

道路交通的流体物理模型与粒子仿真方法

崔曼 薛惠锋 陈福振 卜凡彪

Physics model of fluid and particle simulation method for road traffic

Cui Man Xue Hui-Feng Chen Fu-Zhen Bu Fan-Biao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 66, 224501 (2017) DOI: 10.7498/aps.66.224501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.224501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2017/V66/I22>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多路段元胞自动机交通流模型

Multi-section cellular automata model of traffic flow

物理学报.2017, 66(19): 194501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.194501>

混有协同自适应巡航控制车辆的异质交通流稳定性解析与基本图模型

Stability analysis and fundamental diagram of heterogeneous traffic flow mixed with cooperative adaptive cruise control vehicles

物理学报.2017, 66(9): 094502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.094502>

雨天高速公路车辆换道模型研究

Study of highway lane-changing model under rain weather

物理学报.2016, 65(6): 064501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.064501>

考虑动态车间距的一维元胞自动机交通流模型

One-dimensional cellular automaton model of traffic flow considering dynamic headway

物理学报.2015, 64(2): 024501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024501>

中小学门口道路上学期间的一个元胞自动机模型

A cellular automaton model for the road in front of elementary and middle school gates during students going to school

物理学报.2014, 63(9): 094502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094502>

# 道路交通的流体物理模型与粒子仿真方法\*

崔曼<sup>1)</sup> 薛惠锋<sup>1)2)</sup> 陈福振<sup>3)†</sup> 卜凡彪<sup>1)</sup>

1) (西北工业大学自动化学院, 西安 710072)

2) (中国航天系统科学与工程研究院, 北京 100048)

3) (火箭军工程大学动力工程系, 西安 710025)

(2017年6月8日收到; 2017年8月21日收到修改稿)

针对受多种因素影响的复杂道路交通系统问题, 基于颗粒动力学理论, 结合传统的 Lighthill-Whitham-Richards 物理模型, 建立道路交通系统的流体物理模型, 采用无网格粒子与网格相结合的方法进行数值仿真, 并应用于典型道路交通问题的求解. 在新模型中, 将车辆比拟为硬颗粒, 车辆的跟车比拟为颗粒间的碰撞相互作用, 已知道路情况对驾驶员操作车辆的影响比拟为流-粒两相系统中的外部流体驱动力作用, 不同车道间车辆的影响比拟为颗粒间的黏性作用, 从而在颗粒动力学理论的基础上, 推导建立了道路交通系统拟流体模型; 引入光滑离散颗粒流体动力学 (SDPH) 对车辆系统模型进行离散, 建立“SDPH 车辆”与真实车辆之间的一一对应关系, 再结合有限体积方法, 对道路交通构建的双流体模型进行求解, 建立求解交通流体物理模型的新型仿真方法. 最后, 采用所建立的模型和方法对车辆汇入以及机非混合对交通系统的影响过程进行了数值仿真, 所得结果与实测值符合较好, 表明新的模型和方法有效性好、可靠性高, 为道路交通问题的解决提供了一条全新的途径.

**关键词:** 道路交通问题, 颗粒动力学, 粒子法, 流体物理模型

**PACS:** 45.70.Vn, 05.20.Dd, 07.05.Tp

**DOI:** 10.7498/aps.66.224501

## 1 引言

社会经济的快速发展促进了城市化进程的加速, 同时也带来了城市交通拥堵以及由此衍生的事故频发、能源耗费、环境污染等城市交通问题. 道路交通作为城市交通组成中最重要的部分, 它是一个复杂的系统问题, 对其进行研究不仅可以解决当前城市发展和人们生活所面临的困境, 同时也将极大地促进国家和社会的发展.

目前, 国内外对于道路交通问题的研究主要有三个大类的方法, 分别为基于实验采集数据的分析方法<sup>[1-3]</sup>、基于非线性科学的理论分析方法<sup>[4-7]</sup>和基于交通系统流体力学模型的仿真分析方法<sup>[8-31]</sup>. 采用传统的实验数据分析方法, 需要大量的人力、物力资源及很长的实验采集周期. 虽然如今高速摄

像系统及其数据分析手段不断改进和更新, 但是仅通过数据很难全面直观地了解道路交通系统内由于驾驶员等为因素造成的时走时停、幽灵式交通等特殊交通行为. 同时, 采用理论分析的方法很难得到道路交通复杂系统的定量数值解, 无法对交通系统内某些具体因素的影响进行深入分析. 随着交通流理论的提出以及计算机软硬件的发展, 通过建立交通流体力学模型进行数值模拟, 已经为研究道路交通系统特性提供了一种有效而又经济的工具, 逐渐成为道路交通问题解决和系统设计的重要手段.

交通流理论是一门运用物理学和数学工具描述交通系统特性的科学. 自20世纪30年代提出至今, 已发展出多达上百种物理模型和数学模型, 这些模型从对车辆的描述方法上可分为微观、中观和宏观方法. 微观方法集中于单个车辆在相互作

\* 国家自然科学基金 (批准号: U1501253, 11502132) 和陕西省教育厅科研项目 (批准号: 14JK1132) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chen\_fu\_zhen@163.com

用下的个体行为描述,如车辆跟驰模型<sup>[8-11]</sup>和元胞自动机模型<sup>[12-15]</sup>,该方法存在计算消耗大,无法考虑车辆与驾驶员间存在巨大差异的情形,或者过于依赖演化更新规则,模拟结果与实测结果差别很大的缺点.宏观方法是将由大量车辆组成的系统看作可压缩连续流体介质,研究车辆集体的综合平均行为,如Lighthill-Whitham-Richards (LWR)模型<sup>[16,17]</sup>、Payne模型<sup>[18]</sup>、Papageorgiou模型<sup>[19,20]</sup>、Khüne模型<sup>[21,22]</sup>、Michalopoulos模型<sup>[23]</sup>、Helbing“三方方程”模型<sup>[24]</sup>以及吴正模型等<sup>[25]</sup>,此类方法为交通问题的解决做出了巨大贡献,但目前所建立的非平衡流的高阶连续模型理论基础不够严格,模型较为简单,存在大量的人为假设,尤其模型中一些参数较大程度上依赖于实验数据和经验公式,普适性差,制约了此类方法自身优势的有效发挥.中观的气体动力学模型<sup>[26-30]</sup>有较好的理论基础,它采用统计平均的方法考察大量分子的集体行为,推导出了宏观规律,建立起了微观模型和宏观模型的桥梁.但是目前该模型仅适合于稀疏气体分子的运动,分子间距较大,与道路交通系统中车辆间距可大可小的现状不相符合.同时,采用该模型建立的方程中包括很多待定参量和复杂关系式,尚未能和实际道路交通系统参量建立起联系,致使该模型相比其他两种方法发展迟缓.

另外,目前国内外对道路交通系统模型进行求解,大多采用基于网格的数值模拟方法,通过追踪每一时间步固定位置上的车流密度、速度、流量等参量观测交通系统的演变过程,无法得到车辆实时的运动状况,更无法跟踪每一车辆的运动轨迹,这样对于道路交通系统中存在的一些典型状况,如幽灵式交通、交通拥堵、混合交通等均无法详细追踪事故的原因,无法充分发挥数值模拟的优势.

本文从一种全新的角度出发,基于颗粒动力学理论建立更为全面描述复杂道路交通系统的模型,引入无网格粒子模拟方法进行仿真求解,解决以上描述的现有交通系统模型和仿真方法存在的不足,实现对道路复杂系统的有效模拟.

## 2 道路交通系统流体物理模型的建立

通过对道路交通系统模型总结研究,可以发现由大量车辆组成的系统在宏观上会表现出类似可压缩流体的性质,在不受外界压力和干扰作用下会自由均匀运动,而当遇到红绿灯、交通拥堵又可以

聚集到一起,道路交通系统的这种宏观性质直接带来了道路交通宏观流体力学模型的诞生.然而,这种直接从宏观层面进行等效假设出发建立的模型,缺乏严格的理论基础,仅为一种等价模型,致使很多参量和方程均具有人为性.

而换个角度分析,车辆从单体角度出发又是一种具有随机运动规律的离散物质,假定其在不考虑自身密度、质量和尺寸等条件下,仅将车辆当成是运动的质点,仅考虑其自身的数密度、速度和数流量,其运动规律与离散粒子的运动具有较高的一致性.那么直接从该角度出发,通过建立微观系统车辆的随机运动方程,加上车辆间相互作用模型,推导系统的宏观拟流体模型,正是目前中观方法的思想,并且其具有严格的理论基础.但是中观方法所采用的气体分子动理论自身却存在分子间距的稀疏性假设,并且分子之间的相互作用与车辆间的相互作用存在差异性(碰撞概率、速度分布均不同),因此,目前中观方法建立起的模型中还存在很多未知量和关系式,还未能和实际交通系统建立一一对应关系,未能实现大规模应用.

