

基于绝热捷径快速实现远距离的四维纠缠态的制备

张春玲 刘文武

Fast implementation of four-dimensional entangled state in separately coupled cavities via shortcut to adiabatic passage

Zhang Chun-Ling Liu Wen-Wu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 160302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180315

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180315>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[逾渗分立时间量子行走的传输及纠缠特性](#)

Properties of distribution and entanglement in discrete-time quantum walk with percolation

物理学报.2017, 66(13): 130303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.130303>

[在有限温度下运用弱测量保护量子纠缠](#)

Protecting quantum entanglement at finite temperature by the weak measurements

物理学报.2015, 64(24): 240303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.240303>

[六光子超纠缠态制备方案](#)

Generation of six-photon hyperentangled states

物理学报.2015, 64(16): 160301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160301>

[基于弱非线性实现非破坏性测量两光子 Bell 态及三光子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态](#)

Quantum nondemolition measurement of two-photon Bell-state and three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger-state based on weak nonlinearities

物理学报.2013, 62(10): 100304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.100304>

[关于多比特电路量子动力学系统中光子自由度的消除方案研究](#)

On the scheme of cavity photon elimination in multi-qubit circuit-quantum electrodynamics system

物理学报.2012, 61(24): 240305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.240305>

基于绝热捷径快速实现远距离的 四维纠缠态的制备*

张春玲[†] 刘文武

(阳光学院信息工程学院, 福州 350015)

(2018年2月8日收到; 2018年5月14日收到修改稿)

作为量子信息处理的载体, 量子纠缠态一直以来都是量子信息领域的研究热点. 相比于低维纠缠态, 高维纠缠态使得量子通信具有更快的传输速度、更强的安全性、更高的噪声容忍阈值等特点. 另外, 绝热技术因其对实验参数起伏不敏感而被广泛应用于纠缠态的制备, 然而绝热过程需要相当长的演化时间, 因此绝热捷径应运而生. 本文提出了一种采用无跃迁量子驱动构建绝热捷径实现快速制备两个原子的四维纠缠态的理论方案, 该系统中的两个原子分别被囚禁在两个由光纤连接的双模腔中. 为了获得一个技术上可操作的物理系统, 本方案采用能级失谐设计出一个可精确驱动系统沿着某一个系统的瞬时本征态演化的哈密顿. 该方案所采用的无跃迁量子驱动构建绝热捷径不仅大大缩短了演化时间, 而且在实验上也比较容易实现. 本文还数值模拟了消相干因素对四维纠缠态保真度的影响, 结果表明, 只要脉冲参数选取在一定范围内, 光纤耗散、腔场耗散和原子自发辐射等不利因素都会被大大抑制.

关键词: 四维纠缠态, 绝热捷径, 无跃迁量子驱动

PACS: 03.67.Bg, 42.50.Dv, 42.50.Pq

DOI: 10.7498/aps.67.20180315

1 引言

作为量子信息的一种载体, 量子纠缠态一直以来都是量子信息领域的一个研究热点. 近年来, 学者们提出多种方案和技术用于制备量子纠缠态. 其中, 受激拉曼绝热技术 (stimulated Raman adiabatic passage, STIRAP) [1,2] 因其独有的特性而被广泛应用于量子纠缠态的制备 [3-6]. 一般地, 基于 STIRAP 的设计方案中, 只要绝热条件能够满足, 系统将处于一个本征值为 0 的暗态中演化, 此类方案几乎不受实验参数波动性的影响, 然而, 为了获得高保真度的纠缠态, 通常需要很长的演化时间. 很显然, 较长的演化时间将导致系统受消相干作用的影响, 甚至使得理论方案不成立. 为了克

服传统绝热技术的这个弊端, 绝热捷径 (shortcuts to adiabatic passage, STAP) [7,8] 应运而生. 近几年提出了很多关于 STAP 的研究 [9-14]. 其中, Berry 等 [14] 提出的无跃迁量子驱动 (transitionless quantum driving, TQD) 深受追捧. 此方法通过逆向构建一个反向驱动 (counter-diabatic driving, CDD) 哈密顿使得系统精确地沿着原始哈密顿的本征值演化. 然而, 一般情况下, 这个哈密顿在实验上并不能实现. 2015年, Chen 等 [15] 提出了一种新的模型攻克 CDD 哈密顿的缺点, 该方案结合大失谐和量子 Zeno 动力学将系统哈密顿近似等效于反向驱动哈密顿, 并基于此方法快速制备了两原子 Greenberger-Horne-Zeilinger 态 (GHZ 态). 随后, Huang 等 [16] 和 Shan 等 [17] 将此方法分别应用于多原子的 W 态和 GHZ 态的制备. 相比于以上的低

* 福建省教育厅科技项目 (批准号: JB14220) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: mzhangchunling@163.com

维纠缠态, 高维纠缠态更违背了局域真实性^[18], 而且为很多量子信息处理提供了更高的安全等级^[19]和更快的传输速度^[20,21], 因此被广泛应用于量子成像^[22]、量子通信^[23]、量子模拟^[24]、量子计算^[25]. 近几年, 多维量子态在理论和实验上被广泛研究^[26-29]. 受文献^[15]启示, 本文应用TQD快速实现了居于两个由光纤连接的耦合腔中的两个原子的四维纠缠态的制备.

