

纠缠微波信号的特性及表示方法

李响 吴德伟 苗强 朱浩男 魏天丽

Characteristics and expressions of entangled microwave signals

Li Xiang Wu De-Wei Miao Qiang Zhu Hao-Nan Wei Tian-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 240301 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20181595

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20181595>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[与XY双自旋链耦合的双量子比特系统的关联性与相干性](#)

Correlation and coherence for two-qubit system coupled to XY spin chains

物理学报.2018, 67(15): 150302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180812>

[构造纠缠目击的一般方法](#)

General method of constructing entanglement witness

物理学报.2018, 67(7): 070303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172697>

[基于量子相干性的四体贝尔不等式构建](#)

Four-partite Bell inequalities based on quantum coherence

物理学报.2017, 66(20): 200301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.200301>

[与Ising链耦合的中心双量子比特系统的量子关联](#)

Quantum correlation for a central two-qubit system coupled to Ising chain

物理学报.2013, 62(13): 130305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.130305>

[Majorana表象下的纠缠动力学](#)

Entanglement dynamics in Majorana representation

物理学报.2013, 62(3): 030303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.030303>

纠缠微波信号的特性及表示方法*

李响 吴德伟[†] 苗强 朱浩男 魏天丽

(空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077)

(2018年8月26日收到; 2018年10月11日收到修改稿)

纠缠微波信号是电磁场微波频段量子特性的体现. 在总结了现有纠缠微波信号产生及验证实验的基础上, 针对目前没有统一的表达式来描述纠缠微波信号格式的问题, 通过深入分析纠缠微波信号的特性, 提出了两种纠缠微波信号的表示方法. 一种是在量子框架下, 利用双模压缩真空态表示, 并分别在光子数表象下和Wigner分布下分析了其信号特征, 刻画了正交分量之间的正反关联特性; 另一种是在经典框架下, 利用关联随机信号表示, 刻画了测量后纠缠微波信号场幅度正交分量随时间变化的波形图. 两种表示恰当合理地反映了纠缠微波信号连续变量纠缠的特性.

关键词: 纠缠微波信号, 正反关联, 双模压缩真空态, 关联随机信号

PACS: 03.67.Mn, 42.50.Dv, 07.50.Qx

DOI: 10.7498/aps.67.20181595

1 引言

纠缠是量子信息学中最重要资源, 到目前为止, 在原子物理学和量子光学领域, 人们对纠缠光子已经有了非常深入的研究^[1-3], 并在许多领域已经开始走向应用^[4,5]. 尽管如此, 在实际中仍然存在着许多无法克服的问题, 如自由空间中传播的单光子探测问题、纠缠光子的退相干问题等. 纠缠微波是微波频段的连续变量纠缠信号. 从研究电磁场量子性质的角度来看, 微波频段的信号并不是一种很好的选择, 因为与可见光频段相比, 微波单光子的能量只有几微电子伏, 甚至比室温条件下的热光子能量 $k_B T$ 还要低几个数量级. 因此, 若要检测到微波频段的单光子, 必须在极低温条件下才能实现. 除此之外, 典型的微波谐振器处在毫米的数量级, 实际也很难观测到要求尺度更小的微观量子现象^[6]. 但是, 量子微波也有可见光光子无法企及的优势, 主要表现在两个方面: 一是微波频段的无线电信号具有比光波更远的传输距离和更强的抗干扰能力, 适用于远距离量子通信、雷达等开

放性空间的应用; 二是量子微波能够保持比可见光光子更长的相干时间, 适用于做量子计算中的量子比特. 尽管量子信息技术飞速发展, 但是研究都集中在光学频段. 直到2008年, Yamamoto等^[7]利用磁通驱动的约瑟夫森参量放大器 (Josephson parameter amplifier, JPA) 产生了微波频段的单模压缩态, 通过改变磁通量, 可实现信号的参量放大, 并观测到了微波热涨落的压缩低于真空量子噪声, 制备了非经典微波信号. 随后, 该研究组 Zhong等^[8]压缩了真空噪声, 低于量子噪声极限4.9 dB. 2011年, Eichler等^[9]利用JPA产生并观察到了微波频段的双模压缩态. 2012年, Menzel研究组^[10]利用JPA产生的压缩态以及50 Ω 负载产生的真空态在微波分束器中混合, 产生了连续变量量子纠缠微波信号; 同年, Flurin研究组^[11]在约瑟夫森混频器 (Josephson mixer, JM) 中泵浦真空态, 产生了两路空间分离的频率非简并量子纠缠微波信号. 2017年, Dambach等^[12]在约瑟夫森光子设备中产生了纠缠量子微波. 在此期间, 大量的研究工作集中在电路和设备的性能改进上^[13-23].

相较国外近年来在微波纠缠研究领域的火热

* 国家自然科学基金 (批准号: 61603413, 61573372) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wudewei74609@126.com

进展, 国内关于纠缠微波的研究报道还非常匮乏. 量子纠缠微波信号主要依靠超导电路产生. 从事量子信息技术研究的团队主要针对的是量子光学方面的内容, 而从事超导电路研究的团队重点关注量子比特, 并没有利用其制备纠缠微波. 因此, 本文引入纠缠微波信号的概念, 并分析纠缠微波信号的特性. 此外, 目前并没有统一的格式来描述纠缠微波信号, 相关的实验都只是从测量的角度验证了微波纠缠的存在. 显然, 在对纠缠微波进行检测处理后, 原始信号的面貌已不复存在. 但对于指导纠缠微波信号的生成以及从理论上分析其传播能力、探测方法等方面而言, 准确、清晰、完备地描述纠缠微波信号的特征, 并给出一个具体的表达式是极其必要的. 因此, 本文在掌握了现有纠缠微波产生及验证实验的基础上, 提出了描述纠缠微波信号的两种方法. 一种是在量子框架下, 利用双模压缩真空态表征连续变量纠缠微波信号正交分量之间的正反关联特性, 并分别在光子数表象下和Wigner分布下对其进行分析; 另一种是在经典框架下, 利用关联随机信号表示并分析纠缠微波信号测量后的时域波形.