我们前期在研究气体-颗粒两相流的基础问题时,发现颗粒动力学<sup>[31-33]</sup>作为一种新的理论,其思想即源于气体分子动理论,它将颗粒间的相互作用假定为二体碰撞假设,与车辆间通常产生的两-两车辆相互作用不谋而合.同时该模型克服了气体分子动理论的缺点,既适用于稀疏颗粒的运动,又可以处理颗粒的稠密运动.采用该理论推导得到的宏观拟流体模型与传统的宏观交通系统模型存在较大的一致性,同时将其其中的人为项替换成了流体力学项,基于物理本质求解得到,更加具有合理性.因此,这里重点阐述基于颗粒动力学建立的道路交通系统拟流体模型.

### 2.1 基于车辆相互作用的车辆系统模型

基于颗粒动力学模型,将每一车辆看作离散的颗粒,对应考虑车辆间的相互作用.车辆在自身行驶条件下,受周围车辆的影响产生加减速、时走时停等随机运动,从而产生宏观交通系统的压力和黏度.同时,假定发生相互作用的两车辆速度间无相关关系(这里的相关关系指的是直接关系,例如两辆车为一个车队,速度之间存在着直接的线性关系等).类比于颗粒动力学中的两颗粒作用模式,道路交通系统中,两辆车之间的相互影响作用为主要

作用模式, 同其他车辆的作用对系统的影响较小. 需要强调的是, 这里比拟的两车之间不会发生真正的碰撞, 而是两车间的车距小于最小车距后, 便认为其等价于两颗粒的碰撞作用, 产生光滑的反弹作用, 造成车辆速度的改变, 并且发生该现象的时间很短. 单车速度分布采用 Maxwell 速度分布函数描述, 且满足 Boltzmann 积分微分方程.

车辆的运动采用速度分布函数  $f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  来描述. 车辆数方程则为

$$n = \int_{\mathbf{v}} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v}, \quad (1)$$

表示在时刻  $t$ 、体积元从  $\mathbf{r}$  到  $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$  且速度范围从  $\mathbf{v}$  到  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$  内的车辆总数目. 速度从  $\mathbf{v}$  到  $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$  内车辆分布概率为

$$\frac{1}{n} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v}. \quad (2)$$

对空间中与车辆速度有关的物理量, 采用概率速度平均的方法, 进行统计平均, 得到

$$\langle \psi \rangle(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{n} \int_{\mathbf{v}} \psi(\mathbf{v}) f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v}, \quad (3)$$

$\psi$  指车流量、速度、动量和能量等.

通常, 假定车辆速度分布函数满足 Boltzmann 积分微分方程 (如 Phillips<sup>[30]</sup> 假定)

$$\begin{aligned} & \frac{D}{Dt} \iint_{V(t)\mathbf{v}(t)} f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{r} d\mathbf{v} \\ &= \iint_{V(t)\mathbf{v}(t)} \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} d\mathbf{r} d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (4)$$

该公式表示在体积范围  $V(t)$  和速度范围  $\mathbf{v}(t)$  内车辆总数量的守恒关系;  $(\partial f / \partial t)_{\text{coll}} d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  表示在体积和速度空间  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  内由车辆间的相互作用而引起的速度净变化率. 基于 Reynolds 理论<sup>[33]</sup> 可以得到著名的 Boltzmann 方程:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} (\mathbf{a} f) = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}}, \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\mathbf{F}}{n}, \quad (6)$$

$\mathbf{a}$  表征作用于单车的外应力, 不包含车辆间相互作用应力.

著名的 Maxwell 速度分布公式可从 Boltzmann 方程在车辆系统均匀稳定的状态下求得

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{n}{(2\pi\theta_v)^{3/2}} \exp \left[ -\frac{(\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}})^2}{2\theta_v} \right], \quad (7)$$

$\bar{\mathbf{v}}$  为车辆的平均速度,  $\theta_v$  定义为车辆的拟温度, 表征车辆的速度脉动, 也即车辆的速度方差, 主要考虑车辆受周围车辆影响造成的车速波动, 同 Helbing<sup>[24]</sup> 引入的车辆速度方差相类似,

$$\theta_v = \frac{1}{3} \langle C^2 \rangle, \quad (8)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}, \quad (9)$$

$\mathbf{C}$  为车辆的脉动速度. 将反映车辆特性的物理量  $\psi$  代入 Boltzmann 方程两边, 化简得到一般输运方程,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [n(\psi)] - n \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} [n(\psi \mathbf{v})] - n \left( \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{r}} \right) \\ &= n \left( \mathbf{a} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{v}} \right) (f) + I(\psi), \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$I(\psi) = \int \psi \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} d\mathbf{v}. \quad (11)$$

在考虑两车辆产生相互作用的情况下, 上式可表示为

$$\begin{aligned} I(\psi) &= \iiint_{\mathbf{k}(\mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{k}) > 0} [\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}'_1) - \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1)] \\ &\times f^{(2)}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}_1, \mathbf{r} + \sigma \mathbf{k}, \mathbf{v}_2) \\ &\times \sigma^2 (\mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{k}) d\mathbf{k} d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2, \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2, \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{1}{2} (l_{v_1} + l_{v_2}), \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  和  $\mathbf{v}'_1, \mathbf{v}'_2$  分别表示车辆 1 和车辆 2 在大于车辆间允许的最小车距之前和之后的速度;  $l_v$  为车辆尺寸;  $\mathbf{r}$  为车辆的单位位置矢量;  $\mathbf{k}$  表示车辆 2 指向车辆 1 的单位矢量;  $f^{(2)}(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2)$  为对偶公式;  $f^{(2)}(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{v}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{v}_1 d\mathbf{v}_2$  是时间为  $t$ , 速度为  $\mathbf{v}_1$  和  $\mathbf{v}_2$ , 体积元从  $\mathbf{r}_1$  到  $\mathbf{r}_2$  的车辆 1 和 2 的数量概率. 假定两车辆速度的概率分布相同, 再根据车辆 1 和 2 的相间交换, 进行泰勒展开, 可得到  $I(\psi)$  的进一步细化公式, 这里不再阐述, 详细可参考文献<sup>[31—33]</sup>.

令  $\psi = 1$ ,  $n = \alpha_v k_v = k$ , 不考虑目标系统之外的车辆进入和驶出等源项作用, 代入 (10) 式中, 可得车流量连续性守恒方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_v k_v) + \nabla \cdot (\alpha_v k_v \mathbf{v}_v) = 0$$



或

$$\frac{\partial}{\partial t}(k) + \nabla \cdot (k\mathbf{v}_v) = 0, \quad (15)$$

$k_v$  为单位车道内根据单个车辆所占据的空间计算出的可容纳最多的车辆数目;  $k$  为车辆数目密度, 即单位车道内车辆的数目;  $\alpha_v$  为车辆所占据空间的体积分数, 由当前状态下单位空间内的车辆数与完全饱和状态下车辆数的比值求得, 和车辆数密度与速度一样给定初始状态值, 然后每一时间步进行更新求解.  $\mathbf{v}_v$  不是瞬时速度, 而是平均量, 即

$$\mathbf{v}_v = \langle \mathbf{v}_i \rangle = \frac{1}{n} \int \mathbf{v}_i f d\mathbf{v},$$

$v$  为瞬时速度. 可以看出, 该方程在一维情形下与 LWR 模型方程完全相同, 说明了采用颗粒动力学理论同样可以建立起微观模型与宏观模型的联系, 同时验证了采用该理论推导宏观交通系统模型方程的可行性.

同理, 令  $\psi = v$ , 考虑车辆受驾驶员操作的影响, 车辆运动方程表示为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(k\mathbf{v}_v) + \nabla \cdot (k\mathbf{v}_v\mathbf{v}_v) \\ &= -\alpha_v \nabla P - \nabla P_v + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_v + k\mathbf{g} \\ &+ \beta_{vf}(\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_f) \end{aligned} \quad (16)$$

$\nabla P$  为驾驶员根据道路分布操控的动力梯度, 操控的动力  $P$  由动力系统输运方程求得, 在第 3 节中详细介绍;  $\nabla P_v$  为车辆系统等效压力梯度,  $P_v$  由 (17) 式求得, 其中  $P_v$  为脉动能  $\theta_v$  的函数,  $\theta_v$  由其输运方程 (19) 求解;  $k\mathbf{g}$  为外部由于雨、雪等环境因素施加给系统的作用力;  $\beta_{vf}$  为驾驶员对车辆操控的等效曳力系数, 第 2.3 节详细介绍.

$$P_v = k[1 + 2(1 + e)\alpha_v g_0]\theta_v, \quad (17)$$

其中,  $g_0$  为径向分布函数, 通常取

$$g_0 = \left[ 1 - \left( \frac{\alpha_v}{\alpha_{v,\max}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{-1}, \quad (18)$$

$\alpha_{v,\max}$  为车辆在车道上拥挤时可达到的最大体积分数值;  $k_v$ ,  $\alpha_v$ ,  $g_0$  在每个时间步进行计算更新,  $e$  为车辆间相互作用影响归还系数, 为常量. 从 (17) 式可以看出, 当道路上车辆较少时, 车辆的体积分数较小, 第二项相比第一项可忽略, 剩下的第一项与 Phillips [30] 和 Helbing 等 [24] 提出的交通压力项相类似, 表明在车流量密集度较小的情况下与传统宏观道路交通系统模型相同. 传统的宏观道路交通系统模型是本文推导模型的一个特例.

