi_0(A, \alpha, \beta, x) &= A \left(\frac{1}{\pi w^2} \right)^{1/4} \exp \left(-\frac{x^2}{2w^2} \right) \\ &\times \left[1 + \alpha \left(\frac{9w^6}{16} - \frac{3w^4}{4} x^2 - \frac{w^2}{4} x^4 \right) \right. \\ &+ \alpha^2 \left(-\frac{1247w^{12}}{512} + \frac{141w^{10}}{64} x^2 + \frac{53w^8}{64} x^4 \right. \\ &+ \frac{13w^6}{48} x^6 + \frac{w^4}{32} x^8 \Big) + \beta \left(\frac{55w^8}{32} - \frac{15w^6}{8} x^2 \right. \\ &\left. \left. - \frac{5w^4}{8} x^4 - \frac{w^2}{6} x^6 \right) \right], \end{aligned} \quad (11)$$

和

$$\varepsilon_0 \approx \frac{1}{2w^2} + \frac{3w^4\alpha}{4} - \frac{21w^{10}\alpha^2}{8} + \frac{15w^6\beta}{8}. \quad (12)$$

模型孤子解的传播常数为负值, 详见附录 A. 对于 (11) 和 (12) 式, 若忽略含 α , α^2 , β 的项, 可以得到关于基态孤子的零阶近似解. 把 (11) 式代入 (4) 式, 可以得到

$$\begin{aligned} V(A, \alpha, \beta, x) &= - \int_{-\infty}^{\infty} R(x-x') |\psi_0(A, \alpha, \beta, x')|^2 dx'. \end{aligned} \quad (13)$$

同时根据 (7) 式, 可以获得

$$\begin{aligned} \frac{1}{w^4} &= V^{(2)}(A, \alpha, \beta, 0), \\ \alpha &= \frac{1}{4!} V^{(4)}(A, \alpha, \beta, 0), \\ \beta &= \frac{1}{6!} V^{(6)}(A, \alpha, \beta, 0). \end{aligned} \quad (14)$$

对于一个给定的 w 值, 参数 A , α , β 的值可以通过数值求解方程组 (14) 得到 [17], 此外 A , α , β 的值也可以通过如下解析的方法求得其近似值. 因为 $|\psi_0(A, \alpha, \beta, x)|^2$ 与 $|\psi_0(A, 0, 0, x)|^2$ 之间的差别非常的小, 所以可近似认为

$$\Delta n(0) \approx -\frac{1}{2w_m} \int_{-\infty}^{\infty} \sin \frac{|x'|}{w_m} |\psi_0(A, 0, 0, x')|^2 dx'$$

$$= -\frac{A^2}{\sqrt{\pi}w_m} \text{Dawson}F\left(\frac{w}{2w_m}\right), \quad (15)$$

式中,

$$\text{Dawson}F(x) = \exp(-x^2) \int_0^x \exp(y^2) dy.$$

因为非线性折射率 Δn 满足微分方程 (1b), 则有

$$\begin{aligned} \Delta n^{(2)}(0) &= -\frac{1}{w_m^2} (\Delta n(0) + I), \\ \Delta n^{(4)}(0) &= -\frac{1}{w_m^2} (\Delta n^{(2)}(0) + I^{(2)}), \\ \Delta n^{(6)}(0) &= -\frac{1}{w_m^2} (\Delta n^{(4)}(0) + I^{(4)}). \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $\Delta n^{(i)}(0) = \frac{d^i n}{dx^i} \big|_{x=0}$, $I^{(i)} = \frac{d^i |u|^2}{dx^i} \big|_{x=0}$. 又根据 (4) 式可知 $V(x) = -\Delta n(x)$, 因此由 (7) 和 (16) 式最终可以得到

$$\begin{aligned} V_0 &\approx \frac{A^2}{\sqrt{\pi}w_m} \text{Dawson}F\left(\frac{w}{2w_m}\right), \\ A^2 &\approx \frac{\sqrt{\pi}w_m^2}{w^3} \frac{1}{1 - \frac{w}{w_m} \text{Dawson}F\left(\frac{w}{2w_m}\right)}, \\ \alpha &\approx -\frac{1}{24w_m^2} \left(\frac{2A^2}{\sqrt{\pi}w^3} + \frac{1}{w^4} \right), \\ \beta &\approx \frac{1}{720w_m^2} \left(\frac{12A^2}{\sqrt{\pi}w^5} + \frac{2A^2}{\sqrt{\pi}w_m^2 w^3} + \frac{1}{w^4 w_m^2} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

