

基于电磁波反射和折射理论的平底孔试件脉冲涡流检测解析模型

张卿 武新军

Analytical modeling for the plate with a flat-bottom hole based on the reflection and transmission theory in pulsed eddy current testing

Zhang Qing Wu Xin-Jun

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 66, 038102 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.038102

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.038102>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I3>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于永磁恒定磁场激励的起始磁化曲线测量

Measurement of initial magnetization curve based on constant magnetic field excited by permanent magnet

物理学报.2016, 65(14): 148101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.148101>

分形粗糙面合成孔径雷达成像研究

Synthetic aperture radar image of fractal rough surface

物理学报.2016, 65(7): 070301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.070301>

阻抗劈绕射对破碎波后向散射特性的影响

Effects of impedance wedge diffraction on backscattering from breaking waves

物理学报.2016, 65(21): 214101 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.214101>

扩展性微动目标回波模拟与特征参数提取研究

Research on extended micro-motion target echo simulation and characteristic extraction

物理学报.2015, 64(21): 210301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.210301>

基于压缩感知的一维海面与二维舰船复合后向电磁散射快速算法研究

A new fast algorithm based on compressive sensing for composite electromagnetic back scattering from a 2D ship located on a 1D rough sea surface

物理学报.2015, 64(6): 060301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.060301>

基于电磁波反射和折射理论的平底孔试件 脉冲涡流检测解析模型*

张卿 武新军†

(华中科技大学机械科学与工程学院, 武汉 430074)

(2016年7月8日收到; 2016年10月26日收到修改稿)

针对大多数脉冲涡流检测解析模型假设试件壁厚均匀减薄, 其解析解中仅包含 z 方向 (试件厚度) 信息, 不能求解探头覆盖区等依赖 r 方向 (平行试件表面) 信息的问题, 本文提出平底孔试件脉冲涡流检测解析模型. 该模型在 z 和 r 方向均存在介质分界面, 边界条件复杂, 求解困难. 为此, 本文首先假设平底孔所在层导体与空气区域的横向波数和纵向波数均相同, 且横向波数为仅与 r 方向结构有关的实数, 纵向波数为与该层横向波数和导体区域材料有关的复数, 在此假设基础上应用电磁波反射和折射理论, 构造各层波动方程; 然后通过引入 r 方向结构系数 W_n , 将 Cheng 的矩阵法扩展, 用扩展的矩阵法求解波动方程, 得到模型的解析表达式. 将该模型应用到 16MnR 平底孔试件检测实例中, 并对其进行实验验证. 模型计算结果与实验结果基本符合, 证明了模型的正确性. 平底孔试件脉冲涡流检测解析模型有助于加深对脉冲涡流检测结果的理解, 同时能够为 r 方向逆问题求解提供理论依据.

关键词: 脉冲涡流检测, 反射与折射理论, 平底孔, 解析模型

PACS: 81.70.Ex, 03.50.De, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.66.038102

1 引言

压力容器、电站锅炉等由铁磁性材料制成的设备常用于石油、化工等行业^[1-3], 开展无损检测与评估是保障设备安全运行的重要手段. 在众多的无损检测方法中, 基于电磁感应原理的脉冲涡流检测技术因具有非接触性、穿透深度大、检测速度快等优点而得到广泛应用^[4,5].

脉冲涡流检测技术采用方波或阶跃方式激励, 通过分析接收线圈感应电压得到试件厚度、电导率等信息. 解析模型能用显式表示感应电压与试件厚度、电导率等的关系, 且计算速度快, 物理意义明确, 因此对脉冲涡流检测技术至关重要.

脉冲涡流检测解析模型的基础主要是 Dodd-Deeds 模型^[6], 然而, Dodd-Deeds 模型的求解域为半无限大, 因而其结果中包含 Bessel 函数二重积

分项, 计算困难. Theodoulidis 和 Kriezis^[7,8] 应用截断区域特征函数展开法 (truncated region eigenfunction expansion, TREE), 将无限大求解域缩小到一定半径的圆柱体, 则 Bessel 函数二重积分转换为级数形式, 简化了 Dodd-Deeds 模型的求解, 扩大了解析模型的适用范围. 随后, 范孟豹等^[9] 应用 TREE 法和电磁波的反射与折射理论推导了多层导电结构涡流检测解析模型, 简化了多层导电结构模型的求解, 进一步扩大了模型的适用范围.

应用上述模型, 脉冲涡流检测中的诸多问题得到了解决, 如试件厚度、电导率等逆问题求解^[10,11], 提高效应的分析与抑制^[12,13], 激励参数对检测结果的影响分析^[14] 等. 然而, 上述模型假设试件均匀壁厚减薄, 其感应电压表达式中仅包含试件厚度 (即 z 方向) 信息. 近年来, 随着脉冲涡流检测技术的快速发展, 探头覆盖区^[15,16]、边缘效应^[17]、局部

* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFC0801904) 和国家自然科学基金 (批准号: 51077059) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xinjunwu@mail.hust.edu.cn

壁厚减薄缺陷定量^[18]等问题的研究越来越受到重视, 求解这类问题依赖平行于试件表面方向(r 方向)的信息, 因此均匀壁厚减薄脉冲涡流检测解析模型不再适用.