$\boldsymbol{\tau}_v$  为车辆系统等效黏性应力张量

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_v &= \alpha_v \mu_v (\nabla \mathbf{v}_v + \nabla \mathbf{v}_v^T) \\ &+ \alpha_v \left( \lambda_v - \frac{2}{3} \mu_v \right) \nabla \cdot \mathbf{v}_v \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\mu_v$  和  $\lambda_v$  为车辆系统的等效剪切黏度和体黏度, 表征不同车道的车辆之间的相互影响,  $\mu_v$  和  $\lambda_v$  的取值将根据特定的交通问题由实测数据进行校验比对得到;  $\mathbf{I}$  为单位张量.

令  $\psi = \frac{1}{2}C^2$ , 代入 (10) 式中, 得到车辆脉动能守恒方程

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(k\theta_v) + \nabla \cdot (k\mathbf{v}_v\theta_v) \right] \\ &= (-p_v \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_v) : \nabla \mathbf{v}_v - 3\beta_{vf}\theta_v, \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $(-p_v \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_v) : \nabla \mathbf{v}_v$  为由车辆系统内相互作用产生的能量, 具体公式均在前面列出.  $-3\beta_{vf}\theta_v$  为驾驶动力与车辆间的能量交换,  $\beta_{vf}$  在 3.3 节中介绍.

可以看出, 本文所建立的模型中涉及的车流密度为数密度, 与车辆的真实密度等物理属性无关, 仅与车辆的尺寸相关, 而颗粒动力学中将真实颗粒的密度忽略, 仅考虑颗粒的数密度, 同时将颗粒的尺寸增大到车辆尺寸 (颗粒动力学对颗粒的尺寸无限制要求), 那么车辆的运动完全可以由颗粒的运动来替代, 两者之间无本质上的差别, 所以这也是本文所建立模型的出发点. 另外, 本文所建立的模型中的大部分参数或者为每时间步可求得的参数, 或者为常数, 仅有考虑特殊交通问题的极少数的参量无法直接确定, 我们采用实测数据校验比对的方式进行确定, 所以本文所建模型物理意义明确, 理论基础扎实, 所有参量均可以确定求解, 克服了传统模型的不足.

该模型与传统的宏观道路交通模型存在的另一个不同点是关于维度的计算. 本文模型既可以进行一维计算, 也可以在二维情况下计算. 考虑相邻车道间车辆之间的相互影响作用, 比拟为颗粒间的黏性力的作用. 同时考虑相邻车道间道路空间大小的影响, 体现在相邻车道内假定车辆拥挤时, 交通系统压力增大, 而假如本车道相对压力小时, 车辆就会变道而向本车道运动, 缓解相邻车道的压力; 相反, 假如相邻车道车辆较少, 交通压力则较小, 本车道车辆就会向相邻车道运动, 减缓本车道的压力, 使得车道间压力处于一个相对均衡状态, 这与实际情况是较为符合的. 同时, 根据 Zheng 等 [34] 的分析, 在多维情况下, 各向异性假设不再满足, 可采

用各向同性进行求解. 因此, 本文所做的假设合理. 采用本文的多维流体系统模型, 可以解决相邻车道车辆变道的问题. 另外, 需要注意的问题是, 本文的交通系统数密度在多车道复杂运动状况下为面密度, 单位为  $\text{veh}/\text{km}^2$ , 与传统交通系统模型参数有所区别, 同时, 忽略车辆在横向车道上的孔隙率, 假定车辆在横向占满空间, 仅考虑在车道方向上的车辆间隙.

## 2.2 基于理想驾驶速度的外部流体驱动力模型

在已知道路的分布状况和限速情况后, 在不考虑其他车辆及外界因素的影响下, 驾驶员将控制车辆趋向和达到一个理想驾驶速度值. 每条道路每个路段都具有自己的理想驾驶速度, 尤其对于有红绿灯、车道变换、拐弯、路障等特殊情况, 道路上每一点的理想驾驶速度分布将根据道路的变化情况而发生改变. 同样地, 对于管道中颗粒的气力输送过程而言, 在已知管道的分布和初边界条件情况下, 管道中首先产生一个理想的气体速度分布, 颗粒在该气动力的驱动下逐步达到一个稳定的理想速度, 这与道路交通系统具有相似性. 那么, 当我们将车辆的行驶比拟为管道中运动的颗粒, 实际道路中的气体空间与管道中的气体具有对应关系, 设想驾驶员根据道路的分布操控车辆的驱动力完全转移给道路空间中的气体, 就如同车辆驾驶员完全脱离车辆, 车辆的行驶完全依靠外部流体的驱动作用, 当车流量密度较大时, 空间中流体体积分数减少, 相应的驱动力减少, 当车流量密度较小时, 空间中流体体积分数较大, 驱动力则相应增加. 而驾驶员根据周围车辆的状况操控车辆的驱动力则相应地在车辆系统压力中体现 ((17) 式). 这样就避免了传统交通流宏观模型中平衡项的使用.

基于理想驾驶速度建立道路交通从流体动力系统模型如下:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f) = 0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\rho_f \mathbf{v}_f)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}_f \mathbf{v}_f) \\ &= -\nabla P + \nabla \cdot \tau_f + R_{fv} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, 下标  $f$  和  $v$  分别表示外部从流体和交通流,  $\rho_f$  和  $\mathbf{v}_f$  分别为等效从流体动力系统的密度和速度,  $P$  和  $\tau_f$  为等效从流体动力系统的压力和黏性项,

$R_{fv}$  为不同流体系统间的相互作用力. 这里对于外部从流体的密度是该系统的一个关键参数, 直接决定了施加于主流体上的曳力作用, 从而影响到车辆达到理想行驶速度状态的时间. 经过分析可以发现, 从流体的密度与驾驶员操控车辆的性质息息相关, 如驾驶员的年龄、身体状况、性别等因素决定了驾驶员能操控车辆达到理想行驶速度的时间, 也就是驾驶员对系统状态的反应时间, 因此, 可以将驾驶员对交通系统的影响与从流体动力系统的密度建立一一对应关系, 从而为交通系统多相拟流体的求解铺平道路.

综上所述 2.1 节和 2.2 节, 可以得出基于颗粒动力学的道路交通系统模型与基于理想驾驶速度的外部驱动力模型共同组成了道路交通系统的“双流体系统”模型, 不仅动力系统采用宏观连续介质力学求解, 车辆系统同样等效为宏观连续的流体.

## 2.3 考虑非机动车辆的交通多相系统模型

在交通系统中, 非机动车与机动车表现得如运动的两种颗粒, 当两者之间的距离小于理想的间距时, 速度发生改变, 避免两者出现真正的碰撞. 因此, 可将非机动车辆等效为与机动车辆处于相同体系下的颗粒, 同样采用基于颗粒动力学的流体系统建模求解, 但其在密度、速度、体积分数、尺寸分布、拟温度等参量上存在差异, 也即将非机动车辆等价于道路交通系统的多相流模型.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(k_{nv}) + \nabla \cdot (k_{nv} \mathbf{v}_{nv}) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(k_{nv} \mathbf{v}_{nv}) + \nabla \cdot (k_{nv} \mathbf{v}_{nv} \mathbf{v}_{nv}) \\ = -\alpha_{nv} \nabla P - \nabla P_{nv} + \nabla \cdot \tau_{nv} + k_{nv} \mathbf{g} \\ + \beta_{nvf}(\mathbf{v}_{nv} - \mathbf{v}_f), \\ \frac{3}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial t}(k_{nv} \theta_{nv}) + \nabla \cdot (k_{nv} \mathbf{v}_{nv} \theta_{nv}) \right] \\ = (-p_{nv} \mathbf{I} + \tau_{nv}) : \nabla \mathbf{v}_{nv} - 3\beta_{nvf} \theta_{nv}, \end{cases} \quad (23)$$

其中,  $k_{nv}$  为单位车道内所容纳的非机动车的数目,  $\mathbf{v}_{nv}$  表示非机动车系统的速度矢量,  $\alpha_{nv}$  为非机动车所占据空间的体积分数,  $\nabla P_{nv}$  为非机动车系统等效压力梯度,  $\tau_{nv}$  为非机动车系统等效黏性应力张量,  $k_{nv} \mathbf{g}$  为外部由于雨、雪等环境因素施加给非机动车系统的作用力,  $\beta_{nvf}$  为非机动车操控的等效曳力系数,  $\theta_{nv}$  为非机动车脉动能,  $P_{nv}$  表示非机动车系统的等效压力,  $\mathbf{I}$  为单位张量矩阵.