孤子临界功率

$$P_c = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi_0(A, \alpha, \beta, x)|^2 dx \approx A^2,$$

当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 $x \text{Dawson}F(x) \rightarrow 0$, 所以在强非局域 ($\sigma = w_m/w \gg 1$) 条件下,

$$(w/w_m) \text{Dawson}F(w/2w_m) \rightarrow 0.$$

则由 (17) 式可知, 在强非局域条件下孤子的功率可表示为

$$P_c \approx A^2 \approx \frac{\sqrt{\pi}w_m^2}{w^3}. \quad (18)$$

由孤子临界功率的表达式可知, 在强非局域条件下孤子临界功率与介质非线性响应特征宽度的平方成正比, 与光束束宽的三次方成反比.

接下来, 在不同的非局域程度下, 使用分步傅里叶法 [19] 数值模拟微扰孤子解的传播情形. 由图 1 发现, 就算在强非局域条件下 ($\sigma = 10$), 零阶近似解 $\psi_0(A, 0, 0, x)$ 在传输的过程中波形也会发生明显的变化, 不能用来描述介质的孤子状态. 而二阶近似解 $\psi_0(A, \alpha, \beta, x)$ 在传输的过程中波形几

乎保持不变, 由此可知二阶近似解比零阶近似解更精确, 即其能够更好地描述负性向列液晶中的孤子状态. 从图 2 中可以清楚地看到对于一般非局域情形, 二阶近似解也能很好地描述孤子状态.

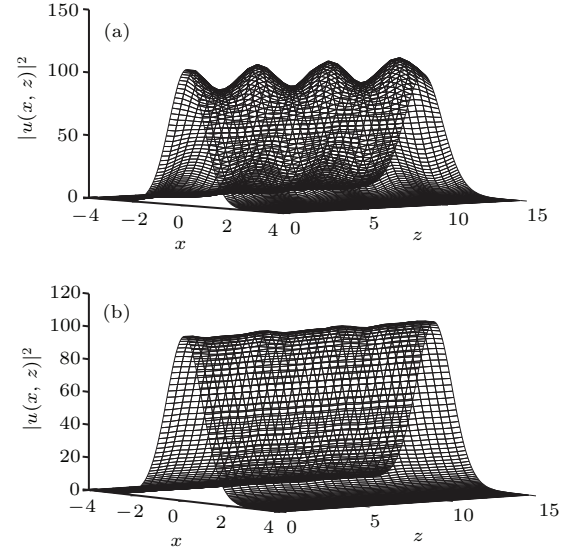


图 1 零阶近似解 $\psi_0(A, 0, 0, x)$ (a) 和二阶近似解 $\psi_0(A, \alpha, \beta, x)$ (b) 的数值传输 $w_m = 10$, $w = 1$, $A = 13.844$, $\alpha = -0.0768$, $\beta = 0.0149$

Fig. 1. Propagations of the zeroth approximate solution $\psi_0(A, 0, 0, x)$ (a) and the second approximate solution $\psi_0(A, \alpha, \beta, x)$ (b). Parameters are taken as $w_m = 10$, $w = 1$, $A = 13.844$, $\alpha = -0.0768$, and $\beta = 0.0149$.

