

具有 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用的 XY 模型的量子相干性

伊天成 丁悦然 任杰 王艺敏 尤文龙

Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

Yi Tian-Cheng Ding Yue-Ran Ren Jie Wang Yi-Min You Wen-Long

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 140303 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172755

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172755>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[噪声对一种三粒子量子探针态的影响](#)

Influence of noise on tripartite quantum probe state

物理学报.2018, 67(14): 140302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180040>

[量子计算与量子模拟](#)

Quantum computation and quantum simulation

物理学报.2018, 67(12): 120301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.120301>

[基于自发参量下转换源二阶激发过程产生四光子超纠缠态](#)

Generation of four-photon hyperentangled state using spontaneous parametric down-conversion source with the second-order term

物理学报.2018, 67(6): 060302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172230>

[基于纠缠见证的路径纠缠微波检测方法](#)

Path-entanglement microwave signals detecting method based on entanglement witness

物理学报.2018, 67(4): 040301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.040301>

[带三体相互作用的 S=1 自旋链中的保真率和纠缠熵](#)

Fidelity susceptibility and entanglement entropy in S=1 quantum spin chain with three-site interactions

物理学报.2018, 67(2): 020302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172087>

具有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的XY模型的量子相干性*

伊天成¹⁾ 丁悦然¹⁾ 任杰²⁾ 王艺敏³⁾ 尤文龙^{1)4)†}

1) (苏州大学物理与光电·能源学院, 苏州 215006)

2) (常熟理工学院物理系, 常熟 215500)

3) (陆军工程大学通信工程学院, 南京 210007)

4) (苏州大学, 江苏省薄膜材料重点实验室, 苏州 215006)

(2018年2月13日收到; 2018年4月3日收到修改稿)

研究了具有Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相互作用的一维横场XY自旋链的量子相变和量子相干性. 采用约旦-维格纳变换严格求解了哈密顿量, 并描绘了体系的关联函数和相图, 相图包含反铁磁相、顺磁相和螺旋相. 利用相对熵和Jensen-Shannon熵讨论了XY模型的量子相干性. 研究发现, 相对熵与Jensen-Shannon熵所表现的行为都可以很好地表征该模型的量子相变. 非螺旋相中量子相干性不依赖DM相互作用, 而在螺旋相DM相互作用对量子相干性有显著影响. 此外, 指出了在带有DM相互作用的这一类反射对称破缺体系中关联函数计算的常见问题.

关键词: 量子相变, 量子相干性, 约旦-魏格纳变换

PACS: 03.67.-a, 75.10.Pq, 75.70.Tj

DOI: 10.7498/aps.67.20172755

1 引言

量子相干和量子纠缠是量子力学最基本的两个特性, 其根源在于量子态的叠加原理, 即单个量子态可由多个不同态以不同的方式相干叠加得到. 量子相干和量子纠缠被认为是量子物理和量子信息的核心, 是实现各种量子任务(如量子远程通信和量子计算等)的量子资源, 是量子信息科学的优势所在. 这两种现象尽管概念完全不同, 却有着紧密的联系. 相干性和纠缠可以通过运算等效^[1]. 目前, 作为一种对量子叠加性的量化, 量子相干性已经成为处理量子信息的一种重要的手段^[2]. 研究表明, 量子纠缠可以被认为是相干性的一种体现, 反之则不成立. 例如, 两量子比特的直乘态 $(|0\rangle + |1\rangle)(|0\rangle + |1\rangle)$ 没有纠缠, 只有相干. 物理学

家对量子纠缠的研究已有几十年, 成果斐然^[3]. 量子纠缠在量子科技中发挥着不可或缺的作用, 比如可以实现密钥共享^[4]、量子密码术^[5]和量子克隆^[6]等. 与量子纠缠相比, 人们对量子相干领域的研究还较少. 而借鉴量子纠缠领域的研究成果可以大大加深对量子相干性的研究. 近年来, 人们应用量子信息的概念, 如量子纠缠^[7-11]、量子失谐^[12,13]、保真率^[14,15]来描述量子相变, 拓展了对量子临界行为的认识. 人们发现量子纠缠在非临界区满足面积定理, 而在临界点表现出对数发散行为^[16]. 为此, 利用量子相干性来研究强关联体系的量子相变, 有助于理解凝聚态系统中更广泛而深刻的行为. 同时, 对量子相干性的深入研究不仅对量子信息的发展有着重大的意义, 也可以促进对量子力学基本问题的理解.

本文研究具有Dzyaloshinskii-Moriya (DM) 相

* 国家自然科学基金(批准号: 11474211, 61674110, 11374043, 11404407)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wlyou@suda.edu.cn

相互作用的自旋1/2的XY模型的量子相干性. XY模型是低维量子系统的一个重要模型, 它在1961年就被Lieb等^[17]严格求解. XY模型具有非常广阔的变化范围, 它包含了Ising模型、各向同性XX模型以及各向异性XY模型, 具有丰富的物理内涵. 许多复杂模型都可以借助一系列的方法映射到此模型上来解决问题, 它等价于二聚化的XX模型^[18]. 不仅如此, 众多材料也能实现有效的XY模型. 例如, Cs₂CoCl₄是沿着*b*轴的自旋1/2的准一维XY自旋链^[19]; 将钴原子链蒸发在Cu₂N/Cu(100)衬底上可以形成有效的XY模型^[20]. 近年来, 人们对DM相互作用具有浓厚的兴趣, 对于具有DM相互作用的反铁磁性的材料进行了广泛的研究. DM相互作用是存在于磁性材料中的一种非对称的交换作用, 源于自旋轨道耦合^[21,22]. 在一级近似下, DM相互作用可以写成 $\mathbf{D}_{ij} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_i \times \boldsymbol{\sigma}_j)$, 这里 $\mathbf{D}_{ij}$ 称为DM矢量. DM相互作用可以使一些材料表现出新的性质, 比如引起亚铁磁绝缘体Cu₂OSeO₃的螺旋自旋基态和铁电性质的变化^[23–25], 诱发多铁材料BiFeO₃的摆线状磁结构^[26]. DM相互作用的存在使得电子自旋共振^[27]和电场调制^[28]等技术可以应用在磁性化合物上. 这些神奇的现象激发了理论研究者的广泛兴趣^[29–36].

本文的结构如下: 第2部分介绍具有DM相互作用的一维XY模型, 计算该模型的能谱和基态性质, 并给出XY模型在不同情况下的相图; 第3部分讨论XY模型的关联函数; 第4部分利用相对熵和Jensen-Shannon熵讨论XY模型的量子相干性; 第5部分给出最终的结论.

2 模型和相图

在此引入XY模型的哈密顿量:

$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_j^y \sigma_{j+1}^y - h \sigma_j^z \right) + \sum_{j=1}^N D (\sigma_j^x \sigma_{j+1}^y - \sigma_j^y \sigma_{j+1}^x), \quad (1)$$

其中 γ 表示描述各向异性程度的参数, h 表示磁场的大小, D 表示沿着*z*轴的DM相互作用强度, σ_i^α 表示位于格点*i*上自旋的泡利矩阵的 α 分量, N 为总格点数. 本文选择周期边界条件, 即 $\sigma_{N+1} = \sigma_1$.