为扩大解析模型求解问题的范围, 本文提出平底孔试件脉冲涡流检测解析模型. 该模型的解析表达式中既包含试件 z 方向的信息, 也包含 r 方向的信息, 且当平底孔半径趋向于无穷大时, 可简化为均匀壁厚减薄脉冲涡流检测解析模型, 因而具有更广泛的应用.

然而, 平底孔试件脉冲涡流检测解析模型在 r 和 z 方向均存在介质分界面, 因此其边界条件复杂. 关于如何求解此类问题, Theodoulidis 和 Bowler 做了探索, 得到了线圈位于试件边缘时的阻抗解析表达式^[19,20]. 其所用方法的特点是利用 TREE 法中截断区域边界处的磁约束条件构造磁矢位表达式, 利用试件边缘处(试件与空气交界处)的边界条件求解横向波数, 从而避免了复杂边界条件的求解. 利用该方法, 涡流检测通孔试件^[21]等问题同样得到了解决. 然而, 上述方法仅适用于非铁磁性材料, 对于铁磁性材料, 由于其磁导率远大于 1, 用该方法得到的横向波数的特征方程中包含复杂的复变量 Bessel 函数项, 求解复杂. 因此该方法在铁磁性材料中的应用受到了一定的限制^[22].

本文采用不同的思路求解平底孔试件脉冲涡流检测解析模型. 假设平底孔所在层导体与空气区域的电磁波横向波数和纵向波数均相同, 且横向波数为仅与 r 方向结构有关的实数, 纵向波数为与该层横向波数和导体区域材料有关的复数. 首先, 在上述假设的基础上应用电磁波反射和折射理论, 构造包括平底孔所在层在内的各层电磁波动方程, 其次, 将 Cheng 等^[23]的矩阵法扩展, 用扩展的传递矩阵法对波动方程进行求解, 得到接收线圈感应电压表达式. 最后, 将该模型应用到 16MnR 平底孔试件检测实例, 并对平底孔试件进行实验分析, 通过对比模型计算结果和实验结果, 验证模型的正确性.

2 平底孔试件脉冲涡流检测解析模型

激励和接收线圈位于平底孔试件上方的脉冲涡流检测解析模型如图 1, 其中试件为线性、均匀且各向同性的介质; 试件厚度为 z_3 , 所含平底孔半径为 c , 深度为 d . 应用 TREE 法将模型求解域限制

在 $r = h$ 的圆柱体内, 且为便于分析, 按照 z 方向边界条件的不同, 将整个求解域划分为 5 层, 线圈位于 1—2 层, 平底孔位于 4 层. 根据 r 方向边界条件的不同, 4 层可继续划分为空气区域和导体区域 2 个子区域, $r = c$ 为这两个子区域的分界面.

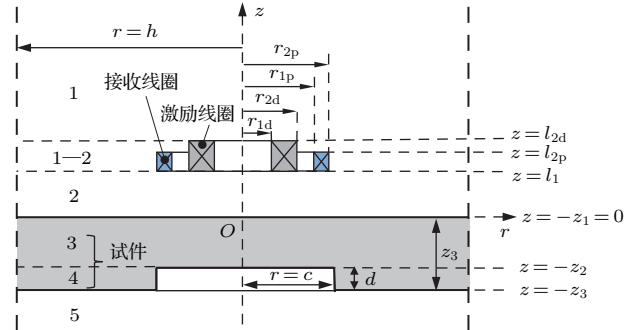


图 1 (网刊彩色) 激励和接收线圈置于平底孔试件上方
Fig. 1. (color online) Diver and pickup coils located above the plate with a flat-bottom hole.

2.1 根据反射和折射理论构造各层磁矢位 A 表达式

为建立图 1 所示平底孔试件脉冲涡流检测解析模型的解析解, 首先考虑激励电流为谐波电流的情况. 应用时谐电磁场的 Maxwell 方程组和分离变量法, 忽略 $\omega^2\mu_0\mu_r\epsilon$ 项^[24], 矢量磁位 A 可表示为^[8]

$$A(r, z) = \sum_{n=1}^{N_s} (C_i e^{+\beta_{in}z} + B_i e^{-\beta_{in}z}) \times (F_i J_1(\alpha_n r) + D_i Y_1(\alpha_n r)), \quad (1)$$

式中, i 为层数; α_n 为特征方程 $F_i J_1(\alpha_n h) + D_i Y_1(\alpha_n h) = 0$ 的第 n 个根, 表示电磁波横向波数^[14]; $\beta_{in}^2 = \alpha_n^2 + j\omega\mu_0\mu_{ri}\sigma_i$, β_{in} 表示电磁波的纵向波数^[25], 其中, j 为虚数单位; ω 为谐波电流角频率; ϵ 为介电常数; μ_0 为真空磁导率; μ_{ri} 和 σ_i 分别为 i 层相对磁导率和电导率; $J_1(\alpha r)$ 和 $Y_1(\alpha r)$ 分别为一阶第一类和第二类 Bessel 函数; C_i, B_i, F_i, D_i 为系数; N_s 为求和项数.

