

基于拓展分离变量法的层合材料瞬态传热分析

李长玉 林水木 戴海燕 吕东霖

Transient heat transfer analysis of laminated materials based on extended separation of variables

Li Chang-Yu Lin Shui-Mu Dai Hai-Yan Lü Dong-Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 214401 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180743

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180743>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I21>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于变换热力学的三维任意形状热斗篷设计](#)

Design and research of three-dimensional thermal cloak with arbitrary shape based on the transformation thermodynamics

物理学报.2017, 66(10): 104401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.104401>

[纳晶铜晶粒尺寸对热导率的影响](#)

Influence of grain size on the thermal conduction of nanocrystalline copper

物理学报.2016, 65(10): 104401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.104401>

[基于\(火积\)理论的“+”形高导热构形通道实验研究](#)

Experimental study on “+” shaped high conductivity constructal channels based on entransy theory

物理学报.2016, 65(2): 024401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024401>

[孤立系内热传导过程\(火积\)耗散的解析解](#)

Analytical solution of the entransy dissipation of heat conduction process in isolated system

物理学报.2015, 64(24): 244401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.244401>

[基于拉普拉斯方程的任意形状热斗篷研究与设计](#)

Research and design of thermal cloak with arbitrary shape based on Laplace's equation

物理学报.2014, 63(19): 194402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194402>

基于拓展分离变量法的层合材料瞬态传热分析*

李长玉¹⁾ 林水木^{2)†} 戴海燕¹⁾ 吕东霖¹⁾

1) (华南理工大学广州学院汽车与交通工程学院, 广州 510800)

2) (昆山科技大学机械工程系, 台湾 710030)

(2018年4月19日收到; 2018年7月19日收到修改稿)

层合材料各层热物理参数不同, 难以用常规的分离变量法求解. 针对此问题对常规分离变量法进行了拓展, 将层合材料受热时的温度场在时间域上分成微小时间段, 在每个微小时间段内层合材料交界处的温度可认为随时间正比变化, 并假设比例系数, 此时在微小时间段内对各层分别利用分离变量法单独求得解析解, 根据交界处温度相等能量连续的关系可求出比例系数, 进而求出该微小时间段内的温度场, 通过循环求解可得整个时间段内的温度场. 之后, 利用拓展的分离变量法对常用层合隔热材料瞬态传热进行了分析, 通过与有限元方法计算的结果比较, 验证了本文方法的正确性, 分析了隔热材料类型、厚度, 材料表面对流换热系数, 空气温度等参数对隔热效果的影响. 拓展分离变量法利用解析的方式求解了层合材料瞬态传热问题, 物理意义比常规的数值方法明确, 计算效率也较高.

关键词: 层合材料, 拓展分离变量法, 瞬态传热

PACS: 44.10.+i, 44.90.+c, 44.05.+e

DOI: 10.7498/aps.67.20180743

1 引言

层合隔热材料目前广泛应用在各种保温隔热系统中, 例如建筑墙体的隔热, 冰箱、保温箱箱壁隔热, 航空航天器隔热等^[1-3]. 精确预测、分析多层隔热材料瞬态传热情况对隔热系统的设计具有至关重要的作用, 越来越多的研究者对层合材料瞬态传热问题进行了研究, 具体可归结如下^[4-12].

Daryabeigi等^[4,5]利用有限元法研究了层合隔热材料传热问题. Al-Sanea和Zedan^[6]利用有限体积法研究了建筑墙体中使用的层合隔热材料的瞬态传热问题. Xu等^[7]利用有限差分法研究了层合材料瞬态传热问题. 李金娥等^[8]利用向后差分法得到了某层合材料的温度场数值解, 并且对其非傅里叶传热特性做了研究. Rahideh等^[9]利用有限元方法, 在考虑热传播速度有限的情况下研究了层合材料瞬态传热问题. He等^[10]利用一种改进的单元线路模型法分析了多层材料瞬态传热问题, 并

且利用该方法对材料的结构进行了优化. Wang和Cui^[11]利用玻尔兹曼格子法对某层合隔热材料进行了瞬态传热分析, 并且对结构内部产生的热应力进行了研究. Liu等^[12]利用拉普拉斯变换的方式求得了层合材料传热问题的数值解.

从文献的分析可以看出, 针对层合材料瞬态传热问题的求解目前主要采用有限体积法、有限元法、有限差分法、玻尔兹曼格子法等常规数值方法^[13-18]. 因为层合材料各层热物理参数不一致, 一般不能直接用常规的分离变量法、格林函数法等解析方法进行求解^[17,19]. 本文针对某三层隔热材料, 将常规的分离变量法进行了拓展, 引入交界处温度变化的斜率参数, 对每层分别利用分离变量法进行了求解, 之后利用交界处温度相等和能量连续条件, 求出斜率参数, 进一步求出了整个时间域内的半解析解, 并且通过与有限元法对比验证了方法的正确性, 利用求出的半解析解研究了某层合隔热材料隔热层材料种类、厚度以及隔热层表面的对流

* 广东省青年创新人才基金(批准号: 2016KQNCX226)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: licy@gcu.edu.cn

换热系数、外部空气温度等对隔热效果的影响.

