

弱熔体对流对定向凝固中棒状共晶生长的影响

徐小花 陈明文 王自东

Effect of weak convection on the rod eutectic growth in direction solidification

Xu Xiao-Hua Chen Ming-Wen Wang Zi-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 65, 136401 (2016) DOI: 10.7498/aps.65.136401

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.136401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2016/V65/I13>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

液态三元 Fe-Sn-Si/Ge 偏晶合金相分离过程的实验和模拟研究

Experimental investigation and numerical simulation on liquid phase separation of ternary Fe-Sn-Si/Ge monotectic alloy

物理学报.2016, 65(10): 106402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.106402>

定向结晶条件下聚乙二醇 6000 的强动力学效应

Strong kinetic effect of polyethylene glycol 6000 under directional solidification condition

物理学报.2016, 65(9): 096401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.096401>

深过冷液态 Al-Ni 合金中枝晶与共晶生长机理

Growth mechanisms of dendrites and eutectics within undercooled liquid Al-Ni alloys

物理学报.2015, 64(5): 056401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.056401>

晶体相场法研究预变形对熔点附近六角相/正方相相变的影响

Effect of predeformation on the transition from hexagonal phase to square phase near the melting point using phase field crystal method

物理学报.2014, 63(16): 166401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.166401>

横向限制下凝固微观组织演化的相场法模拟

Phase-field simulation of solidified microstructure evolution in the presence of lateral constraint

物理学报.2013, 62(10): 106401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.106401>

弱熔体对流对定向凝固中棒状共晶生长的影响

徐小花¹⁾ 陈明文^{1)†} 王自东^{2)‡}

1)(北京科技大学数理学院, 北京 100083)

2)(北京科技大学材料科学与工程学院, 北京 100083)

(2016年1月27日收到; 2016年4月20日收到修改稿)

利用渐近方法求出在弱对流熔体中定向凝固棒状共晶生长的浓度场的渐近解, 研究了弱熔体对流对定向凝固中棒状共晶生长的影响. 结果表明, 弱熔体对流对定向凝固中棒状共晶生长有显著的作用; 平均界面过冷度不仅与棒状共晶的棒间距、生长速度有关, 还与流动强度有关; 当生长速度一定时, 随着流动强度增大, 棒状共晶的平均界面过冷度减小. 利用最小过冷原则, 获得棒间距与生长速度和流动强度的关系. 结果表明, 当生长速度比较小时, 随着流动强度增大, 棒状共晶的棒间距增大; 当生长速度比较大时, 随着流动强度增大, 棒状共晶的棒间距变化减弱; 棒状共晶的生长速度越小, 流动对棒状共晶生长的影响越大. 利用本文的解析结果计算在对流条件下 Al-Cu 共晶的棒间距, 结果显示随着转速增大或径向距离增大, 共晶的间距增大, 这与 Junze 等的实验结果相符合.

关键词: 棒状共晶, 熔体对流, 棒间距, 平均界面过冷度

PACS: 64.70.D-, 81.30.Fb, 47.55.P-

DOI: 10.7498/aps.65.136401

1 引言

熔体对流对共晶生长的影响是材料科学领域的重要研究课题, 自 Jackson 和 Hunt (JH)^[1] 提出并研究经典的共晶生长理论模型以来, 共晶生长的实验与理论研究取得了很大的进展^[2-10]. 为了和重力环境下共晶合金的实验作对照, Pirich 和 Larson^[11] 在太空中进行了关于 MnBi-Bi 共晶合金的实验, 观察到当消除熔体中重力引起的沉降和浮力对流时, 共晶的棒间距相对于地面实验显著减小, 几乎只有在同等实验条件下地面测得棒间距的一半. Muller 和 Kyr^[12] 在微重力条件下进行了关于 Insb-Nisb 共晶合金的实验, 得到与 Pirich 和 Larson 一致的结论. Quenisset 和 Naslain^[13] 用数值模拟的方法研究强迫对流对层状共晶合金的层间距的影响, 结果显示流动强度越大层状共晶

的层间距也越大. Baskaran 和 Wilcox^[14] 用中心有限差分的方法研究对流对体积分数为 50% 和 33% 的层状共晶合金的层间距的影响, 他们发现层状共晶的层间距随着搅拌强度的平方的增加而增加, 当生长速度比较小时搅拌强度对层状共晶的层间距的影响尤其明显. Caram 等^[15] 在 Baskaran 和 Wilcox 二维模型的基础上研究对流对三维棒状共晶合金的棒间距的影响, 他们发现棒状共晶的棒间距随着流动强度平方的增加而增加. Ma 等^[16] 用解析的方法研究弱熔体对流对层状共晶合金的层间距的影响, 结果显示随着流动强度增大, 层状共晶的层间距也随之增大. Coriell 等^[17] 用数值方法研究由于密度不同引起的熔体对流对层状共晶合金生长行为的影响, 结果显示考虑熔体对流时, 熔体中溶质的有效扩散系数增大, 层状共晶的液/固界面前沿平均过冷度减小, 层状共晶的层间距增大. 张伟强等^[18] 对存在熔体对流作用时 Al-CuAl₂

