

基于元胞传输模型的楼梯区域行人运动

金辉 郭仁拥

Study of pedestrian flow on stairs with a cellular transmission model

Jin Hui Guo Ren-Yong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 020501 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20180912

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20180912>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

多路段元胞自动机交通流模型

Multi-section cellular automata model of traffic flow

物理学报. 2017, 66(19): 194501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.194501>

基于精细微观交通流模型的信号交叉口人-车相互干扰研究

Pedestrian-vehicle interference at a signalized crossing based on detailed microscopic traffic flow models

物理学报. 2019, 68(24): 240505 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191306>

考虑在能见度受限下行人跟随行为特性的行人流建模与模拟

Following behaviors of visibility-limited pedestrians

物理学报. 2019, 68(24): 240504 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190707>

基于演化博弈论的行人与机动车冲突演化机理研究

Evolution mechanism of conflict between pedestrian and vehicle based on evolutionary game theory

物理学报. 2018, 67(19): 190201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180534>

温度梯度区域熔化作用下熔池迁移的元胞自动机模拟

Cellular automaton simulation of molten pool migration due to temperature gradient zone melting

物理学报. 2019, 68(4): 048102 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181587>

基于元胞传输模型的楼梯区域行人运动^{*}

金辉 郭仁拥[†]

(内蒙古大学计算机学院, 呼和浩特 010021)

(2018 年 5 月 7 日收到; 2018 年 11 月 14 日收到修改稿)

针对楼梯区域行人运动进行观测实验, 获得行人上下楼过程中的运动数据, 通过对数据进行整理与分析, 绘制不同过程中流量-密度变化关系图. 通过对流密关系图进行定量分析, 掌握楼梯区域行人运动特征, 并改进原有元胞传输模型, 提出楼梯行人运动模型, 仿真模拟行人运动过程. 模型中, 引入势能修正系数, 利用异向行人对元胞势能的影响来改变行人的路径选择; 引入流量修正系数, 描述不同的物理参数对元胞边界最大流量的影响; 引入偏移系数, 修正移动规则, 增强优先方向对行人路径选择行为的影响. 然后, 通过比较仿真结果与实验数据, 对模型及引入参数进行验证和校准. 最后, 利用校正模型, 模拟研究楼梯区域对向行人运动过程, 并对势能修正参数进行了灵敏度分析, 进一步研究模型参数对行人运动的影响. 研究表明, 该模型可以模拟刻画楼梯区域行人运动过程, 同时验证了楼梯区域行人集散效率跟行人到达率与行人路径选择有关.

关键词: 元胞传输模型, 楼梯行人流, 流量-密度关系, 灵敏度分析

PACS: 05.50.+q, 45.70.Mg, 05.65.+b

DOI: 10.7498/aps.68.20180912

1 引言

楼梯作为公共集散场所的重要组成部分, 是联系不同高度建筑物的必要设施, 尤其是在地铁站、购物中心和学校等大型公共场所^[1,2]. 在实际生活中, 楼梯区域的安全事故时常发生, 尤其是上下课期间、汇演结束期间等行人密度较大的情况下, 行人聚集在狭窄的楼梯区域内, 一个小的甚至是虚假的事件扰动就会引起人们的恐慌而发生踩踏事故^[3,4]. 这不仅可以阻碍行人正常的行走, 而且会引发不必要的人员伤亡. 因此了解和掌握楼梯区域行人运动过程成为近年来科研人员关注的焦点.

近年来, 随着计算机科学的迅猛发展和广泛应用, 结合计算机仿真技术和行人运动特点的行人流仿真模型不断地被提出并应用于行人交通领域的研究^[5-7]. 目前, 国内外主要的行人流仿真模型分为宏观模型和微观模型两种类型^[8-10]. 在宏观模型中, 研究人员主要考虑疏散区域及其内部设施的疏

散能力, 它将疏散过程中的所有行人看作一个整体, 运用流体力学、心理学、计算机科学与安全科学等多领域知识定性描述行人的行为特征, 将实验结果与流量-密度关系图、流量-时间关系图等行人运动基本图进行拟合^[11]. 如 Hughes^[12]在流体力学模型的基础上, 提出了行人流动的控制方程解, 并将临界流的扰动稳定性与超临界流中的扰动稳定性做了对比. 在微观模型中, 研究人员不仅需要考虑疏散区域三维空间的物理特征, 还需要考虑行人的个性特征, 能够较准确地描述个体行为, 同时能定性解释行人疏散动态, 再现一些自组织现象, 主要有格子气模型、社会力模型和元胞自动机模型等^[13,14]. Helbing 等^[15,16]利用微观模型仿真研究过度拥挤和惊恐状态下行人的疏散行为; Yang 等^[17]和 Qu 等^[18]提出了一种新的离散社会力模型, 研究外部因素对双向行人流的影响; Burstedde 等^[19]提出了基于势能场的元胞自动机模型, 仿真模拟了单出口房间的行人疏散过程; 通过引入一个避免行人

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 71622005) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: buaa_guorenong@126.com

重叠的位置更新规则, Guo 和 Guo^[20]提出了微观行人仿真模型, 利用该模型模拟仿真了行人在瓶颈处的运动过程. 由于宏观模型主要针对的是行人的整体运动, 对行人运动过程中的运动细节并没有考虑, 因此该类模型无法准确地描述复杂环境下行人微观行为与人群宏观现象之间的联系. 同时, 与宏观模型相比, 虽然微观模型具有较高的真实性, 但其仿真结果却受到算法复杂度的影响, 无法较好地分析出多重因素下的行人疏散运动. 因此, Guo 等^[21]在势能场和元胞自动机的理论基础上提出了一种新的元胞传输模型, 它结合了宏观模型和微观模型的优点, 避免了一些不利影响, 更好地描述了行人疏散过程.

在行人交通的范畴内, 楼梯区域行人运动研究是一个特殊的主题, 国内外相关科研人员对该主题开展了一些研究. 霍非舟^[22]基于以往的科研成果提出了楼梯区域内行人疏散过程中的有效宽度, 并提出了评价楼梯区域内行人疏散效率的计算公式. Fujiyama 和 Tyler^[23]发现楼梯坡度对楼梯区域行人疏散具有一定的影响, 且行人平均速度会随着楼梯坡度变化而变化. Xu 和 Song^[24]以及 Ma 等^[25]通过构建扩展型多格子气模型对楼梯区域行人运动进行了模拟研究, 发现在楼梯区域内发生行人拥堵会降低行人运动速度. 目前, 在楼梯区域行人运动的研究中, 多数学者利用易于展现行人复杂行为特征的微观模型来进行模拟仿真, 较少使用其他模型, 但是我们在研究中发现元胞传输模型可以更好地模拟楼梯区域行人运动.