当 $\gamma = 0$ 时, 模型(1)为各向同性的XX模型; 当 $\gamma = 1$ 时, 模型(1)简化成Ising模型. 利用约旦-维格纳变换做进一步处理:

$$\sigma_j^+ = e^{+i\pi \sum_{n<j} c_n^\dagger c_n} c_j, \quad (2)$$

$$\sigma_j^- = e^{-i\pi \sum_{n<j} c_n^\dagger c_n} c_j^\dagger, \quad (3)$$

$$\sigma_j^z = 1 - 2c_j^\dagger c_j. \quad (4)$$

这里需要借助产生算符 σ^+ 和湮灭算符 σ^- , 其定义为 $\sigma^\pm \equiv (\sigma^x \pm i\sigma^y)/2$. 由此, 上述哈密顿量(1)式可以被写成关于无自旋费米子的产生算符和湮灭算符的二次型:

$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^N [(1+2iD)c_{j+1}^\dagger c_j + (1-2iD)c_j^\dagger c_{j+1} + \gamma(c_{j+1}c_j + c_j^\dagger c_{j+1}^\dagger) - h(1-2c_j^\dagger c_j)]. \quad (5)$$

由于哈密顿量(1)式具有平移不变性, 可以通过傅里叶变换将方程(5)转换到动量表象. 最后, 利用波戈留波夫变换再进行对角化处理, 这样可以得到基态能量的精确解. 最终哈密顿量可以变换为对角化的形式:

$$\mathcal{H} = \sum_k \epsilon_k (b_k^\dagger b_k - 1/2), \quad (6)$$

其中

$$\epsilon_k = -4D \sin k + 2\sqrt{(\cos k + h)^2 + (\gamma \sin k)^2}. \quad (7)$$

图1显示了 $h = 0.5$, $\gamma = 1$ 时 D 取不同值时的激发谱 ϵ_k , 十分清楚地反映了能谱随DM相互作用变化的趋势. 当 $D = 0$ 时, 能带存在在能隙 $\Delta \equiv \min_k \epsilon_k$. 这时基态 $|\psi_0\rangle$ 中所有动量*k*上的电子占据数为0, 即 $b_k|\psi_0\rangle = 0$. 随着 D 的增加, 能隙 Δ 变得越来越小. 当 $D = 0.5$ 时, ϵ_k 在某个非公度

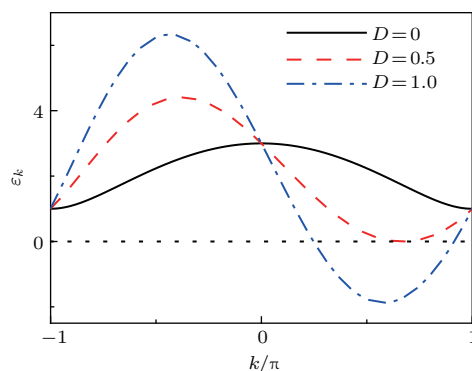


图1 $h = 0.5, \gamma = 1$ 时的激发谱
Fig. 1. Excitation spectra for $h = 0.5, \gamma = 1$.

的动量 k_c 等于 0, 能隙关闭. 当 $D > 0.5$ 时, 部分能谱变成负数, 能隙消失, 费米面上有两个交点 k_L 和 k_R . 对于一般情况, 不难从 (7) 式得到

$$k_{L,R} = \cos^{-1} \left[\frac{-h \pm \sqrt{(4D^2 - \gamma^2)(4D^2 - \gamma^2 + 1 - h^2)}}{4D^2 - \gamma^2 + 1} \right]. \quad (8)$$

换句话说, 对于 $k_L \leq k \leq k_R$, 激发谱 ϵ_k 是负的, 基态 $|\psi_0\rangle$ 中所有负能态被占据, 即 $b_k^\dagger |\psi_0\rangle = 0$ [33].

众所周知, 当 DM 相互作用不存在的时候,

$h = 1$ 对应反铁磁相-顺磁相的 Ising 相变, 此时能隙在动量 $k_c = 0$ 上闭合. $\gamma = 0$ 且 $h \leq 1$ 则是一条各向异性相变线. 以上相变都属于二级量子相变. 根据能隙关系, 在图 2 中给出了 $\gamma = 1$, $\gamma = 0.5$, $\gamma = 0$ 时对应的相图. 从图 2 中可以看出, 在一般情况下 XY 模型存在三个相. 区域 I 和区域 II 是有能隙相, 能隙在 $h = 1$ 关闭. 区域 III 为无能隙相, 其与区域 I 和区域 II 的相变线所对应的解析式分别为 $\gamma = 2D$ 和 $h = \sqrt{4D^2 - \gamma^2 + 1}$. 不失一般性, 下面主要关注 $\gamma = 0$ 和 $\gamma = 1$ 的情况, 因为后者代表 $0 \leq \gamma \leq 1$ 的一般情况.

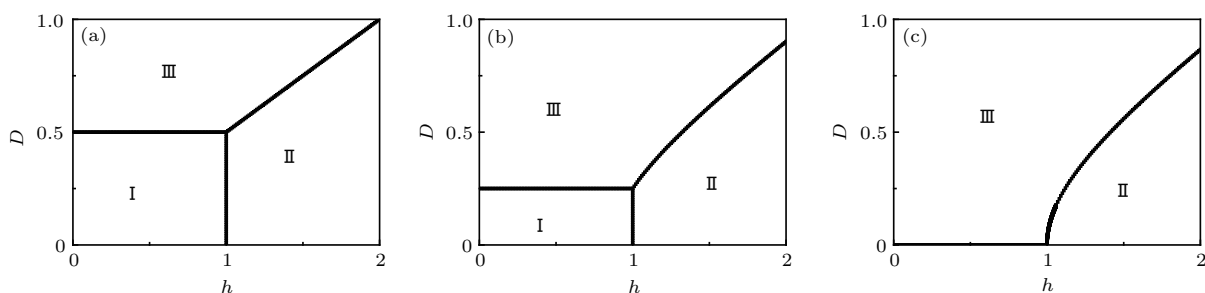


图 2 不同 γ 所对应的相图 (a) $\gamma = 1$; (b) $\gamma = 0.5$; (c) $\gamma = 0$; 区域 I, II, III 分别代表反铁磁相、顺磁相和螺旋相

Fig. 2. Phase diagram with respect to γ : (a) $\gamma = 1$; (b) $\gamma = 0.5$; (c) $\gamma = 0$. Region I, II and III correspond to antiferromagnetic phase, paramagnetic phase and chiral phase, respectively.

3 关联函数

为了表征不同相, 选取两格点之间的关联函数作为序参量来描述系统基态的性质, 定义关联函数 $G_{i,j}^{\alpha\beta} \equiv \langle \sigma_i^\alpha \sigma_j^\beta \rangle$, 其中 $\alpha, \beta = x, y, z$. 由于该系统具有平移不变性, 因此关联函数的大小仅与 i, j 两格点之间的相对距离有关, 而与两个格点所在的具体位置无关, 所以可以将 $G_{i,j}^{\alpha\beta}$ 简记为 $G_r^{\alpha\beta}$, 其中 $r = i - j$. 对于一般的 $G_{i,j}^{xx}, G_{i,j}^{yy}$, 展开形式可以表示为法夫式 (Pfaffian) [37,38]. 换句话说, 可以写成 $2n \times 2n$ ($n \equiv |j - i|$) 维反对称矩阵的行列式, 更进一步的细节性的讨论见附录 A.

首先考虑各个分量的最近邻关联. 不失一般性, 在图 3 中展示了 $\gamma = 1$ 的两条参数路径: $D = 0$ 和 $D = 1$. 在图 3(a) 中, 可以看出 x 分量的最近邻关联随着磁场强度 h 的增加从 -1 渐渐趋近于 0, 而 y 和 z 分量的最近邻关联随 h 的增加从零开始呈增长之势, 这表明区域 I 为反铁磁相. 三种最近邻关联在量子相变点处都发生了突然的变化. 如图 3(a) 插图所示, G_1^{xx} 的一阶导数在 $h = 1$ 有一个明显的尖峰, 意味着此处发生了二级量子相变. 经过相变

点后, G_1^{xx} 和 G_1^{yy} 都逐渐趋近于 0, 而 G_1^{zz} 则渐渐地趋近于 1, 说明区域 II 为顺磁相. 如图 3(b) 所示, 由于 DM 相互作用的出现, 临界磁场 h_c 的位置发生了明显的变化, 从 $D = 0$ 时的 $h_c = 1$ 移动到 $D = 1$ 时的 $h_c = 2$. 类似地, G_1^{xx} 的一阶导数在 $h_c = 2$ 也呈现了一个尖峰 (见图 3(b) 插图), 这一结果与图 2 中的相变线一致. 值得注意的是, 当 $h < h_c$, 三种最近邻关联的绝对值都比较小, 且均未起到主导作用, 即不存在某个方向的关联远大于另外两个方向. 从图 4 中可以看出, G_1^{xy} 和 G_1^{yx} 在区域 III 皆不为 0, $G_1^{xy} = -G_1^{yx}$, 且绝对值随着 h 的增大而减小, 这表明区域 III 是 DM 相互作用引起的螺旋相. 在非螺旋相中, G_1^{xy} 和 G_1^{yx} 都为 0. 因此, G_1^{xy} 和 G_1^{yx} 可以被认为是发掘螺旋相很好的序参量, 螺旋相可以根据图 4 体现出来.