2 量子双模压缩真空态表示

纠缠微波信号作为微波频段量子特性的体现, 首先要描述它的量子纠缠特性. 纠缠微波信号是一种连续变量量子纠缠, 它的纠缠特性表现在微波信号正交分量之间的非定域性关联, 接近于最初由Einstein, Podolsky和Rosen提出的EPR态. 纠缠微波信号的产生过程可归纳为强泵浦信号与真空态信号在约瑟夫森结中的相互作用. 当泵浦作用在和频 $\omega_a + \omega_b$ 时, 相互作用可认为是参量下转换过程. 系统哈密顿量对应的是双光子在独立空间分离模式中的相干产生和湮灭, 泵浦受脉冲调制的相干微波光源驱动, 相互作用哈密顿量表示为

$$H = \hbar\chi(pa^+b^+ + p^*ab), \quad (1)$$

其中 \hbar 为普朗克常量, χ 为非线性系数, a 和 b^+ 分别表示两种不同模式的光子湮灭算符和产生算符,

p 表示泵浦信号算符.

如果利用双模压缩算符描述输入输出的散射关系, 则可表示为

$$\begin{aligned} a_{\text{out}} &= S(r, \phi)^+ a_{\text{in}} S(r, \phi) \\ &= \cosh(r)a_{\text{in}} + e^{i\phi} \sinh(r)b_{\text{in}}^+, \\ b_{\text{out}}^+ &= S(r, \phi)^+ b_{\text{in}}^+ S(r, \phi) \\ &= e^{-i\phi} \sinh(r)a_{\text{in}} + \cosh(r)b_{\text{in}}^+, \end{aligned} \quad (2)$$

这里, 双模压缩算符 $S(r, \phi) = \exp(re^{-i\phi}ab - re^{i\phi}a^+b^+)$, 其中 $re^{i\phi}$ 表示压缩参量, r 为压缩幅, 它是由泵浦信号幅度、非线性系数以及相互作用时间共同决定的; ϕ 是压缩角, 在实际中对应的是注入泵浦信号与真空态信号的相位差. 在 $r \rightarrow +\infty$ 时, 双模压缩真空态等同于理想的EPR纠缠态, 而 r 在物理上不可能趋于无穷大, 所以它合理地描述了实际中产生的纠缠微波信号.

实验中, 利用约瑟夫森参量设备制备纠缠微波信号也是一种参量放大过程, 同样可以利用量子朗之万方程给出它的输入输出关系. 量子朗之万方程给出了电磁场模式 a, b 与传播模式 $a_{\text{in/out}}, b_{\text{in/out}}$ 之间的演化. 信号和闲频的朗之万方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial t} &= \frac{i}{\hbar}[H, a] - \frac{\kappa_a}{2}a + \sqrt{\kappa_a}a_{\text{in}}, \\ \frac{\partial b}{\partial t} &= \frac{i}{\hbar}[H, b] - \frac{\kappa_b}{2}b + \sqrt{\kappa_b}b_{\text{in}}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 κ_a 和 κ_b 分别表示信号和闲频的带宽.

参量放大过程的哈密顿量与两个朗之万方程的线性关系为

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial t} &= -i\omega_a^{\text{res}}a - i\chi pb^+ - \frac{\kappa_a}{2}a + \sqrt{\kappa_a}a_{\text{in}}, \\ \frac{\partial b}{\partial t} &= -i\omega_b^{\text{res}}b - i\chi pa^+ - \frac{\kappa_b}{2}b + \sqrt{\kappa_b}b_{\text{in}}, \end{aligned} \quad (4)$$

这里 ω^{res} 是实际的频率, 满足 $\omega_p = \omega_a^{\text{res}} + \omega_b^{\text{res}}$; 定义失谐量 $\Delta = \omega_a - \omega_a^{\text{res}} = -(\omega_b - \omega_b^{\text{res}})$.

在参量放大的过程中, 泵浦要提供足够的能量, 所以在分析时做经典描述, 即令 $p = p_0 e^{i\omega_p t}$, p_0 为泵浦幅度.

在频域范围内, 量子朗之万方程是简单的线性系统,

$$\begin{cases} 0 = i(\omega_a - \omega_a^{\text{res}})a[\omega_a] - i\chi p_0 b^+[\omega_b] - \frac{\kappa_a}{2}a[\omega_a] + \sqrt{\kappa_a}a_{\text{in}}[\omega_a], \\ 0 = i(\omega_b - \omega_b^{\text{res}})b[\omega_b] - i\chi p_0 a^+[\omega_a] - \frac{\kappa_b}{2}b[\omega_b] + \sqrt{\kappa_b}b_{\text{in}}[\omega_b]. \end{cases} \quad (5)$$

通过输入和输出关系, 可以从线性系统中估计出场算符 a 和 b ,

$$\begin{cases} \sqrt{\kappa_a}a[\omega_a] = a_{\text{out}}[\omega_a] + a_{\text{in}}[\omega_a], \\ \sqrt{\kappa_b}b[\omega_b] = b_{\text{out}}[\omega_b] + b_{\text{in}}[\omega_b]. \end{cases} \quad (6)$$