(1) 式中的 Bessel 函数项表示电磁波沿 r 方向的传播情况, 指数项表示电磁波沿 z 方向的传播情况, 其中 $e^{-\beta_{in}z}$ 表示电磁波沿 $+z$ 方向传播, 称为正向行波; $e^{+\beta_{in}z}$ 表示电磁波沿 $-z$ 方向传播, 称为反向行波. 对于图 1 所示的 1—3, 5 层, 1 层仅有正向行波, 则 $C_1 = 0$; 5 层仅有反向行波, 则 $B_5 = 0$. 其他层既有正向行波也有反向行波, 则 C_i, B_i 均不为 0. 同时考虑到 $Y_1(\alpha r)$ 在 $r = 0$ 处发散, 则系数

D_i 必须恒等于 0, 即 $D_1 = D_2 = D_3 = D_5 = 0$. 基于上述分析, 1—3, 5 层的磁矢位 \mathbf{A} 可分别表示为

$$A^{(1)}(r, z) = \sum_{n=1}^{Ns} B_1 e^{-\beta_{1n}z} J_1(\alpha_n r), \quad (2)$$

$$A^{(2)}(r, z) = \sum_{n=1}^{Ns} (C_2 e^{+\beta_{2n}z} + B_2 e^{-\beta_{2n}z}) \times J_1(\alpha_n r), \quad (3)$$

$$A^{(3)}(r, z) = \sum_{n=1}^{Ns} (C_3 e^{+\beta_{3n}z} + B_3 e^{-\beta_{3n}z}) \times J_1(\alpha_n r), \quad (4)$$

$$A^{(5)}(r, z) = \sum_{n=1}^{Ns} C_5 e^{+\beta_{5n}z} J_1(\alpha_n r). \quad (5)$$

其中, 由于 $D_1 = D_2 = D_3 = D_5 = 0$, α_n 的特征方程 $F_i J_1(\alpha_n h) + D_i Y_1(\alpha_n h) = 0$ 可简化为

$$J_1(\alpha_n h) = 0.$$

对于 4 层, 由于 r 和 z 方向都存在介质分界面, 边界条件复杂^[20], 因此在构造磁矢位 \mathbf{A} 表达式时, 除了依据电磁波传播规律, 还需考虑求解的方便性.

由 (1) 式可知, 磁矢位 \mathbf{A} 的表达式由两部分组成:

$$Z(z) = C_i e^{+\beta_{in}z} + B_i e^{-\beta_{in}z}, \quad (6)$$

$$R(r) = F_i J_1(\alpha_n r) + D_i Y_1(\alpha_n r). \quad (7)$$

在构造空气区域表达式时, 可以将 (6) 式中的 β_{in} 替换成 α_n , 或将 (7) 式中的 α_n 替换成 β_{in} ^[8]. 对于 4 层, 为求解方便, 一般需保证空气和导体区域磁矢位 \mathbf{A} 表达式中的指数项相同^[20], 因此我们选择第二种方式, 则 4 层表达式为

$$A^{(4)}(r, z) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) (F'_4 J_1(\beta_{4n}r) + D'_4 Y_1(\beta_{4n}r)), & 0 < r < c, \\ \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) (F_4 J_1(\alpha_n r) + D_4 Y_1(\alpha_n r)), & c < r < h. \end{cases} \quad (8)$$

因为沿 z 方向, 4 层正向行波和反向行波都存在, C_4, B_4 均不为 0. 沿 r 方向, 4 层导体区域仅有入射波, 且由于该区域不存在 $r = 0$ 点, 则 $D_4 \neq 0$. 4 层空气域表达式中 $D'_4 = 0$, 且该区域存在入射波和 $r = c$ 交界面处产生的反射波, 入射

波用 $F'_{4I} J_1(\beta_{4n}r)$ 表示, 反射波用 $F'_{4R} J_1(-\beta_{4n}r)$ 表示, 叠加之后为 $F'_{4I} J_1(\beta_{4n}r) + F'_{4R} J_1(-\beta_{4n}r)$, 根据 Bessel 函数的性质, $J_1(-x) = -J_1(x)$, 将其整理为 $F_4 J_1(\beta_{4n}r)$, 则 (8) 式可重新写为

$$A^{(4)}(r, z) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) F_4 J_1(\beta_{4n}r), & 0 < r < c, \\ \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) (J_1(\alpha_n r) + D_4 Y_1(\alpha_n r)), & c < r < h. \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式空气区域和导体区域的横向波数不同, 因此求解得到 α_n 的特征方程中含有 Bessel 函数的复数项. 当试件为铁磁性材料时, α_n 的特征方程表达式复杂, 难以求解. 基于此, 本文对 (9) 式做进一