2 理论分析

2.1 理论模型

本系统考虑两个原子分别被囚禁在两个由光纤连接的双模光学腔中. 如图1所示, 每个原子都有两个激发态 $|e_L\rangle_i$ 和 $|e_R\rangle_i$, 两个中间态 $|f_L\rangle_i$ 和 $|f_R\rangle_i$, 和两个基态 $|g_L\rangle_i$ 和 $|g_R\rangle_i$ ($i = 1, 2$ 表示原子序号). 原子的跃迁 $|e_j\rangle_i \leftrightarrow |g_j\rangle_i$ 与腔模 C_{ij} 耦合, 对应的耦合系数为 g_{ij} , 同时, 原子的跃迁 $|e_j\rangle_i \leftrightarrow |f_j\rangle_i$ 受拉比频率为 Ω_{ij} 的激光驱动, 两个光学腔用一根双模光纤 F 连接, 耦合系数为 λ_j ($j = L, R$). 在相互作用绘景下, 系统的总哈密顿为 ($\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} H_I &= H_L + H_R, \\ H_L &= \sum_{i=1}^2 (g_{iL} a_{iL} |e_L\rangle_{ii} \langle g_L| + \Omega_{iL} |e_L\rangle_{ii} \langle f_L|) \\ &\quad + \lambda_L b_L^\dagger (a_{1L} + a_{2L}) + \text{H.c.}, \\ H_R &= \sum_{i=1}^2 (g_{iR} a_{iR} |e_R\rangle_{ii} \langle g_R| + \Omega_{iR} |e_R\rangle_{ii} \langle f_R|) \\ &\quad + \lambda_R b_R^\dagger (a_{1R} + a_{2R}) + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, a 是腔模的湮灭算符, b^\dagger 是光纤模的产生算符. 为方便起见, 设定 $g_{iL} = g_{iR} = g$, $\lambda_L = \lambda_R = \lambda$. 为了得到目标态

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} (|g_L f_L\rangle_{12} + |g_R f_R\rangle_{12} + |f_L g_R\rangle_{12} + |f_R g_L\rangle_{12}),$$

首先设定两个原子初态为 $\frac{1}{\sqrt{2}} (|f_L\rangle_1 + |f_R\rangle_1)$ 和

$\frac{1}{\sqrt{2}} (|g_L\rangle_2 + |g_R\rangle_2)$, 即原子系统初始处于

$$|\Psi\rangle_0 = \frac{1}{2} (|f_L g_L\rangle_{12} + |f_R g_R\rangle_{12} + |f_L g_R\rangle_{12} + |f_R g_L\rangle_{12}),$$

同时腔模和光纤模都处于真空态 $|0\rangle$. 现将原子初态分解为四个基态 $\{|f_L g_L\rangle_{12}, |f_R g_R\rangle_{12}, |f_L g_R\rangle_{12}, |f_R g_L\rangle_{12}\}$. 本文的目标是实现态转移, 也就是 $|f_L g_L\rangle_{12} \rightarrow |g_L f_L\rangle_{12}$, $|f_R g_R\rangle_{12} \rightarrow |g_R f_R\rangle_{12}$, 而另两个基态保持不变. 接下来, 将分别讨论四个基态的演化过程.

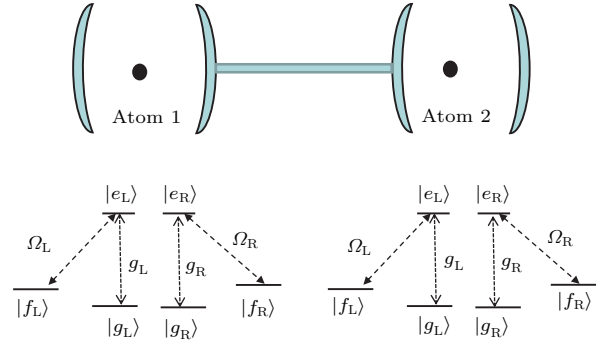


图1 实验装置图以及原子能级结构图

Fig. 1. The experimental set-up diagram and the atomic level configuration.

首先以态转移 $|f_L g_L\rangle_{12} \rightarrow |g_L f_L\rangle_{12}$ 为例. 对于初态 $|f_L g_L\rangle_{12}$, 系统受 H_L 作用, 其演化子空间为

$$\forall_1 \in \left\{ \begin{array}{l} |\alpha_1\rangle = |f_L\rangle_1 |g_L\rangle_2 |0_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \\ |\alpha_2\rangle = |e_L\rangle_1 |g_L\rangle_2 |0_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \\ |\alpha_3\rangle = |g_L\rangle_1 |g_L\rangle_2 |1_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \\ |\alpha_4\rangle = |g_L\rangle_1 |g_L\rangle_2 |0_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |1_L\rangle_F, \\ |\alpha_5\rangle = |g_L\rangle_1 |g_L\rangle_2 |0_L 1_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \\ |\alpha_6\rangle = |g_L\rangle_1 |e_L\rangle_2 |0_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \\ |\alpha_7\rangle = |g_L\rangle_1 |f_L\rangle_2 |0_L 0_L\rangle_{C_1 C_2} |0_L\rangle_F, \end{array} \right. \quad (2)$$