为了更好地对楼梯区域行人运动进行定量分析和详细描述, 一些研究人员在楼梯区域进行了大量的观测实验和疏散演习, 并收集了相关的行人运动数据. 如张培红等^[26]通过对楼梯区域行人运动进行观测实验, 定量分析了疏散过程中的速度-密度变化关系; Kretz 等^[27]通过对不同楼梯区域的行人运动进行观测实验, 发现行人在较短楼梯区域运动时会有加速倾向; Peacock 等^[28]通过观测地铁区域行人运动行为, 将观测实验数据与疏散演习数据进行了对比分析, 探讨了楼梯区域内行人运动速度-密度变化关系及行人流量-密度变化关系. 利用观测实验数据分析楼梯区域行人运动行为, 不仅能够根据行人行为特征数据构造楼梯行人运动模型, 还可以利用观测数据验证模型的正确性及仿真模拟的可行性.

本文采用观测实验的方法, 以楼梯区域单双向行人运动作为研究出发点, 分析行人运动特征, 并

构建楼梯行人运动模型来了解和掌握楼梯区域行人运动特点, 揭示楼梯区域行人运动规律及路径选择行为, 同时研究了广泛应用于二维平面运动的元胞传输模型是否适用于三维的楼梯区域行人运动. 具体研究如下: 首先对楼梯区域进行观测实验, 获取行人单双向运动过程中的基本运动数据; 然后运用人工统计方法对观测实验数据进行整理分析, 分析楼梯区域行人单双向运动过程中流量-密度变化关系. 在第 3 节中, 改进文献^[21]中提出的元胞传输模型, 建立楼梯区域行人运动模型, 用于仿真模拟行人单向上下楼运动过程及双向上下楼运动过程. 在这一部分中, 基于元胞传输模型, 引入势能修正系数, 改进势能计算方法, 增加不同目的地的行人对元胞势能值的改变; 引入流量修正系数, 描述楼梯的物理参数对元胞边界最大流量的影响; 引入偏移系数, 修正移动规则, 增强优先方向对行人路径选择的影响. 为了验证模型的可行性, 在第 4 节中, 运用改进模型仿真模拟楼梯区域单向行人运动, 并将仿真模拟结果与观测实验数据进行了对比分析, 对模型参数进行了校准, 验证了新建模型的有效性及其可行性; 此外, 利用校正模型, 模拟研究楼梯区域双向行人运动过程, 对势能修正参数进行灵敏度分析, 探究其对楼梯区域行人集散效率的影响, 通过对比探究了势能修正参数对楼梯区域行人拥堵的改善.

2 楼梯区域的数据采集和运动特点

2.1 观察区域

针对楼梯区域内不同时间段的行人进行了观测实验, 获取行人运动数据, 分析和研究行人运动特征. 由于校园内人群流动性较高, 人群类型单一, 且拥有单双向高峰期, 因此本文选取了一个交通流量较大且便于观测的楼梯, 如图 1 所示, 所有被观测人员均为在校师生.



图 1 实验楼梯区域

Fig. 1. The experimental staircase area.

首先通过现场实测,获取楼梯的基本参数,如表1所列,主要包括有效宽度、有效长度、台阶数量、台阶高度和台阶宽度等物理参数,在实际测量过程中,有效宽度表示楼梯行人行走区域的实际宽

度,有效长度表示楼梯斜坡长度,楼梯有效面积即为斜坡面面积,如图2所示.在实验过程中,记录人员处于一个偏远的角落位置,使用摄像装置记录图像数据,以避免行人出现规避行为.

表1 实验楼梯的基本参数
Table 1. The basic parameters of the staircases.

有效宽度/m	有效长度/m	台阶数/级	台阶高度/m	台阶宽度/m	楼梯坡度 $\tan \theta$	有效面积/m ²
3.16	8.95	38	0.15	0.37	0.40	28.28

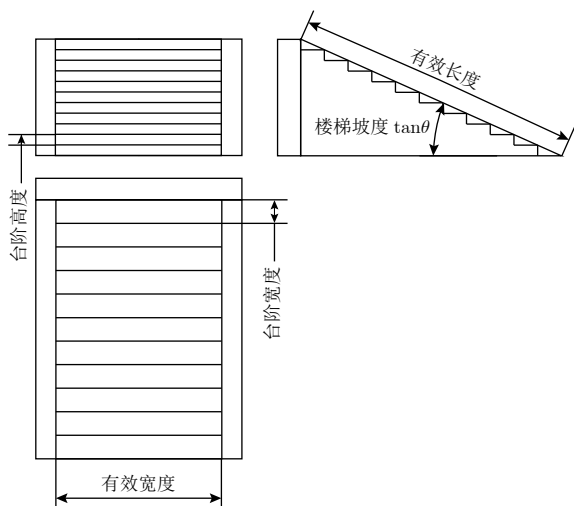


图2 单层楼梯三视图

Fig. 2. Single-story staircase three views.

为了更好地研究行人在楼梯上的运动特点,观测人员在楼梯区域进行了三组观测实验:实验1,选择早晨7:00—8:00时间段收集楼梯区域上行单向运动行人流的实验数据;实验2,选择中午12:00—13:00时间段收集楼梯区域下行单向运动行人流的实验数据;实验3,选择教学课程较多的课间时间收集楼梯区域上下行双向运动行人流的实验数据.

通过观测实验视频,发现一些行人运动特征:第一,由于行人进入楼梯区域是一个行人聚集过程,行人之间相互作用力变大,群体运动速度降低,因而会出现入口拥堵现象;第二,在观测实验3中,由于同向跟随和异向避让等行为,行人会发生反向分层现象,即上下楼过程中出现两种明显对向行人流;第三,由于行人在楼梯区域运动时的同向跟随明显,同向行人很少发生争抢、超越等行为,因此行人在路径选择方面拥有优先方向,即行人一般会沿直线行走,极少出现换道现象;第四,行人在楼梯区域的运动特点与平面上相比具有一定差异性,

行人的运动过程受楼梯的坡度、台阶的宽度和高度等物理属性影响较大;第五,不同的物理参数,如楼梯的坡度和有效宽度,会使楼梯通行能力发生变化,这是因为:1)较陡的楼梯坡度会增大行人运动幅度和增强行人自我安全意识,因而行走速度降低,最大流量减小;2)楼梯的有效宽度决定了能同时穿行楼梯的行人数量和行人之间的安全距离.

2.2 数据处理与分析

本文采用人工统计的方法对视频文件进行处理,获取行人运动数据,从而计算分析楼梯区域行人流量-密度之间的相互关系.在每10 s的时间节点,记录行人数量 N ,同时在每两个时间节点之间,记录流出量OF和流入量IF,结果如表2所列.

表2 楼梯区域上的部分观测数据
Table 2. Some observation data on staircase area.

数据编号	行人数量 $N/\text{人}$		流入量 $\text{IF}/\text{人} \cdot \Delta t^{-1}$		流出量 $\text{OF}/\text{人} \cdot \Delta t^{-1}$	
	T	$T+10\text{ s}$	U	D	U	D
1	11	13	0	8	0	6
2	25	26	0	12	0	11
3	29	24	0	12	0	17
4	32	31	0	21	0	22
5	33	28	0	19	0	14
6	18	20	12	0	10	0
7	39	36	14	0	17	0
8	29	33	21	0	17	0
9	54	54	12	0	12	0
10	14	12	8	0	10	0
11	18	19	3	3	2	3
12	26	28	6	9	5	8
13	50	46	9	13	10	16
14	48	44	8	8	8	12
15	38	35	8	11	10	12

注: U, 上行; D, 下行.