步简化. 假设 4 层空气和导体区域横向波数相同, 为仅与 r 方向结构相关的实数, 纵向波数相同且仅与该层横向波数和导体区域材料相关, 同时为区别于其他层, 4 层的横向波数用符号 q_n 表示, 则

$$A^{(4)}(r, z) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) F_4 J_1(q_n r), & 0 < r < c, \\ \sum_{n=1}^{Ns} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z}) (J_1(q_n r) + D_4 Y_1(q_n r)), & c < r < h. \end{cases} \quad (10)$$

根据 $r = c$ 处的法向边界条件, 重新整理 (10) 式, 得到

$$A^{(4)}(r, z) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{N_s} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z})(J_1(q_n c) + D_4 Y_1(q_n c))J_1(q_n r), & 0 < r < c, \\ \sum_{n=1}^{N_s} (C_4 e^{+\beta_{4n}z} + B_4 e^{-\beta_{4n}z})J_1(q_n c)(J_1(q_n r) + D_4 Y_1(q_n r)), & c < r < h. \end{cases} \quad (11)$$

通过 $r = c$ 处的切向边界条件求解系数 D_4 ,

$$D_4 = \frac{(\mu_{r4} - 1)J_1(q_n c)J_0(q_n c)}{J_1(q_n c)Y_0(q_n c) - \mu_{r4}Y_1(q_n c)J_0(q_n c)}. \quad (12)$$

将 D_4 代入 $J_1(q_n h) + D_4 Y_1(q_n h) = 0$ 中, 化简之后得到横向波数 q_n 的特征方程

$$J_1(q_n h)(J_1(q_n c)Y_0(q_n c) - \mu_{r4}J_0(q_n c)Y_1(q_n c)) + (\mu_{r4} - 1)J_0(q_n c)J_1(q_n c)Y_1(q_n h) = 0. \quad (13)$$

设 $q_n h = x_n, ref = c/h, \mu_{r4} - 1 \approx \mu_{r4}$, 则上述特征方程的解即为 (14) 式所示函数 $f(x)$ 的零点,

$$\begin{aligned} f(x) = & J_1(x)(J_1(x \times ref)Y_0(x \times ref) \\ & - \mu_{r4}J_0(x \times ref)Y_1(x \times ref)) \\ & + \mu_{r4}J_0(x \times ref)J_1(x \times ref) \\ & \times Y_1(x). \end{aligned} \quad (14)$$

由于函数 $f(x)$ 表达式中的 Bessel 函数项不含复数项, 因此用一般的求根方法即可求解. 本文选用牛顿法. 因 $c = 0$ 可看作平底孔试件脉冲涡流检测解析模型的极限情况, 则 $c = 0$ 对应的特征方程 $J_1(x_n) = 0$ 的解可作为用牛顿法的初值, 将其代入 (15) 式所示的牛顿法迭代公式中, 经过一定次数的迭代, 即可求得函数 $f(x)$ 的所有零点. $q_n = x_n/h$, 则横向波数 q_n 的解也可得到.

$$x_n^{s+1} = x_n^s - \frac{f(x_n^s)}{f'(x_n^s)}, \quad (15)$$

其中, $f'(x_n^s)$ 为 $f(x_n^s)$ 的一阶导数, s 表示迭代次数, $s = 1, 2, \dots$.

2.2 利用扩展的矩阵法求解感应电压表达式

要求得接收线圈的感应电压表达式, 需对 1—5 层磁矢量 \mathbf{A} (2)—(5) 式和 (11) 式进行求解. 根据电磁波动理论, 接收线圈所处空间的电磁波可分为入射波和反射波, 接收线圈接收到的实际是反射波的变化率, 因此求解接收线圈中的感应电压其实就是求解反射波. 反射波等于入射波和反射系数的乘积, 由 (3) 式可知, 入射波幅值为 C_2 , 反射系

数用 $T(\alpha)$ 表示, 则求解反射波即求解 C_2 和 $T(\alpha)$. Cheng 的矩阵法 [23] 因表达式结构简单而被广泛应用, 因此, 本文欲采用矩阵法对 C_2 和 $T(\alpha)$ 进行求解, 然而, 由于 Cheng 的矩阵法仅适用于均匀壁厚减薄脉冲涡流检测解析模型, 不能直接用于求解本文研究的 r 和 z 方向都存在介质分界面的情况, 为此, 需将 Cheng 的矩阵法扩展.