† 通信作者. E-mail: chenmw@ustb.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: wangzd@mater.ustb.edu.cn

共晶合金的层间距进行数值求解, 结果显示熔体对流使 Al-CuAl₂ 共晶合金稳态生长的层间距增加, 当层状共晶的生长速度越小时, 熔体对流对层状共晶的层间距的影响越大. Zhang 等^[19] 用数值的方法研究横向流对层状共晶合金层间距的影响, 结果显示熔体对流使得层状共晶的层间距增大, 共晶组织的粗化效果依赖于层状共晶的生长速度. 本文利用渐近方法研究棒状共晶稳定生长的形态, 探讨熔体对流对定向凝固棒状共晶在过冷熔体中的演化行为的影响.

2 理论模型

考虑弱熔体对流对棒状共晶的演化行为的影响. 典型的棒状共晶结构横截面可以简化成由图 1(a) 所示的规则六边形单元构成并且用半径 $r = r_\alpha + r_\beta$ 的圆近似代替正六边形, 其中 r_α 和 r_β 分别表示 α 相和 β 相间距的一半. 因周期对称性, 分析该单元一半 ($\lambda/2$) 的界面, 如图 1(b), 其中 λ 表示棒状共晶的棒间距, $\lambda = 2(r_\alpha + r_\beta)$. 假设棒状共晶在界面速度 V 的移动圆柱坐标系中, 穿过横截面的横向流 $\mathbf{U}$, 它穿过 x 轴和 y 轴, 如图 2 所示. 假设横向流 $\mathbf{U}$ 的流动强度是一个常量, 即 x 方向的流动强度 $G_{ux} = dU_x/dz$ 和 y 方向的流动强度 $G_{uy} = dU_y/dz$ 都为常数, 其中 G_{ux} 和 G_{uy} 分别表示横向流 $\mathbf{U}$ 在 x 方向和 y 方向的流动强度, U_x 和 U_y 分别表示横向流 $\mathbf{U}$ 在 x 方向和 y 方向的分量, 横向流 $\mathbf{U}$ 在圆柱坐标系中可以表示为^[15]

$$\mathbf{U} = (G_{ux}z \cos \theta + G_{uy}z \sin \theta, -G_{ux}z \sin \theta + G_{uy}z \cos \theta, 0), \quad (1)$$

其中 $G_{ux}z$ 表示横向流 $\mathbf{U}$ 在 x 轴方向的分量, $G_{uy}z$ 表示横向流 $\mathbf{U}$ 在 y 轴方向的分量. 为了简化问题设 $G_{ux} = G_{uy} = G_u$, G_u 为表示流动强度的常数. 在稳定状态条件下, 溶质扩散的控制方程如下:

$$D\nabla^2 C + V \frac{\partial C}{\partial z} - \mathbf{U} \cdot \nabla C = 0, \quad (2)$$

其中 D 为溶质扩散系数, ∇^2 为拉普拉斯算子, C 为溶质浓度. 当忽略熔体对流对棒状共晶生长行为的影响时, Jackson 和 Hunt^[1] 求出了溶质扩散控制方程 (2) 的解析解并且获得了棒状共晶的棒间距 λ_{JH} 的表达式.

选择棒状共晶的棒间距 λ 作为长度尺度定义无量纲量, $\bar{r} = r/\lambda$, $\bar{z} = z/\lambda$, 对于弱熔体对流, 无量纲量 $\varepsilon = G_u \lambda^2/D$ 可以作为小参数 ε , 于是溶质扩散控制方程用无量纲量表示, 为了简便起见, 省略无量纲量头上的符号 “-”, 得到

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \Lambda \frac{\partial C}{\partial z} \\ & - \varepsilon z (\cos \theta + \sin \theta) \frac{\partial C}{\partial r} \\ & - \varepsilon z (-\sin \theta + \cos \theta) \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\Lambda = V\lambda/D$. 相应的边界条件为

$$C = C_e + C_\infty, \quad z = \infty, \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad r = \frac{1}{2}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\Lambda C_0^\alpha, \quad 0 \leq r < r_\alpha/\lambda, \quad (6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = \Lambda C_0^\beta, \quad r_\alpha/\lambda < r \leq \frac{1}{2}, \quad (7)$$

其中 C_e 表示共晶成分, C_∞ 表示远离界面处液相中的溶质浓度与共晶成分的差. C_0^α 和 C_0^β 分别表示 α 相和 β 相液/固界面前沿的浓度差, 它们是由相图决定的常数, 如图 3 所示.