2 模型建立

本文针对一种常用的层合隔热材料进行研究分析. 层合隔热材料主要由外壳层、隔热层、接触层构成^[1]. 其中外壳层直接与空气接触, 对流换热; 隔热层一般采用热传导系数较低且密度较小的材料, 起到隔热作用; 接触层直接与高温区接触^[10]. 相应的几何模型如图 1 所示.

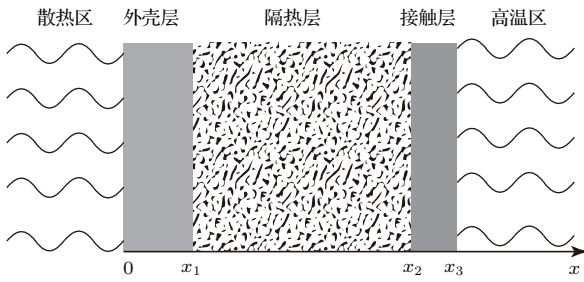


图 1 模型示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the model.

根据以上几何模型可以建立对应的物理模型. 相应的控制方程为

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_i(x, t)}{\partial t} - k_i \frac{\partial^2 T_i(x, t)}{\partial x^2} - Q_i = 0, \quad 0 \leq x \leq x_3, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

相应的边界条件为

$$k_1 \left. \frac{\partial T_1(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} - h_0 T_1(x, t)|_{x=0} = -h_0 T_f = f_L(t), \quad (2)$$

$$T_3(x, t)|_{x=x_3} = T_{\text{high}} = f_R(t), \quad (3)$$

相应的初始条件为

$$T_i(x, t)|_{t=0} = T_{\text{ina}}, \quad (4)$$

其中, $i = 1, 2, 3$, 当 $i = 1$ 时表示外壳层, $i = 2$ 时表示隔热层, $i = 3$ 时表示接触层. 这里, ρ_i 表示第 i 层的密度; c_i 表示第 i 层的比热容; k_i 表示第 i 层的热传导系数; T_i 表示第 i 层的温度函数; h_0 表示空气和外壳层的对流换热系数; T_f 表示空气温度; T_{high} 为高温区温度; $f_L(t)$ 为左侧边界条件; $f_R(t)$ 为右侧边界条件; $l_1 = x_1, l_2 = x_2 - x_1, l_3 = x_3 - x_2$, 其中 l_1 为外壳层的厚度, l_2 为隔热层的厚度, l_3 为接触层的厚度, x 为位置变量, $x_0 = 0$; t 为时间变量; T_{ina} 为初始温度; Q_i 表示内部热源产生的热量.

3 模型求解

3.1 求解思路

对于多层材料瞬态传热问题, 一般无法直接用常规分离变量法求解, 需将分离变量法进行拓展. 在此把 $T_i(x, t)$ 在时间域上分成无穷多小段, 对于其中的第一段 $[0, \Delta t]$ 时间内, 如果 Δt 足够小, 则第 1 和 2 层交界处温度可表示为 (5) 式, 第 2 和 3 层交界处的温度可表示为 (6) 式.

$$f_{\text{FS},1}(t) = v_{\text{FS},1}t, \quad (5)$$

$$f_{\text{ST},1}(t) = v_{\text{ST},1}t, \quad (6)$$

其中, $f_{\text{FS},n}, f_{\text{ST},n}$ 分别表示第 1, 2 层交界处和第 2, 3 层交界处第 n 个 Δt 时间内的温度函数; $v_{\text{FS},n}, v_{\text{ST},n}$ 分别表示第 1, 2 层和第 3, 4 层交界处温度曲线等效直线的斜率. 当 $n = 1, t = \Delta t$ 时, $f_{\text{FS},1}(t) = v_{\text{FS},1}\Delta t = T_{1,1}(x_1, \Delta t) - T_{\text{ina}}, f_{\text{ST},1}(t) = v_{\text{ST},1}\Delta t = T_{2,1}(x_1, \Delta t) - T_{\text{ina}}$. 此时每一层两边的边界条件和初始条件均已知, 可分别用分离变量法求解, 求解的各层解析表达式中 $v_{\text{FS},1}$ 和 $v_{\text{ST},1}$ 为未知数, 根据各层交界处温度相等且能量连续可以求解 $v_{\text{FS},1}$ 和 $v_{\text{ST},1}$, 进而求得在 $[0, \Delta t]$ 时间内的温度解析解, 之后可将 Δt 时刻的初始温度作为下一个 $[0, \Delta t]$ 时间段的起始温度, 进行下一段求解, 直至第 n 段即可求得整个温度场, 解法原理如图 2 所示. 其中 $T_{i,n}$ 表示第 i 层第 n 段的温度场解析解.

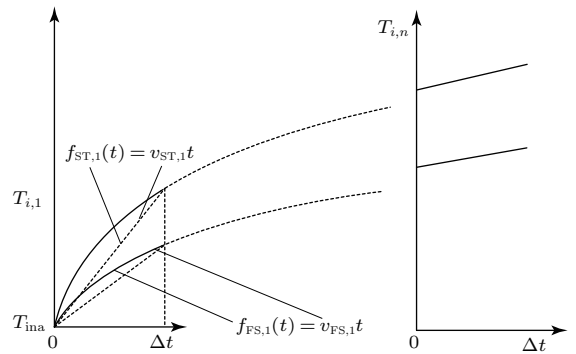


图 2 解法原理

Fig. 2. Principle of the method.