根据 (16) 和 (17) 式所示的层与层之间的法向和切向边界条件和 (18) 式所示的 Bessel 函数正交特性 [8], (2)—(5) 式和 (11) 式磁矢量 \mathbf{A} 表达式中系数 B_i 和 C_i 之间的关系如 (19) 和 (20) 式所示.

$$\mathbf{A}^{(i)}(r, z) = \mathbf{A}^{(i+1)}(r, z), \quad (16)$$

$$\frac{1}{\mu_i} \frac{\partial \mathbf{A}^{(i)}(r, z)}{\partial z} = \frac{1}{\mu_{i+1}} \frac{\partial \mathbf{A}^{(i+1)}(r, z)}{\partial z}, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^h r \times J_1(\alpha'_n r) J_1(\alpha_n r) dr \\ & = \frac{1}{2} h^2 J_0^2(\alpha_n h), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} C_{i-1} = & (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} + W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ & \times e^{-(\beta_{i-1} - \beta_i) z_{i-2}} C_i \\ & + (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} - W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ & \times e^{-(\beta_{i-1} + \beta_i) z_{i-2}} B_i, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B_{i-1} = & (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} - W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ & \times e^{(\beta_{i-1} + \beta_i) z_{i-2}} C_i \\ & + (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} + W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ & \times e^{(\beta_{i-1} - \beta_i) z_{i-2}} B_i, \end{aligned} \quad (20)$$

其中, W_i 为 r 方向结构系数, 对于均匀壁厚减薄脉冲涡流检测解析模型, $W_i = 1$; 对于本文研究的平底孔试件脉冲涡流检测模型, 当第 i 层 r 方向存在介质分界面时, W_i, W_{i-1}, W_{i+1} 可表示为

$$\begin{aligned} W_i = & \frac{1}{E} \left[(J_1(q_n c) + D_i Y_1(q_n c)) \right. \\ & \times \int_0^c J_1(\alpha_n r) J_1(q_n r) r dr \\ & \left. + J_1(q_n c) \int_c^h (J_1(q_n r) + D_i Y_1(q_n r)) \right] \end{aligned}$$

$$\times J_1(\alpha_n r) r dr \Big], \quad (21)$$

$$\begin{aligned} W_{i-1} &= W_{i+1} \\ &= \frac{1}{E} \left[\mu_{ri} (J_1(q_n c) + D_i Y_1(q_n c)) \right. \\ &\quad \times \int_0^c J_1(\alpha_n r) J_1(q_n r) r dr \\ &\quad + J_1(q_n c) \int_c^h (J_1(q_n r) + D_i Y_1(q_n r)) \\ &\quad \left. \times J_1(\alpha_n r) r dr \right]. \quad (22) \end{aligned}$$

根据 Cheng 的矩阵法, 将系数表示成矩阵形式, 系数之间的关系用转换矩阵表示, 则 (19) 和 (20) 式表示的系数之间的关系为

$$\begin{bmatrix} C_{i-1} \\ B_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{C_i \rightarrow C_{i-1}} & \Gamma_{B_i \rightarrow C_{i-1}} \\ \Gamma_{C_i \rightarrow B_{i-1}} & \Gamma_{B_i \rightarrow B_{i-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ B_i \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{C_i \rightarrow B_{i-1}} &= (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} - W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ &\quad \times e^{(\beta_{i-1} + \beta_i) z_{i-2}}, \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{B_i \rightarrow C_{i-1}} &= (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} - W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ &\quad \times e^{-(\beta_{i-1} + \beta_i) z_{i-2}}, \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{B_i \rightarrow B_{i-1}} &= (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} + W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ &\quad \times e^{(\beta_{i-1} - \beta_i) z_{i-2}}, \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{C_i \rightarrow C_{i-1}} &= (W_i \mu_{ri} \beta_{i-1} + W_{i-1} \mu_{ri-1} \beta_i) \\ &\quad \times e^{-(\beta_{i-1} - \beta_i) z_{i-2}}. \quad (27) \end{aligned}$$

应用扩展的矩阵法对 C_2 和 $T(\alpha)$ 进行求解, 结果如 (28) 和 (29) 式所示.

$$C_2 = \frac{\mu_0 I r_0 J_1(\alpha_n r_0)}{\alpha_n (h J_0(\alpha_n h))^2} e^{+\alpha_n z_0}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} T(\alpha) &= (\Gamma_{C_5 \rightarrow C_4} \Gamma_{C_4 \rightarrow C_3} \Gamma_{C_3 \rightarrow B_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow C_4} \Gamma_{C_4 \rightarrow B_3} \Gamma_{B_3 \rightarrow B_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow B_4} \Gamma_{B_4 \rightarrow C_3} \Gamma_{C_3 \rightarrow B_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow B_4} \Gamma_{B_4 \rightarrow B_3} \Gamma_{B_3 \rightarrow B_2}) \\ &\quad \times (\Gamma_{C_5 \rightarrow C_4} \Gamma_{C_4 \rightarrow C_3} \Gamma_{C_3 \rightarrow C_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow C_4} \Gamma_{C_4 \rightarrow B_3} \Gamma_{B_3 \rightarrow C_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow B_4} \Gamma_{B_4 \rightarrow C_3} \Gamma_{C_3 \rightarrow C_2} \\ &\quad + \Gamma_{C_5 \rightarrow B_4} \Gamma_{B_4 \rightarrow B_3} \Gamma_{B_3 \rightarrow C_2})^{-1}. \quad (29) \end{aligned}$$