基于统计数据, 定义 A_i 为楼梯 i 的有效面积, $\rho(t)$ 为 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻时间段内的行人平均密度, $f(t)$ 为 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻时间段内通过楼梯区域单位宽度的行人平均流量, 则它们之间的关系为:

$$\rho(t) = \frac{N_i(t) + N_i(t + \Delta t)}{2A_i}, A_i = L_i \times W_i, \quad (1)$$

$$f(t) = \frac{IF(\Delta t)}{W_i \times \Delta t}, \quad (2)$$

式中 $N_i(t)$ 为楼梯 i 在 t 时刻的行人数量, L_i 为楼梯 i 的有效长度, W_i 为楼梯 i 的有效宽度.

为了更直观地分析行人流量随楼梯行人密度的变化关系, 绘制了上楼单向过程、下楼单向过程及上下楼双向过程的平均流量-密度散点图及拟合曲线, 如图 3 所示.

从图 3 中可以看到: 第一, 在上楼单向过程中, 当楼梯区域行人密度达到峰值密度 1.7 人/ m^2 时,

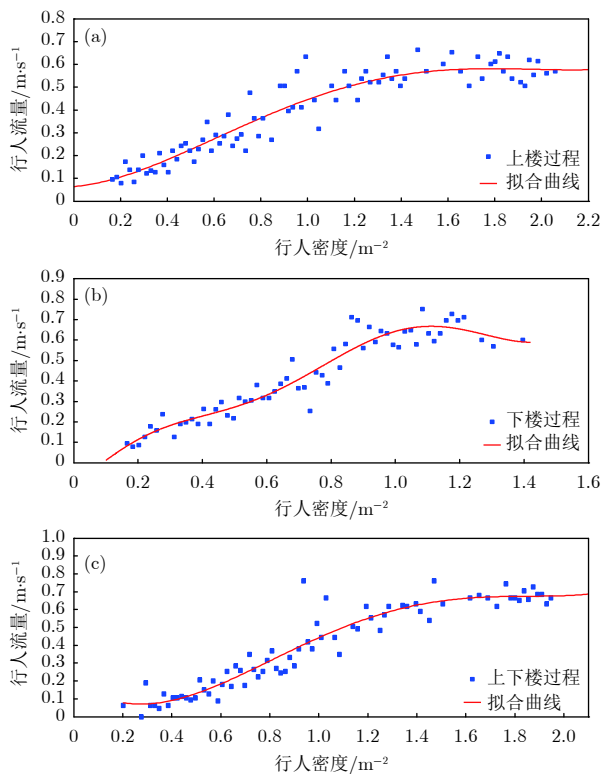


图 3 (a) 上楼过程中楼梯区域平均流量-密度散点图及关系曲线; (b) 下楼过程中楼梯区域平均流量-密度散点图及关系曲线; (c) 上下楼过程中楼梯区域平均流量-密度散点图及关系曲线

Fig. 3. (a) The relation of the density against the average flow when going upstairs; (b) the relation of the density against the average flow when going downstairs; (c) the relation of the density against the average flow when going upstairs and downstairs.

行人流量达到峰值, 峰值流量为 0.61 人/($\text{m} \cdot \text{s}$), 在下楼单向过程中, 当楼梯区域行人密度达到峰值密度 1.1 人/ m^2 时, 行人流量达到峰值, 峰值流量为 0.72 人/($\text{m} \cdot \text{s}$), 在上下楼双向过程中, 当楼梯区域行人密度达到峰值密度 1.8 人/ m^2 时, 行人流量达到峰值, 峰值流量为 0.70 人/($\text{m} \cdot \text{s}$); 第二, 当密度小于峰值密度时, 流密变化曲线接近直线, 且流量随密度增加而增加, 说明这一阶段行人运动速度变化不大, 当密度大于峰值密度时, 上楼下楼过程流量变化趋于平缓, 说明流量接近该楼梯最大通行能力. 通过对楼梯区域行人运动的运动特征及基本图的分析与研究, 可以为楼梯行人运动模型的构建与模型仿真提供基础数据支持.

3 楼梯行人运动模型

3.1 网络展示

基于元胞传输模型, 提出一类楼梯行人运动模型, 在构建该模型之前, 需要引入一组规则.

规则 1: 将复杂的三维楼梯区域行人运动过程简化为行人在二维的斜坡平面运动过程.

规则 2: 将整个二维楼梯斜坡矩形平面区域空间离散成多个边长为 S 的正六边形元胞 (见图 4), 斜坡平面有效宽度上的元胞个数为 B , 斜坡平面有效长度上的元胞个数为 L (奇数列) 和 $L+1$ (偶数列).

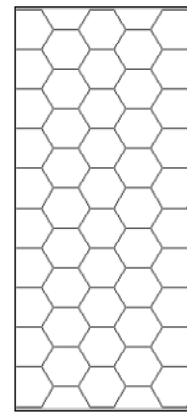


图 4 二维斜坡平面行走空间

Fig. 4. Walking space on the two-dimensional slope section.

规则 3: 元胞可以被多个行人占用且最大容量与元胞中自由空间的面积成正比, 其中元胞中自由空间的面积代表元胞投影到楼梯台阶上的面积.

规则 4: 元胞中的行人可以移动到六个相邻的元胞中, 考虑到行人在楼梯上的运动特征, 定义行

人在楼梯区域的六个运动方向,即左上方、上方、右上方、左下方、下方、右下方(见图5).

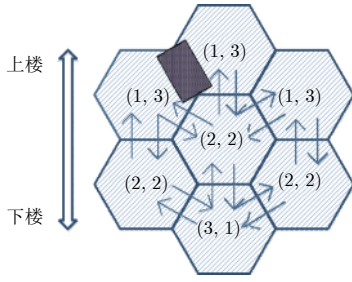


图5 空间划分: 正六边形元胞

Fig. 5. Discretization of space: a regular hexagonal cell.

规则 5: 在每个时间步内允许多个行人穿越元胞边界, 边界最大流量跟边界的长度、楼梯的坡度以及运动方向有关, 且如果两个相邻元胞的边界上有障碍物, 则元胞之间的步行通道被完全阻断(见图5).

规则 6: 引入人工势能场来描述行人行走空间的几何结构, 确定出口元胞为零势能点, 其他元胞的势能是由出口距离、路径通行能力和行人之间相互作用力共同决定. 行人根据势能值大小从高势能点向低势能点移动, 规划出到达目标出口的最佳移动路线, 同时对于不同的目标出口, 元胞都有对应的势能, 如图5所示, 每个元胞都拥有两个势能值(上行势能, 下行势能)及根据势能值得到的可行路线.