3.2 解析解推导

第 i 层在第 n 个 $[0, \Delta t]$ 时间内的控制方程为

$$\rho_i c_i \frac{\partial T_{i,n}(x, t)}{\partial t} - k_i \frac{\partial^2 T_{i,n}(x, t)}{\partial x^2} - Q_i = 0,$$

$$0 \leq x \leq x_3, \quad 0 \leq t \leq \Delta t. \quad (7)$$

最左侧边界条件为

$$k_1 \frac{\partial T_{1,n}(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} - h_0 T_{1,n}(x,t)|_{x=0} = f_{L,n}(t). \quad (8)$$

第 $i, i+1$ 层交界处的温度为 ($i = 1, 2$)

$$T_{i,n}(x,t)|_{x=x_i} = f_{i,i+1,n}(t) = \begin{cases} T_{\text{ina}} + v_{i,i+1,1}t, & n = 1, \\ T_{i,n-1}(x_1, \Delta t) + v_{i,i+1,n}t, & n > 1, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $f_{1,2,n}(t) = f_{\text{FS},n}(t)$, $f_{2,3,n}(t) = f_{\text{ST},n}(t)$, $v_{1,2,n} = v_{\text{FS},n}$, $v_{2,3,n} = v_{\text{ST},n}$. 最右侧的边界条件为

$$T_{3,n}(x,t)|_{x=x_3} = T_{\text{high}} = f_{\text{R}}(t). \quad (10)$$

初始条件为

$$T_{i,n}(x,0) = \begin{cases} T_{\text{ina}}, & n = 1, \\ T_{i,n-1}(x, \Delta t), & n > 1. \end{cases} \quad (11)$$

为了将边界条件齐次化, 令:

$$w_{1,n}(x,t) = \left(\frac{x}{k_1 + h_0 x_1} - \frac{x_1}{k_1 + h_0 x_1} \right) f_{L,n}(t) + \left(\frac{h_0 x}{k_1 + h_0 x_1} + \frac{h_0}{k_1 + h_0 x_1} \right) f_{\text{FS},n}(t), \quad (12)$$

$$w_{2,n}(x,t) = \left(-\frac{x}{x_1 - x_2}x + \frac{x_1}{x_1 - x_2} \right) f_{\text{ST},n}(t) + \left(-\frac{x}{-x_1 + x_2}x + \frac{x_2}{-x_1 + x_2} \right) f_{\text{FS},n}(t), \quad (13)$$

$$w_{3,n}(x,t) = \left(-\frac{x}{x_2 - x_3}x + \frac{x_1}{x_2 - x_3} \right) f_{\text{R},n}(t)$$

$$+ \left(-\frac{x}{-x_2 + x_3} + \frac{x_3}{-x_2 + x_3} \right) f_{\text{ST},n}(t), \quad (14)$$

$$T_{i,n}(x,t) = u_{i,n}(x,t) + w_{i,n}(x,t), \quad (15)$$

结合 (8)—(10) 式, (12)—(15) 式可得

$$k_1 \frac{\partial u_{1,n}(x,t)}{\partial t} \Big|_{x=0} - h_0 u_{1,n}(x,t)|_{x=0} = 0, \quad (16)$$

$$u_{i,n}(x,t)|_{x=x_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (17)$$

相应的初始条件为

$$u_{i,n}(x,0) = \begin{cases} T_{\text{ina}} - w_{i,1}(x,0), & n = 1, \\ T_{i,n-1}(x, \Delta t) - w_{i,n-1}(x, \Delta t), & n > 1. \end{cases} \quad (18)$$

把 (15) 式代入 (7) 式可得

$$\rho_i c_i \frac{\partial u_{i,n}(x,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 u_{i,n}(x,t)}{\partial x^2} + q_{\text{tsi},n}, \quad (19)$$

$$q_{\text{tsi},n} = -\rho_i c_i \frac{\partial w_{i,n}(x,t)}{\partial t} + k_i \frac{\partial^2 w_{i,n}(x,t)}{\partial x^2} + Q_i. \quad (20)$$

选取 (19) 式的特征方程为

$$\rho_i c_i \frac{\partial u_{i,n}(x,t)}{\partial t} = k_i \frac{\partial^2 u_{i,n}(x,t)}{\partial x^2}, \quad (21)$$