则谐波激励时, 接收线圈的感应电压表达式为

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{j\pi\omega\mu_0 n_p n_d I}{(r_{2p} - r_{1p})(l_{2p} - l_1)(r_{2d} - r_{1d})(l_{2d} - l_1)} \\ &\quad \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Int(\alpha r_{1d}, \alpha r_{2d}) Int(\alpha r_{1p}, \alpha r_{2p})}{\alpha^7 E} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times (e^{-\alpha l_{2p}} - e^{-\alpha l_1})(e^{-\alpha l_{2d}} - e^{-\alpha l_1}) \\ &\times T(\alpha), \quad (30) \end{aligned}$$

其中,

$$Int(x_1, x_2) = \alpha^2 \int_{x_1}^{x_2} x J_1(x) dx, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} E &= \int_0^h r J_1(\alpha_i r) J_1(\alpha_j r) dr \\ &= \delta_{ij} \frac{(h J_0(\alpha_i h))^2}{2}. \quad (32) \end{aligned}$$

根据傅里叶变换, 脉冲涡流激励可看作一系列谐波激励的叠加, 因此将各谐波感应电压相加, 并对结果做离散傅里叶逆变换, 即可得到脉冲涡流激励时接收线圈中的时域感应电压 $\Delta U(k)$ 序列:

$$\begin{aligned} \Delta U(k) &= \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N e^{j\frac{2\pi}{N}(k-1)(m-1)} \\ &\quad \times \frac{j\pi\omega_m \mu_0 n_p n_d I}{(r_{2p} - r_{1p})(l_{2p} - l_1)(r_{2d} - r_{1d})(l_{2d} - l_1)} \\ &\quad \times \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Int(\alpha r_{1d}, \alpha r_{2d}) Int(\alpha r_{1p}, \alpha r_{2p})}{\alpha^7 E} \\ &\quad \times (e^{-\alpha l_{2p}} - e^{-\alpha l_1})(e^{-\alpha l_{2d}} - e^{-\alpha l_1}) T(\alpha), \quad (33) \end{aligned}$$

其中, N 为采样点数, $k = 1, 2, 3, \dots, N$; ω_m 为各谐波频率; I 为正弦电流幅值; l_1 为探头提离, l_{2d} 和 l_{2p} 分别为激励、接收线圈上端面到试件的距离; r_{1d} 和 r_{2d} 分别为激励线圈的内、外半径; r_{1p} 和 r_{2p} 分别为接收线圈的内、外半径, n_d 是激励线圈匝数, n_p 是接收线圈匝数.

3 解析模型验证

为验证平底孔试件脉冲涡流检测解析模型的正确性, 将该模型应用到 16MnR 平底孔试件检测中, 并对其进行实验分析. 实验所用系统为实验室自主研发的 HSPEC-III 脉冲涡流检测系统 [26]; 所用平底孔试件为如图 2 所示的 16MnR 试件, 试件厚度 z_3 为 20 mm, 试件中的平底孔深度 d 为 8 mm, 平底孔半径分别为 10, 25, 50, 75, 90 mm. 为便于检测信号分析, 平底孔试件中设有不含平底孔的区域, 在图 2 中标记为参考区域. 在探头提离 l_1 为 5 mm 时对图 2 所示的平底孔试件进行实验, 得到参考区域和不同半径平底孔区域的感应电压信号, 探头参数见表 1.

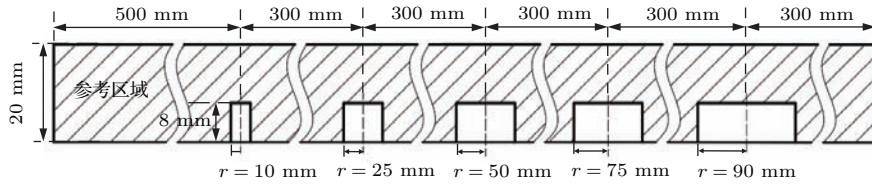


图2 平底孔试件示意图

Fig. 2. The diagram of the plate with different flat bottom holes.

表1 探头参数
Table 1. Parameters of the probe.

	内半径 r_1 /mm	外半径 r_2 /mm	高度 $l_2 - l_1$ /mm	匝数 n
激励线圈	10	30	40	800
接收线圈	76	79	3	400

设16MnR试件的相对磁导率 $\mu_{r3} = \mu_{r4} = 500$, 电导率 $\sigma_3 = \sigma_4 = 1.6 \text{ MS/m}$, 将表1所列探头参数、探头提离 $l_1 = 5 \text{ mm}$ 、试件厚度 $z_3 = 20 \text{ mm}$ 、平底孔深度 $d = 8 \text{ mm}$ 和不同的平底孔半径值代入平底孔试件脉冲涡流检测解析模型的感应电压表达式, 即(33)式, 计算参考区域和不同半径平底孔区域的感应电压信号。