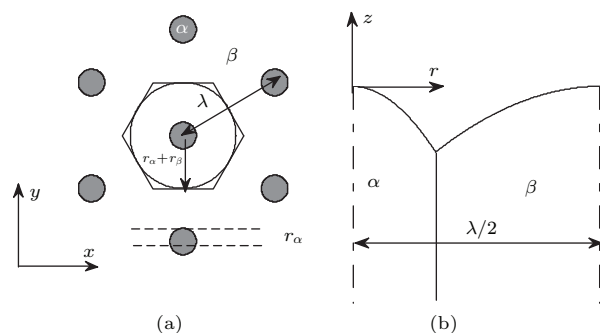


图 1 棒状共晶横截面的几何分布 (a) 和界面形状 (b)
Fig. 1. Simplified geometry (a) and interface profile (b) assumed for the rod eutectic microstructure.

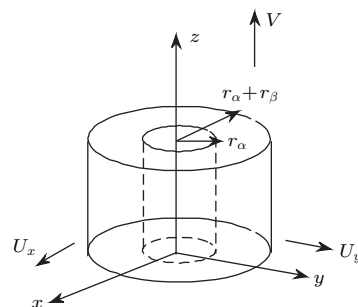


图 2 棒状共晶的三维模型图

Fig. 2. The three-dimensional domain modeled.

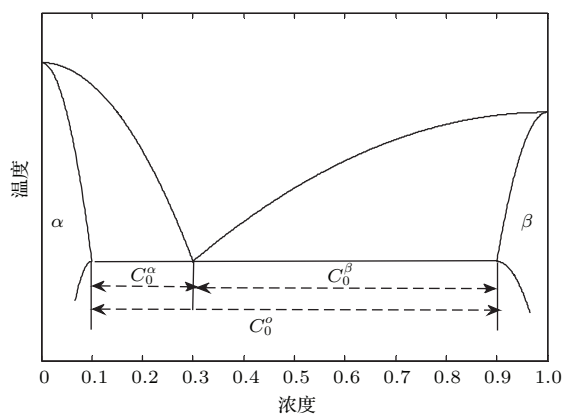

 图3 定义 C_0^α , C_0^β 和 C_0^o 的相图

 Fig. 3. Phase diagram showing definition of C_0^α , C_0^β and C_0^o .

3 渐近解

对于弱熔体对流, 考虑 ε 为小参数的情形, $\varepsilon \ll 1$, 寻求浓度的渐近解

$$C = C_0 + \varepsilon C_1 + \dots \quad (8)$$

将(8)式代入到(3)–(7)式中得到各阶项满足的方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_0}{\partial r} + \frac{\partial^2 C_0}{\partial z^2} \\ + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_0}{\partial \theta^2} + \Lambda \frac{\partial C_0}{\partial z} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$C_0 = C_e + C_\infty, \quad z = \infty, \quad (10)$$

$$\frac{\partial C_0}{\partial r} = 0, \quad r = 0, \quad r = \frac{1}{2}. \quad (11)$$

结合方程和界面条件, 可知 C_0 与角度 θ 无关, 利用分离变量法求解上微分方程, 设 $C_0(r, z) = R(r)Z(z) + C_e + C_\infty$, 满足有界条件(10)的有界解:

$$\begin{aligned} R(r) &= a_n J_0(2\gamma_n r), \\ Z(z) &= b_n e^{-\frac{\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 + 16\gamma_n^2}}{2} z}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 a_n, b_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) 是待定常数, γ_n 是 $J_1(x) = 0$ 的根, $\gamma_n \approx n\pi$. 于是溶质扩散控制方程的首阶近似解为

$$\begin{aligned} C_0 &= C_e + C_\infty + A_0 e^{-\Lambda z} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0(2\gamma_n r) e^{-2\gamma_n z}, \end{aligned} \quad (13)$$

结合界面的溶质守恒条件(6)和(7), 求得 A_0 和 A_n

$$\begin{aligned} A_0 &= \left(\frac{r_\alpha}{r_\alpha + r_\beta} \right)^2 C_0^o - C_0^\beta, \\ A_n &= \frac{2VC_0^o r_\alpha}{[\gamma_n J_0(\gamma_n)]^2 D} J_1\left(\frac{\gamma_n r_\alpha}{r_\alpha + r_\beta}\right), \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $C_0^o = C_0^\alpha + C_0^\beta$.