将左旋哈密顿 H_L 分为包括腔和原子以及光纤相互作用的哈密顿, 即 $H_L^{\text{acf}} = \sum_{i=1}^2 (g a_{iL} |e_L\rangle_{ii} \langle g_L| + \lambda b_L^\dagger (a_{1L} + a_{2L}) + \text{H.c.})$, 以及原子与激光脉冲作用的哈密顿, 即 $H_L^{\text{al}} = \sum_{i=1}^2 (\Omega_{iL} |e_L\rangle_{ii} \langle f_L| + \text{H.c.})$, 根据量子Zeno动力学理论^[30], 当 $g, \lambda \gg \Omega_{iL}$, 左旋哈密顿 H_L 可以等效为

$$H_{L'} = \sum_n (K \varepsilon_n P_n + P_n H_{\text{al}} P_n), \quad (3)$$

其中, K 是耦合系数, ε_n 是 H_L^{acf} 的本征值, P_n 是 H_L^{acf} 的本征投影. 为了获得 $H_{L'}$, 首先计算 H_L^{acf} 的本征态为

$$|\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}} (\lambda |\alpha_2\rangle - g |\alpha_4\rangle + \lambda |\alpha_6\rangle),$$

$$\begin{aligned}
 |\phi_2\rangle &= \frac{1}{2}(-|\alpha_2\rangle - |\alpha_3\rangle + |\alpha_5\rangle + |\alpha_6\rangle), \\
 |\phi_3\rangle &= \frac{1}{2}(-|\alpha_2\rangle + |\alpha_3\rangle - |\alpha_5\rangle + |\alpha_6\rangle), \\
 |\phi_4\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2\lambda^2 + g^2}}(g|\alpha_2\rangle + \sqrt{2\lambda^2 + g^2}|\alpha_3\rangle \\
 &\quad + 2\lambda|\alpha_4\rangle + \sqrt{2\lambda^2 + g^2}|\alpha_5\rangle + g|\alpha_6\rangle), \\
 |\phi_5\rangle &= \frac{1}{2\sqrt{2\lambda^2 + g^2}}(g|\alpha_2\rangle - \sqrt{2\lambda^2 + g^2}|\alpha_3\rangle \\
 &\quad + 2\lambda|\alpha_4\rangle - \sqrt{2\lambda^2 + g^2}|\alpha_5\rangle + g|\alpha_6\rangle), \quad (4)
 \end{aligned}$$

对应本征值为 $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = g$, $\varepsilon_3 = -g$, $\varepsilon_4 = \sqrt{2\lambda^2 + g^2}$, 和 $\varepsilon_5 = -\sqrt{2\lambda^2 + g^2}$. 根据量子 Zeno 动力学 [15,30], 可得哈密顿 $H_{L'}$ 为

$$\begin{aligned}
 H_{L'} &= H_{L'}^{\text{acf}} + H_{L'}^{\text{al}}, \\
 H_{L'}^{\text{acf}} &= \sum_{n=1}^5 \varepsilon_n |\phi_n\rangle \langle \phi_n|, \\
 H_{L'}^{\text{al}} &= \Omega_{1L} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}} |\phi_1\rangle - \frac{1}{2} |\phi_2\rangle - \frac{1}{2} |\phi_3\rangle \right. \\
 &\quad \left. + \frac{g}{\sqrt{2\lambda^2 + 4g^2}} |\phi_4\rangle + \frac{g}{2\sqrt{\lambda^2 + g^2}} |\phi_5\rangle \right) \langle \alpha_2| \\
 &\quad + \Omega_{2L} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}} |\phi_1\rangle + \frac{1}{2} |\phi_2\rangle + \frac{1}{2} |\phi_3\rangle \right. \\
 &\quad \left. + \frac{g^2}{\sqrt{2\lambda^2 + 4g^2}} |\phi_4\rangle + \frac{g}{2\sqrt{\lambda^2 + g^2}} |\phi_5\rangle \right) \langle \alpha_7| \\
 &\quad + \text{H.c.} \quad (5)
 \end{aligned}$$

执行么正变换 $U = e^{-i(H_{L'}^{\text{acf}}t)}$, 若 $\sqrt{2\lambda^2 + g^2} \gg \Omega_{iL}$, 则高阶振荡项被忽略, 那么哈密顿 H_L 可以等效为

$$\begin{aligned}
 H_L^{\text{eff}} &= \frac{\lambda}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}} |\phi_1\rangle (\Omega_{1L}(t) \langle \alpha_1| + \Omega_{2L}(t) \langle \alpha_7|) \\
 &\quad + \text{H.c.} \quad (6)
 \end{aligned}$$

在哈密顿 H_L^{eff} 的作用下, 系统本征值为 $\xi_0 = 0$ 和

$$\xi_{\pm} = \pm \frac{\lambda \sqrt{\Omega_{1L}^2 + \Omega_{2L}^2}}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}}, \text{ 本征态为}$$

$$\begin{aligned}
 |\alpha_0(t)\rangle &= \cos \theta(t) |\alpha_1\rangle - \sin \theta(t) |\alpha_7\rangle, \\
 |\alpha_{\pm}(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sin \theta(t) |\alpha_1\rangle \pm |\phi_1\rangle \right. \\
 &\quad \left. + \cos \theta(t) |\alpha_7\rangle \right), \quad (7)
 \end{aligned}$$

其中 $\theta = \arctan \frac{\Omega_{1L}}{\Omega_{2L}}$. 也就是说, 只要满足绝热条件, 系统将在暗态中演化, 那么选择合适的边界条件, 系统将从 $|\alpha_1\rangle$ 绝热演化到目标态 $|\alpha_7\rangle$.