## 2.4 基于管道理论的道路交通系统边界模型

将车辆的行驶比拟为颗粒的运动, 车辆受限于车道的限制, 只能保持在已知道路上行驶, 对于颗粒运动而言, 就如同受限于边界而在管道中运动一样. 因此, 基于管道流动理论, 建立道路交通系统中车辆道路行驶的边界模型.

图1展示了建立道路交通系统边界模型的过程. 假定在已知道路上, 当车道变窄或拐弯等情况时, 在最外层行驶的车辆继续按原方向和速度行驶, 车辆与外车道边缘距离将逐渐减小至最小车距, 此时车辆将在驾驶员的操作下改变速度和方向来控制车辆不与边界发生碰撞. 同时, 相应的内侧车辆也将根据外侧车道车辆的行驶状况改变自身速度和方向, 该过程可等效为颗粒在管道中运动, 当管道直径发生改变时, 颗粒将与管道壁面发生碰撞, 受到壁面对颗粒施加的边界力的作用, 从而改变自身运动的速度和方向, 保持在管道中的运动. 相应地, 车辆与车道外侧间距进入最小车距范围时即表征颗粒与壁面之间发生了碰撞作用, 因此, 根据该假设, 可建立道路交通系统的边界模型.

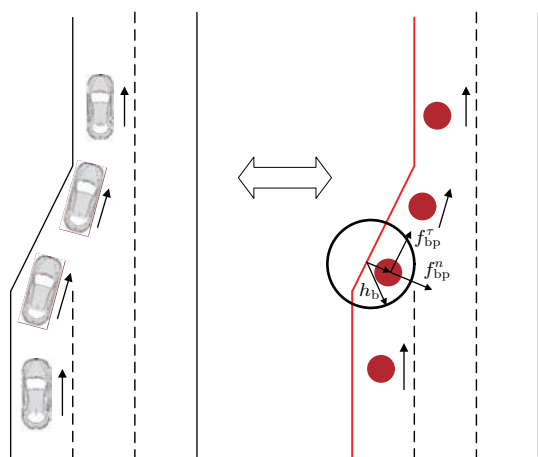


图1 基于管道理论的道路交通系统边界模型

Fig. 1. Boundary model of road traffic system based on pipeline theory.

施加的边界作用力公式为<sup>[35]</sup>

$$\mathbf{f}_{bv} = -\varepsilon 2 \frac{1}{|r_{bv}|} (\mathbf{v}_v - \mathbf{v}_b), \quad |r_{bv}| < h_b, \quad (24)$$

当车辆与边界距离 $|r_{bv}|$ 小于最小刹车距离 $h_b$ 时, 施加边界作用力 $\mathbf{f}_{bv}$ ,  $\varepsilon$ 为罚参数.

## 3 复杂道路交通的光滑离散颗粒流体动力学-有限体积(SDPH-FVM)耦合数值仿真方法

在建立道路交通系统拟流体模型的基础上, 对系统进行仿真分析, 需进一步引入仿真方法对模型求解. 传统的理论解析法如分离变量法、傅里叶变换法、谱方法以及蒙特卡罗方法等仅能得到特定参量随影响因素的变换关系, 无法直观地掌握交通系统中车辆的运动信息. 现有的求解双流体模型的数值模拟方法为基于欧拉网格的方法, 不仅连续相采用网格方法求解, 颗粒相的信息同样在固定的网格节点上进行更新, 仅能在每一时刻观察车道固定位置处车辆数密度的变化, 无法得到车辆实时的运动状况, 更无法跟踪每一车辆的运动轨迹, 这样对于道路交通系统中存在的一些典型状况, 如幽灵式交通、交通拥堵、混合交通等均无法详细追踪事故的原因.

车辆作为一种随机运动的离散物质, 具有完全拉格朗日粒子的特性. 要对其进行追踪模拟, 拉格朗日粒子方法最为合适, 不仅可以大幅减小计算量, 同时可以自然追踪车辆的运动轨迹, 较易加入车辆的抛锚、碰撞、时走时停等单车运动模型, 适合求解考虑道路交通系统复杂因素影响的宏观交通流模型.

### 3.1 车辆系统求解的SDPH方法

SDPH<sup>[36-41]</sup>是在传统SPH(光滑粒子流体动力学)方法的基础上进行改进的数值模拟方法, 它主要是将SPH方法应用于离散物质系统的宏观拟流体模型求解, 已成功应用于模拟喷动流化床<sup>[37]</sup>、风沙运动<sup>[38]</sup>、气-粒传热<sup>[39]</sup>、空气燃料炸弹<sup>[40]</sup>、发动机喷管等<sup>[41]</sup>气体颗粒两相流动问题的数值模拟. 采用SDPH方法对道路交通系统模型进行求解, 一方面可以利用SDPH的拉格朗日特性, 追踪系统内物质的详细运动信息, 俘获车辆的运动行为; 另一方面, 每个SDPH粒子可以表征一系列具有一定尺寸分布的车辆, 可大幅减小计算量, 实现对大规模交通系统的有效求解.

由于传统SPH主要用于离散连续性物质, 所以SDPH方法将SPH进行了改进, 这里针对交通问题再进行适当调整, 建立可求解交通流的改进



SPH方法. SDPH粒子不仅承载车辆的数量、数密度、速度、位置、交通压力等参量, 而且承载车辆的尺寸分布形态、体积分数以及由颗粒动力学引入的拟温度等车辆属性, 将其称为“SDPH车辆”. 本文采用实际车辆的尺寸均值、方差和车辆的数量表征车辆的尺寸分布情况. 如2.1节, 引入车辆的拟温度表征车辆运动的速度脉动(如Helbing的速度方差<sup>[24]</sup>). 车辆拟温度 $\theta_p$ 如(8)式定义, 其同样作为一个参量值赋予“SDPH车辆”上. 车辆的拟温度守恒方程为(20)式.

“SDPH车辆”与实际车辆之间属性的对应关系为: 对于交通车辆系统拟流体, 车辆的有效数密度 $\hat{k}_v$ 表示为

$$\hat{k}_v = \alpha_v k_v. \quad (25)$$

假设一定区域中存在有 $n$ 辆车, 车辆的平均体积为 $V_v$ , 空间总体积为 $V_0$ , 那么有

$$\begin{aligned} \hat{k}_v &= \alpha_v k_v = \frac{n V_v}{V_0} k_v = \frac{1}{V_0/n} \\ &= \sum W = n_{\text{SPH}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\sum W = \frac{n}{V_0} = \frac{1}{V_{\text{eff}}}$ ,  $n_{\text{SPH}}$ 为每个“SDPH车辆”所表征的实际车辆数. 可以看出“SDPH车辆”的数密度为实际车辆的有效数密度, “SDPH单车”的体积为“SDPH车辆”所代表的实际车辆群的体积与所占据的道路有效空间体积之和, “SDPH车辆”所代表的实际车辆群中单车的数量由体积对等关系计算得到. 同时“SDPH车辆”携带表征实际车辆系统尺寸分布特性的尺寸均值、方差及车辆数量. 给定车辆系统尺寸服从的分布状态(如服从对数正态分布), 由尺寸均值、方差及车辆数量可以惟一确定其分布.

基于建立的“SDPH车辆”与真实车辆间的对应关系, 对颗粒动力学守恒方程(15), (16)和(20)采用SPH方法进行离散, 得到用于SPH求解的控制方程组:

$$\frac{dk_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij}, \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= - \sum_{j=1}^N \left( \frac{\sigma_i}{k_i^2} + \frac{\sigma_j}{k_j^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} \\ &\quad + \frac{\mathbf{f}_i^{\text{bv}}}{k_i} + \mathbf{g}_i + \frac{\beta_{\text{vf}}(\mathbf{v}_i^v - \mathbf{v}^f)}{k_i}, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\frac{d\theta_{vi}}{dt} = \frac{2}{3} \left[ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \mathbf{v}_{ji} \left( \frac{\sigma_i}{k_i^2} + \frac{\sigma_j}{k_j^2} - \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} \right.$$

$$\left. - \frac{3\beta_{\text{fv}}\theta_v}{k_i} \right], \quad (29)$$

式中应力 $\sigma = -p_v \mathbf{I} + \tau_v$ , 如第2节所述.  $\mathbf{f}_i^{\text{bv}}$ 为壁面力, 如2.4节. 车辆体积分数、连续相压力梯度以及曳力等作用来源于驱动力系统.