浓度分布的一阶近似方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_1}{\partial \theta^2} + \Lambda \frac{\partial C_1}{\partial z} \\ = z(\cos \theta + \sin \theta) \sum_{n=1}^{\infty} A_n (-2\gamma_n) \\ \times J_1(2\gamma_n r) e^{-2\gamma_n z}, \end{aligned} \quad (15)$$

方程的近似解为

$$\begin{aligned} C_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{1}{\Lambda} \left(z - \frac{2}{\Lambda} \right) e^{-2\gamma_n z} J_1(2\gamma_n r) \\ &\times (\sin \theta + \cos \theta). \end{aligned} \quad (16)$$

最后获得浓度 C 的渐近表达式:

$$\begin{aligned} C &= C_e + C_\infty + A_0 e^{-\Lambda z} \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-2\gamma_n z} \left[J_0(2\gamma_n r) \right. \\ &\left. + \frac{\varepsilon(\sin \theta + \cos \theta)}{\Lambda} \left(z - \frac{2}{\Lambda} \right) J_1(2\gamma_n r) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

凝固界面前沿液/固相的平均成分, α 相的平均界面浓度 $\bar{C}_\alpha$,

$$\begin{aligned} \bar{C}_\alpha &= \left(\iint r dr d\theta \right)^{-1} \iint C(r, \theta, 0) r dr d\theta \\ &= C_e + C_\infty + A_0 \\ &+ \frac{4V(r_\alpha + r_\beta)}{D} C_0^o \left(M - \frac{2\varepsilon}{\Lambda^2} M_\alpha \right), \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} M &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma_n} \right)^3 \frac{J_1^2(\gamma_n \sqrt{f})}{J_0^2(\gamma_n)}, \\ M_\alpha &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{f}} \frac{1}{\gamma_n^4} \frac{J_1(\gamma_n \sqrt{f})}{J_0^2(\gamma_n)} \\ &\times \int_0^{\gamma_n \sqrt{f}} J_1(t) t dt, \end{aligned} \quad (19)$$

式中 f 为体积分数, $f = r_\alpha^2 / (r_\alpha + r_\beta)^2$.

由(19)式可求得在不同体积分下 M 和 M_α 的值, 由表1可以可知 $M_\alpha \approx M$.

用 M 替换 M_α , 于是(19)式可以表示为

$$\begin{aligned} \bar{C}_\alpha &\approx C_e + C_\infty + A_0 \\ &+ \frac{4V(r_\alpha + r_\beta)C_0^o}{D} \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\Lambda^2} \right) M. \end{aligned} \quad (20a)$$

同理可以得到 β 相的平均界面浓度,

$$\begin{aligned} \bar{C}_\beta &\approx C_e + C_\infty + A_0 \\ &- \frac{4Vr_\alpha^2(r_\alpha + r_\beta)C_0^o}{[(r_\alpha + r_\beta)^2 - r_\alpha^2]D} \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\Lambda^2} \right) M. \end{aligned} \quad (20b)$$

表1 不同体积分数下 M 和 M_α 的值
 Table 1. Numerical calculation of M and M_α for different volume fraction.

f	0.200	0.210	0.220	0.230	0.240	0.250	0.260	0.270	0.280	0.290	0.300
M	0.041	0.041	0.041	0.040	0.040	0.040	0.040	0.040	0.039	0.038	0.038
M_α	0.044	0.043	0.042	0.042	0.041	0.041	0.040	0.039	0.038	0.037	0.036

如果忽略界面的平均动力学过冷度, 那么 α 相和 β 相的平均界面过冷度 ΔT_α 和 ΔT_β 分别表示为

$$\Delta T_\alpha = m_\alpha \left[C_\infty + A_0 + \frac{4V(r_\alpha + r_\beta)C_0^o}{D} \times \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\Lambda^2} \right) M \right] + \frac{2a_\alpha^L}{r_\alpha}, \quad (21a)$$

$$\Delta T_\beta = m_\beta \left[-C_\infty - A_0 + \frac{4Vr_\alpha^2(r_\alpha + r_\beta)C_0^o}{[(r_\alpha + r_\beta)^2 - r_\alpha^2]D} \times \left(1 - \frac{2\varepsilon}{\Lambda^2} \right) M \right] + \frac{2a_\beta^L r_\alpha}{(r_\alpha + r_\beta)^2 - r_\alpha^2}, \quad (21b)$$

其中 m_α 和 m_β 为 α 相和 β 相的液相线斜率, 规定取正值; a_α^L 和 a_β^L 为与 α 相和 β 相有关的曲率常数.