2.2 利用无跃迁量子驱动构建绝热捷径

众所周知, 受激拉曼绝热过程需要较长的演化时间, 这将导致系统受消相干因素的破坏, 甚至使得理论结果不成立. 根据 Berry 无跃迁量子驱动理论 [14], 可以求解出一个能够精确驱使系统在暗态中演化的 CDD 哈密顿. 与哈密顿 H_L^{eff} 等效的最简单的 CDD 哈密顿可以表示为

$$H_{\text{CDD}} = i\dot{\theta} |\alpha_1\rangle \langle \alpha_7| + \text{H.c.}, \quad (8)$$

其中, $\dot{\theta} = [\dot{\Omega}_{1L}\Omega_{2L} - \Omega_{1L}\dot{\Omega}_{2L}]/(\Omega_{1L}^2 + \Omega_{2L}^2)$. 很显然, CDD 哈密顿可以阻止本征态之间的跃迁, 但是实验上很难实现. 受文献 [15] 启示, 本文提出一种可操作性强并且等效于方程 (8) 的系统 (an alternative physically feasible system, AFP 系统). 如图 2 所示, 原子的跃迁 $|e_j\rangle_i \leftrightarrow |g_j\rangle_i$ 与腔模 C_{ij} 非共振耦合, 对应的耦合系数仍为 g , 失谐量为 Δ , 同时, 原子的跃迁 $|e_j\rangle_i \leftrightarrow |f_j\rangle_i$ 受拉比频率为 $\tilde{\Omega}_{ij}$ 的激光脉冲驱动, 失谐量为 Δ . 这样, APF 系统的哈密顿可以表示为

$$\begin{aligned}
 \tilde{H}_1 &= \tilde{H}_L + \tilde{H}_R, \\
 \tilde{H}_L &= \sum_{i=1}^2 (ga_{iL}|e_L\rangle_{ii} \langle g_L| + \tilde{\Omega}_{iL}|e_L\rangle_{ii} \langle f_L| \\
 &\quad + \Delta|e_L\rangle_{ii} \langle e_L|) + \lambda b_L^\dagger (a_{1L} + a_{2L}) + \text{H.c.}, \\
 \tilde{H}_R &= \sum_{i=1}^2 (ga_{iR}|e_R\rangle_{ii} \langle g_R| + \tilde{\Omega}_{iR}|e_R\rangle_{ii} \langle f_R| \\
 &\quad + \Delta|e_R\rangle_{ii} \langle e_R|) + \lambda b_R^\dagger (a_{1R} + a_{2R}) \\
 &\quad + \text{H.c.} \quad (9)
 \end{aligned}$$

与方程 (1) 到方程 (6) 的近似方法类似, 可以得到一个 APF 系统的有效哈密顿

$$\begin{aligned}
 \tilde{H}_1 &= N |\phi_1\rangle (\tilde{\Omega}_{1L}(t) \langle \alpha_1| + \tilde{\Omega}_{2L}(t) \langle \alpha_7|) \\
 &\quad + 2\Delta N^2 |\phi_1\rangle \langle \phi_1| + \text{H.c.}, \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中, $N = \frac{\lambda}{\sqrt{2\lambda^2 + g^2}}$. 当 $2\Delta N \gg \tilde{\Omega}_{1L}, \tilde{\Omega}_{2L}$, $|\phi_1\rangle$ 被绝热消除, 那么, 可以得到 APF 系统最终的有效哈密顿

$$\begin{aligned}
 \tilde{H}_2 &= -\frac{\tilde{\Omega}_{1L}\tilde{\Omega}_{2L}}{2\Delta} (|\alpha_1\rangle \langle \alpha_7| + \text{H.c.}) \\
 &\quad - \frac{\tilde{\Omega}_{1L}^2}{2\Delta} (|\alpha_1\rangle \langle \alpha_1|) - \frac{\tilde{\Omega}_{2L}^2}{2\Delta} (|\alpha_7\rangle \langle \alpha_7|). \quad (11)
 \end{aligned}$$

若设定 $\tilde{\Omega}_{1L} = \tilde{\Omega}_{2L} = \tilde{\Omega}$, 则方程的后两项被消除, 那么方程简化为

$$\tilde{H}_3 = -\frac{\tilde{\Omega}^2}{2\Delta} |\alpha_1\rangle\langle\alpha_7| + \text{H.c.} \quad (12)$$

令 $-\frac{\tilde{\Omega}^2}{2\Delta} = i\dot{\theta}$, 则方程 (12) 等效于方程 (8) 的反向驱动哈密顿, 也就是说, 本文构建的 APF 哈密顿可以精确驱动该系统在暗态中演化.

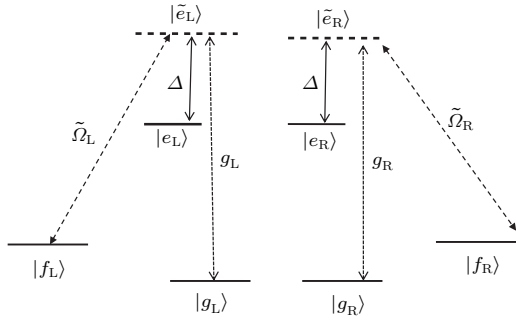


图2 APF 系统的原子能级结构图

Fig. 2. The atomic level configuration for the APF Hamiltonian.