因此系统容易表示成散射关系,

$$\begin{cases} a_{\text{out}}[\omega_a] = r_{aa}a_{\text{in}}[\omega_a] + s_{ab}b_{\text{in}}^+[\omega_b], \\ b_{\text{out}}^+[\omega_b] = s_{ba}a_{\text{in}}[\omega_a] + r_{bb}b_{\text{in}}^+[\omega_b]. \end{cases} \quad (7)$$

(7) 式定义了散射矩阵

$$\begin{pmatrix} a_{\text{out}}[\omega_a] \\ b_{\text{out}}^+[\omega_b] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{aa} & s_{ab} \\ s_{ba} & r_{bb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\text{in}}[\omega_a] \\ b_{\text{in}}^+[\omega_b] \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中散射矩阵的四个系数

$$\begin{aligned} r_{aa} &= \frac{(1 - i\delta_a)(1 - i\delta_b) + |\rho|^2}{(1 - i\delta_a)(1 + i\delta_b) - |\rho|^2}, \\ r_{bb} &= \frac{(1 + i\delta_a)(1 + i\delta_b) + |\rho|^2}{(1 - i\delta_a)(1 + i\delta_b) - |\rho|^2}, \\ s_{ab} &= \frac{2i\rho}{(1 - i\delta_a)(1 + i\delta_b) - |\rho|^2}, \\ s_{ba} &= \frac{-2i\rho^*}{(1 - i\delta_a)(1 + i\delta_b) - |\rho|^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $|\rho|^2 = \left| \frac{2\chi p_0}{\sqrt{\kappa_a \kappa_b}} \right|^2$, $\delta_a = \frac{\Delta}{\kappa_a/2}$, $\delta_b = -\frac{\Delta}{\kappa_b/2}$.

这里, 散射矩阵的四个系数 r_{aa} , r_{bb} , s_{ab} , s_{ba} 之间存在着如下关系: $|r_{aa}| = |r_{bb}|$, $|s_{ba}| = |s_{ab}|$ 以及

$$\begin{aligned} |r_{aa}|^2 - |s_{ab}|^2 &= 1, \\ |r_{bb}|^2 - |s_{ba}|^2 &= 1. \end{aligned} \quad (10)$$

对应到 (2) 式双模压缩算符表示的输入输出散射关系中, 发现四个系数 $\cosh(r)$, $\cosh(r)$, $e^{i\phi} \sinh(r)$, $e^{-i\phi} \sinh(r)$ 满足同样的关系. 因此, 这两种推导过程都反映了输入的微波信号在泵浦作用下, 产生了放大的两路纠缠微波信号, 二者是互为验证的关系. 所以, 在量子框架下, 利用双模压缩真空态能够真实地表示纠缠微波信号. 下面分别在光子数表象下和 Wigner 分布下分析双模压缩真空态表示的信号特征.

电磁场的任意量子态都可以在光子数表象下展开. 将表示纠缠微波信号的双模压缩真空态 $|\xi\rangle$ 在光子数表象下展开为

$$|\xi\rangle = \sum_n C_{n,n} |n, n\rangle, \quad (11)$$

其中, $C_{n,n} = \frac{1}{\cosh r} (-e^{i\phi} \tanh r)^n$.

因此, 双模压缩真空态中每个模的光子数分布概率为

$$P_n = |C_{n,n}|^2 = \frac{1}{\cosh^2 r} (\tanh^2 r)^n. \quad (12)$$

可见, 光子数分布的概率是由压缩幅 r 和光子数 n 共同决定的. 图 1 分别仿真了在 $r = 1, 2, 3$ 时, 双模压缩真空态中每个模的光子数分布.

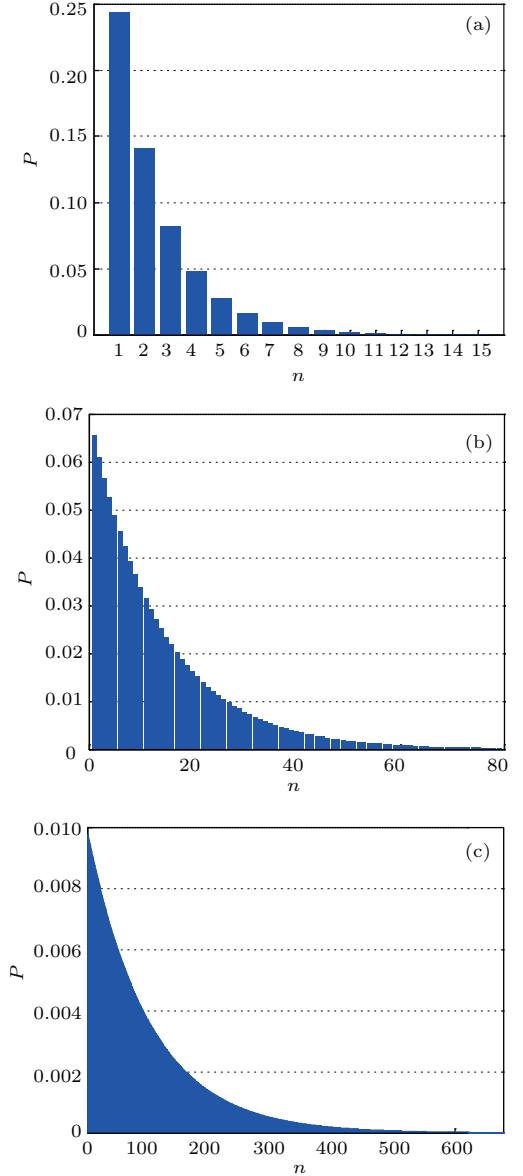


图 1 不同压缩幅 r 下双模压缩真空态光子数分布 (a) $r = 1$; (b) $r = 2$; (c) $r = 3$

Fig. 1. Photon number distribution of two-mode squeezed vacuum state for different squeezing amplitude: (a) $r = 1$; (b) $r = 2$; (c) $r = 3$.