除了最近邻的两点关联, 接下来考虑长程的两点关联. Barouch 和 McCoy [38] 研究了横场 XY 模型的磁化强度和关联函数. Its 等 [39] 考虑横场 XX 模型的非零温关联. 研究表明关联函数的渐进行为 ($r \rightarrow \infty$) 可以写成

$$\langle \sigma_i^x \sigma_{i+r}^x \rangle \sim \langle \sigma_i^x \rangle \langle \sigma_{i+r}^x \rangle + \frac{A}{r^2} \exp(-r/\xi), \quad (9)$$

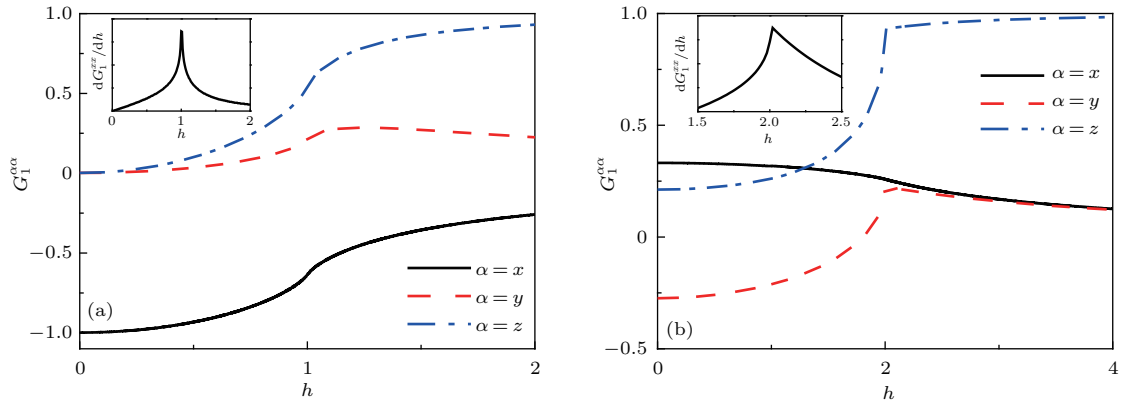


图3 最近邻关联函数 $G_1^{\alpha\alpha}$ 随着 h 的变化 (a) $\gamma=1, D=0$; (b) $\gamma=1, D=1$; 插图为 G_1^{xx} 的一阶导数
Fig. 3. The nearest correlation function $G_1^{\alpha\alpha}$ with respect to h for: (a) $\gamma=1, D=0$; (b) $\gamma=1, D=1$. Insets show the first-derivative of G_1^{xx} .

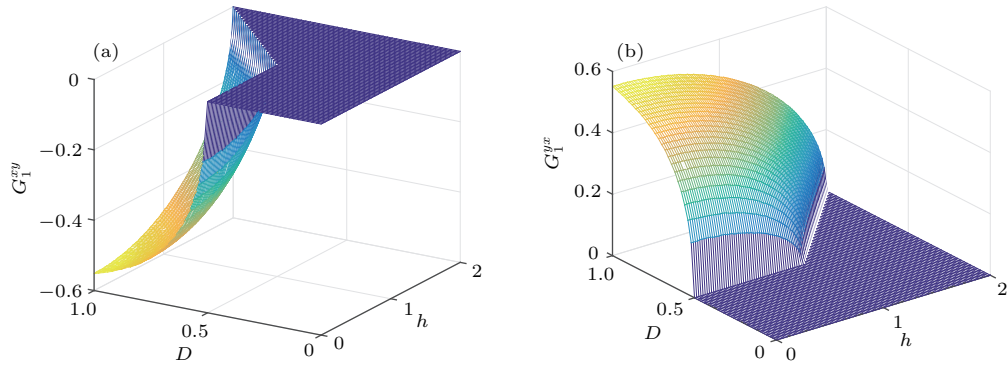


图4 (a) $\gamma=1$ 时 G_1^{xy} 随着 h 和 D 变化的情况; (b) $\gamma=1$ 时 G_1^{yx} 随着 h 和 D 变化的情况
Fig. 4. (a) G_1^{xy} as a function of h and D for $\gamma=1$; (b) G_1^{yx} as a function of h and D for $\gamma=1$.

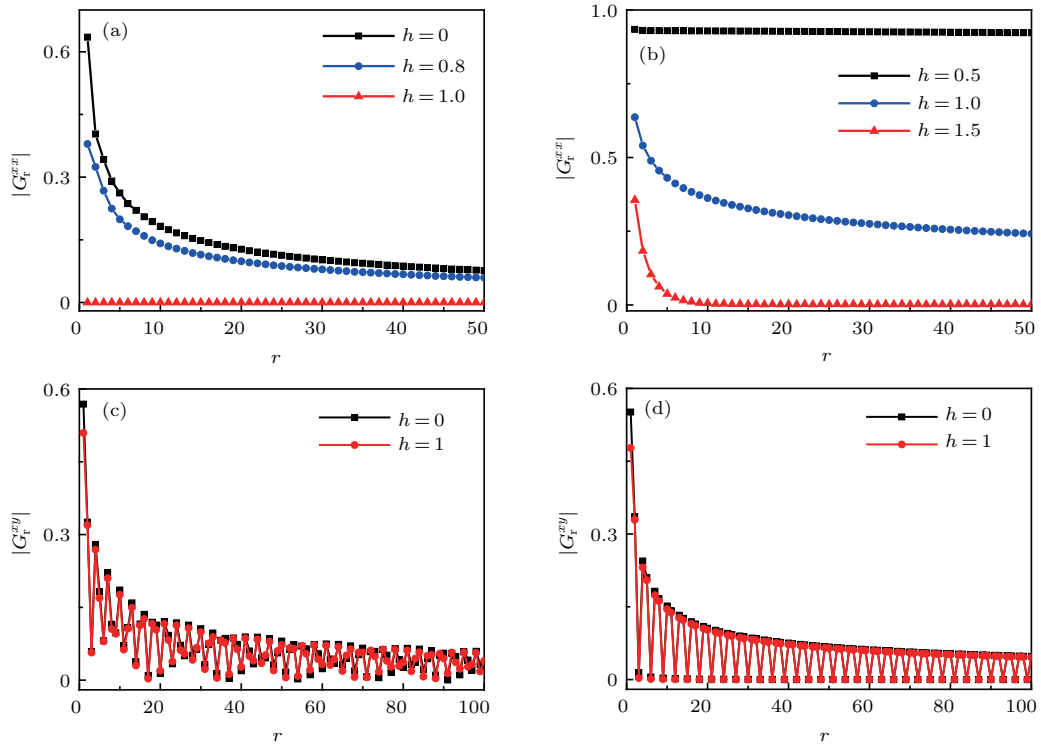


图5 关联函数的绝对值 $|G_r^{\alpha\beta}|$ 随着距离 r 的变化 (a) $D=0, \gamma=0$; (b) $D=0, \gamma=1$; (c) $D=1, \gamma=0$; (d) $D=1, \gamma=1$
Fig. 5. The absolute value of the correlation function $|G_r^{\alpha\beta}|$ with respect to r : (a) $D=0, \gamma=0$; (b) $D=0, \gamma=1$; (c) $D=1, \gamma=0$; (d) $D=1, \gamma=1$.