采取分离变量法, 令:

$$u_{i,n}(x,t) = Y_{i,n}(x)G_{i,n}(t), \quad (22)$$

将 (22) 式代入 (21) 式得

$$\frac{d^2 Y_{i,n}(x)}{dx^2} + \lambda Y_{i,n}(x) = 0. \quad (23)$$

结合 (16), (17) 和 (22) 式可得

$$k_1 \frac{dY_{1,n}(x)}{dx} \Big|_{x=0} - h_0 Y_{1,n}(x)|_{x=0} = 0, \quad (24)$$

$$Y_{i,n}(x_i) = 0. \quad (25)$$

相应的本征函数为

$$Y_{i,n,m}(x) = \begin{cases} \cos \sqrt{\lambda_{i,n,m}} x_i x + \frac{h_0}{k_1 \sqrt{\lambda_{i,n,m}}} \sin \sqrt{\lambda_{i,n,m}} x_i x, & i = 1, \\ \cos(\sqrt{\lambda_{i,n,m}} x) \sin(\sqrt{\lambda_{i,n,m}} x_{i-1}) - \cos(\sqrt{\lambda_{i,n,m}} x_{i-1}) \sin(\sqrt{\lambda_{i,n,m}} x), & i = 2, 3, \end{cases} \quad (26)$$

当 $i = 1$ 时, $\lambda_{1,n,m}$ 为 (27) 式的正根, $m = 1, 2, 3, \dots$,

$$\frac{k_1 \sqrt{\lambda_{1,n}}}{h_0} + \tan \sqrt{\lambda_{1,n}} x_1 = 0. \quad (27)$$

当 $i = 2, 3$ 时, $\lambda_{i,n,m}$ 为 (28) 式的正根, $m = 1, 2,$

$3, \dots$,

$$\cos \left(\sqrt{\lambda_{i,n}} x_i \right) \sin \left(\sqrt{\lambda_{i,n}} x_{i-1} \right) - \cos \left(\sqrt{\lambda_{i,n}} x_{i-1} \right) \sin \left(\sqrt{\lambda_{i,n}} x_i \right) = 0. \quad (28)$$

经检验知下式成立,

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} Y_{i,n,m}(x)Y_{i,n,k}(x)dx = \begin{cases} 0, & \text{for } m \neq k, \\ \delta_{i,n,m}, & \text{for } m = k. \end{cases} \quad (29)$$

所以 $Y_{i,n,m}(x)$ 满足正交特性. 此时令

$$u_{i,n}(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} Y_{i,n,m}(x)B_{i,n,m}(t), \quad (30)$$

将 (30) 式代入 (19) 式并在 $[x_{i-1}, x_i]$ 内积分, 结合 (29) 式可得

$$B'_{i,n,m}(t) + \frac{k_i \lambda_{i,n,m}}{\rho_i c_i} B_{i,n,m}(t) = \bar{q}_{tsi,n,m}, \quad (31)$$

$$\bar{q}_{tsi,n,m} = \frac{1}{\rho_i c_i} \frac{1}{\delta_{i,n,m}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} q_{tsi,n,m} Y_{i,n,m}(x) dx. \quad (32)$$

由参考文献 [20] 知 (31) 式的解为

$$B_{i,n,m}(t) = e^{-\alpha_i t} B_{i,n,m}(0) + e^{-\alpha_i t} \int_0^t e^{\alpha_i t} \bar{q}_{tsi,n,m} dt, \quad (33)$$

其中,

$$\alpha_i = \frac{k_i \lambda_{i,n,m}}{\rho_i c_i}, \quad (34)$$

$$B_{i,n,m}(0) = \begin{cases} \frac{1}{\delta_{i,n,m}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} [T_{ina} - w_{i,n}(x, 0)] Y_{i,n,m}(x) dx, & n = 1, \\ \frac{1}{\delta_{i,n,m}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} [T_{i,n-1}(0, \Delta t) - w_{i,n}(x, \Delta t)] Y_{i,n,m}(x) dx, & n > 1. \end{cases} \quad (35)$$

结合 (15) 和 (30) 式知

$$T_{1,n}(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} B_{1,n,m}(t) Y_{1,n,m}(x) + w_{1,n}(x, t). \quad (36)$$

3.3 确定 $v_{FS,n}$ 和 $v_{ST,n}$

在 3.2 节中推导的第 n 个 $[0, \Delta t]$ 时间内的解均含有未知数 $v_{FS,n}$ 和 $v_{ST,n}$, 根据交界处温度相等且能量连续可列出下式,

$$k_i \frac{\partial T_{i,n}(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_i} = k_{i+1} \frac{\partial T_{i+1,n}(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=x_i}, \quad i = 1, 2, \quad (37)$$

由 (36) 式可解出未知数 $v_{FS,n}$ 和 $v_{ST,n}$, 进一步求得整个时间域内的温度场.

4 数值算例

本文对一种常见的隔热材料进行研究, 该隔热材料共分为三层, 第一层为外壳层, 采用的材料为聚乙烯板 (PE), 第二层为隔热层, 采用的材料为聚氨酯泡沫塑料 (PUR) 或者真空隔热材料 (VIP), 第三层为接触层, 采用的材料为聚丙烯板. 外壳层和空气对流换热, 接触层直接与高温区接触, 计算时取 $T_{high} = f_R(t) = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, 隔热层内部无热源产热, 即 $Q_i = 0$. 各层的物理参数如表 1 所列 [21-24].