3.2 元胞势能计算

在模型中, 每个元胞的势能取决于元胞与目标元胞的距离、下一步路径的选择和行人之间的相互作用. 本文根据元胞传输模型的势能计算方法, 提出了一种楼梯元胞势能的计算方法.

设集合 C 表示整个楼梯空间的元胞集合, 集合 C^e 表示连接目的地 e 的元胞集合, 集合 C^b 表示墙壁或者障碍物占据的元胞集合; 同时设 n_j 表示元胞 j 内行人数量, n_j^e 表示元胞 j 内目的地为 e 的行人数量, P_i^e 表示元胞 j 相对于目的地 e 的势能, U_i^e 表示元胞 i 相对于目的地 e 的势能计算优先级; 计算元胞势能的步骤如下.

第一步: 搜索集合 C 中所有元胞 i , 令 $U_i^e = 0$ 和 $P_i^e = 0$; 再搜索属于集合 C^b 的所有元胞 i , 令 $U_i^e = \inf$ 和 $P_i^e = \inf$; 最后搜索属于集合 C^e 的所有元胞 i , 令 $U_i^e = 1$ 和 $P_i^e = 1$, 设 $l = 1$, $m = |C^e|$.

第二步: 搜索属于集合 C 且 $U_i^e = l$ 的所有元

胞 i , 检查它的所有相邻六个元胞, 如果元胞 j 与元胞 i 相通且 $U_j^e = 0$, 则令 $U_j^e = U_i^e + 1$; 设 $V^e = \{i | i \in C, U_i^e = 0\}$, 令 $m = |V^e|$.

第三步: 令 $l = l + 1$, 如果 $m = 0$, 则进入第四步, 设 $n = 2$; 否则返回第二步.

第四步: 搜索属于集合 C 且 $U_j^e = n$ 的所有元胞 j , 检查它的所有相邻六个元胞, 设 $\varphi_j^e = \{i | \text{元胞 } i \text{ 和元胞 } j \text{ 是相连相通的且 } U_i^e = n-1\}$, 如果 $|\varphi_j^e| = 1$, 则 $P_j^e = (P_i^e + 1) + \delta(n_j^e/N) + (2 - \delta)[(n_j - n_j^e)/N]$, $\delta \in (0, 1]$, 如果 $|\varphi_j^e| > 1$, 则 $P_j^e = [(\sum_{k \in \varphi_j^e} P_k^e / |\varphi_j^e|) + \theta] + \delta(n_j^e/N) + (2 - \delta)[(n_j - n_j^e)/N]$, $\delta \in (0, 2]$, $\theta \in (0, 1]$.

第五步: 令 $n = n + 1$, 如果 $n \geq l$, 则算法结束; 否则返回第四步.

其中 θ 为势能增加量, 表示上游元胞相对于相邻下游元胞的势能增加量; δ 为势能修正系数, 表示不同目的地的行人对势能的影响. 当 $\delta = 1.0$ 时, 表示同向和异向的行人对元胞势能的影响是相同的; 当 $\delta \in (0, 1)$ 时, 表示异向行人对元胞势能的影响较大; 当 $\delta \in (1, 2]$ 时, 表示同向行人对势能的影响较大.

考虑到在运动过程中行人数量是不断变化的, 势能的变化是一个动态过程. 因此在每个时间步, 上述算法需要再次执行, 每个元胞的势能值需要重新计算.

3.3 移动规则

楼梯区域行人运动是一个复杂的动态过程, 需要提出一些移动规则, 用来描绘楼梯区域的行人运动.

首先, 定义模型网络中元胞内行人的最大流量和最大容量. 在时间步 Δt 内, 最大流量公式为

$$Qu_{ij} = \frac{r_{ij}}{S} \tau_u Q, \quad Qd_{ij} = \frac{r_{ij}}{S} \tau_d Q, \quad (3)$$

式中 Qu_{ij} 为上楼过程时间步 Δt 内元胞 i 到元胞 j 的实际最大流量, Qd_{ij} 为下楼过程时间步 Δt 内元胞 i 到元胞 j 的实际最大流量, r_{ij} 为元胞 i 和元胞 j 之间的有效边界长度, S 为正六边形元胞的边长, τ 为流量修正系数, 结合第2节中楼梯区域行人运动特征, 不同的楼梯物理参数会使元胞边界最大流量发生变化, 同时上楼和下楼两种状态下最大流量也具有一定的差异性, $\tau = 1$ 表明行人在宽阔的水平地面自由行走, Q 为时间步 Δt 内相邻元胞理论最大流量. 计算单位元胞的最大容量公式为

$$N_i = \frac{a_i}{A} N, \quad A = (3\sqrt{3}/2)S^2, \quad (4)$$

式中 N_i 为元胞 i 实际最大容量, a_i 为元胞 i 实际空余空间面积, A 为单位元胞的空间面积, N 为单位元胞的理论最大容量.

然后, 定义模型网络中的元胞的实际流量和实

际行人数量. E 为目的地的集合, $n_j^e(t)$ 为 t 时刻元胞 i 内向目的地 e 运动的行人数量, $D_{ij}^e(t)$ 为 t 时刻元胞 i 的相邻下游元胞 j 可以接收来自元胞 i 内目的地为 e 的行人数量比例, 比例的大小跟下游元胞 j 的剩余容量和元胞之间的势能差有关, 计算公式为

$$D_{ij}^e(t) = \begin{cases} \frac{(1+\mu_{ij}^e)(P_i^e - P_j^e) \left[N_j(t) - \sum_{m \in E} n_j^m(t) \right]}{\sum_{k \in R_i^e} \left\{ (1+\mu_{ik}^e)(P_i^e - P_k^e) \left[N_k(t) - \sum_{m \in E} n_k^m(t) \right] \right\}}, & j \in R_i^e, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (5)$$

式中 μ_{ij}^e 为目的地为 e 的行人从元胞 i 移动到相邻元胞 j 的偏移系数, 上、下相邻元胞偏移系数为正, 其他方向相邻元胞偏移系数为负, 结合第 2 节中楼梯区域行人运动特征, 大部分行人会出现拒绝换道行为, 因此加入偏移系数来降低行人选择其他方向的比率, 让多数行人选择优先方向运动. R_i^e 表示目的地为 e 时, 元胞 i 的下游相邻元胞集合.

定义 $W_{ij}^e(t)$ 为 t 时刻元胞 i 内目的地为 e 的行人向相邻下游元胞 j 运动的理论行人数量, 取决于 t 时刻元胞 i 的相邻下游元胞 j 可以接受的行人数量与 t 时刻元胞 i 内目的地为 e 的行人可以向相邻下游元胞 j 运动的最大行人数量两者的较小值, 计算公式为

$$W_{ij}^e(t) = \begin{cases} \min \left\{ D_{ij}^e(t) n_i^e(t), Qu_{ij}(t) \frac{D_{ij}^e(t) n_i^e(t)}{\sum_{m \in E} [D_{ij}^m(t) n_i^m(t) + D_{ji}^m(t) n_j^m(t)]} \right\}, & i \rightarrow j \text{ 为上楼过程,} \\ \min \left\{ D_{ij}^e(t) n_i^e(t), Qd_{ij}(t) \frac{D_{ij}^e(t) n_i^e(t)}{\sum_{m \in E} [D_{ij}^m(t) n_i^m(t) + D_{ji}^m(t) n_j^m(t)]} \right\}, & i \rightarrow j \text{ 为下楼过程.} \end{cases} \quad (6)$$

(6) 式描述了在分流过程中, 若分流人数小于边界最大流量, 则行人可以全部通过; 若分流人数大于边界最大流量, 则行人需要重新分配, 部分行人需要等待.