其中 A 是一个常数, $\langle \sigma_i^x \rangle$ 为 x 方向上的磁化强度, ξ 为关联长度. 当 $|h| > 1$ 时, 体系处于顺磁态, x 方向上的磁化强度消失, 即 $\langle \sigma_i^x \rangle = 0$, 此时 $\lim_{r \rightarrow \infty} G_r^{xx} \sim (-1)^r r^{-2} \exp(-r/\xi)$. 当 $|h| \leq 1$ 时, $\lim_{r \rightarrow \infty} G_r^{xx} = (-1)^r 2[\gamma^2(1-h^2)]^{1/4}/(1+\gamma)$. 这意味着当 $\gamma \neq 0$ 时, 体系存在长程序. 当 $\gamma = 0$ 时, 长程序不存在. 从图 5(a) 和图 5(b) 可以看出, 由于反铁磁相有 x 方向的长程序, G_r^{xx} 随着 r 的变化基本保持不变. 在顺磁相中 G_r^{xx} 随着 r 的增加迅速趋向于 0. 在 Ising 临界点上, 即 $h = 1$ 时, $G_r^{xx} \sim r^{-1/4}$. 在各向异性相变线 $\gamma = 0$ 上且 $h = 0$ 时, $G_r^{xx} \sim r^{-1/2}$ [40]. 这与图 5(a) 和图 5(b) 给出的趋势相符合. 图 5(c) 和图 5(d) 显示了 $D = 1$ 的相关情况, 选取了处于螺旋相的两点 $h = 0$, $h = 1$ 所对应的两组参数. 从图 5(c) 和图 5(d) 中可以看出, DM 相互作用使得关联函数 G_r^{xy} 随着距离 r 的增加呈现振荡性地下降, $\gamma = 0$ 时 (图 5(c)) 的关联函数 G_r^{xy} 在随 r 变化时振荡比 $\gamma = 1$ 时 (图 5(d)) 厉害. 图 5(c) 和图 5(d) 中关联函数 G_r^{xy} 随 r 变化的曲线振荡包络面的上边界近似为 $G_r^{xy} \sim r^{-1/2}$, 下边界近似为 $G_r^{xy} \sim r^{-3/2}$, 所以螺旋相中体系也不存在长程序.

4 量子相干性

在凝聚态理论中, 量子相变需要构建合适的序参量来描述, 如上文提及的自旋关联函数, 但是往往序参量是事先不知道的. 量子相变发生在零温时体系的量子关联随着参数的调节发生了突然的变化, 对系统的量子关联进行量化和表征已经成为研究热点之一. 随着量子信息的发展, 一些量子信息的概念被移植到凝聚态领域, 如量子纠缠、量子失谐、保真率也被用来描述量子相变 [41–43]. 自然而然, 量子相干性是一种典型的量子关联的刻度.

两个量子比特乘积态的表象下, 选取如下为基: $\{|0\rangle_i \otimes |0\rangle_j, |0\rangle_i \otimes |1\rangle_j, |1\rangle_i \otimes |0\rangle_j, |1\rangle_i \otimes |1\rangle_j\}$. 其中 $|0\rangle$ ($|1\rangle$) 代表自旋泡利算符 σ^z 向上 (下) 的本征态. 为此, 两个量子比特的密度矩阵可以表示为:

$$\rho_{ij} = \frac{1}{4} \sum_{a,a'=0}^3 \langle \sigma_i^a \sigma_j^{a'} \rangle \sigma_i^a \sigma_j^{a'}, \quad (10)$$

当 $a = 1, 2, 3$ 时 σ_i^a 分别对应泡利矩阵中的 σ_i^x , σ_i^y , σ_i^z . σ_i^0 代表一个单位矩阵. 最终可以把一个两体

的密度矩阵化为如下的形式:

$$\rho_{ij} = \begin{pmatrix} u^+ & 0 & 0 & z_1 \\ 0 & w_1 & z_2 & 0 \\ 0 & z_2^* & w_2 & 0 \\ z_1^* & 0 & 0 & u^- \end{pmatrix}, \quad (11)$$

其中

$$u^\pm = \frac{1}{4}(1 \pm 2\langle \sigma_i^z \rangle + \langle \sigma_i^z \sigma_j^z \rangle), \quad (12)$$

$$z_1 = \frac{1}{4}(\langle \sigma_i^x \sigma_j^x \rangle - \langle \sigma_i^y \sigma_j^y \rangle - i\langle \sigma_i^x \sigma_j^y \rangle - i\langle \sigma_i^y \sigma_j^x \rangle), \quad (13)$$

$$z_2 = \frac{1}{4}(\langle \sigma_i^x \sigma_j^x \rangle + \langle \sigma_i^y \sigma_j^y \rangle + i\langle \sigma_i^x \sigma_j^y \rangle - i\langle \sigma_i^y \sigma_j^x \rangle), \quad (14)$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{4}(1 - \langle \sigma_i^z \sigma_j^z \rangle). \quad (15)$$

值得一提的是, 很多先前的研究 [44,45] 在考虑 (13) 式和 (14) 式时默认了 $\langle \sigma_i^x \sigma_j^y \rangle = 0$ 和 $\langle \sigma_i^y \sigma_j^x \rangle = 0$, 这与图 4 的结论是不符合的. 这里要强调 $\langle \sigma_i^x \sigma_j^y \rangle = 0$ 和 $\langle \sigma_i^y \sigma_j^x \rangle = 0$ 只在纯实数哈密顿量的条件下才成立, 对于哈密顿量中含有 DM 相互作用或者 XZY-YZX 类三体相互作用是不成立的 [31,46,47], 甚至一些文献 [48] 忽略了此时计算 $G_{i,j}^{zz}$ 要利用原始公式 (A10) (见附录 A), 而不是 (A13) 式.

相对熵是 Baumgratz 等 [49] 依据资源理论引入的相干性的量化指标, 其计算公式为

$$C_{\text{RE}}(\rho_{ij}) = S(\rho_{\text{diag}}) - S(\rho_{ij}), \quad (16)$$

其中 $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$. $S(\rho)$ 代表密度矩阵 ρ 的冯·诺依曼熵, $S(\rho_{\text{diag}})$ 则代表密度矩阵清除非对角项之后得到的新密度矩阵的冯·诺依曼熵. 研究表明, XY 模型的量子相变临界点可以用量子相干率 (coherence susceptibility) 的奇异性来描述 [50], 其定义为相对熵的一阶导数

$$\chi_{\text{RE}} \equiv \partial C_{\text{RE}}(\rho)/\partial h. \quad (17)$$

图 6 显示了在不同 γ 的情况下不同近邻程度的相对熵 C_{RE} 以及相干率 χ_{RE} 随着磁场 h 变化的情况. 当 $\gamma = 0$ 的时候, 不同距离的两量子比特的相对熵具有相似的变化趋势 (见图 6(a)). 随着 h 的增加, 它们都呈现出减小的趋势. 距离 r 越大, 相对熵越小. 不同的是, 最近邻的相对熵衰减相对比较明显, 次近邻以及更远近邻的相对熵起初保持一定的鲁棒性. 当 h 靠近 1 的时候, 所有距离的两量子比特