2.3 利用无跃迁量子驱动快速制备四维纠缠态

在传统方法中, 为了实现 $|f_L g_L\rangle_{12} \rightarrow |g_L f_L\rangle_{12}$, 激光脉冲的拉比频率满足边界条件,

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\Omega_{1L}(t)}{\Omega_{2L}(t)} &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Omega_{1L}(t)}{\Omega_{2L}(t)} &= \infty. \end{aligned} \quad (13)$$

这里, 利用高斯脉冲驱动原子, 其表达式为

$$\begin{aligned} \Omega_1(t) &= \Omega_0 e^{-(t-d_1)^2/w^2}, \\ \Omega_2(t) &= \Omega_0 e^{-(t-d_2)^2/w^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 Ω_0 , d_i , w 分别表示脉冲的峰值、时间延迟和脉宽. 为了满足方程 (13) 的边界条件, 本文选定参数 $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 60/g$, $d_2 = 30/g$, $w = 18/g$. 为了凸显 STAP 方案的优点, 图 3 描绘了在原始哈密顿和 APF 哈密顿作用下, 演化进程中 $|\alpha_1\rangle$ 和 $|\alpha_7\rangle$ 的布居数. 图 3(a) 表明, 为了实现转移 $|\alpha_1\rangle \rightarrow |\alpha_7\rangle$, 利用 STAP 技术, 演化时间只需要 $80/g$, 相比之下, 如图 3(b) 所示, 在相同的实验参数下, 利用传统的 STIRAP, 无法实现 $|\alpha_1\rangle \rightarrow |\alpha_7\rangle$ 的完美转移, 为了使得系统最终布居 $|\alpha_7\rangle$, 需要改变激光脉冲参数, 如图 3(c) 所示, 此时演化时间需要达到 $220/g$

以上, 将近 STAP 的三倍. 因此, STAP 大大缩短了演化时间.

同样地, 如果初态为 $|f_R g_R\rangle_{12}$, 系统受 \tilde{H}_R 作用, 其演化子空间为

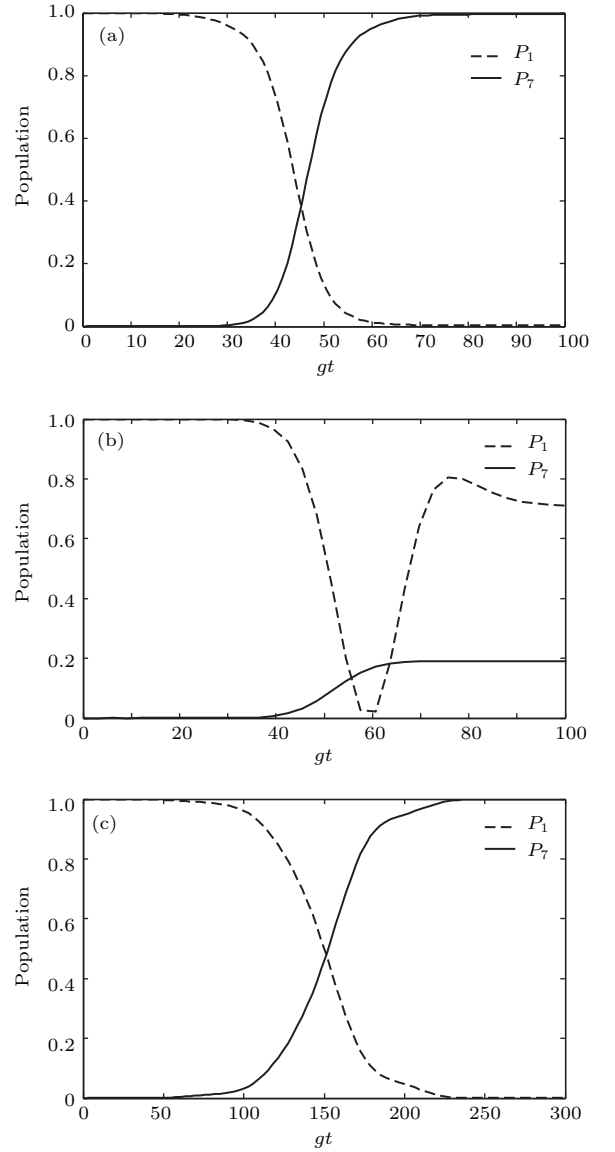


图3 $|\alpha_1\rangle$ (P_1) 和 $|\alpha_7\rangle$ (P_7) 的布居数 (a) 基于 APF 系统哈密顿, 其中激光脉冲参数 $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 60/g$, $d_2 = 30/g$, $w = 18/g$; (b) 基于原始哈密顿, 其中激光脉冲参数 $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 60/g$, $d_2 = 30/g$, $w = 18/g$; (c) 基于原始哈密顿, 其中激光脉冲参数 $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 200/g$, $d_2 = 100/g$, $w = 80/g$

Fig. 3. The population of states $|\alpha_1\rangle$ (P_1) and $|\alpha_7\rangle$ (P_7): (a) Governed by the APF Hamiltonian \tilde{H}_L via TQD, with $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 60/g$, $d_2 = 30/g$, $w = 18/g$; (b) governed by the original Hamiltonian H_L via the adiabatic passage, with $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 60/g$, $d_2 = 30/g$, $w = 18/g$; (c) governed by the original Hamiltonian H_L via the adiabatic passage, with $\Omega_0 = 0.2g$, $d_1 = 200/g$, $d_2 = 100/g$, $w = 80/g$.

$$\forall_2 \in \left\{ \begin{array}{l} |\beta_1\rangle = |f_R\rangle_1 |g_R\rangle_2 |0_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \\ |\beta_2\rangle = |e_R\rangle_1 |g_R\rangle_2 |0_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \\ |\beta_3\rangle = |g_R\rangle_1 |g_R\rangle_2 |1_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \\ |\beta_4\rangle = |g_R\rangle_1 |g_R\rangle_2 |0_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |1_R\rangle_F, \\ |\beta_5\rangle = |g_R\rangle_1 |g_R\rangle_2 |0_R 1_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \\ |\beta_6\rangle = |g_R\rangle_1 |e_R\rangle_2 |0_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \\ |\beta_7\rangle = |g_R\rangle_1 |f_R\rangle_2 |0_R 0_R\rangle_{C_1 C_2} |0_R\rangle_F, \end{array} \right. \quad (15)$$

若 $\tilde{\Omega}_{1R} = \tilde{\Omega}_{2R} = \tilde{\Omega}_R$, 那么正如上文所述, 系统将从 $|\beta_1\rangle$ 快速演化到目标态 $|\beta_7\rangle$.