定义 $y_{ij}^e(t)$ 为 t 时刻元胞 i 内目的地为 e 的行人向相邻下游元胞 j 运动的实际数量, 这取决于从上游元胞传输到该元胞的行人数量与该元胞可接受的行人数量, 即

$$y_{ij}^e(t) = \min \left\{ W_{ij}^e(t), \frac{N_j(t) - \sum_{m \in E} n_j^m(t)}{\sum_{m \in E} \sum_{k \in S_j^m} W_{kj}^m(t)} W_{ij}^e(t) \right\}, \quad (7)$$

式中 S_j^e 为目的地为 e 时元胞 j 的相邻上游元胞集合. (7) 式描述了在合流过程中, 若下游元胞的剩余容量大于上游元胞分流的总人数, 则行人可以全部通过; 反之, 需要根据剩余容量重新分配, 多于

分配值的行人则停留在上游元胞.

在上述定义的基础上, 针对全部元胞与时间步, 对具有多个目的地的楼梯区域网络中行人运动更新规则进行了描述, 更新规则如下:

$$n_i^e(t+1) = n_i^e(t) + \sum_{k \in S_i^e} y_{ki}^e(t) - \sum_{j \in R_i^e} y_{ij}^e(t). \quad (8)$$

4 仿真与对比分析

4.1 单向运动仿真

根据上述的模型构建方法, 在观测楼梯的实验数据基础上对观测楼梯进行仿真模拟, 同时对模型参数进行校正. 楼梯区域被离散为正六边形的元胞网络, 上下边界为楼梯上下出口, 左右边界为墙壁 (如图 4 所示). 具体参数设置如下: 时间步 $\Delta t = 1.0$ s, 正六边形元胞边长 $S = 0.8$ m, 单位元胞最大容量

$N = 10$ 人, 穿越两个元胞边界最大流量 $Q = 6$ 人, 流量修正系数 $\tau_d = 0.7$ 和 $\tau_u = 0.6$, 势能增加量 $\theta = 0.8$, 势能修正系数 $\delta = 1$, 偏移系数中 $\mu^+ = 0.2$ 和 $\mu^- = -0.15$.

进入楼梯区域的行人根据观测数据变化拟合, 时间步 $t = 90$ 时停止进入, 模型仿真在时间步 $t = 10, 30, 60, 90$ 和 110 时行人上楼和下楼过程的画面如图 6 和图 7 所示. 图中每个彩色图块, 描绘了在仿真模拟中的某个时间步中单个元胞的总人数与该元胞的最大容量的比率.

从图 6 和图 7 的模拟过程可以发现, 模型较好地展现行人在上下楼运动过程出现的入口拥堵和群体队列等现象; 同时发现通过调节偏移系数的大小, 可以让更多的行人在运动过程中选择优先方向, 加快楼梯区域行人疏散效率, 减少拥堵机率.

图 8 给出了上下楼过程中流量-密度关系对比图, 图中正方形图块代表观测数据, 圆形图块代表实验模拟数据. 对比分析观测和实验结果表明: 仿真结果与实测数据的流量-密度关系变化趋势相近, 验证了模型的准确性; 在低密度时, 仿真结果流量略低于实际流量, 这是因为模型中设定的行人最大运动速度是定值, 而实际情况中会出现高于常规速度的行人且移动规则中存在密度较低时存在行人变道行为的现象; 在高密度时, 仿真结果流量略高于实际流量, 这是由于模型中考虑因素较少, 且更新方式为等概率的并行更新, 行人移动效率较高,

而实际情况中楼梯区域行人运动会受到心理安全距离、行人位置竞争和避让等因素的影响.

4.2 双向运动仿真

双向运动仿真模拟以观测楼梯为实验环境, 运用调参过后的楼梯行人运动模型进行仿真模拟. 到达楼梯两端的行人流量为 12 人/s, 总行人数量为 1200 人. 其他参数设置如下: 流量修正系数 $\tau_d = 0.7$ 和 $\tau_u = 0.6$, 偏移系数中 $\mu^+ = 0.2$ 和 $\mu^- = -0.15$, 势能增加量 $\theta = 0.8$, 势能修正系数 $\delta = 1$. 图 9 给出了模型模拟数据与观测实验 3 实验数据的流量-密度关系对比图.

图 9 中正方形图块代表观测数据, 圆形图块代表实验模拟数据. 对比分析观测和实验结果表明: 第一, 仿真结果与实测数据的流量-密度关系变化趋势相近, 验证了模型的准确性; 第二, 在整个楼梯区域行人聚散过程中, 流量随着密度的增大而增大, 最终达到流量峰值, 之后流量变化趋于平缓, 且楼梯区域未出现堵塞现象. 下面给出了仿真模拟实验中通过楼梯中间截面三类流量 (上楼流量、下楼流量和总流量) 与密度关系图, 如图 10 所示.

图 10 中三角形图块表示下楼行人数据, 正方形图块表示上楼行人数据, 圆形图块表示总行人数据. 结果表明: 第一, 当通行流量达到流量峰值后, 会出现上下流量相同且通行能力与到达流量相同

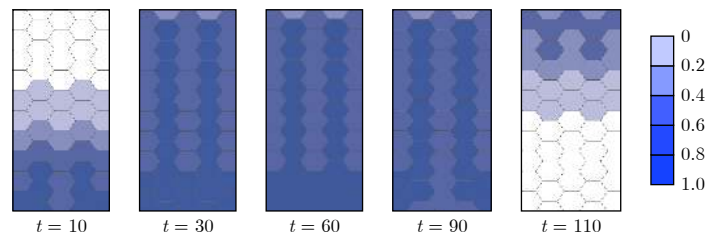


图 6 上楼过程第 10, 30, 60, 90 及 110 时间步模拟结果伪彩图 (颜色深浅表示每个元胞内行人数量与元胞容量之比)

Fig. 6. Pseudo-color plots delineating the ratio of the number of pedestrians in each cell to the capacity of the cell at time steps 10, 30, 60, 90 and 110 in the process of going upstairs.