表 1 各层物理参数
Table 1. Physical parameters of each layer.

i	材料	$\rho_n / \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$	$k_n / \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$c_n / \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	l_n / mm
1	PE	950	0.047	1380	5
2	PUR	50	0.025	1460	—
	VIP	200	0.003	1200	—
3	PP	920	0.040	1337	5

图 3 分析了不同的隔热层材料对温度沿着 x 方向分布情况的影响, 计算时取 $T_{ina} = T_f = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, $h_0 = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C})$. 图中实线为隔热层采用常规 PUR 时的计算结果, 虚线为隔热层采用 VIP 时的计算结果, 圆圈表示的数据为有限元方法计算的结果, 可以看出, 有限元方法计算结果和本文方法计算的结果完全一致, 从而可验证本文方法的正确性. 从图 3 还可以看出在加热时间 $t = 120 \text{ s}$ 时, 若采用 PUR, 温度在 $20 \text{ mm} < x < 30 \text{ mm}$ 发生了变化, 若采用 VIP, 此时温度只在 $25 \text{ mm} < x < 30 \text{ mm}$ 范围内发生变化, 分析原因是因为 VIP 热传导系数极低, 具有较强的隔热作用. 当隔热层采用 PUR 时在 $t = 1$ 和 10 h 时温度分布基本无变化, 说明在 $t = 1 \text{ h}$ 时已经达到平衡状态. 当采用 VIP 时 $t = 5$ 和 10 h 时温度分布基本无变化, 说明在 $t = 5 \text{ h}$ 时已经达到平衡状态.

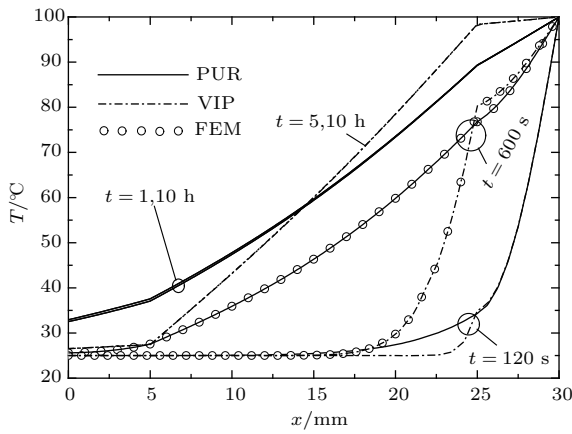


图3 不同的隔热层材料对温度沿 x 分布的影响
Fig. 3. Effects of different insulation materials on temperature distribution along x .

图4分析了不同的隔热层材料对不同位置温度变化的影响. 图4中A线和B线表示在接触层和隔热层交界处温度随时间变化情况, 其中A线为隔热层采用VIP时计算的结果, B线为隔热层采用PUR时计算的结果, 可以看出, 采用VIP时该位置温度随时间上升较快, 该位置在隔热层右侧, 说明VIP隔热情况好. 图4中C线和D线表示外壳层和隔热层交界处温度随时间变化情况, 其中C线表示隔热层材料采用VIP时的计算结果, D线表示隔热层材料采用PUR时的计算结果, 可以看出采用PUR时温度上升较快, 说明PUR较VIP隔热效果差, 漏热量较大, 导致隔热材料左侧温度上升较快. 图4中E线和F线表示外壳层表面温度随时间变化情况, 其中E线表示隔热层采用VIP时的计算结果, F线表示隔热层采用PUR时的计算结果, 可以看出采用VIP时温度随时间上升较缓慢, 说明此时隔热效果好. 从图4还可以看出当隔热层采用PUR时各位置温度更快趋于稳定(在经过1 h之后各位置温度基本不再变化).

图5分析了对流换热系数 h_0 对不同位置温度变化的影响, 计算时取 $T_{ina} = T_f = 25\text{ }^\circ\text{C}$, 隔热层采用PUR, 隔热层厚度取20 mm, 外壳层表面各空气对流换热, 据文献[25]空气自然对流换热系数5—25 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$, 强制对流换热系数为20—100 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$. 图5中A线和B线表示隔热层和接触层交界处, h_0 分别取100和5 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时温度随时间的变化. 从图5可以看出A线和B线基本重合, 分析原因是因为该位置远离外壳层表面, 所以外壳层表面对流换热系数的改变对该位置温度变化情况影响较小. 图5中C线和D线表示外壳层

和隔热层交界处, h_0 分别取100和5 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时温度随时间的关系, 可以看出 $h_0 = 100\text{ W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时温度增加略缓慢. 图5中E线和F线表示外壳层表面处, h_0 分别取100和5 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时温度随时间的变化关系, 同样可以看出随着时间增加, $h_0 = 100\text{ W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时温度增减略显缓慢, 同时可以看出越靠近外壳层表面, 对流换热系数对温度变化的影响越大.

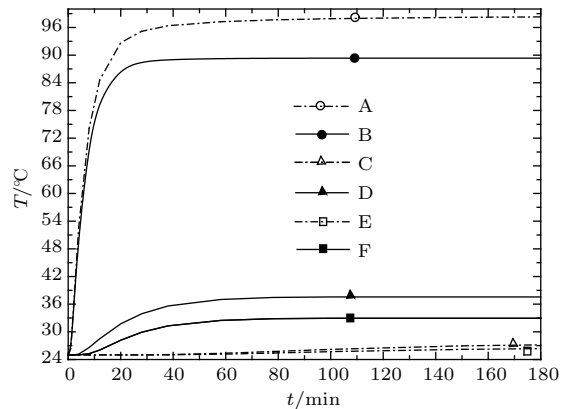


图4 不同的隔热层材料对不同位置温度变化的影响
Fig. 4. Influences of different insulation materials on temperature variation at different locations.