如果系统初始处在 $|f_j\rangle_1 |g_k\rangle_2 (j, k = L, R, j \neq k)$, 在 \tilde{H}_I 驱动下, 系统演化子空间为

$$\forall_3 \in \left\{ \begin{array}{l} |\gamma_1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} |f_j g_k\rangle_{12} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_1} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_2} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_F, \\ |\gamma_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} |e_j g_k\rangle_{12} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_1} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_2} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_F, \\ |\gamma_3\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} |g_j g_k\rangle_{12} (|1_j\rangle + |0_k\rangle)_{C_1} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_2} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_F, \\ |\gamma_4\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} |g_j g_k\rangle_{12} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_1} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_2} (|1_j\rangle + |0_k\rangle)_F, \\ |\gamma_5\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} |g_j g_k\rangle_{12} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_{C_1} (|1_j\rangle + |0_k\rangle)_{C_2} (|0_L\rangle + |0_R\rangle)_F, \end{array} \right. \quad (16)$$

在大失谐条件下, 对应的暗态可表示为

$$|\gamma_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\tilde{\Omega}_{1j}^2 + g^2}} (g|\gamma_1\rangle - \tilde{\Omega}_{1j}|\gamma_3\rangle + \tilde{\Omega}_{1j}|\gamma_5\rangle),$$

当先决条件 $g \gg \tilde{\Omega}_{1j}$ 满足时, 系统最终处在 $|\gamma_1\rangle$.

综上所述, 我们实现了态转移, 即

$$|f_L g_L\rangle_{12} \rightarrow |g_L f_L\rangle_{12}, \quad |f_R g_R\rangle_{12} \rightarrow |g_R f_R\rangle_{12},$$

$$|f_L g_R\rangle_{12} \rightarrow |f_L g_R\rangle_{12}, \quad |f_R g_L\rangle_{12} \rightarrow |f_R g_L\rangle_{12},$$

也即, 制备了四维纠缠态

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} (|g_L f_L\rangle_{12} + |g_R f_R\rangle_{12} + |f_L g_R\rangle_{12} + |f_R g_L\rangle_{12}).$$

3 数值模拟与讨论

接下来, 利用数值模拟说明上述结果的有效性. 首先定义四维纠缠态的保真度为 $F = \langle \psi | \rho | \psi \rangle$, 其中, $|\psi\rangle$ 是本文所要制备的目标态, ρ 是系统演化密度算符. 图4绘制了保真度和演化时间的关系,

可以看出, 当 $gt > 80$, 保真度接近于1, 同时本方案无需精确控制操作时间.

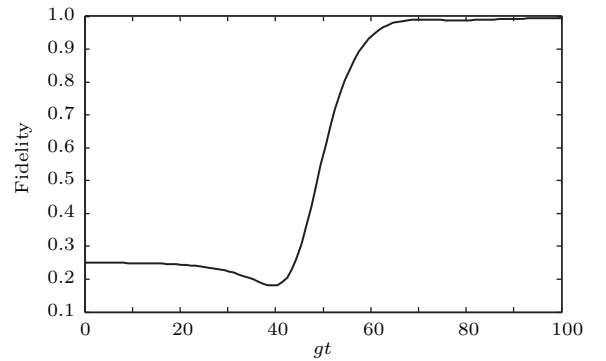


图4 四维纠缠态的保真度与无维度时间 gt 的关系

Fig. 4. The fidelity of four-dimensional entangled state versus the dimensionless parameter gt .

本文也分析了环境对纠缠态保真度的影响. 本系统消相干因素主要有原子的自发辐射、腔场的衰减以及光纤的衰减. 若考虑消相干因素, 系统的主方程表示为

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -i[\tilde{H}_I, \rho] + \sum_{i=1,2} \sum_{j=L,R} \sum_{k=f,g} \frac{\Gamma_{ijk}}{2} (2s_{ijk}^- \rho s_{ijk}^\dagger - s_{ijk}^\dagger s_{ijk}^- \rho - \rho s_{ijk}^\dagger s_{ijk}^-) \\ & + \sum_{i=1,2} \sum_{j=L,R} \frac{\kappa_{ij}}{2} (2a_{ij} \rho a_{ij}^\dagger - a_{ij}^\dagger a_{ij} \rho - \rho a_{ij}^\dagger a_{ij}) + \sum_{j=L,R} \frac{\Upsilon_j}{2} (2b_j \rho b_j^\dagger - b_j^\dagger b_j \rho - \rho b_j^\dagger b_j), \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $S_{ijk}^{\dagger} = |e_j\rangle_{ii}\langle k_j|$, $S_{ijk}^{-} = |k_j\rangle_{ii}\langle e_j|$ ($i = 1, 2; j = L, R; k = f, g$); κ_{ij} , Υ_{ij} 分别表示腔场和光纤的衰减系数; Γ_{ijk} 表示原子的自发辐射率. 简单起见, 设定 $\kappa_{ij} = \kappa$, $\Upsilon_{ij} = \Upsilon$, $\Gamma_{ijk} = \Gamma$. 图 5 给出了消相干因素对两原子的四维纠缠态的保真度的影响, 可以看出, 光纤衰减对四维纠缠态的保真度几乎没有影响, 原子的自发辐射率对本方案影响也很小, 说明本文选取的参数能够很好地满足绝热条件以保证光纤被激发和原子处于激发态的概率很小. 然而, 图 5(c) 表明腔场的衰减对本方案制备的四维纠缠态具有一点破坏性. 主要原因是: 为了加快演化速度, 需要略微破坏条件 $\sqrt{2\lambda^2 + g^2} > \tilde{\Omega}$, 那么方程 (9) 到方程 (10) 的近似中, 高振荡项不能完全被忽略, 也即, 腔场激发态具有一定布居数. 尽管如此, 若采取实验上的参数 [31,32], 可计算出四维纠缠态的保真度达到 0.98. 简而言之, 本方案所制备的四维纠缠态对消相干因素具有一定的鲁棒性.