由于热扩散速度远大于溶质扩散速度, 共晶生长时液/固界面处 α 相和 β 相应处于相同的温度, 即 $\Delta T_\alpha = \Delta T_\beta$. 利用这个关系式消去 $(C_\infty + A_0)$ 后得到平均界面过冷度和棒状共晶的棒间距、生长速度之间的关系式:

$$\Delta T \left(\frac{1}{m_\alpha} + \frac{1}{m_\beta} \right) = V\lambda Q^L + \frac{a^L}{\lambda}, \quad (22)$$

其中 ΔT 是平均界面过冷度, Q^L , a^L 分别如下:

$$Q^L = \frac{2C_0^o M(1 - 2\varepsilon/\Lambda^2)}{(1 - f)D},$$

$$a^L = 4\sqrt{f} \left[\frac{a_\alpha^L}{fm_\alpha} + \frac{a_\beta^L}{(1 - f)m_\beta} \right]. \quad (23)$$

利用最小过冷原则, $\partial \Delta T / \partial \lambda = 0$, 获得棒间距和生长速度之间的关系式

$$\lambda^2 V = a^L / Q^L. \quad (24)$$

与不考虑熔体流动时棒状共晶的棒间距与生长速度之间的关系式^[1], $\lambda_{JH}^2 V = a^L / Q_{JH}^L$, 其中 $Q_{JH}^L = 2C_0^o M / (1 - f)D$ 比较, 得到

$$\frac{\lambda}{\lambda_{JH}} = \sqrt{1 / (1 - 2\varepsilon/\Lambda^2)}$$

$$= \sqrt{1 / (1 - 2DG_u/V^2)}. \quad (25)$$

这个关系式显示了弱熔体对流对棒状共晶棒间距的影响.

4 讨论

利用 (17) 式计算棒状共晶凝固过程中的溶质浓度分布. 图 4 显示, 当 $\theta = \pi/4$ 时, 流动强度的增加对界面浓度的影响很小, 浓度在靠近中心时变化剧烈, 在远离中心时变化很小, 趋于定值. 图 5 显示, 相同强度的流动对不同方位角处的界面浓度影响差异很小. 熔体对流对共晶界面浓度影响很微弱, 这也与 Ma 等^[16] 的结果相符合.

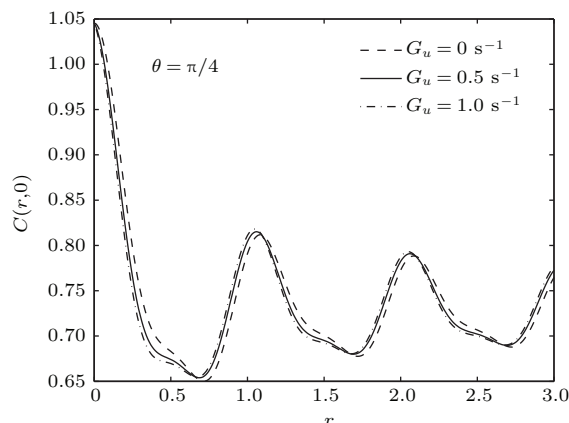


图4 流动对界面浓度的影响

Fig. 4. The effect of convection on the interface solute concentration.

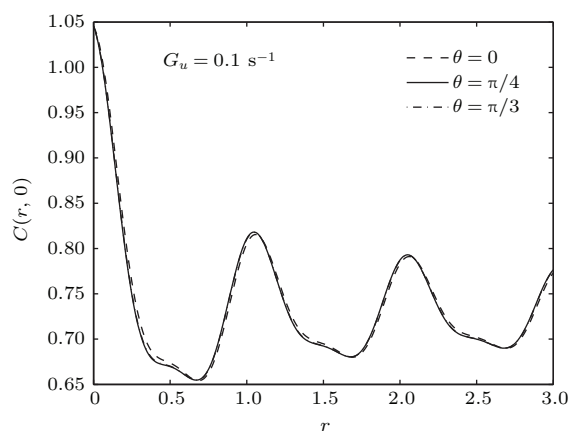


图5 相同流动强度对不同方位角浓度的影响

Fig. 5. The variation of the solute concentration of the interface versus radius for different angles.

利用(22)–(25)式计算棒状共晶凝固过程中的平均界面过冷度和棒状共晶的棒间距. 图6和图7显示棒状共晶的平均界面过冷度的大小不仅和棒状共晶的棒间距的大小有关,也和流动强度有关. 在棒状共晶的棒间距比较小的情况下,随着流动强度增大,平均界面过冷度变化很微弱;在棒状共晶的棒间距比较大的情况下,随着流动强度增大,平均界面过冷度显著减小. 这一结果与Coriell等[17]的研究结果相一致. 图8显示棒状共晶的棒间距受到流动强度和生长速度的共同影响. 从图8的曲线(a)和曲线(b)可以看出,在对比忽略熔体对流的影响和考虑熔体对流的影响时,棒状共晶的棒间距随着生长速度的变化趋势发生了显著的改变. 当生长速度比较小时,随着流动强度的增大,棒状共晶的棒间距增大,熔体对流对棒状共晶的棒间距的粗化效果很明显,这时棒状共晶的棒间距的大小主要受到流动强度的影响;当生长速度比较大时,随着流动强度的增大,棒状共晶的棒间距变化减弱,熔体对流对棒状共晶的棒间距的粗化效果不再显著,这时棒状共晶的棒间距的大小主要受到生长速度的影响. 图9显示随着流动强度增大,本模型计算得到的棒状共晶的棒间距和JH模型计算得到的棒状共晶的棒间距的比值增大.