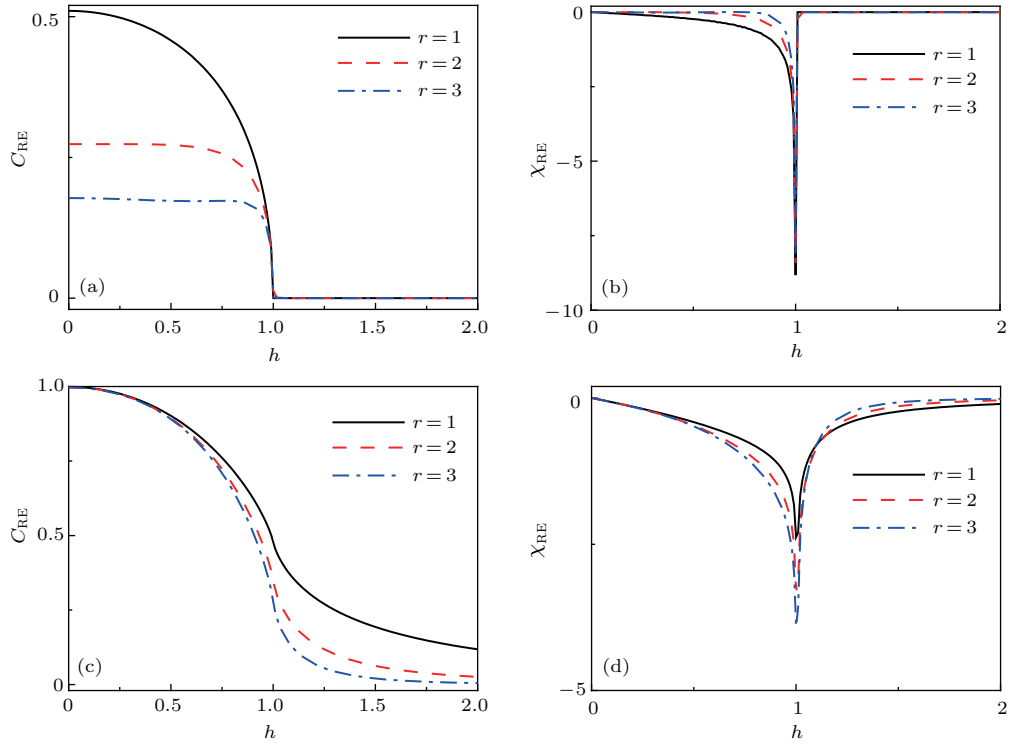


图6 $D=0$ 时相对熵 C_{RE} 和量子相干率 χ_{RE} 随 h 的变化 (a) $\gamma=0$ 时的 C_{RE} ; (b) $\gamma=0$ 时的 χ_{RE} ; (c) $\gamma=1$ 时的 C_{RE} ; (d) $\gamma=1$ 时的 χ_{RE}

Fig. 6. The relative entropy C_{RE} and the quantum coherence susceptibility χ_{RE} for $D=0$: (a) C_{RE} for $\gamma=0$; (b) χ_{RE} for $\gamma=0$; (c) C_{RE} for $\gamma=1$; (d) χ_{RE} for $\gamma=1$.

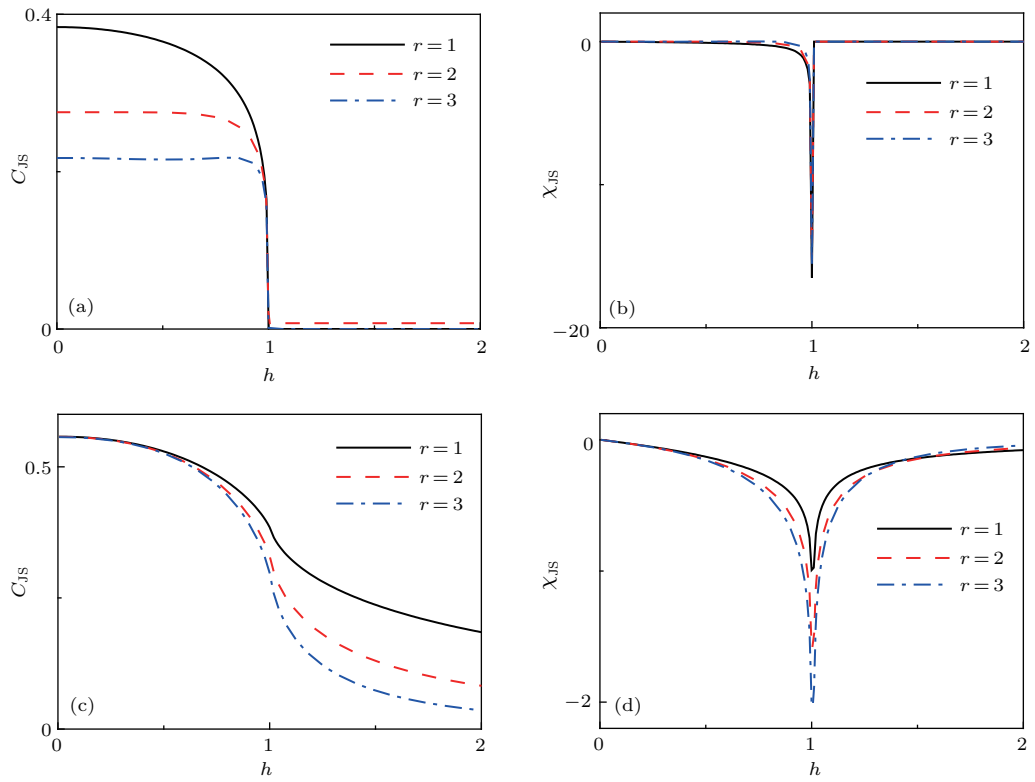


图7 $D=0$ 时 Jensen-Shannon 熵 C_{JS} 和量子相干率 χ_{JS} 随 h 的变化 (a) $\gamma=0$ 时的 C_{JS} ; (b) $\gamma=0$ 时的 χ_{JS} ; (c) $\gamma=1$ 时的 C_{JS} ; (d) $\gamma=1$ 时的 χ_{JS}

Fig. 7. Jensen-Shannon entropy C_{JS} and the quantum coherence susceptibility χ_{JS} for $D=0$: (a) C_{JS} for $\gamma=0$; (b) χ_{JS} for $\gamma=0$; (c) C_{JS} for $\gamma=1$; (d) χ_{JS} for $\gamma=1$.

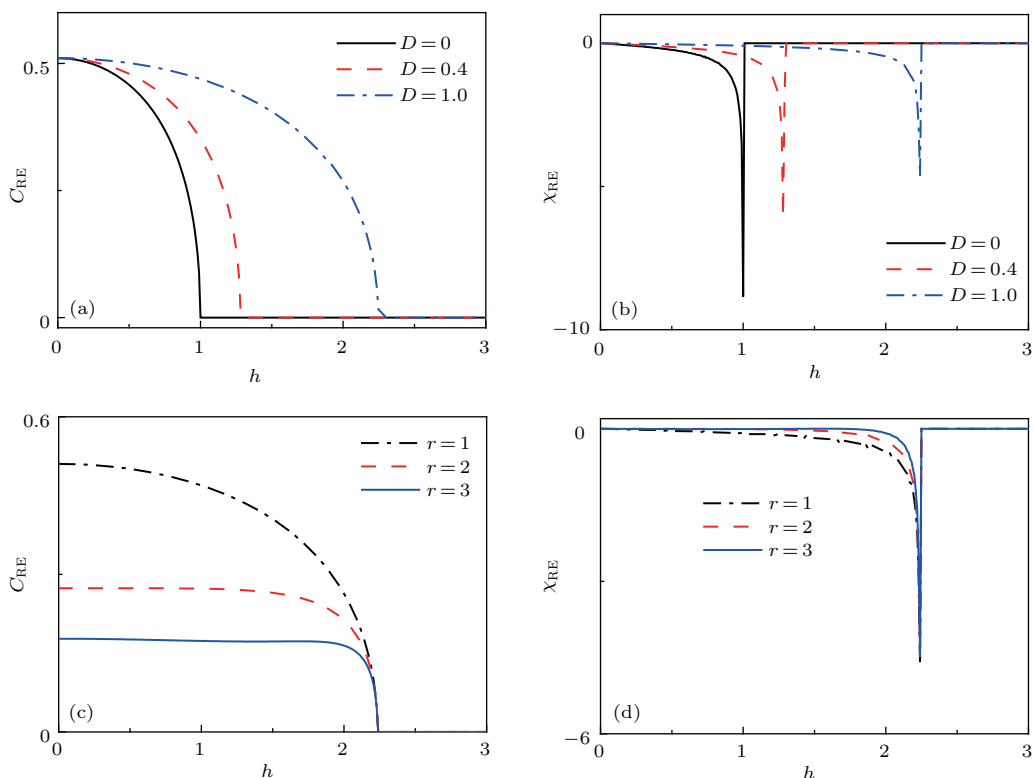


图8 $\gamma = 0$ 时不同 D 的情况下相对熵 C_{RE} 和量子相干率 χ_{RE} 随着 h 的变化 (a) 最近邻情况下的 C_{RE} ; (b) 最近邻情况下的 χ_{RE} ; (c) $D = 1$ 时不同近邻情况下的 C_{RE} ; (d) $D = 1$ 时不同近邻情况下的 χ_{RE}

Fig. 8. The relative entropy C_{RE} and the quantum coherence susceptibility χ_{RE} with respect to D for $\gamma = 0$: (a) C_{RE} for the nearest-neighbor qubits; (b) χ_{RE} for the nearest-neighbor qubits; (c) C_{RE} for different distances r between two qubits with $D = 1$; (d) χ_{RE} for different distances r between two qubits with $D = 1$.