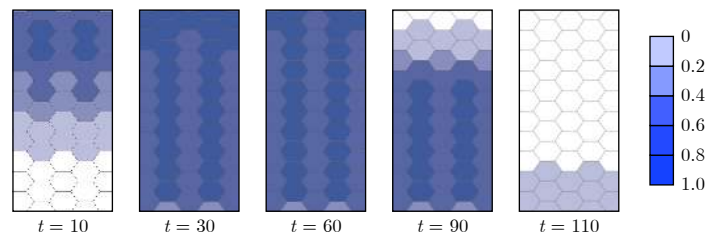


图 7 下楼过程第 10, 30, 60, 90 及 110 时间步模拟结果伪彩图 (颜色深浅表示每个元胞内行人数量与元胞容量之比)

Fig. 7. Pseudo-color plots delineating the ratio of the number of pedestrians in each cell to the capacity of the cell at time steps 10, 30, 60, 90 and 110 in the process of going downstairs.

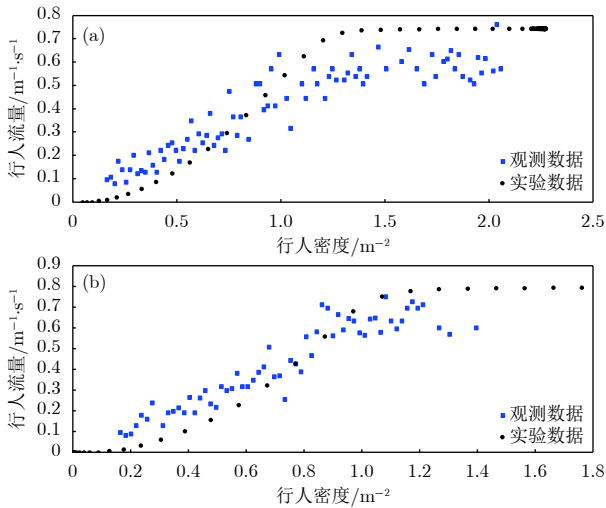


图8 观测(方形)与实验(圆形)流量-密度关系对比图
(a)上楼过程, (b)下楼过程

Fig. 8. Comparison of the fundamental density-flow diagram from the observation data (square marks) and the experiment (circle marks) (a) in the process of going upstairs, and (b) in the process of going downstairs.

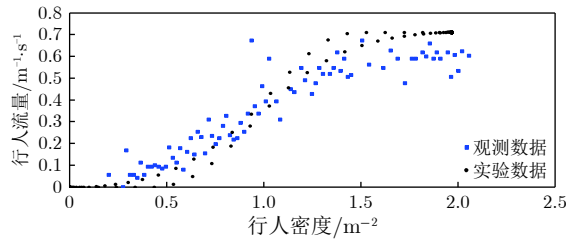


图9 双向运动过程的流量-密度关系对比图

Fig. 9. Comparison of the fundamental density-flow diagram from the observation (square marks) and the experiment (circle marks) in the process of bi-directional movement.

的稳定状态,说明此时上下楼行人通过中部截面出现位置互换现象,表3给出了稳定状态时通过楼梯

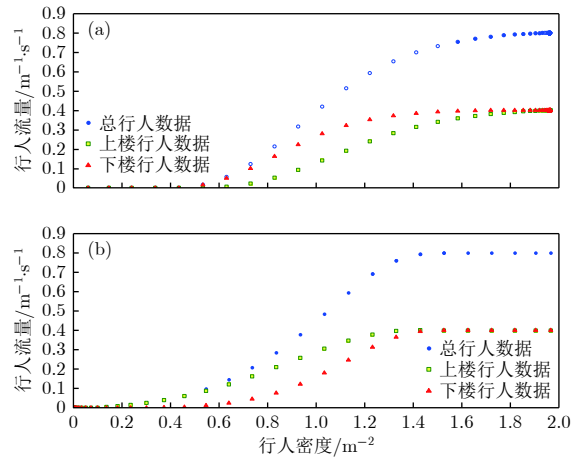


图10 (a)稳定状态之前楼梯区域双向运动的流量-密度关系图; (b)稳定状态之后楼梯区域双向运动的流量-密度关系图

Fig. 10. (a) Fundamental density-flow diagram of the bi-directional pedestrian flow on the stairs before the stabilization process; (b) fundamental density-flow diagram of the bi-directional pedestrian flow on the stairs after the stabilization process.

中部截面的部分上下楼流量数据;第二,从图10(a)中发现在行人运动未达到稳定状态时,下楼流量大于上楼流量,同时下楼过程先进入稳定状态,这是因为元胞边界最大通行能力的不同导致下楼行人到达中部截面多于上楼行人;第三,从图10(b)中发现当行人停止进入楼梯区域后,随着行人密度的减小,稳定状态会持续一段时间,但当楼梯区域行人密度不足以支撑稳定状态后,下楼流量下降得比上楼流量快,此时大部分下楼行人已经通过中部截面,楼梯区域内下楼行人密度比上楼行人密度小,表4给出了稳定状态结束后通过楼梯中部截面的部分上下楼流量数据,表5给出了稳定状态结束后

表3 稳定过程中的部分流量数据

Table 3. Some flow data in the stabilization process.

时间步	60	61	62	63	64	65	66	67	68
上楼流量/人·s ⁻¹	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0
下楼流量/人·s ⁻¹	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0
时间步	80	81	82	83	84	85	86	87	88
上楼流量/人·s ⁻¹	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0
下楼流量/人·s ⁻¹	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0

表4 稳定过程结束后的部分流量数据

Table 4. Some flow data after the stabilization process.

时间步	106	107	108	109	110	111	112	113	114
上楼流量/人·s ⁻¹	6.0	5.9	5.7	5.2	4.6	3.9	3.1	2.4	1.8
下楼流量/人·s ⁻¹	5.9	5.5	4.7	3.7	2.7	1.8	1.1	0.7	0.4

表 5 稳定过程结束后的部分行人数据
Table 5. Some pedestrian data after the stabilization process.

时间步	106	107	108	109	110	111	112	113	114
上楼人数/人	96.6	90.6	84.6	78.6	72.6	66.6	60.6	54.6	48.6
下楼人数/人	76.7	70.1	64.8	58.8	52.8	46.8	40.8	34.9	29.0

楼梯区域的部分行人数量数据; 第四, 在不同阶段, 同一密度会出现两个不同的总行人流量值, 这是由不同时期穿越中部截面的上下楼行人所占的比例不同导致的.

当从两端进入楼梯区域的行人流量增大时, 运用模型仿真模拟会使楼梯区域发生严重堵塞. 但在实际情况中, 随着行人流量的增大, 会出现自主避让和分流现象. 因此仿真中通过调节势能修正系数的大小来改变行人路径选择行为, 可以改善楼梯区域行人疏散效率.