为比较解析模型计算结果与实验结果, 设参考区域的感应电压信号为参考信号, 其他区域的信号大小用其相对于参考信号的欧氏距离^[27]表示. 考虑到脉冲涡流感应电压信号通常在对数坐标系下显示^[26], 则对数坐标系下, 其他区域信号相对于参考信号的欧氏距离可表示为

$$d = \sqrt{\sum (\log_{10} \Delta U_{\text{其他}} - \log_{10} \Delta U_{\text{参考}})^2}, \quad (34)$$

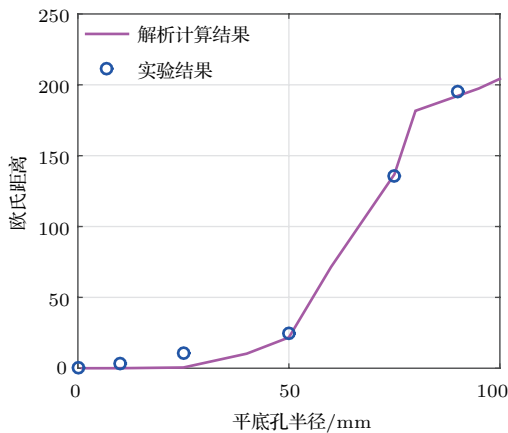


图3 解析计算和实验结果比较

Fig. 3. Comparison of the analytical and experimental results.

其中, $U_{\text{参考}}$ 表示参考区域感应电压信号, $U_{\text{其他}}$ 表示其他区域感应电压信号。

将解析计算得到的感应电压信号与实验得到的感应电压信号代入(34)式, 则可得平底孔半径不同时的感应电压信号相对于参考信号的欧氏距离. 对比解析计算结果与实验结果, 如图3所示, 解析计算结果与实验结果基本符合, 从而验证了平底孔试件脉冲涡流检测解析模型的正确性。

4 结 论

本文提出了平底孔试件脉冲涡流检测解析模型, 弥补了现有均匀壁厚减薄脉冲涡流检测解析模型仅含试件厚度(z 方向)信息的不足. 在该模型求解过程中, 由于铁磁性构件磁导率远大于1, 平底孔所在层的特征方程难以计算, 本文首先应用电磁波反射和折射理论构造各层磁矢位 \mathbf{A} 的表达式; 然后通过扩展的传递矩阵法对其求解, 获取接收线圈感应电压表达式. 将模型应用到16MnR平底孔试件检测中, 并对其进行了实验验证. 解析模型计算结果与实验结果基本符合, 验证了模型的正确性. 平底孔试件脉冲涡流检测解析模型可对更多脉冲涡流检测问题提供理论指导, 具有重要的工程意义. 下一步的研究工作将围绕该模型在脉冲涡流检测中的应用展开。

参考文献

- [1] Fan M B, Yin Y D, Cao B H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 088105 (in Chinese) [范孟豹, 尹亚丹, 曹丙花 2012 物理学报 **61** 088105]
- [2] Fu J J, Lei Y Z 2016 *J. Sci. Instrum.* **37** 617 (in Chinese) [付剑津, 雷银照 2016 仪器仪表学报 **37** 617]
- [3] Yang L J, Su J M, Gao S W, Liu B 2016 *NDT* **40** 10 (in Chinese) [杨理践, 孙靖萌, 高松巍, 刘斌 2016 无损探伤 **40** 10]
- [4] Kang X W, Fu Y W 2011 *Nondestruct. Test.* **33** 40 (in Chinese) [康小伟, 付跃文 2011 无损检测 **33** 40]