相对熵都急剧衰减为0. 在顺磁相中相对熵一直保持为0. 图6(c)中, 当 $\gamma = 1$ 时两量子比特的相对熵随着 h 的增长而减小, 由于长程序的存在, 不同距离 r 差别不大. 同样在 $h = 1$ 处 C_{RE} 有一个急剧的下降. 与 $\gamma = 0$ 的情况不同, 进入顺磁相后 χ_{RE} 仍然存在, 且绝对值随着 h 的增加而减小. 从图6(b)和图6(d)中可以看出, 在 $h = 1$ 处, 量子相干率 χ_{RE} 出现了一个奇点, 表明在此处体系的相干性有一个剧烈的变化, 即发生了量子相变.

除利用相对熵以外, 还可利用 Jensen-Shannon 熵讨论 XY 模型的量子相干性^[51]. Jensen-Shannon 熵的定义与相对熵类似:

$$C_{\text{JS}}(\rho) = \sqrt{S\left(\frac{\rho + \rho_{\text{diag}}}{2}\right) - \frac{S(\rho)}{2} - \frac{S(\rho_{\text{diag}})}{2}}. \quad (18)$$

同样, 其相干率亦定义为

$$\chi_{\text{JS}} \equiv \partial C_{\text{JS}}(\rho) / \partial h. \quad (19)$$

图7显示了在不同 γ 的情况下 Jensen-Shannon 熵 C_{JS} 以及所对应的相干率 χ_{JS} 随着磁场 h 变化的情况. Jensen-Shannon 熵所表现的行为与相对熵定性上十分类似, 都可以体现出在 $h = 1$ 处, 系统发生

了量子相变, 所以接下来主要通过相对熵来研究量子相干性.

图8展示了 $\gamma = 0$ 时两量子比特的相对熵在不同DM相互作用下的情况, 同时给出了各自对应的量子相干率的变化规律. 结果表明有限的 D 只能改变临界磁场 h_c 的大小, 而不改变临界行为. 图8(a)中最近邻两量子比特的相对熵 C_{RE} 随着 h 的增加而单调减少. 从图8(c)可以看出 $D = 1$ 时, 不同近邻程度的两量子比特的相对熵 C_{RE} 有着十分类似的变化趋势, 都是先随着磁场的增加缓慢下降, 然后在相变点的位置急速下降. 在远离相变点的位置, 最近邻情况下的相对熵随磁场的变化相对比较明显, 而次近邻和次次近邻则相对比较缓慢. 当磁场 h 驱使系统进入顺磁相, C_{RE} 都消失为0. 图9展示了 $\gamma = 1$ 时与图8相对应的情况, 同样可以看出, 两量子比特的相对熵 C_{RE} 随着 h 的增加而减少. 令人惊讶的是, 当 $D = 0$ 时, C_{RE} 与 h 的依赖关系和 $D = 0.4$ 时重合. 确切地说, 非螺旋相中 C_{RE} 不依赖 D . 而在螺旋相中, D 对 C_{RE} 有显著影响, 见图8(a).

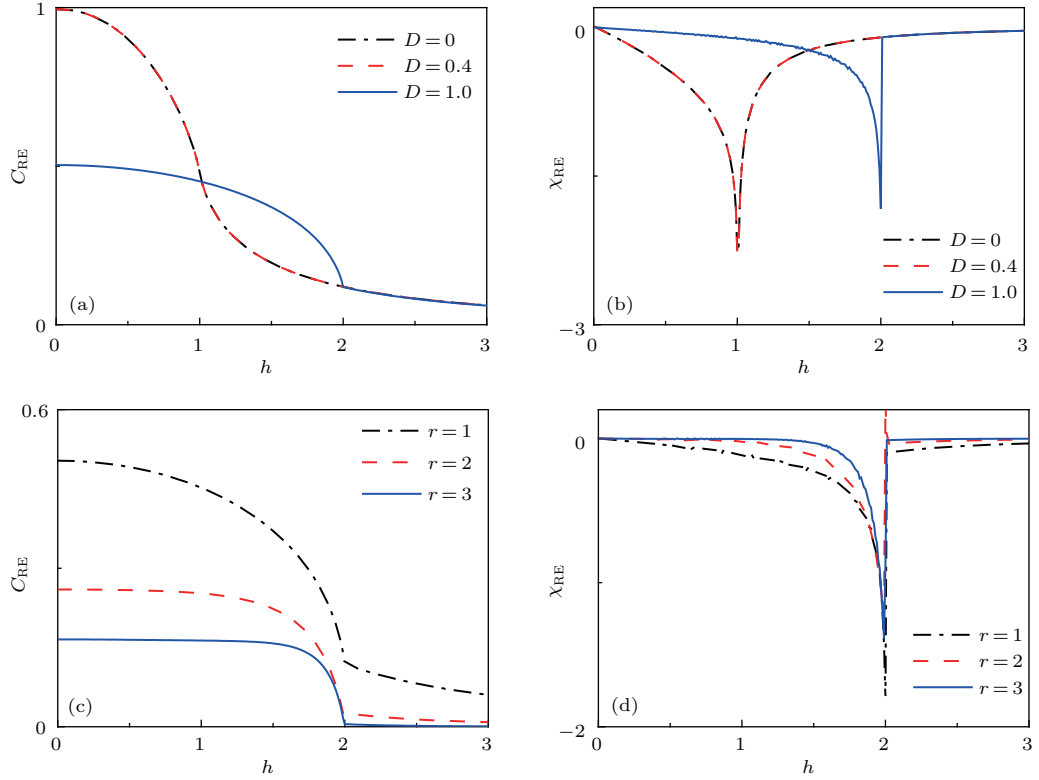


图9 $\gamma = 1$ 时不同 D 的情况下相对熵 C_{RE} 和量子相干率 χ_{RE} 随着 h 的变化 (a) 最近邻情况下的 C_{RE} ; (b) 最近邻情况下的 χ_{RE} ; (c) $D = 1$ 时不同近邻情况下的 C_{RE} ; (d) $D = 1$ 时不同近邻情况下的 χ_{RE}

Fig. 9. The relative entropy C_{RE} and the quantum coherence susceptibility χ_{RE} with respect to D for $\gamma = 1$: (a) C_{RE} for the nearest-neighbor qubits; (b) χ_{RE} for the nearest-neighbor qubits; (c) C_{RE} for different distances r between two qubits with $D = 1$; (d) χ_{RE} for different distances r between two qubits with $D = 1$.

5 结 论

本文研究了含有DM相互作用的一维XY模型. 严格求解出了此模型的基态和关联函数, 给出了它的相图, 发现关联函数和量子相干性可以很好地标志出量子相变临界点的位置. 量子相干性不仅仅存在于最近邻格点之间, 也存在距离更远的两格点之间. 发现DM相互作用会移动量子相变临界点的位置, 甚至诱发无能隙螺旋相. 指出了一些计算细节, 这些细节在很多文献里没有得到适当的处理, 本文对此做了进一步的补充和诠释.