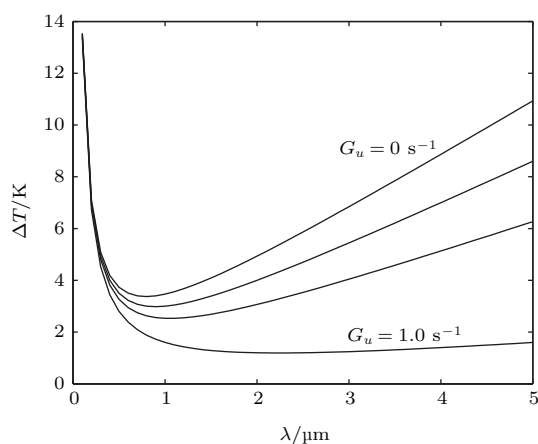


图6 在不同流动强度下棒状共晶的平均界面过冷度随棒状共晶的棒间距的变化 $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$, $V = 80 \mu\text{m/s}$, $G_u = 0, 0.25, 0.5, 1 \text{ s}^{-1}$ (从上到下)

Fig. 6. The variation of the average interface undercooling with the rod spacing under variation convections, where $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$, $V = 80 \mu\text{m/s}$, $G_u = 0, 0.25, 0.5, 1 \text{ s}^{-1}$ (from up to down).

这说明熔体对流提高了原子的传输能力,增加了溶质原子扩散的特征距离,因而使共晶组织粗化. 共晶的生长速度减小,受到熔体对流影响导致间距粗化程度增大. 这一结果与张伟强等[18,19]的研究结果相一致.

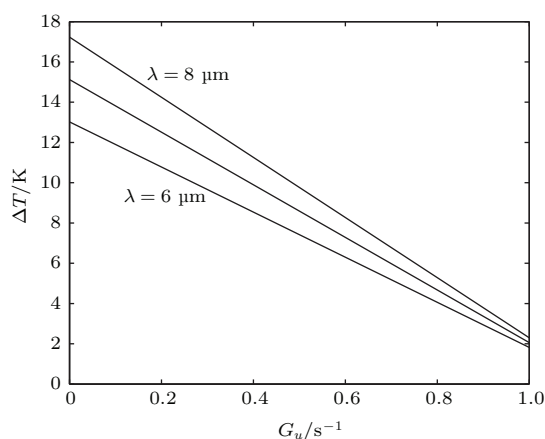


图7 在棒状共晶的棒间距取不同值的条件下,棒状共晶的平均界面过冷度随流动强度的变化 其中 $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$, $V = 80 \mu\text{m/s}$, $\lambda = 6, 7, 8 \mu\text{m}$ (从下到上)

Fig. 7. The variation of the average interface undercooling with convection for different rod spacing, where $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$, $V = 80 \mu\text{m/s}$, $\lambda = 6, 7, 8 \mu\text{m}$ (from down to up).

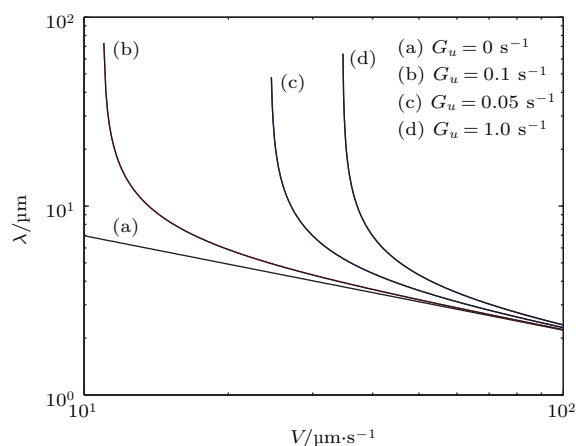


图8 在不同流动强度的条件下棒状共晶的棒间距随生长速度的变化 其中 $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 620 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$

Fig. 8. The variation of the rod spacing versus growth velocity under various convections, where $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 620 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$.