图 1 (a) 为 $r = 1$ 时不同光子数的概率分布. 可以看出, 光子数 $n = 1$ 的概率最大, 随着光子数的增多, 概率逐渐减小, 减小的趋势呈现出负指数规律变化. 在 $n > 12$ 时, 概率 P 几乎为 0, 可以忽略不

计. 所以, 若研究 $r = 1$ 时的纠缠微波信号, 光子数取值到 $n = 12$ 就可以近似地刻画出该信号的分布形式.

图 1(b) 为 $r = 2$ 时不同光子数的概率分布. 可以看出, 同样是光子数 $n = 1$ 的概率最大, 但是相比于图 1(a) 中 $n = 1$ 的概率值却小了很多, 原因在于光子数更大的值占据了一部分的概率分布. 这里, 直到 $n \approx 80$ 时, 概率 P 才趋近于 0. 同样, 概率随光子数的变化仍然呈现出负指数规律.

图 1(c) 为 $r = 3$ 时不同光子数的概率分布. 可以看出, 变化规律同上面的描述是一致的. 此时, 光子数 n 已经取到了 600, 概率 P 才趋近于 0. 随着压缩幅 r 值的继续增大, 需要获取更大的光子数才能完整地刻画出概率的分布. 但是整体的变化趋势与上面的分析是一致的.

总结在光子数表象下描述纠缠微波信号特征的方法, 其优点在于: 便于理解每个模中纠缠微波光子的分布. 但是这种方法也存在以下几方面的缺点: 一是随着压缩幅 r 的不断增大, 需要分析的光子数取值会呈现指数级的增长, 不便于研究; 二是虽然在 n 增大到一定值时, 相应的概率会趋近于 0 而将其舍弃, 但如果将所有舍弃的光子数与其对应的概率作乘积再求和, 它们在全局能量中所占的比重是不能忽略的, 因此这种方法实际上丢掉了一些有用信息; 三是在物理上光子数 n 不可能趋向于无穷大, 而且将微波场信号拆分为不同光子数下的概率叠加也并不能真实地反映纠缠微波信号场的形态以及在实验探测中得到的结果.

下面将给出更为完备地描述纠缠微波信号特征的 Wigner 分布.

所有的量子态都能够通过密度算符来表示, 而任何密度算符都能够按照准概率分布有对应的表示. Wigner 函数是历史上最早提出的准概率分布函数, 起初在位置和动量空间 (X, P) 中定义, 即

$$W(X, P) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dx \langle X + \frac{1}{2}x | \rho | X - \frac{1}{2}x \rangle e^{iPx/\hbar}. \quad (13)$$

对于双模压缩真空态而言, 定义所有正交分量组成的向量 $\xi = (X_a, P_a, X_b, P_b)$, 其中 (X_a, P_a) 为 a 模的一对正交分量, (X_b, P_b) 为 b 模的一对正交分量, 其在 Wigner 函数下的表示为

$$W(X_a, P_a, X_b, P_b)$$

$$= \frac{4}{\pi^2} \exp\{-e^{-2r}[(X_a + X_b)^2 + (P_a - P_b)^2]\} \times \exp\{-e^{2r}[(X_a - X_b)^2 + (P_a + P_b)^2]\}. \quad (14)$$

计算正交分量组成的协方差矩阵 \mathbf{V} , 得到

$$\mathbf{V} = \begin{matrix} & X_a & P_a & X_b & P_b \\ \begin{matrix} X_a \\ P_a \\ X_b \\ P_b \end{matrix} & \left. \begin{matrix} \cosh(2r) & 0 & \sinh(2r) & 0 \\ 0 & \cosh(2r) & 0 & -\sinh(2r) \\ \sinh(2r) & 0 & \cosh(2r) & 0 \\ 0 & -\sinh(2r) & 0 & \cosh(2r) \end{matrix} \right\} \end{matrix} \quad (15)$$

主对角线上的元素反映了正交分量的自相关(图 2 中红色直方体), 其余元素反映了正交分量之间的互相关. 其中, X_a 与 X_b 的协方差为 $\sinh(2r)$ (图 2 中绿色直方体), 而 P_a 与 P_b 的协方差为 $-\sinh(2r)$ (图 2 中紫色直方体), 正是这一正一负反映了双模压缩态的特征, 即纠缠微波信号正交分量之间正反关联的非定域纠缠特性, 压缩幅 r 决定了两路信号纠缠度的大小.

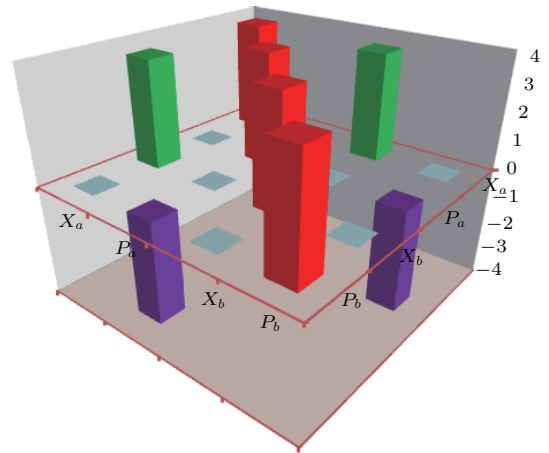


图 2 双模压缩真空态正交分量协方差矩阵示意图
Fig. 2. Schematics of the covariance matrix of the quadrature components of two-mode squeezed vacuum state.