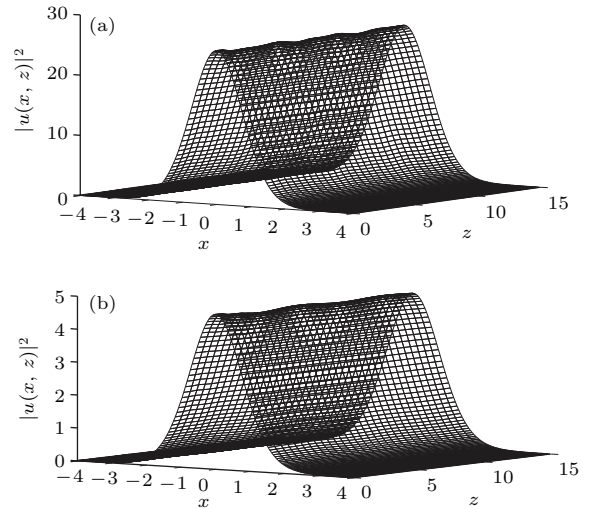


图 2 不同非局域条件下二阶近似解的传播情形 (a) $w_m = 5$, $w = 1$, $A = 6.997$, $\alpha = -0.0790$, $\beta = 0.0151$; (b) $w_m = 2$, $w = 1$, $A = 3.047$, $\alpha = -0.0960$, $\beta = 0.0173$

Fig. 2. Propagations of the second approximate solution under different degrees of nonlocality. Parameters are taken as $w_m = 5$, $w = 1$, $A = 6.997$, $\alpha = -0.0790$, and $\beta = 0.0151$ in (a); $w_m = 2$, $w = 1$, $A = 3.047$, $\alpha = -0.0960$, and $\beta = 0.0173$ in (b).

3 线性稳定性分析及数值模拟

为讨论亮孤子的稳定性, 对方程 (2) 引入扰动解 [20]

$$u(x, z) = [\varphi(x) + \mu(x, z) + i\nu(x, z)] \exp(ikz), \quad (19)$$

式中, $\varphi(x)$ 是数值孤子解, 为实函数; k 是传播常数; $\mu(x, z)$ 和 $\nu(x, z)$ 分别为扰动的实部和虚部, 且有 $|\mu(x, z)| \ll |\varphi(x)|$, $|\nu(x, z)| \ll |\varphi(x)|$. 把方程 (19) 代入方程 (2) 经过简化并忽略高阶小量最终可以得到一个关于微扰的线性方程组:

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + k\nu - \Delta n\nu, \quad (20a)$$

$$\frac{\partial \nu}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} - k\mu + \Delta n\mu + \varphi \Delta N, \quad (20b)$$

式中, $\Delta n = \int_{-\infty}^{\infty} R(x-x') |\varphi(x')|^2 dx'$, $\Delta N = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(x-x') \varphi(x') \mu(x') dx'$. 令 $\mu(x, z) = \mu(x) e^{\delta z}$, $\nu(x, z) = \nu(x) e^{\delta z}$, 并代入到方程组 (20) 中, 可得

$$\delta \mu = -\frac{1}{2} \frac{d^2 \nu}{dx^2} + k\nu - \Delta n\nu, \quad (21a)$$

$$\delta \nu = \frac{1}{2} \frac{d^2 \mu}{dx^2} - k\mu + \Delta n\mu + \varphi \Delta N. \quad (21b)$$

这样, 关于亮孤子的稳定性问题的分析就转化为求方程组 (21) 的本征值 δ 的问题. 亮孤子的不稳定性来源于本征值 δ 的实部 $\text{Re}(\delta) > 0$, 即扰动会随着本征值的实部成指数增长. 相反地, 若本征值的实

部 $\text{Re}(\delta) \leq 0$, 即扰动始终保持微扰的状态, 此种情况亮孤子是稳定的.

我们采用虚时间法 [21] 迭代孤子解 $\varphi(x)$. 我们知道, 输入功率越大, 非线性就越强, 对于给定的 w_m 迭代出的孤子解的束宽 w 也就越小, 于是非局域程度 $\sigma = w_m/w$ 就越强. 因此, 迭代不同非局域程度下的亮孤子解可以通过改变初始迭代功率的方法来实现. 图 3(a) 和图 3(b) 分别表示强非局域情形和一般非局域情形下二阶近似解析孤子解和数值解的波形对照. 从图中可以看出: 即使在一般非局域条件下, 二阶近似解析解与数值解都符合得较好. 在迭代中我们发现, 只有当非局域程度 $\sigma \geq 1.212$ 时, 物理模型才存在亮孤子解. 孤子功率和非局域程度之间的关系如图 4(a) 所示, 而传播常数与非局域程度之间的关系如图 4(b) 所示. 孤子解 $\varphi(x)$ 得到后, 将其代入本征值方程 (21), 通过数值计算可以得到本征值实部的最大值 $\text{Re}(\delta)_{\max}$. 关于亮孤子线性稳定性分析的数值计算结果如表 1 所列, 从稳定性分析的结果可知, (亮) 孤子在其存在的非局域程度区间都是稳定的.