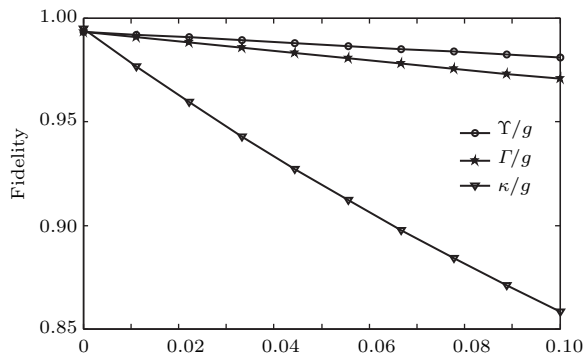


图 5 四维纠缠态的保真度与原子的自发辐射、腔场的衰减以及光纤的衰减等消相干因素的关系

Fig. 5. The fidelity of the maximum four-dimensional entangled state versus the dissipation factor Γ , κ and Υ .

接下来简单讨论实验的可行性. 本方案中六能级原子利用 Rb 原子 [33-35] 来实现, 其中原子的 $|e_L\rangle$ 和 $|e_R\rangle$ 分别用激发态 $5^2P_{3/2}$ 的超精细结构能级 $|F = 1, m = 1\rangle$ 和 $|F = 1, m = -1\rangle$, $|f_L\rangle$ 和 $|f_R\rangle$ 分别用基态 $5^2S_{1/2}$ 的超精细结构能级 $|F = 1, m = 2\rangle$ 和 $|F = 1, m = -2\rangle$, $|g_L\rangle$ 和 $|g_R\rangle$ 分别用基态 $5^2S_{1/2}$ 的超精细结构能级 $|F = 2, m = 1\rangle$ 和 $|F = 2, m = -1\rangle$. 文献 [36] 指出, 单个离子可以长时间地被囚禁在腔中的一个固定位置, 而且可以停留很长时间. 另外, 文献 [37] 已经报道了腔和光纤的超低损耗耦合, 且腔与光纤耦合效率可以达到 99.9%. 因此, 随着腔量子电动力学技术的不断更

新, 本文提出的四维纠缠态的制备方案或许在不久的将来能够在实验上得以实现.

4 结 论

本文提出一种基于绝热捷径技术加快两个原子的四维纠缠态的制备, 其中两原子分别被囚禁在光纤耦合的两个光学腔中. 本文特点是, 借助大失谐的近似来构建一个和反向驱动哈密顿等效并且在实验中可实现的系统. 数值结果表明, 本方案所需的演化时间远远小于基于 STIRAP 的方案. 此外, 本文还分析了包括原子自发辐射、光纤耗散、腔中光子泄漏等消相干因素对四维纠缠态保真度的影响, 结果表明, 采取合适的实验参数, 本方案对这些因素具有很好的免疫能力.

参考文献

- [1] Bergmann K, Theuer H, Shore B W 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1003
- [2] Vitanov N V, Suominen K A, Shore B W 1999 *J. Phys. B* **32** 4535
- [3] Zhang C L, Chen M F 2015 *Opt. Commun.* **339** 61
- [4] Zhang C L, Chen M F 2015 *Chin. Phys. B* **24** 070310
- [5] Zhao Y J, Liu B, Ji Y Q, Tang S Q, Shao X Q 2017 *Sci. Rep.* **7** 16489
- [6] Premaratne S P, Wellstood F C, Palmer B S 2017 *Nat. Commun.* **8** 14148
- [7] Chen X, Ruschhaupt A, Schmidt S, Campo A D, Odelin D G, Muga J G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 063002
- [8] Chen X, Lizuain I, Ruschhaupt A, Odelin D G, Muga J G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 123003
- [9] Wu J L, Ji X, Zhang S 2017 *Sci. Rep.* **7** 46255
- [10] Kang Y H, Huang B H, Song J, Lu P M, Xia Y 2017 *Laser Phys. Lett.* **14** 025201
- [11] Kang Y H, Chen Y H, Wu Q C, Huang B H, Xia Y, Song J 2016 *Sci. Rep.* **6** 30151
- [12] Baksic A, Hugo R H, Clerk A A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 230503
- [13] Huang B H, Kang Y H, Chen Y H, Wu Q C, Song J, Xia Y 2017 *Phys. Rev. A* **96** 022314
- [14] Berry M V 2009 *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 365303
- [15] Chen Y H, Xia Y, Song J, Chen Q Q 2015 *Sci. Rep.* **5** 15616
- [16] Huang X B, Zhong Z R, Chen Y H 2016 *Quantum Inf. Process.* **14** 4475
- [17] Shan W J, Xia Y, Chen Y H, Song J 2016 *Quantum Inf. Process.* **15** 2359
- [18] Kaszlikowski D, Gnaciski P, Ukowski M, Miklaszewski W, Zeilinger A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 4418
- [19] Walborn S P, Lemelle D S, Almeida M P, Ribeiro P H S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 090501