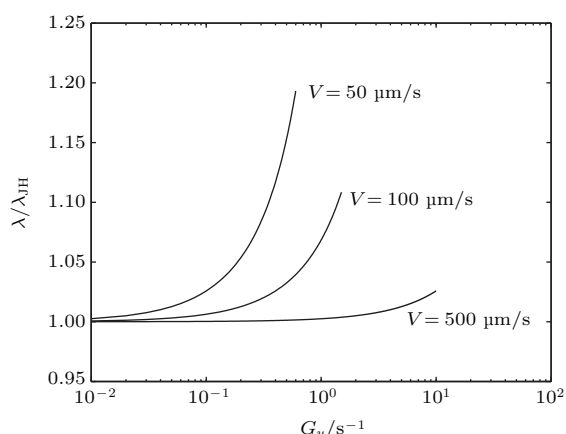


图9 在不同生长速度的条件下棒状共晶的棒间距随流动强度的变化 其中 $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 620 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$

Fig. 9. The variation of the rod spacing with convection for three growth velocities, where $f = 0.25$, $a_{\alpha}^L = a_{\beta}^L = 0.25 \mu\text{m}\cdot\text{K}$, $D = 620 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $m_{\alpha} = m_{\beta} = 5 \text{ K/at.}\%$, $C_0^{\alpha} = C_0^{\beta} = 14 \text{ at.}\%$.

表2 加速坩埚旋转下降技术对棒状共晶的棒间距的影响: $V = 100 \mu\text{m/s}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $v = 4.885 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$

Table 2. Influence of spin-up/spin-down of cylinder: $V = 100 \mu\text{m/s}$, $D = 2800 \mu\text{m}^2/\text{s}$, $v = 4.885 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$.

转速 $\omega/\text{r}\cdot\text{m}^{-1}$	径向距离 r/mm	G_u/s^{-1}	$\lambda/\lambda_{\text{JH}}$
5	0.1	0.107	1.031
5	0.2	0.214	1.066
5	0.3	0.321	1.104
5	0.4	0.428	1.147
10	0.1	0.304	1.098
10	0.2	0.607	1.231

将本文的解析结果应用到加速坩埚旋转下降技术过程中产生的熔体强迫对流的实际问题中, 观察熔体强迫对流对棒状共晶生长行为的影响. 在本文中 G_u 的取值在 10^{-2} — 1 s^{-1} 之间, 在坩埚加速旋转引起的熔体强迫对流问题中, 熔体的流速可以表示为^[20]

$$U_r = r\omega e^{-z\omega^{1/2}/v^{1/2}} \sin(z\omega^{1/2}/v^{1/2}),$$

$$U_{\theta} = r\omega [e^{-z\omega^{1/2}/v^{1/2}} \cos(z\omega^{1/2}/v^{1/2}) - 1], \quad (26)$$

其中 ω 是转速, v 运动黏度系数. 由此可以得到流速 U ,

$$U = (U_r^2 + U_{\theta}^2)^{1/2}$$

$$= r\omega [e^{-2z\omega^{1/2}/v^{1/2}} - 2e^{-z\omega^{1/2}/v^{1/2}} \times \cos(z\omega^{1/2}/v^{1/2}) + 1]^{1/2}. \quad (27)$$

根据 G_u 的定义可得,

$$G_u = \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_{z=0} = 2r\omega^{3/2}/v^{1/2}. \quad (28)$$

表2显示在不同转速和径向距离下, 熔体强迫对流对 Al-Cu 共晶合金棒间距的影响.

从表2可以看出, 加速坩埚旋转下降技术显著地改变了棒状共晶的棒间距. 当转速增大或径向距离增大时, 棒状共晶的棒间距增大, 这与 Juzze 等^[21]的实验结果相符合.

5 结 论

本文采用渐近方法研究了弱熔体对流对过冷熔体中棒状共晶生长行为的影响, 得到溶质浓度分布的渐近解和一个关于生长速度、棒状共晶的棒间距和平均界面过冷度之间的关系式. 结果显示: 1) 平均界面过冷度不仅与棒状共晶的棒间距、生长速度有关, 还与流动强度有关, 随着流动强度增大, 平均界面过冷度减小; 2) 棒状共晶的棒间距与流动强度和生长速度的关系为, 当生长速度比较小时, 随着流动强度的增大, 棒状共晶的棒间距增大; 当生长速度比较大时, 随着流动强度的增大, 棒状共晶的棒间距变化减弱. 本文的解析结果计算了加速坩埚旋转下降技术过程中 Al-Cu 共晶合金的间距, 结果与实验结果相符合^[21].