表 1 微扰增长率的实部与非局域程度的关系

Table 1. Real part of the perturbation growth rate $\text{Re}(\delta)$ for the bright solitons versus the degree of non-locality σ .

σ	10.534	9.236	8.352	7.287	5.763
$\text{Re}(\delta) \times 10^{-13}$	3.550	3.979	5.462	4.463	3.973
σ	4.208	3.298	2.351	1.761	1.212
$\text{Re}(\delta) \times 10^{-13}$	2.341	5.115	2.842	4.545	8.530

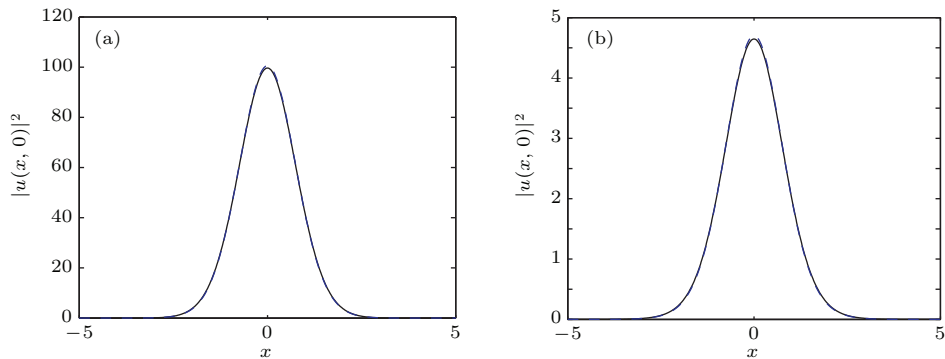


图 3 二阶近似解析解 $\psi_0(A, \alpha, \beta, x)$ (蓝虚线) 与数值解 (黑实线) 的波形对比 (a) 强非局域情形, 其中, $w_m = 10$, $w = 1$, $A = 13.844$, $\alpha = -0.0768$, $\beta = 0.0149$; (b) 一般非局域情形, 其中, $w_m = 2$, $w = 1$, $A = 3.047$, $\alpha = -0.0960$, $\beta = 0.0173$

Fig. 3. Comparison between the analytical solution in the second approximation $\psi_0(A, \alpha, \beta, x)$ (blue dashed line) and the numerical solution (black solid line) for the strongly nonlocal case and the general nonlocal case in (a) and (b), respectively, where parameters are taken as $w_m = 10$, $w = 1$, $A = 13.844$, $\alpha = -0.0768$, and $\beta = 0.0149$ for (a); $w_m = 2$, $w = 1$, $A = 3.047$, $\alpha = -0.0960$, and $\beta = 0.0173$ for (b).

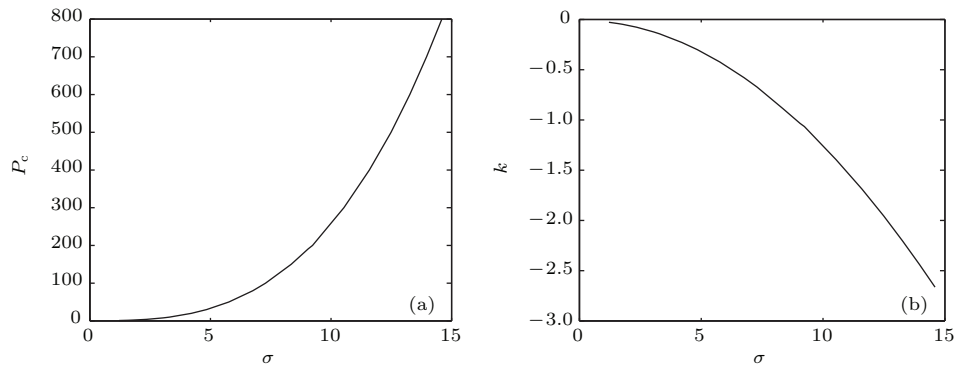


图4 (a) 非局域程度 σ 和临界功率 P_c 的关系; (b) 非局域程度 σ 和传播常数 k 的关系

Fig. 4. (a) Relationship of the degree of nonlocality σ and critical power P_c ; (b) the relationship of the degree of nonlocality σ and propagation constant k .