### 3.2 外部流体动力系统求解的FVM方法

对于FVM, 在空间离散的四边形网格上构造控制体. 外部流体动力系统模型守恒方程(21)和(22)在控制体上构造的动力学平衡方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \alpha_f \rho_f dV + \oint_S \alpha_f \rho_f (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}) dS &= 0, \quad (30) \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f dV + \oint_S \alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}) dS \\ &= - \oint_S \alpha_f P_f \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} dS + \oint_S \tau_f \cdot \mathbf{n} dS \\ &\quad + \int_V (\mathbf{R}_{\text{fv}} + \alpha_f \rho_f \mathbf{g}) dV, \end{aligned} \quad (31)$$

其中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵,  $V$ 为流体所占据体积,  $S$ 为占据体积边界的面积,  $\mathbf{n}$ 为垂直于面 $S$ 的单位法向量. 方程(30)和(31)计算的解在交错网格上获得. 压力、密度、黏度、拟温度及其他车辆属性都定义在网格中心处, 速度的水平分量定义于垂直网格面的中心, 速度的垂直分量则定义于水平网格面的中心位置.

方程(32)和(33)的有限体积离散式如下:

$$\begin{aligned} &\frac{(\alpha_f \rho_f \Delta V)^{n+1} - (\alpha_f \rho_f \Delta V)^n}{\Delta t} \\ &+ \sum_{\text{faces}} \alpha_f \rho_f (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}) \Delta S = 0, \quad (32) \\ &\frac{(\alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f \Delta V)^{n+1} - (\alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f \Delta V)^n}{\Delta t} \\ &+ \sum_{\text{faces}} (\alpha_f \rho_f \mathbf{v}_f (\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{n}) \Delta S)^n \\ &= - \sum_{\text{faces}} (\alpha_f P_f \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{n} \Delta S)^{n+1} \\ &+ \sum_{\text{faces}} (\tau_f \cdot \mathbf{n} \Delta S)^n + (\mathbf{R}_{\text{fv}} + \alpha_f \rho_f \mathbf{g})^n \Delta V. \end{aligned} \quad (33)$$

### 3.3 SDPH-FVM耦合框架及算法流程

基于双流体模型, 可以建立SDPH与FVM间耦合的桥梁, 通过曳力、压力和能量等源项作用, 以及体积分数的交换, 实现算法之间的耦合, 具体框架和流程见文献[36—41], 不再赘述. 这里重点阐述相间曳力作用.



作用于单车辆上的曳力可由动量交换系数 $\beta$ 和两相间滑移速度 $\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_v$ 表示:

$$\mathbf{R}_{fv} = \beta_{fv}(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_v). \quad (34)$$

大量研究表明, 车辆系统的体积分数对于决定车辆群运动的曳力来说具有重要的影响. 动量交换系数 $\beta_{fv}$ 采用 Schiller 和 Naumann 提出的公式<sup>[42]</sup>

$$\beta_{fv} = C_D \frac{3\alpha_v \rho_f |\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_v|}{4l_v}, \quad (35)$$

$l_v$  为车辆的平均尺寸,  $\rho_f$  为外部流体动力系统的等效密度,  $C_D$  为可调整参数, 通常设为 0.5.

## 4 算例验证

### 4.1 车辆汇入对道路交通影响的仿真分析

不论是在高速公路还是城市快速道路上, 均有车辆通过匝道驶入主道的状况, 如果说交叉口是间断流交通设施的拥堵节点, 那么匝道驶入点则是高速路或快速路等连续流交通设施的咽喉, 是导致主线交通紊乱、造成道路拥堵的直接诱因. 这种路段也通常称为“瓶颈”路段, 属于道路交通系统的合流区, 是发生交通事故、造成车辆延误的主要区域<sup>[43,44]</sup>.

为获得更多的实验数据, 以便与仿真结果进行对比分析, 这里选择城市快速路入口匝道合流区车辆汇入作为研究对象, 研究其在汇入过程中对交通运行特性和交通系统特性的影响过程, 同时检验本文提出的新模型和方法的有效性. 图2显示了快速路入口处合流区示意图. 可以看到, 以相同方向上分开行驶的两股车辆合并成一股车流继续向前运动, 车道包括主线车道、入口匝道和主线车道与匝道之间的加速车道. 加速车道的作用是为了提供空间使匝道车辆提高行驶速度, 顺畅地汇入主路交通而不发生车辆的碰撞, 减少汇入的扰动. 通过分析可以发现, 该两股车流相汇的过程和管道中的两股颗粒流相汇的过程相似, 完全可以进行等价.

以西安市由建工路与东二环主干道路合流区为例, 经过数据采集统计, 东二环主线运行速度均值为 54 km/h, 匝道车辆速度约为 38 km/h, 设定主路交通单车道流量密度为 44 veh/km. 虽然东二环主路为四车道, 但是通过观测可以发现, 合流区附近很长一段道路内最左侧车道和右侧的三车道无任何影响, 最左侧车道上车辆非常稳定, 所

以这里只考虑二环主路的单向三车道, 车道总车流密度为 22 kveh/km<sup>2</sup>. 匝道交通单车道流量密度为 62 veh/km, 单向为两车道, 车道总密度为 31 kveh/km<sup>2</sup>. 车辆平均长度为 4.3 m, 初始主干道路车流量体积分数为 0.4, 匝道车流量体积分数为 0.5, 模型如图3所示. 在汇入处由于道路出现变化, 驾驶员会根据道路的状况改变驾驶方向和速度, 因此, 需增加外部的动力系统模型对车辆方向校正, 再根据车辆间的间距情况进行速度的调整.

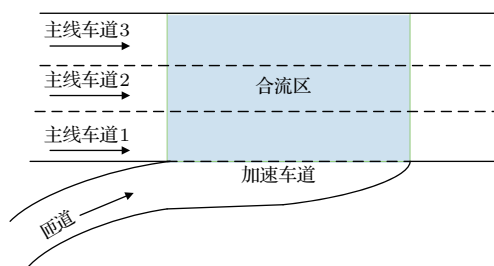


图2 合流区示意图

Fig. 2. Sketch map of confluence area.

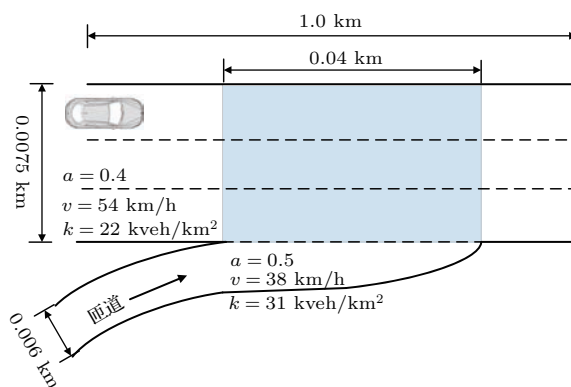


图3 计算模型示意图

Fig. 3. Sketch map of calculation model.

图4为根据图3所示的道路分布情况计算得到的外部流体动力系统的速度矢量随主车道速度逐渐增加的分布情况. 可以看出, 车辆在由加速区行驶至主路区时, 受到主路区道路的影响, 速度方向迅速发生改变, 和主路区有一个交叉调整区域, 而两者合二为一. 当主车道速度和流量较小时, 匝道车辆能顺利进入主车道, 速度大小基本保持不变; 当主车道速度逐渐增大, 与匝道车辆速度相同时, 主车道车辆经过匝道口也需要调整自身方向, 防止与匝道车辆相碰; 而当主车道速度增大到大于匝道车辆速度时, 匝道车辆就需要改变自身行驶方向和提高自身速度以实现车辆的相互避让, 因此可以从图4(c)中明显看到在匝道的下游位置速

度有明显提高. 从一定程度上揭示了匝道向主道行驶的路况特性, 驾驶员一般都会按照此种情况操作. 在此基础上, 作为外部驱动力施加于车辆的行驶上, 所得动力学结果如图 5 所示. 可以看出, 车辆行驶除受外部驱动力作用之外, 车辆之间的相互作用同样发挥了重要作用. 匝道车辆在合流区进入主车道, 受左右车辆的影响, 其仅能位于最右侧车道行驶, 随着往前行驶, 其根据左侧车辆情况会选择进入左侧车道, 车辆在道路下游区域分布逐渐均匀. 图 6 为计算得到的车流量密度随时间的分布云图, 可以看出, 匝道车道较窄, 车流量密度较大, 其进入主车道后会在下游位置产生一个高密度区域, 随着时间的推移, 该高密度区域会向上游传播, 影响后方进入该区域的车辆, 造成上游区域密度也会有增长区域, 随着下游车辆的疏散, 车流量密度在道路上的分布逐渐趋于稳定.