参考文献

- [1] Jackson K A, Hunt J D 1966 *Trans. Metall. Soc. AIME* **236** 1129
- [2] Trivedi R, Magnin P, Kurz W 1987 *Acta Metall.* **35** 971
- [3] Liu J, Elliott R 1995 *J. Cryst. Growth* **148** 406
- [4] Bai B B, Lin X, Wang L L, Wang X B, Wang M, Huang W D 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 218103 (in Chinese) [白贝贝, 林鑫, 王理林, 王贤斌, 王猛, 黄卫东 2013 物理学报 **62** 218103]
- [5] Meng G H, Lin X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 068104 (in Chinese) [孟广慧, 林鑫 2014 物理学报 **63** 068104]
- [6] Wang L, Wang N, Ji L, Yao W J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 216801 (in Chinese) [王雷, 王楠, 冀林, 姚文静 2013 物理学报 **62** 216801]
- [7] Ravishanker P S, Wilcox W R, Larson D J 1980 *Acta Metall.* **28** 1583
- [8] Baskaran V, Eisa G F, Wilcox W R 1984 *Computational Methods and Experimental Measurements* (Berlin Heidelberg: Springer) pp123-134

- [9] Kumar P, Chakraborty S, Srinivasan K, Dutta P 2002 *Mettl. Mater. Trans. B* **33** 605
- [10] Thiele R, Anglart H 2013 *Nucl. Eng. Des.* **254** 111
- [11] Pirich R G, Larson D J 1981 *MRS Proceedings* (Cambridge: Cambridge University Press) p523
- [12] Muller G, Kyr P 1984 *Results of Spacelab 1, Proceeding of the 5th European Symposium on Materials Sciences under Microgravity* Schloss Elmau, FRG, November 5–7, 1984 p141
- [13] Quenisset J M, Naslain R 1981 *J. Cryst. Growth* **54** 465
- [14] Baskaran V, Wilcox W R 1984 *J. Cryst. Growth* **67** 343
- [15] Caram R, Chandrasekhar S, Wilcox W R 1990 *J. Cryst. Growth* **106** 294
- [16] Ma D, Jie W Q, Li Y, Ng S C 1998 *Acta Mater.* **46** 3203
- [17] Coriell S R, McFadden G B, Mitchell W F, Murray B T, Andrews J B, Arikawa Y 2001 *J. Cryst. Growth* **224** 145
- [18] Zhang W Q, Yang Y S, Hu Z Q 1998 *Acta Metall. Sin.* **34** 1 (in Chinese) [张伟强, 杨院生, 胡壮麒 1998 金属学报 **34** 1]
- [19] Zhang W Q, Fu H, Yang Y S, Hu Z Q 1998 *J. Cryst. Growth* **194** 263
- [20] Greenspan H P 1990 *The Theory of Rotating Fluids* (Cambridge: Cambridge University Press) p354
- [21] Junze J, Kobayashi K F, Shingu P H 1984 *Mettl. Trans. A* **15** 307

Effect of weak convection on the rod eutectic growth in direction solidification

Xu Xiao-Hua¹⁾ Chen Ming-Wen^{1)†} Wang Zi-Dong^{2)‡}

1) (School of Mathematics and Physics, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

2) (School of Materials Science and Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

(Received 27 January 2016; revised manuscript received 20 April 2016)

Abstract

Eutectic solidification is very important for exploring new materials in which the periodic multiphase structures may have a remarkable or enhanced functionality. An asymptotic solution of the solute diffusion equation with flow terms for the rod eutectic in the weak convective melt in directional solidification is obtained by using the asymptotic method, and the effect of weak convection on the rod eutectic growth is studied. The so-called weak convection is defined in this paper as the condition in which the intensity of convection flow ahead of the solid liquid interface is relatively small. The relationships between the intensity of convection flow, the growth velocity, the rod spacing and the average interface undercooling can be derived. The result shows that the weak convection has a significant effect on the rod eutectic growth in directional solidification. The average interface undercooling is related to not only the rod spacing and the growth velocity, but also the intensity of convection flow. When specifically focusing on the effect of the intensity of convection flow on the average undercooling in directional solidification, the growth velocity is kept the same. For a certain growth velocity, the average interface undercooling of the rod eutectic decreases as the intensity of convection flow increases, especially at low growth velocity. The rod spacing, which is formed by solidified melt of eutectic or near-eutectic composition, plays a very important role in determining the properties of final products. In this study, by minimizing the average interface undercooling it is found that the rod spacing is a function of growth velocity and the intensity of convection flow. It is shown that for the small growth velocity, the rod spacing increases as the intensity of convection flow increases; for the large growth velocity, the rod spacing increases very slowly as the intensity of convection flow increases. In other words, the smaller the growth velocity, the greater the effect of the weak convection flow on the rod spacing. Our analytical result is compared with the results from other models, and it is also used to calculate the practical case such as the rod spacing of the typical eutectic alloy, Al-Cu eutectic, under the condition of weak forced convection induced by the accelerated crucible rotation technique. It is shown that the rod spacing increases as the rotation rate or the radial position increases, which is consistent with the experimental results obtained by Junze et al.

Keywords: rod eutectic, convection, rod spacing, average interface undercooling

PACS: 64.70.D-, 81.30.Fb, 47.55.P-

DOI: 10.7498/aps.65.136401

† Corresponding author. E-mail: chenmw@ustb.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: wangzd@mater.ustb.edu.cn