为了验证线性稳定性分析结果的正确性, 以 $u(x, 0) = \varphi(x)(1 + C\rho(x))$ 作为初始输入, 采用分步傅里叶法数值模拟光束的传输过程. 其中 $\varphi(x)$ 为孤子波形, $\rho(x)$ 为最大值小于1的随机函数, C 为常数, $C\rho(x)$ 代表随机噪声, 可通过改变 C 的大小来表示不同强度的噪声. 图5为加噪声 $C = 0.05$ 后, 不同非局域条件下的亮孤子的传输图, 从图中可以看出加了噪声的亮孤子在传输了 $Z/Z_R = 20$ 个瑞利距离后, 其波形仍然保持不变, 进一步说明(亮)孤子在存在范围内都是稳定的.

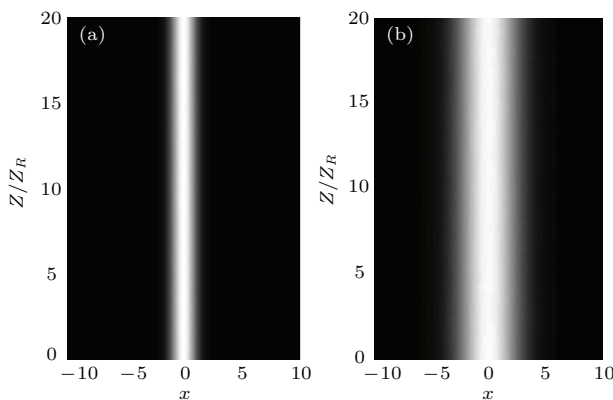


图5 不同非局域程度的孤子在初始引入5% ($C = 0.05$) 随机噪声后的传输图 (a) $\sigma = 9.236$; (b) $\sigma = 1.761$; 其中, Z/Z_R 为归一化的瑞利距离

Fig. 5. Propagations of solitons in the presence of input noise with variance $C = 0.05$ under different degrees of nonlocality, that is, $\sigma = 9.236$ in (a), and $\sigma = 1.761$ in (b). Z/Z_R is normalized Rayleigh distance.

4 结 论

本文用微扰法研究了负性向列相液晶中的 $1+1$ 维空间光孤子, 得到了近似解析孤子解, 发现二阶近似解析解比零阶近似解析解更精确. 同时,

用虚时间法也迭代出了数值解, 发现数值解和近似解析孤子解即使在一般非局域程度下也复核得相当好. 同时发现, 亮孤子只有在非局域程度大于某一临界值时才会存在. 为讨论孤子的稳定性, 做了线性稳定性分析, 结果显示所有的亮孤子均是稳定的, 进一步的数值模拟也证实了线性稳定性分析的结果.

附录 A

模型的孤子解可以写成如下形式: $u(x, z) = \varphi(x) \exp(ikz)$, 把孤子解代入方程 (1a) 中可得到

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + 2(\Delta n(x) - k)\varphi = 0,$$

对于上述方程, $\varphi(x)$ 存在的条件是至少在某些区域有 $k < \Delta n(x)$ 成立^[22], 而在介电负性液晶模型中, 在光束存在区域 $\Delta n(0)$ 的值最大, 既有 $\Delta n(x) \leq \Delta n(0)$, 而我们很容易证明 $\Delta n(0) < 0$, 则有 $\Delta n(x) < 0$, 所以有 $k < 0$ ^[23].