- [20] Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 240401
- [21] Cerf N J, Bourennane M, Karlsson A, Gisin N 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 127902
- [22] Lloyd S 2008 *Science* **321** 1463
- [23] Ali-Khan I, Broadbent C J, Howell J C 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 060503
- [24] Neeley M, Ansmann M, Bialczak R C, Hofheinz M, Lucero E, O'Connell A D, Sank D, Wang H H, Wenner J, Cleland A N, Geller A R, Martinis J M 2009 *Science* **325** 722
- [25] Lanyon B P, Barbieri M, Almeida M P, Jennewein T, Ralph T C, Resch K J, Pryde G J, O'Brien J L, Gilchrist A, White A G 2009 *Nat. Phys.* **5** 134
- [26] Di Y M, Wei H R 2013 *Phys. Rev. A* **87** 012325
- [27] Di Y M, Wei H R 2015 *Phys. Rev. A* **92** 062317
- [28] Wu J L, Ji X, Zhang S 2016 *Sci. Rep.* **6** 33669
- [29] Kues M, Reimer C, Roztocki P, Cortés L R, Sciara S, Wetzell B, Zhang Y B, Alfonso Cino A, Chu S T, Little B E, Moss D J, Caspani L, Azaña J, Morandotti R 2017 *Nature* **546** 622
- [30] Facchi P, Pascazio S 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 080401
- [31] Spillane S M, Kippenberg T J, Vahala K J, Goh K W, Wilcut E, Kimble H J 2005 *Phys. Rev. A* **71** 013817
- [32] Buck J R, Kimble H J 2003 *Phys. Rev. A* **67** 033806
- [33] Steck D A <http://steck.us/alkalidata> [2015-1-13]
- [34] Mei G H 1996 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Chinese Academy of Sciences) (in Chinese) [梅刚华 1996 博士学位论文 (武汉: 中国科学院武汉物理与数学研究所)]
- [35] Yang Y F, Chen Y H, Wu Q C, Kang Y H, Huang B H, Xia Y 2017 *Quantum Inf. Process.* **16** 15
- [36] Mundt A B, Kreuter A, Becher C, Leibfried D, Eschner J, Schmidt-Kaler F, Blatt R 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 103001
- [37] Spillane S M, Kippenberg T J, Painter O J, Vahala K J 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 043902

Fast implementation of four-dimensional entangled state in separately coupled cavities via shortcut to adiabatic passage*

Zhang Chun-Ling[†] Liu Wen-Wu

(Department of Information Engineering, Yangou University, Fuzhou 350015, China)

(Received 8 February 2018; revised manuscript received 14 May 2018)

Abstract

Quantum information, as a comprehensive subject of quantum mechanics and information science, has a broad theoretical research value and application prospect. As a resource of quantum information, quantum entanglement has been studied thoroughly, which is not only significant to understand the features of quantum mechanics, but also of great value to the development of the method new quantum information processing. Therefore, the generation of entangled state is widely studied theoretically. In comparison to low-dimensional entangled states, multi-dimensional entangled states are not only safe but also efficient and error-tolerant for quantum computation. The adiabatic technique is one of the most widely used and proven techniques in quantum information science. The main advantages of this technique are that it is insensitive to the fluctuation of experimental parameters, and the interaction time of the system is not required to be controlled accurately. However, limited by the adiabatic condition, it usually takes relatively long interaction time in scheme via adiabatic technique to achieve the target states. If the required evolution time is too long, the scheme may be useless. To overcome this problem, researchers have done a lot in the field of finding ways to shorten the long interaction time of adiabatic passage. Among these works, the technique named shortcuts to adiabatic passage is a successful work in this field and it has attracted a great deal of attention in recent years. In this paper, based on transitionless quantum driving to construct shortcuts to adiabatic passage, an efficient scheme to fast generate a four-dimensional entangled state of two-atom is proposed. The atoms are respectively trapped in the separate two-mode cavities which are connected by optical fiber. To achieve an alternative physically feasible system, the non-resonant dynamics is adopted to create a Hamiltonian which can exactly drive the system to evolve along the instantaneous eigenstates of the original Hamiltonian. As a result, if the system goes through adiabatic passage, it will evolve in the dark state, not transit to other states. Hence, using transitionless quantum driving to shortcuts to adiabatic passage, the evolutionary time in this scheme is much less than that in other schemes based on traditional adiabatic passage. The rigorous numerical simulations are conducted. The results show that with suitable pulsed laser parameters, this scheme is robust against decoherence arising from fiber decay, cavity decay and atomic spontaneous emission. Moreover, the scheme is more feasible in physics. That is, based on the proposed scheme, a high-fidelity four-dimensional entangled state of two-atom can be achieved.

Keywords: four-dimensional entangled state, shortcuts to adiabatic passage, transitionless quantum driving

PACS: 03.67.Bg, 42.50.Dv, 42.50.Pq

DOI: 10.7498/aps.67.20180315

* Project supported by the Funding from the Fujian Education Department, China (Grant No. JB14220).

[†] Corresponding author. E-mail: mzhangchunling@163.com