附录 A 自旋关联函数

这里引入两个新的算符,

$$A_i = c_i^+ + c_i, B_i = c_i^+ - c_i. \quad (\text{A1})$$

它们满足如下代数关系:

$$\{A_i, A_j\} = 2\delta_{ij}, \{B_i, B_j\} = -2\delta_{ij}, \{A_i, B_j\} = 0. \quad (\text{A2})$$

于是, 泡利矩阵可以改写成: $\sigma_i^x = A_i \prod_{j=1}^{i-1} A_j B_j$, $\sigma_i^y = iB_i \prod_{j=1}^{i-1} A_j B_j$, $\sigma_i^z = A_i B_i$. 首先考虑 x 分量的自旋关联函数:

$$G_{i,j}^{xx} = \langle \sigma_i^x \sigma_j^x \rangle = \langle B_i A_{i+1} B_{i+1} A_{i+2} \dots A_{j-1} B_{j-1} A_j \rangle. \quad (\text{A3})$$

类似地, y 分量和 z 分量的关联可以表示为:

$$G_{i,j}^{yy} = (-1)^{j-i} \langle A_i B_{i+1} A_{i+1} B_{i+2} \dots B_{j-1} A_{j-1} B_j \rangle, \quad (\text{A4})$$

$$G_{i,j}^{zz} = \langle A_i B_i A_j B_j \rangle. \quad (\text{A5})$$

此外, 也可以计算交叉关联 $G_{i,j}^{xy}$ 和 $G_{i,j}^{yx}$ 项:

$$G_{i,j}^{xy} = -i \langle B_i A_{i+1} B_{i+1} A_{i+2} \dots A_{j-1} B_{j-1} B_j \rangle, \quad (\text{A6})$$

$$G_{i,j}^{yx} = -i \langle A_i A_{i+1} B_{i+1} A_{i+2} \dots A_{j-1} B_{j-1} A_j \rangle. \quad (\text{A7})$$

根据维克定理, 可以对多算符连乘的平均值进行分解, 变成二次形算符平均值的连乘, 不难发现, 对于 $G_{i,j}^{\alpha\beta}$, 展开形式可以表示为法夫式 (Pfaffian) [38], 即 $G_{i,j}^{\alpha\beta} = \text{pf}(U_{i,j}^{\alpha\beta})$, 其中 $\alpha, \beta = x, y$. 换句话说, 其可以写成 $2n \times 2n$ ($n \equiv |j-i|$) 维反对称矩阵的行列式, 即

$$U_{i,j}^{xx} = \begin{vmatrix} 0 & \langle B_i B_{i+1} \rangle & \langle B_i B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_i A_{i+1} \rangle & \langle B_i A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_i A_j \rangle \\ -\langle B_i B_{i+1} \rangle & 0 & \langle B_{i+1} B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{i+1} A_{i+1} \rangle & \langle B_{i+1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{i+1} A_j \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\langle B_i B_{j-1} \rangle & -\langle B_{i+1} B_{j-1} \rangle & -\langle B_{i+2} B_{j-1} \rangle & \cdots & \langle B_{j-1} A_{i+1} \rangle & \langle B_{j-1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{j-1} A_j \rangle \\ -\langle B_i A_{i+1} \rangle & -\langle B_{i+1} A_{i+1} \rangle & -\langle B_{i+2} A_{i+1} \rangle & \cdots & 0 & \langle A_{i+1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_{i+1} A_j \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\langle B_i A_j \rangle & -\langle B_{i+1} A_j \rangle & -\langle B_{i+2} A_j \rangle & \cdots & -\langle B_{j-1} A_j \rangle & -\langle A_{i+1} A_j \rangle & \cdots & 0 \end{vmatrix}, \quad (A8)$$

$$U_{i,j}^{yy} = (-1)^{j-i} \begin{vmatrix} 0 & \langle A_i A_{i+1} \rangle & \langle A_i A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_i B_{i+1} \rangle & \langle A_i B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_i B_j \rangle \\ -\langle A_i A_{i+1} \rangle & 0 & \langle A_{i+1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_{i+1} B_{i+1} \rangle & \langle A_{i+1} B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_{i+1} B_j \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\langle A_i A_{j-1} \rangle & -\langle A_{i+1} A_{j-1} \rangle & -\langle A_{i+2} A_{j-1} \rangle & \cdots & \langle A_{j-1} B_{i+1} \rangle & \langle A_{j-1} B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle A_{j-1} B_j \rangle \\ -\langle A_i A_{i+1} \rangle & -\langle A_{i+1} B_{i+1} \rangle & -\langle A_{i+2} B_{i+1} \rangle & \cdots & 0 & \langle B_{i+1} B_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{i+1} B_j \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\langle A_i B_j \rangle & -\langle A_{i+1} B_j \rangle & -\langle A_{i+2} B_j \rangle & \cdots & -\langle A_{j-1} B_j \rangle & -\langle A_{i+1} B_j \rangle & \cdots & 0 \end{vmatrix}. \quad (A9)$$

而对于 z 分量,

$$G_{i,j}^{zz} = \langle B_i A_i \rangle \langle B_j A_j \rangle - \langle B_j A_i \rangle \langle B_i A_j \rangle - \langle A_i A_j \rangle \langle B_i B_j \rangle. \quad (A10)$$

可以发现, 对于任意 k , 当其电子能谱 ϵ_k 总是正的时候, 准粒子 b_k 表象下基态没有元激发, 即 $\langle b_k^\dagger b_k \rangle = 0$. 此时, $\langle A_i A_j \rangle = \delta_{i,j}$, $\langle B_i B_j \rangle = -\delta_{i,j}$. 换句话说, 不同格点 i 和 j 上的同种算符期待值为零, 即 $\langle B_i B_j \rangle = \langle A_i A_j \rangle = 0$. 于是, 关联函数可以简化成 $n \times n$ 维 Toeplitz 矩阵的行列式表示:

$$G_{i,j}^{xx} = \begin{vmatrix} \langle B_i A_{i+1} \rangle & \langle B_i A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_i A_j \rangle \\ \langle B_{i+1} A_{i+1} \rangle & \langle B_{i+1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{i+2} A_j \rangle \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \langle B_{j-1} A_{i+1} \rangle & \langle B_{j-1} A_{i+2} \rangle & \cdots & \langle B_{j-1} A_j \rangle \end{vmatrix}, \quad (A11)$$

$$G_{i,j}^{yy} = \begin{vmatrix} \langle B_{i+1} A_i \rangle & \langle B_{i+1} A_{i+1} \rangle & \cdots & \langle B_{i+1} A_{j-1} \rangle \\ \langle B_{i+2} A_i \rangle & \langle B_{i+2} A_{i+1} \rangle & \cdots & \langle B_{i+2} A_{j-1} \rangle \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \langle B_j A_i \rangle & \langle B_j A_{i+1} \rangle & \cdots & \langle B_j A_{j-1} \rangle \end{vmatrix}, \quad (A12)$$

$$G_{i,j}^{zz} = \langle B_i A_i \rangle \langle B_j A_j \rangle - \langle B_j A_i \rangle \langle B_i A_j \rangle. \quad (A13)$$

参考文献

- [1] Alexander S, Uttam S, Himadri S D, Manabendra N B, Gerardo A 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 020403
- [2] Alexander S, Gerardo A, Martin B P 2017 *Rev. Mod. Phys.* **89** 041003
- [3] Amico L, Fazio R, Osterloh A, Vedral V 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 517