为了验证模型和算法计算的准确性, 我们实地拍摄了西安建工路与东二环主干道路合流区车流量分布情况, 图 7 为所拍摄到的一段时间内车辆在合流区交汇的状况. 通过跟踪图片上编号为 1, 2, 3 的三辆车的运动, 可以看到车辆的运动轨迹与图 5 计算得到的车辆的轨迹非常符合, 匝道车辆进入主道后会逐渐向内侧两车道行驶, 造成内侧车流量密度增大. 同时, 合流区车辆的混合状况符合也较好, 通过对一段时间内合流区车流量的统计平均, 得到合流区的车流量密度平均为  $43.6 \text{ kveh/km}^2$ , 该实测值与数值模拟结果误差小于 6%, 表明采用新的模型和方法不仅可以得到车

辆在空间中的实时运动状态, 同时车辆数密度等定量值也可以很好地俘获.

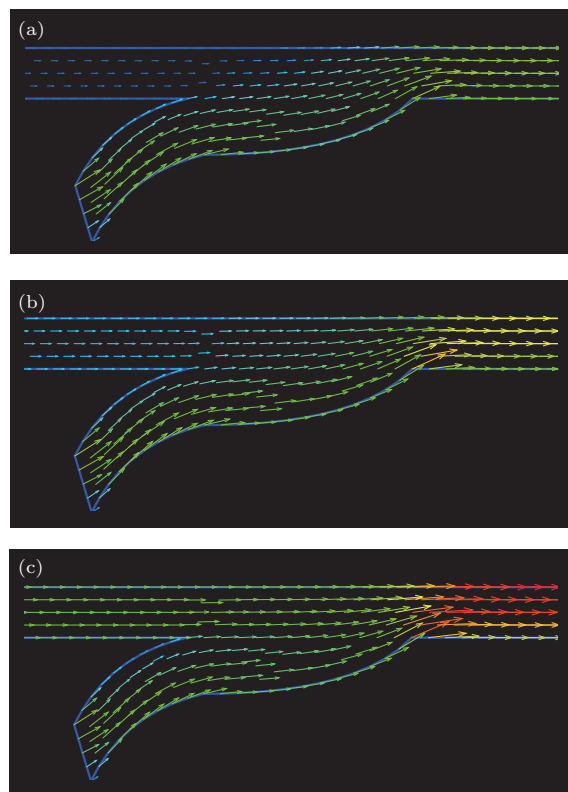


图 4 (网刊彩色) 动力系统速度矢量随主车道速度增加而逐渐增加的情况 (a) 主车道速度为 32 km/h; (b) 主车道速度为 54 km/h; (c) 主车道速度为 68 km/h

Fig. 4. (color online) Speed vector of power system increases with the increase of main lane speed: (a) Main lane speed is 32 km/h; (b) main lane speed is 54 km/h; (c) main lane speed is 68 km/h.

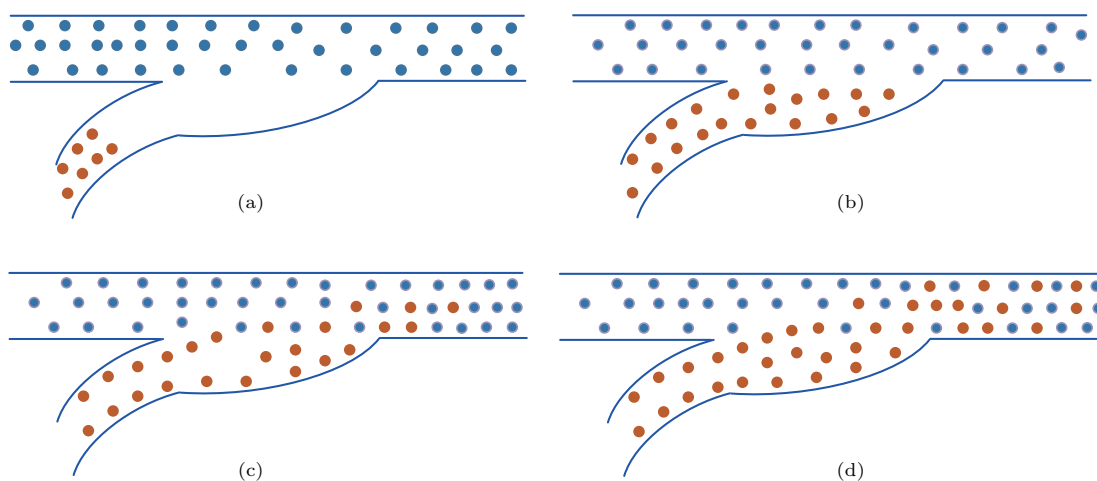


图 5 车辆汇入主车道过程空间分布状况 (a) 0 s; (b) 10 s; (c) 20 s; (d) 30 s

Fig. 5. Spatial distribution of vehicles entering main lane: (a) 0 s; (b) 10 s; (c) 20 s; (d) 30 s.

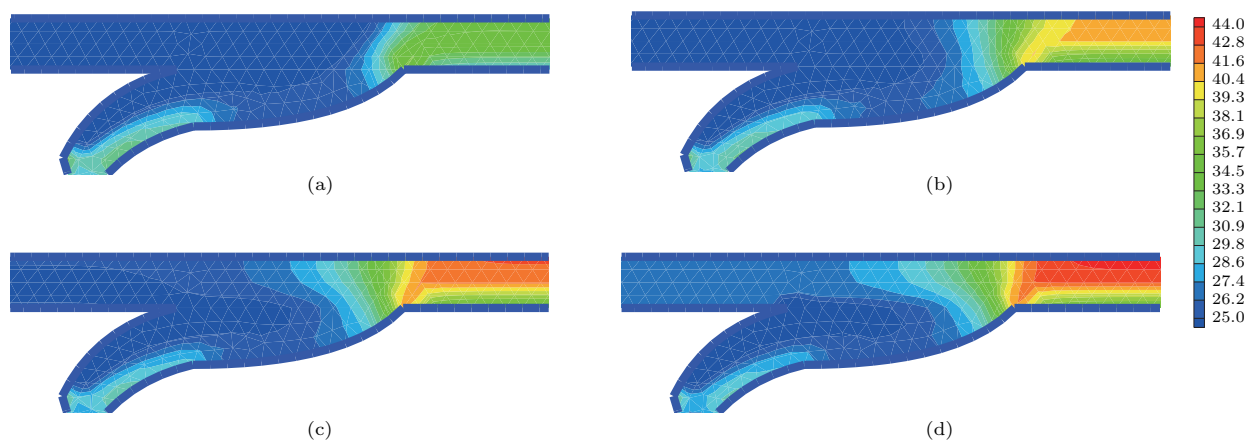


图6 (网刊彩色) 车流量密度随时间变化的空间分布状况 (a) 10 s; (b) 20 s; (c) 30 s; (d) 40 s

Fig. 6. (color online) Spatial distribution of vehicle flow density over time: (a) 10 s; (b) 20 s; (c) 30 s; (d) 40 s.



图7 (网刊彩色) 合流区实测车辆行驶过程

Fig. 7. (color online) The process of vehicle running observed in the merging area.

## 4.2 机动车-非机动车混合对道路交通影响的仿真分析

我国城市交通系统是由机动车、非机动车和行人构成的混合交通, 不同的交通工具间驾驶行为和工具性能差异较大, 混合行驶于道路上会出现相互之间的干扰, 甚至引发交通事故. 我国交通事故存在的典型特征为交通弱势群体占事故伤亡人数的75%以上. 非机动车骑行者由于缺乏车舱的保护, 在交通中最易受到伤害. 因此, 非机动车交通流动特性及其对车辆交通系统的影响研究, 对于城市交通系统的管理、行车安全的保障、指导道路安全措

施的建设将具有十分重要的意义<sup>[45-48]</sup>.

这里提到的非机动车主要指自行车和电动自行车. 机动车-非机动车混合道路交通问题主要发生在机动车道与非机动车道划线分割路段, 非机动车越线占用机动车道行驶, 造成机动车道通行能力下降, 非机动车和机动车混合行驶, 互相干扰, 产生不同程度的交通冲突, 影响非机动车驾驶员的安全, 分析产生这种现象的原因主要有机动车道负荷小、非机动车道负荷高、公交站点设置问题以及路边停车情况等. 这里针对机动车道负荷小、非机动车道负荷高的常见状况进行数值模拟研究.