仿真模拟还是以观测楼梯为实验环境, 运用调参过后的楼梯行人运动模型进行仿真模拟. 行人到达楼梯两端的行人流量为 13 人/s, 总行人数量为 1300 人, 基本参数与双向运动参数设置相同, 分别对势能修正系数 $\delta = 1, 0.6, 0.3$ 等环境进行模拟, 图 11 给出了穿越中部截面双向流量与行人密度关系的散点图, 图 12 给出了楼梯区域双向运动中上行行人、下行行人及双向行人示意图,

从图 12 可以发现, 在势能修正系数 $\delta = 1.0$ 时, 根据势能计算公式, 相向行人对势能值的影响相同, 行人在更新过程中会等概率地选择下游元胞, 当楼梯区域行人密度超过最大流通能力时, 会发生

拥堵阻塞现象, 阻碍了楼梯区域的流通 (见图 11(a) 和图 12(a)); 当势能修正系数 $\delta = 0.6$ 时, 随着密度的增大, 楼梯区域会出现两种流密关系, 与 $\delta = 1.0$ 时比较发现, 当流量在持续下降的时候, 密度会出现先增后减现象, 这是因为根据势能计算公式与分流公式, 部分行人选择同向行人较多的元胞, 发生同向行人与对向行人错开行走, 使部分行人在楼梯完全堵塞之前已经穿越楼梯中部区域, 从而离开楼梯区域, 但由于只有部分行人出现错开行走行为, 楼梯中部区域依然会出现堵塞现象 (见图 11(b) 和图 12(b)); 当势能修正系数 $\delta = 0.3$ 时, 由于异向行人相对于同向行人对势能的影响较大, 行人会出现同向跟随并发生分流行为, 拥堵现象消失, 行人运动顺畅. 此时出现同一密度两组流量现象, 这是因为在楼梯区域集散运动过程中, 在前期聚集和末期疏散过程中, 通过中部截面的上行行人与下行行人的比例不同所致 (见图 11(c) 和图 12(c)); 而势能修正系数 $\delta = 1.4$ 时, 发现流密变化图与 $\delta = 1.0$ 时变化趋势相同, 说明当势能修正系数 $\delta > 1.0$, 即增大同向行人对势能的影响对行人运动没有改善 (见图 11(d) 和图 12(d)).

结果表明: 在相同的模拟条件下, 改变势能修

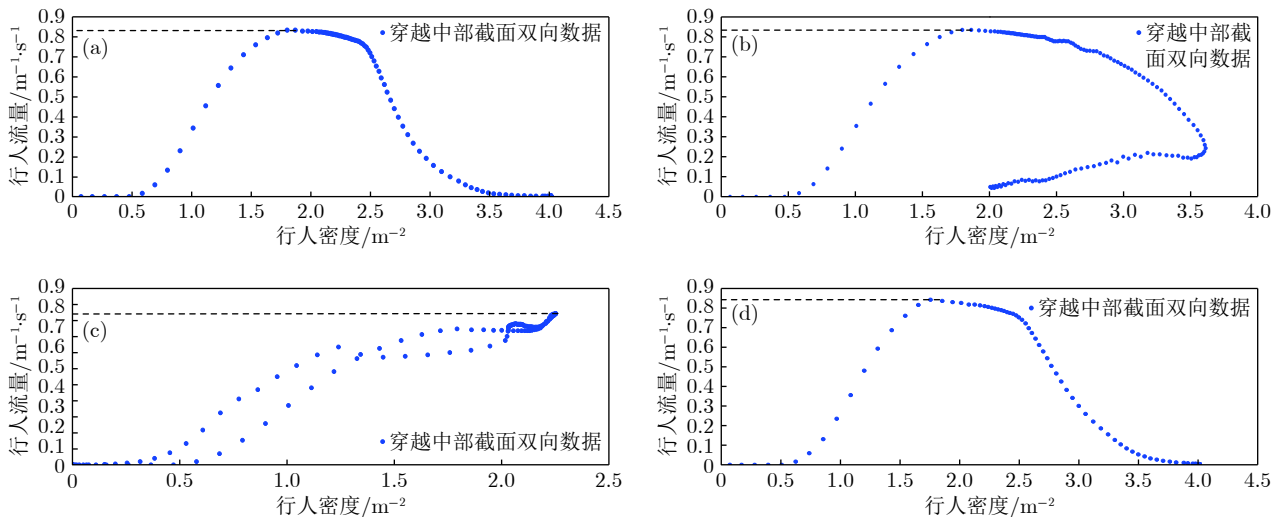


图 11 楼梯区域双向运动的流量-密度关系散点图 (a) $\delta = 1.0$, $\theta = 0.8$; (b) $\delta = 0.6$, $\theta = 0.8$; (c) $\delta = 0.3$, $\theta = 0.8$; (d) $\delta = 1.4$, $\theta = 0.8$

Fig. 11. Fundamental density-flow diagram of the bi-directional pedestrian flow on the stairs when (a) $\delta = 1.0$ and $\theta = 0.8$; (b) $\delta = 0.6$ and $\theta = 0.8$; (c) $\delta = 0.3$ and $\theta = 0.8$; (d) $\delta = 1.4$ and $\theta = 0.8$.

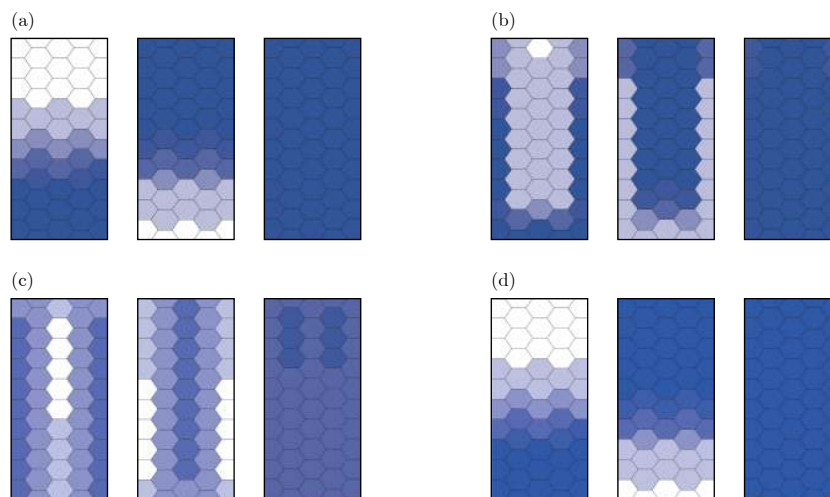


图 12 楼梯区域双向运动中上行行人(左)、下行行人(中)及双向行人(右)模拟结果伪彩图(颜色深浅表示每个元胞内行人数量与元胞容量之比) (a) $\delta = 1.0$, $\theta = 0.8$; (b) $\delta = 0.6$, $\theta = 0.8$; (c) $\delta = 0.3$, $\theta = 0.8$; (d) $\delta = 1.4$, $\theta = 0.8$

Fig. 12. Pseudo-color plots delineating the ratio of the number of pedestrians in each cell to the capacity of the cell during the walking process of bi-directional pedestrian flows on the stairs (upward flow in the left, downward flow in the middle, and bi-directional flows in the right) when $\delta = 1.0$ and $\theta = 0.8$ in (a), $\delta = 0.6$ and $\theta = 0.8$ in (b), $\delta = 0.3$ and $\theta = 0.8$ in (c), $\delta = 1.4$ and $\theta = 0.8$ in (d).