参考文献

- [1] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [2] Guo Q 2014 *Advances in Nonlinear Optics* (Shanghai: Shanghai Jiao Tong University Press) pp257–333 (in Chinese) [郭旗 2014 非线性光学研究前沿 (上海: 上海交通大学出版社) 第 257—333 页]
- [3] Krolikowski W, Bang O 2001 *Phys. Rev. E* **63** 016610
- [4] Buccoliero D, Desyatnikov A S, Krolikowski W, Kivshar Y S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 053901
- [5] Deng D M, Guo Q 2007 *Opt. Lett.* **32** 3206
- [6] Deng D M, Guo Q 2009 *Opt. Lett.* **34** 43
- [7] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [8] Assanto G 2013 *Nematicons: Spatial Optical Solitons in Nematic Liquid Crystals* (New York: John Wiley & Sons, Inc.)

- [9] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213904
- [10] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **94** 113902
- [11] Hu W, Zhang T, Guo Q, Li X, Lan S 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 071111
- [12] Peccianti M, Conti C, Assanto G 2005 *Opt. Lett.* **30** 415
- [13] Wang J, Chen J Z, Liu J L, Li Y H, Guo Q, Hu W, Li D Y, Liu Y G, Xuan L 2014 *arXiv*: 1403.2154v2 [physics.optics]
- [14] Li Y H, Wang J, Hu W, Guo Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 184207 (in Chinese) [李一亨, 王靖, 胡巍, 郭旗 2014 物理学报 **63** 184207]
- [15] Nikolov N I, Dragomir N, Ole B, Krolikowski W Z 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036614
- [16] Esbensen B K, Bache M, Krolikowski W, Bang O 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023849
- [17] Quyang S, Guo Q, Hu W 2006 *Phys. Rev. E* **74** 036622
- [18] Greiner W 2001 *Quantum Mechanics An Introduction* (4th Ed.) (New York: Springer)
- [19] Agrawal G P 2001 *Nonlinear Fiber Optics & Applications of Nonlinear Fiber Optics* (USA: Elsevier Science)
- [20] Xu Z Y, Kartashov Y V, Torner L 2005 *Opt. Lett.* **30** 3171
- [21] Yang J K, Taras L 2008 *Stud. Appl. Math.* **120** 265
- [22] Haus H A 1984 *Waves and Fields in Optoelectronics* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall) pp109–111, 159–160
- [23] Liang G, Hong W Y, Hu Y H, Wang J, Wang Z, Li Y B, Guo Q, Hu W, Lou S Y, Christodoulides D N 2015 *Arxiv*: 1510.05759v1 [physics.optics]

(1 + 1)-dimensional spatial optical soliton in nematic liquid crystals with negative dielectric anisotropy: perturbation method^{*}

Li Ying-Bing¹⁾ Liang Guo¹⁾²⁾ Hong Wei-Yi¹⁾ Ren Zhan-Mei¹⁾ Guo Qi^{1)†}

1) (Guangdong Provincial Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

2) (School of Physics and Electrical Information, Shangqiu Normal University, Shangqiu 476000, China)

(Received 11 October 2015; revised manuscript received 22 January 2016)

Abstract

In this paper, we systematically study the (1 + 1)-dimensional spatial optical solitons in nematic liquid crystals with negative dielectric anisotropy. Firstly, with the perturbation method, we obtain a (1 + 1)-dimensional soliton solution in the second approximation. Numerical simulations confirm the analytical soliton solution in the strongly nonlocal case, the critical power of a strongly nonlocal soliton is directly proportional to w_m^2/w^3 , where w_m is a characteristic length of the material response, and w is the soliton width. Secondly, the soliton solutions in nematic liquid crystal with negative dielectric anisotropy are obtained by numerical computation. It is found that the bright solitons exist only when the degree of nonlocality is above a critical value. The analytical solutions in the second approximation accord with the numerical ones very well even under the general degree of nonlocality. Finally, to investigate the stability, we conduct the linear stability analysis, and find that all the solitons are stable, which is also confirmed by the numerical simulations.

Keywords: spatial optical solitons, nematic liquid crystals with negative dielectric anisotropy, perturbation method, linear stability analysis

PACS: 42.65.Tg, 42.65.Jx, 42.70.Nq

DOI: 10.7498/aps.65.094204

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11274125, 11474109).

[†] Corresponding author. E-mail: guoq@scnu.edu.cn