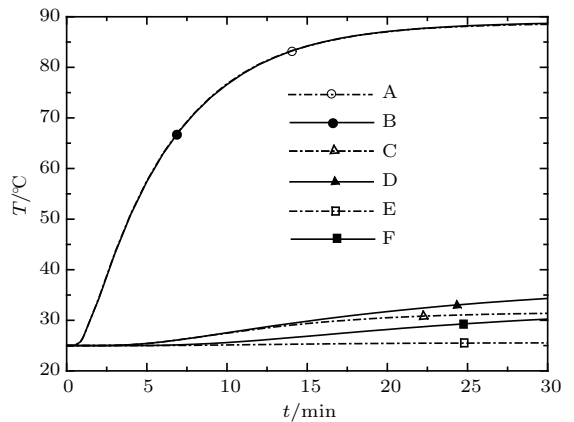


图5 对流换热系数 h_0 对温度变化的影响
Fig. 5. Effects of h_0 on temperature variation.

图6给出了对流换热系数对温度沿着 x 方向分布的影响, 其中E线和F线表示在 $t = 30\text{ s}$ 时对流换热系数分别取100和5 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时的温度分布情况, 其中C线和D线表示在 $t = 600\text{ s}$ 时对流换热系数分别取100和5 $\text{W}/(\text{m}^2\cdot^\circ\text{C})$ 时的温度分布情况, 可以看出, C线和D线、E线和F线基本重合, 分析原因是时间较短, 热量传递较少, 外壳层表面的对流换热系数对温度分布情况影响较小. 图6中A线表示在 $t = 1800\text{ s}$ 时对流换

热系数取 $h_0 = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ 时温度分布情况, 图6中B线表示在 $t = 1800 \text{ s}$ 时, 对流换热系数取 $h_0 = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ 时温度分布情况, 通过比较可以发现, 对流换热系数越大, 温度越低, 越靠近外壳层表面温度相差越大.

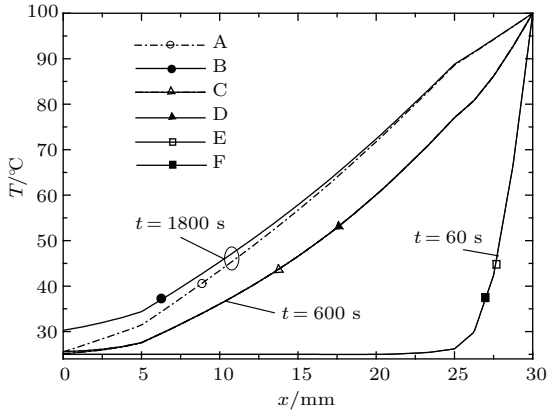


图6 对流换热系数 h_0 对温度沿 x 方向分布的影响

Fig. 6. Effects of h_0 on temperature distribution along x .

图7给出了隔热层厚度 l_2 对不同位置温度变化情况的影响. 图7中A线和B线表示在接触层和隔热层交界处温度随时间变化情况, 其中A线表示隔热层厚度取 10 mm 时的计算结果, B线表示隔热层厚度取 20 mm 时的计算结果, 因该位置在隔热层右侧, 所以隔热层厚度越大, 隔热效果越好, 温度上升越快. 图7中C线和D线表示在外壳层和接触层交界处温度随时间变化情况, 其中C线表示隔热层厚度取 10 mm , D线表示隔热层厚度取 20 mm , 此时发现隔热层越厚, 温度上升越缓慢. 图7中E线和F线表示在外壳层表面温度随时间变化情况, 其中E线表示隔热层厚度取 10 mm , F线表示隔热层厚度取 20 mm , 此时隔热层越厚, 温度上升越缓慢, 隔热效果越好.

图8分析了隔热层厚度对保温效果的影响, 计算时取 $T_{\text{ina}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, 隔热层采用PUR, $h_0 = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$. 图中A线表示在空气温度取 $25 \text{ }^\circ\text{C}$ 时, 经过 1 h 后外壳层表面温度随隔热层厚度的变化情况, 发现隔热层厚度取值越大, 外壳层表面温度越接近空气温度. B线表示在空气温度 $T_f = 15 \text{ }^\circ\text{C}$ 时外壳层表面温度随隔热层厚度的变化情况, 发现空气温度取较低值时, 外壳层表面温度较低. C线和D线分别表示空气温度取 25 和 $15 \text{ }^\circ\text{C}$ 时, 外壳层表面热流密度随隔热层厚度的变化, 可以看出隔热层厚度越厚, 外壳层表面热流密度越

小, 隔热效果越好, 空气温度取值较低时, 外壳层热流密度较大. 外壳层热流密度计算公式为

$$Q = h_0(T_b - T_f), \quad (38)$$

其中 Q 表示热流密度, T_b 表示外壳层表面温度.