这种表示形式是四维的, 可以通过计算边缘分布来获得它的结构特征, 也就是计算 (X_a, P_a, X_b, P_b) 中任意两个量之间的分布关系.

正交振幅分量 (X_a, X_b) 之间的边缘分布为

$$W(X_a, X_b) = \iint dP_a dP_b W(X_a, P_a, X_b, P_b) = \frac{2}{\pi} \exp[-e^{-2r}(X_a + X_b)^2 - e^{2r}(X_a - X_b)^2]. \quad (16)$$

正交位相分量 (P_a, P_b) 之间的边缘分布为

$$W(P_a, P_b) = \iint dX_a dX_b W(X_a, P_a, X_b, P_b) = \frac{2}{\pi} \exp[-e^{-2r}(P_a - P_b)^2 - e^{2r}(P_a + P_b)^2]. \quad (17)$$

图3仿真了 $r = 1$ 时 (X_a, X_b) 与 (P_a, P_b) 的 Wigner 分布.

从图3可以明显看出, 边缘分布出现了双模压缩, 即在某一方向上低于真空量子涨落, 而且正交振幅分量 (X_a, X_b) 之间是正关联的, 正交位相分量 (P_a, P_b) 之间是反关联的. 这一特征就是纠缠微波信号区别于经典微波信号的最本质特征, 它反映了

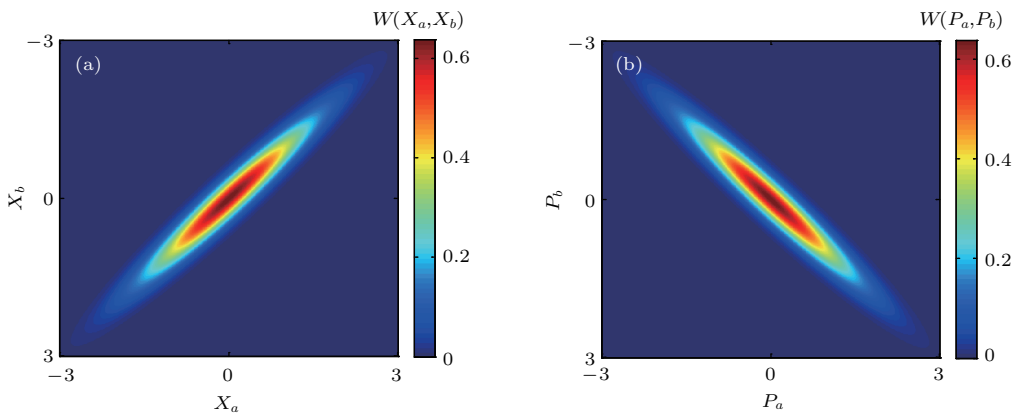


图3 $r = 1$ 时 (X_a, X_b) 和 (P_a, P_b) 的 Wigner 分布图 (a) (X_a, X_b) 的 Wigner 分布; (b) (P_a, P_b) 的 Wigner 分布
Fig. 3. The Wigner distribution of (X_a, X_b) and (P_a, P_b) for $r = 1$: (a) The Wigner distribution of (X_a, X_b) ; (b) the Wigner distribution of (P_a, P_b) .

3 经典关联随机信号表示

在很多人看来, 纠缠的神秘特性是难以理解的, 因此, 许多研究也致力于量子问题的经典描述. Khrennikov 等^[24]的研究表明, 量子力学的一些性质可以通过经典随机场模型复现, 提出了一种适用于量子信道的经典信号模型. Bharath 等^[25]提出了纠缠态的经典模拟, 量子态为纯态时满足贝尔不等式. 本文从检测到信号波形的角度反推纠缠微波信号的格式. 对纠缠微波信号进行测量的最常见方法是零拍检测 (homodyne detection), 其主要思想为: 接收信号在 IQ 混频器中与本振信号相乘, 获得待测信号的正交分量信息, 将其送至相关设备中进行处理和运算. 它观测的物理量是信号场幅度, 纠缠特性也体现在信号场幅度的正交分量之间. 对于理想的两路纠缠微波信号而言, 若 X 方向正交分量为正关联, 则 P 方向正交分量为反

测量的噪声起伏之间的量子关联.

总结利用 Wigner 分布描述纠缠微波信号特征的方法, 其优点在于: 一是可以分析任意压缩幅 r 的情况, 并且能够不丢失任何信息地完备描述纠缠微波信号各个正交分量之间的概率密度分布; 二是可以直接从各个正交分量的 Wigner 分布中表征纠缠的信息, 而纠缠微波信号的纠缠特性恰恰体现为正交分量之间的关联, 这是在光子数表象下做不到的; 三是对于探测纠缠微波信号而言, 实际中很难从单光子层面进行, 大多都是提取信号的场幅度或功率等信息, 所以利用 Wigner 分布描述纠缠微波信号特征是具有实际意义的.

关联 ($X_a = X_b, P_a = -P_b$), 如图4所示. 或 X 方向正交分量为反关联, 则 P 方向正交分量为正关联 ($X_a = -X_b, P_a = P_b$).

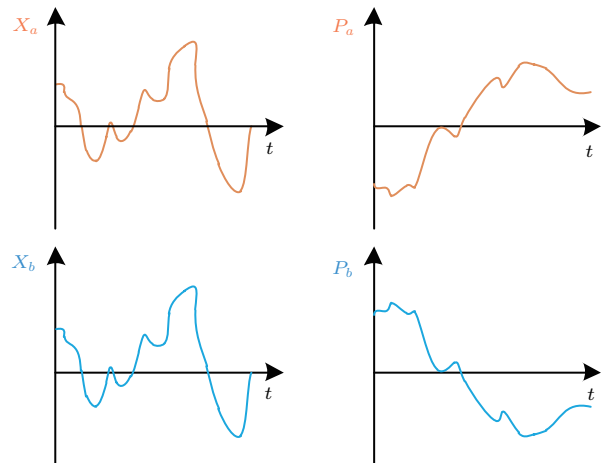


图4 纠缠微波信号场幅度正交分量正(反)关联示意图
Fig. 4. Schematics of the positive (negative) correlation of the quadrature components of entangled microwave signals field.