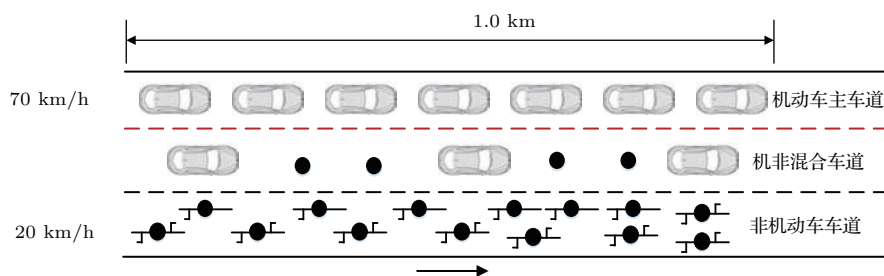


图8 非机动车混合流模型示意图

Fig. 8. Sketch map of mixed flow composed of motorized and non-motorized vehicles.

计算模型如图8所示, 模型共有三条车道, 主车道基本为机动车运行, 非机动车道基本为非机动车运行, 而中间的车道为机动车-非机动车混合车道, 由于该车道车辆较少, 而旁边的非机动车道非机动车较多, 造成非机动车向旁边车道移动缓解的状况, 这和交通系统的压力分布造成车辆的行驶趋势, 完全相类似. 车辆主车道的运行速度为 70 km/h, 密度为 30 kveh/km<sup>2</sup>, 非机动车道的运行速度为 20 km/h, 初始密度为 65 kveh/km<sup>2</sup>, 机非混合车道初始密度为 1 kveh/km<sup>2</sup>.

图9为计算得到的车辆和非机动车由各自车道运行到混合车道的过程. 初始时刻机动车主要在最左侧车道行驶, 车流量最大, 中间车道机动车数量相比较少, 无非机动车混入, 最右侧为非机动车道; 中间时刻, 非机动车辆在中间车道负压的牵引下, 逐渐向中间车道运动, 速度方向指向中间车道; 最终非机动车基本占满中间机动车道, 使两个车道的交通压力均衡则达到了稳定状态, 所以说交通系统的压力分布决定了机动车道非机动的混入情况, 同时非机动车的混合, 降低了机动车道车辆的行驶速度, 限制了主车道上车辆的自适应的运动.

图10为车道下游 1.0 km 处计算得到的三条不同车道上机动车速度和非机动车速度随时间的变化关系曲线, 图11为相应的密度随时间变化曲线. 可以看出, 机动车主车道上车速受非机动车混入影响较小, 基本处于相同状况下运行, 车流密度也基本处于恒定值. 非机动车道上由于向混合车道上分流出了部分非机动车, 所以非机动车流密度有降低趋势, 而混合车道上机动车的车流密度基本保持不变, 非机动车则呈现增大的趋势, 到一定程度时基本保持不变, 机动车速度降低幅度较大, 而非机动车速度有一定程度的增加. 由于实际城市道路交通中时刻处于混合状态, 所以难以获得动态变化过程与本算例进行对比, 所以对机动车-非机动车混合

车道的均值速度和车流密度进行测定, 统计平均后得到不同车道的车辆均值速度分别为: 68 km/h(机动车主车道速度), 33 km/h(机动车-非机动车混合车道平均速度), 21 km/h(非机动车道平均速度);

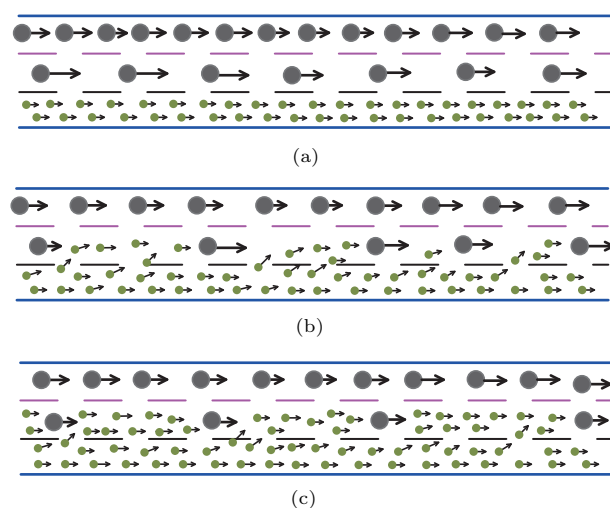


图9 车辆和非机动车由各自车道运行到混合运行的过程 (a) 0 时刻; (b) 中间转换时刻; (c) 最终稳定时刻

Fig. 9. Motorized and non-motorized vehicles run from each lane to the mixed lane: (a) Time zero; (b) intermediate switching time; (c) final stability time.

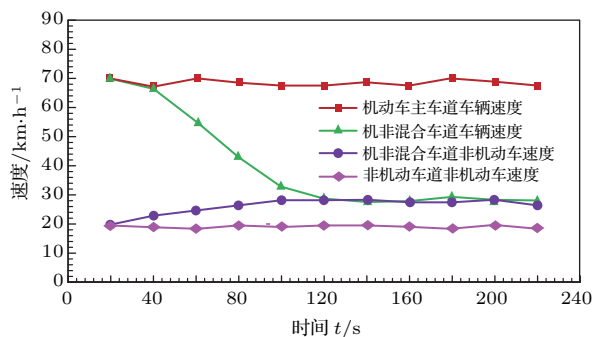


图10 (网刊彩色) 三条车道上机动车、非机动车车辆的速度随时间的变化

Fig. 10. (color online) Velocity curves of motorized and non-motorized vehicles over time in the three lanes.



不同车道的车流密度分别为:  $31.5 \text{ veh/km}^2$  (机动车主车道车辆数密度),  $37.5 \text{ veh/km}^2$  (机非混合车道总流量密度),  $43 \text{ veh/km}^2$  (非机动车道总流量密度), 仿真结果与实测值相比误差在 6% 以内, 验证了本文模型和方法在求解此类道路交通问题中可行. 同时, 分析误差的原因可能在于实测得到的车流量密度与道路不同时段有关, 如上下班高峰车流量密度较大, 相反平时车流量密度相对较小.

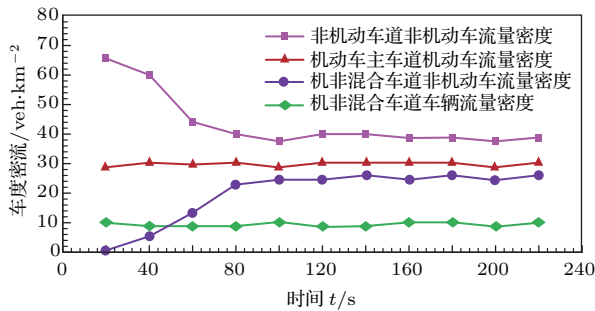


图 11 (网刊彩色) 三条车道上机、非车辆的密度随时间的变化  
Fig. 11. (color online) Density curves of motorized and non-motorized vehicles over time in the three lanes.

## 5 结 论

针对传统交通流模型在描述交通系统问题时存在的不足, 本文从颗粒动力学角度出发, 经过建立交通系统中的因素与颗粒流体系统中的因素的一一对应关系, 提出了新的道路交通拟流体模型, 并引入新型无网格粒子法与网格法相耦合的算法, 建立了道路交通模型求解的数值仿真方法, 选取了道路交通问题中的两个典型过程进行了数值模拟, 所得结论如下.

1) 车辆间相互作用与颗粒间的碰撞作用存在相似性, 基于该理论推导得到的新的道路交通系统模型中的连续性方程与 LWR 模型完全一致, 说明了采用颗粒动力学理论同样可以建立起微观模型与宏观模型间的联系, 同时验证了采用该理论推导宏观道路交通系统模型方程的可行性.

2) 从驾驶员根据已知道路状况对车辆的操控行为角度出发, 提出了道路的理想驾驶速度的概念, 基于该思想, 将驾驶员的操控比拟为道路上存在的外部流体连续空间对车辆的驱动作用, 同时建立描述驾驶员的自身状态与流体密度之间的一一对应关系, 该模型等价于传统宏观模型中的弛豫项, 从颗粒流体系统角度丰富了交通流理论的基础.

3) 从车辆的微观行为角度出发, 基于颗粒流体系统的思想, 建立起交通系统拟流体模型, 再引入粒子数值方法进行求解, 既可以保持传统微、中、宏观模型在求解交通系统中存在的各自优势, 又克服了他们自身的缺点, 为交通系统问题的解决开辟了一条新的有效途径.