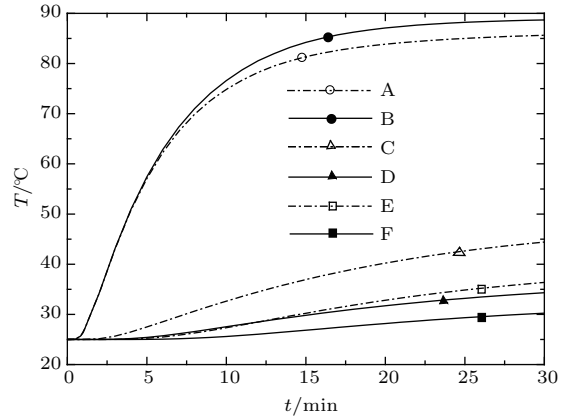


图7 隔热层厚度 l_2 对温度场变化的影响

Fig. 7. Effect of l_2 on temperature change.

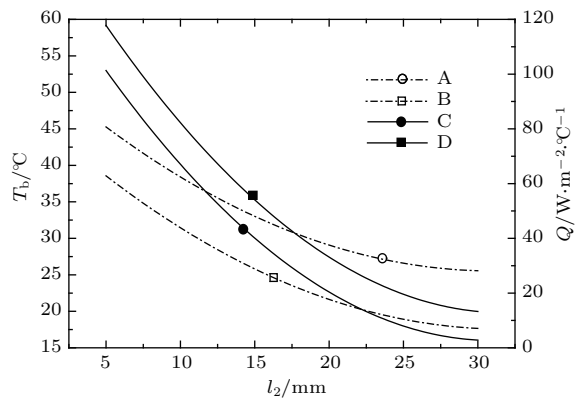


图8 隔热层厚度 l_2 对隔热效果的影响

Fig. 8. Effect of l_2 on insulation effect.

5 结 论

利用一种拓展的分离变量法对层合材料瞬态传热问题进行了求解, 并利用该方法对某层合隔热材料进行了瞬态传热分析, 所得结论可归结如下.

1) 对层合材料瞬态传热问题可将其温度场在时间域分割成微小时间段, 在各微小时间段内假设各层边界条件后, 可利用分离变量法对各层单独求解, 根据交界面温度相等且能量连续, 进一步求得每个时间段的解析解, 从而可求解整个温度场.

2) 该方法的计算结果和有限元法计算结果一致, 从而验证了该方法的正确性.

3) 利用本文的方法可预测层合材料瞬态传热时各位置温度随时间变化的精确值以及不同时刻层合材料温度分布的精确值.

4) 分析了层合隔热材料隔热层的材料选取、厚度、表面对流换热系数、空气温度等参数对温度场分布的影响, 可为隔热系统的设计提供一定的依据.

本文方法在后续可从以下两方面进行更深入的研究和改进:

1) 考虑层合材料接触面的热阻问题, 使该方法更贴合工程实际;

2) 将该方法拓展, 用来解决二维、三维传热问题, 以适应更多的工程应用场景.