- [5] Wu X J, Zhang Q, Shen G T 2016 *J. Sci. Instrum.* **37** 1698 (in Chinese) [武新军, 张卿, 沈功田 2016 仪器仪表学报 **37** 1698]
- [6] Dodd C V, Deeds W E 1968 *J. Appl. Phys.* **39** 2829
- [7] Theodoulidis T P, Kriezis E E 2005 *J. Mater. Process. Technol.* **161** 343
- [8] Theodoulidis T P, Kriezis E E 2006 *Eddy Current Canonical Problems (with applications to nondestructive evaluation)* (Forsyth: Tech Science Press) pp93–135
- [9] Fan M B, Huang P J, Ye B, Hou D B, Zhang G X, Zhou Z K 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5950 (in Chinese) [范孟豹, 黄平捷, 叶波, 侯迪波, 张光新, 周泽魁 2009 物理学报 **58** 5950]
- [10] Chen X L, Lei Y Z 2015 *Chin. Phys. B* **24** 030301
- [11] Xu Z Y, Wu X J, Li J, Kang Y H 2012 *NDT & E Int.* **51** 24
- [12] Tian G Y, Li Y, Mandache C 2009 *IEEE Trans. Magn.* **45** 184
- [13] Li J, Wu X J, Zhang Q, Sun P F 2015 *NDT & E Int.* **75** 57
- [14] Fu F, Bowler J 2006 *IEEE Trans. Magn.* **42** 2029
- [15] Xu Z Y 2012 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [徐志远 2012 博士学位论文 (武汉: 华中科技大学)]
- [16] Cheng W, Komura I 2012 *Proceedings of the 9th International Conference on NDE in Relation to Structural Integrity for Nuclear and Pressurized Components* Seattle, USA, May 22–24, 2012 p336
- [17] Wang J, Teng Y P, Fu Y G, Sun M X, Liu Z B, Fan Z Y, Shi K 2013 *Nondestr. Test.* **35** 54 (in Chinese) [王健, 滕永平, 傅迎光, 孙明璇, 刘再斌, 范智勇, 石坤 2013 无损检测 **35** 54]
- [18] Xie S, Chen Z, Takagi T, Uchimoto T 2012 *NDT & E Int.* **51** 45
- [19] Bowler J R, Theodoulidis T P 2006 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** 2862
- [20] Theodoulidis T P, Bowler J R 2010 *IEEE Trans. Magn.* **46** 1034
- [21] Theodoulidis T P, Bowler J R 2005 *Rev. Prog. Quantit. Nondestr. Eval.* **24** 403
- [22] Zhang Q, Wu X J, Li J, Sun P F 2014 *Proceedings of the 19th International Workshop on Electromagnetic Non-destructive Evaluation* Xi'an, China, June 23–28, 2014 p95
- [23] Cheng C C, Dodd C V, Deeds W E 1971 *Int. J. Nondestr. Test.* **3** 109
- [24] Feng C Z, Ma X K 2000 *An Introduction to Engineering Electromagnetic Fields* (Beijing: Higher Education Press) p228 (in Chinese) [冯慈璋, 马西奎 2000 工程电磁场导论 (北京: 高等教育出版社) 第228页]
- [25] Yang Z 2009 *Ph. D. Dissertation* (Shandong: China University of Petroleum) (in Chinese) [杨震 2009 博士学位论文 (山东: 中国石油大学)]
- [26] Xu Z Y, Wu X J, Huang C, Kang Y H 2011 *J. Huazhong Univ. Sci. Techn (Nat. Sci. Ed.)* **39** 91 (in Chinese) [徐志远, 武新军, 黄琛, 康宜华 2011 华中科技大学学报 (自然科学版) **39** 91]
- [27] Xie M X, Guo J Z, Zhang H B, Chen K 2010 *Computer Eng. Sci.* **32** 92 (in Chinese) [谢明霞, 郭建忠, 张海波, 陈科 2010 计算机工程与科学 **32** 92]

Analytical modeling for the plate with a flat-bottom hole based on the reflection and transmission theory in pulsed eddy current testing*

Zhang Qing Wu Xin-Jun[†]

(School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

(Received 8 July 2016; revised manuscript received 26 October 2016)

Abstract

Ferromagnetic structures such as pipes or vessels are widely used in petroleum, chemical and power generation industries. Periodical nondestructive testing (NDT) is vital for continued safe operation. As a NDT technology, pulsed eddy current testing (PECT) technology which is excited by a square-wave pulse rather than a sinusoidal waveform has been widely used for its advantages of non-contact and acquisition of information at various depths in one excitation process. In PECT, the analytical modeling is important because it gives a better understanding of the signal and benefits the inverse process of PECT in extracting information of structures. The foundation of theoretical model of PECT is the Dodd-Deeds model presented by Dodd and Deeds in 1968, Theodoulidis and Kriezis represented the integral solution of Dodd-Deeds model in the form of series by using the truncated region eigenfunction expansion (TREE) method. Using the Dodd-Deeds model and the TREE method, other analytical modelings have been solved. However, most modelings assume that the wall thinning of the specimen is uniform, and the analytical solution only contains the variables in the z direction (the direction perpendicular to the surface of the specimen), such as the thickness of the specimen. With the rapid development of PECT, problems such as the footprint of the probe, the quantitative analysis of local wall thinning also need to be solved. These problems are related to the variable in the r direction (the direction parallel to the surface of the specimen), so the analytical modelings mentioned above are not available any more. To solve these problems, the analytical modeling of the plate with a flat-bottom hole is proposed. Considering the fact that the boundary condition in the analytical modeling of the plate with a flat-bottom hole is complicated, the assumption that the transverse wave number and the longitudinal wave number in the layer where the flat-bottom hole located are the same is made in this paper, and the transverse wave number is set to be only related to the structure in the r direction. Firstly, the expressions of magnetic vector potential in all the layers are obtained by using the reflection and refraction theory of electromagnetic wave. Then the analytical solution is solved based on the extended Cheng's matrix method by introducing the construction coefficient W_n . Finally, the 16MnR specimen with the flat bottom holes is conducted as an example, and experiments are carried out. The good agreement between results calculated by the analytical model and the experimental results measured verifies the developed analytical model.

Keywords: pulsed eddy current testing, reflection and transmission theory, flat-bottom hole, analytical modeling

PACS: 81.70.Ex, 03.50.De, 41.20.-q

DOI: 10.7498/aps.66.038102

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2016YFC0801904) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51077059).

† Corresponding author. E-mail: xinjunwu@mail.hust.edu.cn