正系数, 将改变不同目的地的行人的路径选择, 即行人出现理性的跟随和分流现象, 现实生活中, 在楼梯区域树立指示牌和指示标志等分流装置, 引导行人做出正确的路径选择, 可以改善楼梯区域行人疏散效率, 减少拥堵或安全事故发生的概率。

5 结 论

本文通过观测实验和模型仿真模拟对校园楼梯区域行人运动过程进行了研究. 揭示楼梯区域行人运动规律及路径选择行为, 同时验证了元胞传输模型可以适用于三维的楼梯区域行人运动研究. 基于文献[21]提出的元胞传输模型, 本文提出模拟楼梯区域行人运动的介观模型, 并综合考虑楼梯物理环境对边界最大流的影响, 改进了势能算法和移动规则, 来有效模拟楼梯区域行人运动. 同时通过改变模型的势能参数可以改变行人的路径选择, 进而改善楼梯区域行人通行效率.

楼梯区域的行人运动行为特征受众多因素影响, 本文只考虑到部分因素, 因此对其他因素的影响仍需进一步的研究. 另外, 出口的选择、倾向右侧运动的影响、多源多目标的复杂场景等问题也是下一步研究的主要工作。

参考文献

- [1] Galea E R, Sharp G, Lawrence P J 2008 *J. Fire Prot. Eng.* **18** 291
- [2] Yeo S K, He Y P 2009 *Fire Saf. J.* **44** 183
- [3] Yang L Z, Rao P, Zhu K J, Liu S B, Zhan X 2012 *Saf. Sci.* **50** 1173
- [4] Hoskins B L, Milke J A 2012 *Fire Saf. J.* **48** 49
- [5] Yue H, Zhang X, Chen G, Shao C F 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 130509 (in Chinese) [岳昊, 张旭, 陈刚, 邵春福 2012 物理学报 **61** 130509]
- [6] Shields T J, Boyce K E 2009 *Fire Saf. J.* **44** 881
- [7] Yue H, Shao C F, Guan H Z, Duan L M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4499 (in Chinese) [岳昊, 邵春福, 关宏志, 段龙梅 2010 物理学报 **59** 4499]
- [8] Chen L, Guo R Y, Ta N 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 050506 (in Chinese) [陈亮, 郭仁拥, 塔娜 2013 物理学报 **62** 050506]
- [9] Yong G, Huang H J, Xu Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010506 (in Chinese) [永贵, 黄海军, 许岩 2013 物理学报 **62** 010506]
- [10] Sano T, Ronchi E, Minegishi Y, Nilsson D 2017 *Fire Saf. J.* **89** 77
- [11] Ren G, Lu L L, Wang W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144501 (in Chinese) [任刚, 陆丽丽, 王伟 2012 物理学报 **61** 144501]
- [12] Hughes R L 2002 *Trans. Res. B* **32** 507
- [13] Dong L Y, Chen L, Duan X Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 220505 (in Chinese) [董立耘, 陈立, 段晓茵 2015 物理学报 **64** 220505]
- [14] Huang H J, Guo R Y 2008 *Phys. Rev. E* **78** 021131
- [15] Helbing D, Molnar P 1995 *Phys. Rev. E* **51** 4282
- [16] Helbing D, Farkas I, Vicsek T 2000 *Nature* **407** 487
- [17] Yang L X, Zhao X M, Gao Z Y, Zheng J F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100501 (in Chinese) [杨凌霄, 赵小梅, 高自友, 郑建凤 2011 物理学报 **60** 100501]
- [18] Qu Y C, Gao Z Y, Xiao Y, Li X G 2014 *Saf. Sci.* **70** 189
- [19] Burstedde C, Klauck K, Schadschneider A, Zittart J 2001 *Physica A* **295** 507
- [20] Guo R Y, Guo X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 018901
- [21] Guo R Y, Huang H J, Wong S C 2011 *Trans. Res. B* **45** 490
- [22] Huo F Z 2015 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) (in Chinese) [霍非舟 2015 博士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]

- [23] Fujiyama T, Tyler N 2010 *Transport. Plan. Techn.* **33** 177202
 [24] Xu X, Song W G 2009 *Build. Environ.* **44** 1039
 [25] Ma J, Song W G, Tian W, Lo S M, Liao G X 2012 *Saf. Sci.* **50** 1665
 [26] Zhang P H, Lu T, Chen B Z, Lu Z M 2005 *Chin. J. Ergon.* **11** 8 (in Chinese) [张培红, 鲁韬, 陈宝智, 卢兆明 2005 人类工效学 **11** 8]
 [27] Kretz T, Grunebohm A, Kessel A, Klupfel H, Meyer Konig H, Schreckenberg M 2008 *Saf. Sci.* **46** 72
 [28] Peacock R D, Hoskins B L, Kuligowski E D 2012 *Saf. Sci.* **50** 1655

Study of pedestrian flow on stairs with a cellular transmission model*

Jin Hui Guo Ren-Yong[†]

(College of Computer Science, Inner Mongolia University, Hohhot 010021, China)

(Received 7 May 2018; revised manuscript received 14 November 2018)

Abstract

The aim of this study is to address the following issues: 1) revealing the typical behaviors and properties of pedestrian movement when going upstairs and downstairs; 2) constructing a pedestrian evacuation model to formulate the walking process of pedestrians in stair area; 3) verifying that the cell transmission model widely used in the two-dimensional walking space can also be applied to the three-dimensional staircase area. Firstly, an observation experiment is carried out to gain the pedestrian movement data in the process of going upstairs and downstairs. By collating the data, the relation between density and flow in the unidirectional process of going upstairs or going downstairs, and in the bi-directional process of going upstairs and downstairs, are drawn respectively. Then, by analyzing the fundamental diagrams, several characteristics of pedestrian movement in stair area are revealed. Based on these characteristics, an extended cell transmission model is proposed. In this model, a potential correction coefficient is introduced to change the route choice of pedestrians by using the influence of different directional pedestrians on the potential; a flow modification coefficient is introduced to describe the effect of physical parameters on the maximum flow at the boundary between two neighboring cells; and an offset coefficient is introduced to correct movement rules and strengthen the influence of preferential direction on pedestrian route choice. Further, simulations relied on the proposed model are conducted. By comparing the simulation results with the experimental data, the model is calibrated. Then the calibrated model is employed to formulate the pedestrian movement in stair area, and the sensitivity of the potential correction parameter is also discussed. The simulation results indicate that the proposed model can successfully reproduce the movement of pedestrians on stair. Moreover, the route-choice behaviors of pedestrians can be directed by varying the values of the potential correction coefficient, which can present important information about optimizing the evacuation process of pedestrians on stair, thereby reducing the risk of an accident, such as congesting and treading.

Keywords: cellular transmission model, pedestrian flow on stairs, flow-density relationship, sensitivity analysis

PACS: 05.50.+q, 45.70.Mg, 05.65.+b

DOI: 10.7498/aps.68.20180912

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 71622005).

[†] Corresponding author. E-mail: buaa_guorenryong@126.com