- [4] Shan C J, Man Z X, Xia Y J, Liu T K 2007 *Int. J. Quant. Inform.* **5** 335
- [5] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [6] Wothers W K, Zurek W H 1982 *Nature* **299** 802
- [7] Osterloh A, Amico L, Falci G, Fazio R 2002 *Nature* **416** 608
- [8] Osborne T J, Nielsen M A 2002 *Phys. Rev. A* **66** 032110
- [9] Gu S J, Lin H Q, Li Y Q 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042330
- [10] Vidal G, Latorre G I, Rico E, Kitaev A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 227902
- [11] Vidal J, Palacios G, Mosseri R 2004 *Phys. Rev. A* **69** 022107
- [12] Ollivier H, Zurek W H 2001 *Phys. Rev. Lett.* **88** 017901
- [13] Modi K, Brodutch A, Cable H, Paterek T, Vedral V 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1655
- [14] You W L, Li Y W, Gu S J 2007 *Phys. Rev. E* **76** 022101
- [15] Gu S J, Int J 2010 *Mod. Phys. B* **24** 4371
- [16] Eisert J, Cramer M, Plenio M B 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 277
- [17] Lieb E, Schultz T, Mattis D 1961 *Ann. Phys.* **16** 407
- [18] Lorenzo C V, Marco R 2010 *Phys. Rev. A* **81** 060101
- [19] Kenzelmann M, Coldea R, Tennant D A, Visser D, Hofmann M, Smeibidl P, Tyliczynski Z 2002 *Phys. Rev. B* **65** 144432
- [20] Toskovic R, van-den Berg R, Spinelli A, Eliens I S, van-den Toorn B, Bryant B, Caux J S, Otte A F 2016 *Nat. Phys.* **12** 656
- [21] Dzyaloshinskii I 1958 *J. Phys. Chem. Solids* **4** 241
- [22] Moriya T 1960 *Phys. Rev. Lett.* **4** 288
- [23] Seki S, Yu X Z, Ishiwata S, Tokura Y 2012 *Science* **336** 198
- [24] Adams T, Chacon A, Wagner M, Bauer A, Brandl G, Pedersen B, Berger H, Lemmens P, Pfeleiderer C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 237204
- [25] Yang J H, Li Z L, Lu X Z, Whangbo M H, Wei S H, Gong X G, Xiang H J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 107203

- [26] Matsuda M, Fishman R S, Hong T, Lee C H, Ushiyama T, Yanagisawa Y, Tomioka Y, Ito T 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 067205
- [27] Povarov K Y, Smirnov A I, Starykh O A, Petrov S V, Shapiro A Y 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 037204
- [28] Zhang X F, Liu T Y, Flatté M E, Tang H X 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 037202
- [29] You W L, Dong Y L 2010 *Eur. Phys. J. D* **57** 439
- [30] You W L, Dong Y L 2011 *Phys. Rev. B* **84** 174426
- [31] You W L, Liu G H, Horsch P, Oleś A M 2014 *Phys. Rev. B* **90** 094413
- [32] Shan C J, Cheng W W, Liu T K, Huang Y X, Li H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2687 (in Chinese) [单传家, 程维文, 刘堂昆, 黄燕霞, 李宏 2008 物理学报 **57** 2687]
- [33] Zhong M, Xu H, Liu X X, Tong P Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090313
- [34] Song J L, Zhong M, Tong P Q 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 180302 (in Chinese) [宋加丽, 钟鸣, 童培庆 2017 物理学报 **66** 180302]
- [35] Brockmann M, Klumper A, Ohanyan V 2013 *Phys. Rev. B* **87** 054407
- [36] Derzhko O, Verkholyak T, Krokhmalkskii T, Büttner H 2006 *Phys. Rev. B* **73** 214407
- [37] Barouch E, McCoy B M 1970 *Phys. Rev. A* **2** 1075
- [38] Barouch E, McCoy B M 1971 *Phys. Rev. A* **3** 786
- [39] Its A R, Izergin A G, Korepin V E, Slavnov N A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1704
- [40] Bunder J E, McKenzie R H 1999 *Phys. Rev. B* **60** 344
- [41] Vedral V 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 197
- [42] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [43] Modi K, Brodutch A, Cable H, Paterek T, Vedral V 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 1655
- [44] Liu B Q, Shao B, Li J G, Zou J, Wu L A 2011 *Phys. Rev. A* **83** 052112
- [45] Radhakrishnan C, Ermakov I, Byrnes T 2017 *Phys. Rev. A* **96** 012341
- [46] You W L, Qiu Y C, Oleś A M 2016 *Phys. Rev. B* **93** 214417
- [47] You W L, Zhang C J, Ni W, Gong M, Oleś A M 2017 *Phys. Rev. B* **95** 224404
- [48] Lei S, Tong P 2015 *Physica B* **463** 1
- [49] Baumgratz T, Cramer M, Plenio M B 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 140401
- [50] Chen J, Cui J, Zhang Y, Fan H 2016 *Phys. Rev. A* **94** 022112
- [51] Lamberti P W, Majtey A P, Borrás A, Casas M, Plastino A 2008 *Phys. Rev. A* **77** 052311

Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction*

Yi Tian-Cheng¹⁾ Ding Yue-Ran¹⁾ Ren Jie²⁾ Wang Yi-Min³⁾ You Wen-Long^{1)4)†}

1) (College of Physics, Optoelectronics and Energy, Soochow University, Suzhou 215006, China)

2) (Department of Physics, Changshu Institute of Technology, Changshu 215500, China)

3) (College of Communications Engineering, The Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China)

4) (Jiangsu Key Laboratory of Thin Films, Soochow University, Suzhou 215006, China)

(Received 13 February 2018; revised manuscript received 3 April 2018)

Abstract

In this paper, we study the quantum coherence of one-dimensional transverse XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction, which is given by the following Hamiltonian:

$$\mathcal{H}_{\text{XY}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1+\gamma}{2} \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \frac{1-\gamma}{2} \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y - h \sigma_i^z \right) + \sum_{i=1}^N D (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^y - \sigma_i^y \sigma_{i+1}^x). \quad (8)$$

Here, $0 \leq \gamma \leq 1$ is the anisotropic parameter, h is the magnitude of the transverse magnetic field, D is the strength of Dzyaloshinskii-Moriya (DM) interaction along the z direction. The limiting cases such as $\gamma = 0$ and 1 reduce to the isotropic XX model and the Ising model, respectively. We use the Jordan-Wigner transform to map explicitly spin operators into spinless fermion operators, and then adopt the discrete Fourier transform and the Bogoliubov transform to solve the Hamiltonian Eq.(8) analytically. When the DM interactions appear, the excitation spectrum becomes asymmetric in the momentum space and is not always positive, and thus a gapless chiral phase is induced. Based on the exact solutions, three phases are identified by varying the parameters: antiferromagnetic phase, paramagnetic phase, and gapless chiral phase. The antiferromagnetic phase is characterized by the dominant x -component nearest correlation function, while the paramagnetic phase can be characterized by the z component of spin correlation function. The two-site correlation functions G_r^{xy} and G_r^{yx} (r is the distance between two sites) are nonvanishing in the gapless chiral phase, and they act as good order parameters to identify this phase. The critical lines correspond to $h = 1$, $\gamma = 2D$, and $h = \sqrt{4D^2 - \gamma^2 + 1}$ for $\gamma > 0$. When $\gamma = 0$, there is no antiferromagnetic phase. We also find that the correlation functions undergo a rapid change across the quantum critical points, which can be pinpointed by the first-order derivative. In addition, G_r^{xy} decreases oscillatingly with the increase of distance r . The correlation function G_r^{xy} for $\gamma = 0$ oscillates more dramatically than for $\gamma = 1$. The upper boundary of the envelope is approximated as $G_r^{xy} \sim r^{-1/2}$, and the lower boundary is approximately $G_r^{xy} \sim r^{-3/2}$, so the long-range order is absent in the gapless chiral phase. Besides, we study various quantum coherence measures to quantify the quantum correlations of Eq.(8). One finds that the relative entropy C_{RE} and the Jensen-Shannon entropy C_{JS} are able to capture the quantum phase transitions, and quantum critical points are readily discriminated by their first derivative. We conclude that both quantum coherence measures can well signify the second-order quantum phase transitions. Moreover, we also point out a few differences in deriving the correlation functions and the associated density matrix in systems with broken reflection symmetry.

Keywords: quantum phase transitions, quantum coherence, Jordan-Wigner transformation

PACS: 03.67.-a, 75.10.Pq, 75.70.Tj

DOI: 10.7498/aps.67.20172755

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11474211, 61674110, 11374043, 11404407).

† Corresponding author. E-mail: wlyou@suda.edu.cn