任意正弦波信号 $U(t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned}
 U(t) &= A(t) \cos(\omega t - \varphi(t)) \\
 &= \underbrace{A(t) \cos \varphi(t)}_{I(t)} \cos \omega t + \underbrace{A(t) \sin \varphi(t)}_{Q(t)} \sin \omega t \\
 &= I(t) \cos \omega t + Q(t) \sin \omega t, \tag{18}
 \end{aligned}$$

这里的 $I(t)$ 和 $Q(t)$ 即为信号场幅度的正交分量, 它们与 X_a, X_b, P_a, P_b 所表达的含义是一致的. 根据式中的关系, 可令 $X_a = X_b = I(t), P_a = -P_b =$

$Q(t)$. 若纠缠微波信号的角频率为 ω , 那么理想的 a, b 两路纠缠微波信号可表示为

$$\begin{cases} a(t) = I(t) \cos \omega t + Q(t) \sin \omega t, \\ b(t) = I(t) \cos \omega t - Q(t) \sin \omega t. \end{cases} \tag{19}$$

但前面说到, 实际中无法实现两路信号之间的理想纠缠. 因此, 将压缩参量放入式中, 构造满足所需关系的表达式为

$$\begin{cases} a(t) = (\cosh(r)I_1(t) + \sinh(r)I_2(t)) \cos \omega t + (\cosh(r)Q_1(t) - \sinh(r)Q_2(t)) \sin \omega t, \\ b(t) = (\cosh(r)I_2(t) + \sinh(r)I_1(t)) \cos \omega t + (\cosh(r)Q_2(t) - \sinh(r)Q_1(t)) \sin \omega t. \end{cases} \tag{20}$$

可以看出, 当 $r \rightarrow \infty$ 时, 两路信号恰好为理想的纠缠; 而当 $r = 0$ 时, 两路信号不存在任何纠缠关系. $a(t)$ 和 $b(t)$ 描述了一种以 ω 为中心角频率的随机过程, 这与实际的结果是符合的.

本文研究的是微波频段的纠缠信号, 所以仿真中取 $\omega = 2\pi \times 5$ GHz. 当输入的信号为真空态时, $I_1(t), Q_1(t)$ 与 $I_2(t), Q_2(t)$ 分别表示信号 $a(t)$ 与 $b(t)$ 的真空噪声涨落. 为了给定该输入的真空噪声涨落, 令上述四个正交分量取 $(0, 1)$ 之间的随机数, 象征着涨落圆的大小为单位圆. 又由于在相空间描述真空态正交分量的边缘概率密度函数为正态分布, 因此, 仿真中输入的四个正交分量取以正态分布变化的 $(0, 1)$ 之间的随机数. 照此, 图 5 仿真了 $a(t)$ 和 $b(t)$ 的信号波形图, 其中压缩幅 $r = 3$.

从图 5 可以看出, 两路纠缠微波信号 $a(t)$ 和 $b(t)$ 都是以相同的频率周期变化, 每一个周期内的信号幅度也都是随机变化的. 幅值大小上下抖动,

可以看作是调幅信号, 调制信号的幅度随机变化. 对于普通的正弦波信号而言, 它的幅值包络应该为一条水平直线, 等同于在接收端利用与正弦波信号频率相同的本振做零拍检波时, 测得的电流为直流. 而对于纠缠微波信号而言, 检波后将直流分量滤掉, 剩下的交流部分才是有用的部分, 即反映纠缠特性的部分. 交流起伏的大小反映了两路信号纠缠度的大小, 可以通过提取两路信号的对应正交分量之间的关联来进行量化. 图 6 提取了两路纠缠微波信号的正交分量, 刻画了正交分量随时间变化的波形图.

从图 6 可以看出, 单看任意一路信号, 提取的正交分量都是随着时间随机变化的, 且这种变化为真随机. 将两路信号放在一起对比, 发现 I 方向正交分量表现为正关联, Q 方向正交分量表现为反关联, 恰好是纠缠微波信号特性的反映.

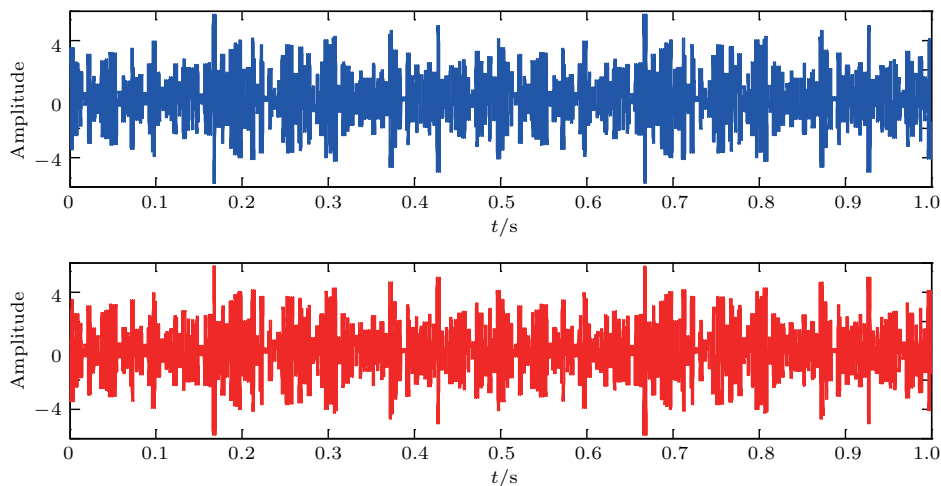


图 5 纠缠微波信号波形图 (信号场幅度随时间变化)

Fig. 5. Waveform of entangled microwave signals (the amplitude of the signals field varies with time).