参考文献

- [1] Wang M, Feng J Z, Jiang Y G, Zhang Z M, Feng J 2016 *Mater. Rev.* **30** 461 (in Chinese) [王苗, 冯军宗, 姜勇刚, 张志明, 冯坚 2016 材料导报 **30** 461]
- [2] Tang J J, Xu X M 2011 *Pack. Eng.* **32** 34 (in Chinese) [唐静静, 徐雪萌 2011 包装工程 **32** 34]
- [3] Song H Y, Tian M M, Wu Y Y 2016 *Pack. Eng.* **37** 56 (in Chinese) [宋海燕, 田萌萌, 伍亚云 2016 包装工程 **37** 56]
- [4] Daryabeigi K 2002 *J. Thermophys. Heat Transfer* **17** 10
- [5] Daryabeigi K, Cunnington G R, Knutson J R 2013 *J. Thermophys. Heat Transfer* **27** 414
- [6] Al-sanea S A, Zedan M F 2011 *Appl. Energy* **88** 3113
- [7] Xu F, Lu T J, Seffen K A 2008 *J. Mech. Phys. Solids* **56** 1852
- [8] Li J E, Wang B L, Chang D M 2011 *Acta Mech. Solida Sin.* **32** 248 (in Chinese) [李金娥, 王保林, 常冬梅 2011 固体力学学报 **32** 248]
- [9] Rahideh H, Malekzadeh P, Haghighi M G 2012 *Energy Convers. Manage.* **55** 14
- [10] He K L, Chen Q, Dong E F, Ge W C, Hao J H, Xu F 2018 *Appl. Therm. Eng.* **129** 1551
- [11] Wang B L, Cui Y J 2017 *Appl. Therm. Eng.* **119** 207
- [12] Liu K C, Wang Y N, Chen Y S 2012 *Int. J. Thermal Sci.* **58** 29
- [13] Li L, Zhou L, Yang M 2016 *Int. J. Heat Mass Transfer* **93** 834
- [14] Wu Z K, Li F L, Kwak D Y 2016 *Chin. J. Comput. Phys.* **33** 49 (in Chinese) [吴自库, 李福乐, Kwak D Y 2016 计算物理 **33** 49]
- [15] Liu F, Shi W P 2015 *Appl. Math. Mech.* **36** 1158 (in Chinese) [刘芳, 施卫平 2015 应用数学和力学 **36** 1158]
- [16] Hu J X, Gao X W 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 014701 (in Chinese) [胡金秀, 高效伟 2016 物理学报 **65** 014701]
- [17] Wang H G, Wu D, Rao Z H 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 244401 (in Chinese) [王焕光, 吴迪, 饶中浩 2015 物理学报 **64** 244401]
- [18] Wang G, Xie Z H, Fan X D, Chen L G, Sun F R 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 204401 (in Chinese) [王刚, 谢志辉, 范旭东, 陈林根, 孙丰瑞 2017 物理学报 **66** 204401]
- [19] Ma J, Sun Y, Yang J 2017 *Int. J. Heat Mass Transfer* **115** 606
- [20] Lin S M, Li C Y 2016 *Int. J. Thermal Sci.* **110** 146
- [21] Wang W, Ding H L, Zhang Z K, Shen L 2013 *Acta Mater. Compos. Sin.* **30** 14 (in Chinese) [汪文, 丁宏亮, 张子宽, 沈烈 2013 复合材料学报 **30** 14]
- [22] Zhao Y P, Yan G J, Chen D M, Chen L, Dong Z Z, Fu W G 2013 *J. Funct. Mater.* **16** 697 (in Chinese) [赵义平, 阎家建, 陈丁猛, 陈莉, 董知之, 付维贵 2013 功能材料 **16** 697]
- [23] Liu C N, Zhang S X, Zhou H Q, Xu D M, Li M Q 2011 *J. Jilin Inst. Chem. Tech.* **28** 29 (in Chinese) [刘翠娜, 张双喜, 周恒勤, 许冬梅, 李美芹 2011 吉林化工学院学报 **28** 29]
- [24] Liu B Z, Wang D W 2011 *J. Northeast Univ.* **32** 302 (in Chinese) [刘保政, 汪定伟 2011 东北大学学报 **32** 302]
- [25] He C H, Feng X 2001 *Chemical Principle* (Beijing: Science Press) pp190–193 (in Chinese) [何潮洪, 冯霄 2001 化工原理 (北京: 科学出版社) 第 190—193 页]

Transient heat transfer analysis of laminated materials based on extended separation of variables*

Li Chang-Yu¹⁾ Lin Shui-Mu^{2)†} Dai Hai-Yan¹⁾ Lü Dong-Lin¹⁾

1) (School of Automotive and Traffic Engineering, Guangzhou College of South China University of Technology, Guangzhou 510800, China)

2) (Mechanical Engineering Department, Kun Shan University, Taiwan 710030, China)

(Received 19 April 2018; revised manuscript received 19 July 2018)

Abstract

In general, when the one-dimensional heat conduction equation is solved by the method of separation of variables, we need to know the governing equations, two boundary conditions and initial condition. Because the thermophysical parameters in different layers of laminated materials are different, the heat conduction model cannot be expressed by the same governing equation. For each layer of laminated material, the boundary condition is unknown. That equation can-not be solved directly by the general separation variable method. In this work the separation of variable method is extended. The temperature field of laminated material's heat transfer is divided into many minute time intervals on the time axis. Based on differential conception, in a minimum time interval, the temperature at the junction of laminated materials can be considered to be proportional to time. Assume that the slope coefficient makes the boundary condition known, then for each layer of laminated materials, the general separation of variables method will be used to solve the temperature field. According to the same temperature and the energy continuity at the junction of laminated materials, one can solve the slope coefficient. The temperature field in the whole time domain can be obtained through cycling. Then the three-layer insulation materials are analyzed by the extended separation variable method. The correctness of the method is verified by comparing the calculated results with those from the finite element method. The influences of the type and thickness of heat insulation layer, heat transfer coefficient, air temperature on the heat insulation are studied. It is found that the thermal conductivity of the thermal insulation layer has a great influence on the insulation. The material with low heat conduction coefficient can enhance the heat insulation effect. The thicker the thickness of the insulation layer, the more slowly the surface temperature of the heat insulation material rises, and the lower the final temperature, the better the insulation effect is. The thicker the thickness of the insulation layer, the smaller the heat flux density of the heat insulation material shell is, and the better the heat insulation effect when the heat transfer reaches a stable state. All calculation results are consistent with physical phenomena. In this work, the analytical method is used to solve the heat transfer problem of laminated materials. Compared with the general numerical methods, the analytical method presents clear physical meaning and high efficiency of operation as well.

Keywords: laminated materials, extended separation of variables, transient heat transfer

PACS: 44.10.+i, 44.90.+c, 44.05.+e

DOI: [10.7498/aps.67.20180743](https://doi.org/10.7498/aps.67.20180743)

* Project supported by the Guangdong Youth Innovation Fund, China (Grant No. 2016KQNCX226).

† Corresponding author. E-mail: licy@gcu.edu.cn