## 参考文献

- [1] Zhang Y Y, Wu Z, Guo M H 2011 *J. Fudan Univ.* **6** 767 (in Chinese) [张英莹, 吴正, 郭明晃 2011 复旦学报 (自然科学版) **6** 767]
- [2] Treiber M, Hennecke A, Helbing D 2000 *Phys. Rev. E* **62** 1805
- [3] Chen R, Dong L Y 2005 *J. Shanghai Univ.* **1** 93 (in Chinese) [陈然, 董力耘 2005 上海大学学报 (自然科学版) **1** 93]
- [4] Buendia G M, Viswanathan G M, Kenkre V M 2008 *Phys. Rev. E* **78** 56110
- [5] Gao Z Y, Li K P 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 2711
- [6] Zhang J S, Xiao X C 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 403 (in Chinese) [张家树, 肖先赐 2000 物理学报 **49** 403]
- [7] Gan J C, Xiao X C 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2995 (in Chinese) [甘建超, 肖先赐 2003 物理学报 **52** 2995]
- [8] Pipes L A 1900 *Transport. Res.* **1** 21
- [9] Kesting A, Treiber M 2008 *Transport. Res. Rec.* **2088** 148
- [10] Saifuzzaman M, Zheng Z 2014 *Transport. Res. C: Emer.* **48** 379
- [11] Chakroborty P, Kikuchi S 1999 *Transport. Res. C: Emer.* **7** 209
- [12] Wolfram S 1984 *Nature* **311** 419
- [13] Li X, Wu Q, Jiang R 2001 *Phys. Rev. E* **64** 66128
- [14] Pandey G, Rao K R, Mohan D 2015 *A Review of Cellular Automata Model for Heterogeneous Traffic Conditions* (Berlin: Springer International Publishing) p471
- [15] Jiang R, Wu Q S, Wang B H 2002 *Phys. Rev. E* **66** 36104
- [16] Lighthill M J, Whitham G B 1955 *Proc. Royal Soc.* **229** 317
- [17] Richards P I 1956 *Oper. Res.* **4** 42
- [18] Payne H J 1971 *Math. Model Public Syst.* **28** 51
- [19] Papageorgiou M, Posch B, Schmidt G 1983 *Transport. Res. B: Meth.* **17** 107
- [20] Papageorgiou M 1983 *Applications of Automatic Control Concepts to Traffic Flow Modeling and Control* (Berlin: Springer-Verlag) p50
- [21] Kühne R D 1989 *International Conference on Applications of Advanced Technologies in Transportation Engineering* San Diego, February 5–8 1989 p287
- [22] Kühne R D 1984 *The Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory* Delft, Netherlands, July 11–13, 1984 p21
- [23] Michalopoulos P G, Beskos D E, Lin J K 1984 *Transport. Res. B: Meth.* **18** 409
- [24] Helbing D 1998 *Phys. Rev. E* **55** 5498

- [25] Wu Z 1994 *Acta Mech. Sin.* **26** 149 (in Chinese) [吴正 1994 力学学报 **26** 149]
- [26] Prigogine I, Herman R 1971 *Science* **173** 513
- [27] Prigogine I, Herman R, Schechter R S 2008 *IEEE Trans. Syst. Man & Cyb.* **2** 295
- [28] Herman R, Lam T, Prigogine I 1972 *Kinetic Theory of Vehicular Traffic: Comparison with Data* (Catonsville: INFORMS) p295
- [29] Bonzani I, Mussone L 2009 *Math. Comput. Model.* **49** 610
- [30] Phillips W F 1979 *Transport. Plann. Technol.* **5** 131
- [31] Ding J, Gidaspow D 1990 *AIChE J.* **36** 523
- [32] Jenkins J T, Savage S B 1983 *J. Fluid Mech.* **130** 187
- [33] Lun C K K, Savage S B, Jeffrey D J, Chepuriniy N 1984 *J. Fluid Mech.* **140** 223
- [34] Zheng Z, Ahn S, Monsere C M 2010 *Accid. Anal. Prev.* **42** 626
- [35] Li S, Liu W K 2002 *Appl. Mech. Rev.* **55** 1
- [36] Chen F Z, Qiang H F, Zhang H, Gao W R 2017 *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **109** 73
- [37] Chen F Z, Qiang H F, Gao W R 2015 *Comput. Chem. Eng.* **77** 135
- [38] Chen F Z, Qiang H F, Gao W R 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 130202 (in Chinese) [陈福振, 强洪夫, 高巍然 2014 物理学报 **63** 130202]
- [39] Chen F Z, Qiang H F, Gao W R 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 230206 (in Chinese) [陈福振, 强洪夫, 高巍然 2014 物理学报 **63** 230206]
- [40] Chen F Z, Qiang H F, Miao G, Gao W R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 110202 (in Chinese) [陈福振, 强洪夫, 苗刚, 高巍然 2015 物理学报 **64** 110202]
- [41] Chen F Z, Qiang H F, Gao W R, Zhou S 2015 *J. Propul. Technol.* **36** 175 (in Chinese) [陈福振, 强洪夫, 高巍然, 周算 2015 推进技术 **36** 175]
- [42] Schiller L, Naumann Z 1935 *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure* **77** 318
- [43] Li W Q, Wang W, Li T Z, Li D M 2002 *J. Southeast Univ.* **32** 252 (in Chinese) [李文权, 王伟, 李铁柱, 李冬梅 2002 东南大学学报 **32** 252]
- [44] Ouyang J X 2014 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Tongji University) (in Chinese) [欧阳吉祥 2014 博士学位论文 (上海: 同济大学)]
- [45] Guan H Z, Chen Y Y, Liu X M, Ren F T 2001 *J. Beijing Univ. Technol.* **27** 12 (in Chinese) [关宏志, 陈艳艳, 刘小明, 任福田 2001 北京工业大学学报 **27** 12]
- [46] Liu L H, Guan H Z 2000 *J. Beijing Univ. Technol.* **26** 46 (in Chinese) [刘兰辉, 关宏志 2000 北京工业大学学报 **26** 46]
- [47] Jia N, Ma S F 2011 *J. Sys. Simul.* **23** 390 (in Chinese) [贾宁, 马寿峰 2011 系统仿真学报 **23** 390]
- [48] Feng X, Wang X F 2016 *J. Highway Transport. Res. Devel.* **33** 132 (in Chinese) [冯雪, 王喜富 2016 公路交通科技 **33** 132]

# Physics model of fluid and particle simulation method for road traffic\*

Cui Man<sup>1)</sup> Xue Hui-Feng<sup>1)2)</sup> Chen Fu-Zhen<sup>3)†</sup> Bu Fan-Biao<sup>1)</sup>

1) (School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

2) (China Aerospace Academy of Systems Science and Engineering, Beijing 100048, China)

3) (Department of Power Engineering, Rocket Engineering University, Xi'an 710025, China)

( Received 8 June 2017; revised manuscript received 21 August 2017 )

## Abstract

The rapid development of social economy speeds up urbanization, but also brings urban traffic congestion and urban traffic problems, such as frequent accidents, energy consumption and environmental pollution. Road traffic, as a part of the most important components in city traffic, is a complex system problem. To solve the difficulties in current city development and people's production and living, and to promote the development of national economy and society greatly, we need to study the road traffic. In order to solve the problem of complex road traffic system influenced by many factors, a physics model of pseudo-fluid of macroscopic road traffic system is established in combination with the traditional Lighthill-Whitham-Richards physics model based on kinetic theory of granular flow. A coupling method of meshless particles with grid is adopted to solve the new traffic model, which is then applied to solving the typical traffic problems. In the new model, vehicles are likened to hard particles. Car-following is likened to collision interactions between particles. Driver driving affected by known road conditions is likened to the driving force exerted by external fluid in two-phase system consisting of fluid and particle, and the influence of vehicles in different lanes is likened to viscous effect between particles. Thus the pseudo-fluid model of road traffic system is deduced and established based on the kinetic theory of granular flow. Then, the traffic multiphase system model is established by adding pedestrians and other non-motorized vehicles to the particles with different attributes. The boundary model of road traffic system based on pipeline theory is established through comparing the boundary model of traffic lights, barricades and forbidden lane changes to wall boundary conditions. Therefore, a complex large traffic model with different initial and boundary conditions considering the complex factors of the system is established. The Smoothed discrete particle hydrodynamics (SDPH) is used to discretize the vehicle system model. A one-to-one correspondence between SDPH vehicles and real vehicles is established through adding the vehicle flow properties characterized by SDPH particles. Then the two-fluid model of road traffic system is solved by combining the finite volume method. Thus, a new simulation approach to solving the macroscopic model of traffic flow is established. Finally, the effects of mixed flow composed of motorized and non-motorized vehicles and vehicles merging on the road traffic are simulated by employing the established model and method. The real-time distribution of the vehicle on the road is obtained, and the variation of the vehicle flow density with time is analyzed. The simulation results are in good agreement with the measured values, which shows that the new model and method are effective and reliable, and they provide a new way of solving the road traffic problem.

**Keywords:** road traffic problems, kinetic theory of granular flow, particle method, physics model of fluid

**PACS:** 45.70.Vn, 05.20.Dd, 07.05.Tp

**DOI:** 10.7498/aps.66.224501

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. U1501253, 11502132) and the Research project of the Education Department of Shaanxi Province, China (Grant No. 14JK1132).

† Corresponding author. E-mail: [chen\\_fu\\_zhen@163.com](mailto:chen_fu_zhen@163.com)