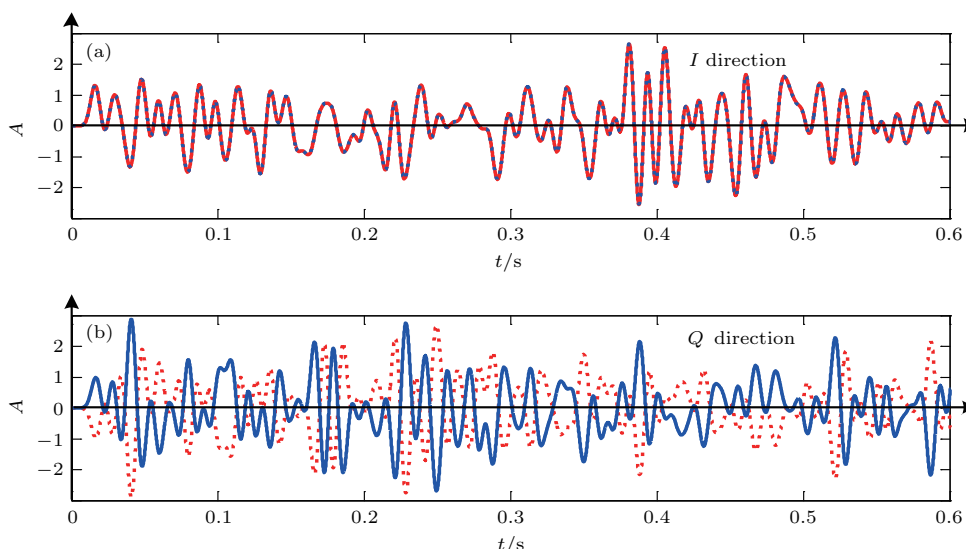


图6 提取的纠缠微波信号正交分量波形图(红色表示 $a(t)$, 蓝色表示 $b(t)$) (a) I 方向正交分量; (b) Q 方向正交分量
 Fig. 6. Waveform of the extracted quadrature components of entangled microwave signals (the red and blue curves are $a(t)$ and $b(t)$, respectively): (a) The quadrature component of I direction; (b) the quadrature component of Q direction.

纠缠微波信号本质上仍然是电磁波, 如果在它的传播过程中对其进行探测, 得到的波形反映为信号幅度随时间的变化. 它是频率处在微波频段的正弦波信号, 但是正弦波信号的幅值不是恒定不变的, 而是随机抖动的, 象征着噪声的起伏, 起伏的程度由产生纠缠微波信号时的压缩度决定, 压缩度越大, 起伏得越厉害. 所以从测量后的信号波形来看, 纠缠微波信号反映的是噪声的起伏随时间变化的关系, 每一路信号都是幅度随时间变化的正弦波信号. 这里, 区别经典信号而能够体现出纠缠的特征在于两路信号的噪声起伏存在关联, 而经典信号的噪声起伏是不可能存在任何关联的. 在经典的电磁波中, 一般信号的幅值是很大的, 噪声起伏相对来说可以忽略不计, 所以在处理问题时利用的都是均值的关联, 若利用纠缠微波信号的特性, 就要把大均值上的小噪声起伏提取出来加以处理和分析.

4 总结

本文在分析了纠缠微波信号的产生过程及其特征的基础上, 提出了两种描述纠缠微波信号的方法. 一种是量子框架下的双模压缩真空态表示, 一种是经典框架下的关联随机信号表示. 两者都能够描述纠缠微波信号正交分量之间的正反关联特性. 但双模压缩真空态的表示是更完备的, 纠缠的含义已经包含在其中, 可以利用双模压缩真空态表示计

算纠缠微波信号的纠缠度、噪声涨落的功率等反映量子信息的参数, 双模压缩真空态适用于任何情况下的纠缠微波信号描述. 而关联随机信号表示则是不完备的, 从中无法体现纠缠信号突破量子噪声极限的非经典特性, 它的优点在于能够给人一种直观的感受, 使人更容易理解纠缠微波信号在时域上的特征, 可利用其仿真纠缠微波信号. 尽管与量子光学有诸多相似之处, 但量子纠缠微波有其独特的地方, 主要是反映在噪声涨落之间的纠缠特性需要通过测量微波场的正交分量才能够获得, 而不是从单光子层面进行量测, 所以这种连续变量纠缠特性也只有通过双模压缩真空态、关联随机信号等方法才可以恰当合理地表示.

参考文献

- [1] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
- [2] Raimond J, Brune M, Haroche S 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 565
- [3] Braunstein S L, Loock P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513
- [4] Gisin N, Thew R T 2010 *Electron. Lett.* **46** 965
- [5] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (New York: Cambridge University Press)
- [6] Benjamin H 2016 *C. R. Phys.* **17** 679
- [7] Yamamoto T, Inomata K, Watanabe M, Matsuba K, Miyazaki T, Oliver W D, Nakamura Y, Tsai J S 2008 *Appl. Phys. Lett.* **93** 042510

- [8] Zhong L, Menzel E P, Candia R D, Eder P, Ihmig M, Baust A, Haeberlein M, Hoffmann E, Inomata K, Yamamoto T, Nakamura Y, Solano E, Deppe F, Marx A, Gross R 2013 *New J. Phys.* **15** 125013
- [9] Eichler C, Bozyigit D, Lang C, Baur M, Steffen L, Fink J M, Philipp S, Wallraff A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 113601
- [10] Menzel E P, Candia R D, Deppe F, Zhong L, Ihmig M, Haeberlein M, Baust A, Hoffmann E, Ballester D, Inomata K, Yamamoto T, Nakamura Y, Solano E, Marx A, Gross R 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 250502
- [11] Flurin E, Roch N, Mallet F, Devoret M H, Huard B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 183901
- [12] Dambach S, Kubala B, Ankerhold J 2017 *New J. Phys.* **19** 023027
- [13] Mallet F, Castellanos-Beltran M A, Ku H S, Glancy S, Knill E, Irwin K D, Hilton G C, Vale L R, Lehnert K W 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 220502
- [14] Bergeal N, Schackert F, Metcalfe M, Vijay R, Manucharyan V E, Frunzio L, Prober D E, Schoelkopf R J, Girvin S M, Devoret M H 2010 *Nature* **465** 64
- [15] Abdo B, Kamal A, Devoret M H 2013 *Phys. Rev. B* **87** 014508
- [16] Zhou X, Schmitt V, Bertet P, Vion D, Wustmann W, Shumeiko V, Esteve D 2014 *Phys. Rev. B* **89** 214517
- [17] Mutus J Y, White T C, Barends R, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Jeffrey E, Kelly J, Megrant A, Neill C, O'Malley P J J, Roushan P, Sank D, Vainsencher A, Wenner J, Sundqvist K M, Cleland A N, Martinis John M 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 263513
- [18] Pillet J D, Flurin E, Mallet F, Huard B 2015 *Appl. Phys. Lett.* **106** 083509
- [19] Flurin E, Roch N, Pillet J D, Mallet F, Huard B 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 090503
- [20] Wu D W, Li X, Yang C Y, Miao Q 2017 *Chin. J. Quantum Electron.* **34** 1 (in Chinese) [吴德伟, 李响, 杨春燕, 苗强 2017 量子电子学报 **34** 1]
- [21] Zhao Y J, Wang C Q, Zhu X B, Liu Y X 2016 *Sci. Rep.* **6** 23646
- [22] Wang X L, Wu D W, Li X, Zhu H N, Chen K, Fang G 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 230302 (in Chinese) [王湘林, 吴德伟, 李响, 朱浩男, 陈坤, 方冠 2017 物理学报 **66** 230302]
- [23] Zhu H N, Wu D W, Li X, Wang X L, Miao Q, Fang G 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 040301 (in Chinese) [朱浩男, 吴德伟, 李响, 王湘林, 苗强, 方冠 2018 物理学报 **67** 040301]
- [24] Khrennikov A, Ohya M, Watanab N 2010 *J. Russ. Laser Res.* **31** 462
- [25] Bharath H M, Ravishankar V 2014 *Phys. Rev. A* **89** 062110

Characteristics and expressions of entangled microwave signals*

Li Xiang Wu De-Wei[†] Miao Qiang Zhu Hao-Nan Wei Tian-Li

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

(Received 26 August 2018; revised manuscript received 11 October 2018)

Abstract

Entangled microwave signal is the reflection of the quantum characteristics of electromagnetic field in a GHz frequency range. Its generation is mainly dependent on superconducting circuits. Owing to the fact that there is no canonical expression to describe the format of entangled microwave signals, two expressional methods are presented on the basis of analyzing the characteristics of entangled microwave signals. One is in quantum frame, and the other is in classical frame. In quantum frame, we express entangled microwave signals in two-mode squeezed vacuum state. According to input-output relationship and parametric amplifier property in the generating process of entangled microwave signals, we describe the characteristics by two-mode squeezing operator and quantum Langevin equation. In the representation of photon number and Wigner function, we analyze the photon number distribution and the quadrature components' distribution of two-mode squeezed vacuum state, which shows the entangled two-photon correlation and the non-localized positive (negative) correlation of quadrature components. These are consistent with the characteristics of entangled microwave signals. Therefore, the results demonstrate that the entangled microwave signals can be expressed by two-mode squeezed vacuum state. In classical frame, we express entangled microwave signals in correlated random signals approximately. According to the relationship between quadrature components and the quantization of electromagnetic field, we construct the relation among electric-field intensity, input angular frequency, and squeezed parameter. The random number with Gaussian distribution is used as an input state to implement the simulation analysis. We illustrate the waveforms of entangled microwave signals after measurement and the extracted quadrature component waveform varying with time. The simulation results are consistent with the measurement results. These results show that the classical expression can reflect the one-path randomness and two-path correlativity, which are the intrinsic characteristics of entangled microwave signals. Therefore, it is rational to express entangled microwave signals in correlated random signals. These two expressions properly reflect the continuous variable entanglement characteristics of entangled microwave signals. The expression of two-mode squeezed vacuum state is complete. Plenty of parameters that represent quantum information can be calculated by two-mode squeezed vacuum state, such as entanglement degree or the power of noise fluctuation. The merit of the expression of correlated random signals is intuitive, which makes it easier to understand the nonclassical characteristics of entangled microwave signals.

Keywords: entangled microwave signals, positive and negative correlation, two-mode squeezed vacuum state, correlated random signals

PACS: 03.67.Mn, 42.50.Dv, 07.50.Qx

DOI: [10.7498/aps.67.20181595](https://doi.org/10.7498/aps.67.20181595)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61603413, 61573372).

† Corresponding author. E-mail: wudewei74609@126.com