

基于Hadamard矩阵优化排序的快速单像素成像

李明飞 阎璐 杨然 刘院省

Fast single-pixel imaging based on optimized reordering Hadamard basis

Li Ming-Fei Yan Lu Yang Ran Liu Yuan-Xing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 064202 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20181886

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181886>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于Walsh-Hadamard变换的单像素遥感成像

Single-pixel remote imaging based on Walsh-Hadamard transform

物理学报. 2016, 73(6): 064201 <https://doi.org/10.7498/aps.65.064201>

单像素探测频谱重构成像理论分析

Theoretical analysis of spectrum reconstruction imaging using single-pixel detection

物理学报. 2017, 74(3): 034201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.034201>

小波变换在太赫兹三维成像探测内部缺陷中的应用

Wavelet transform in the application of three-dimensional terahertz imaging for internal defect detection

物理学报. 2017, 74(8): 088701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.088701>

混沌干扰中基于同步挤压小波变换的谐波信号提取方法

Harmonic signal extraction from chaotic interference based on synchrosqueezed wavelet transform

物理学报. 2015, 72(10): 100201 <https://doi.org/10.7498/aps.64.100201>

混沌背景下非平稳谐波信号的自适应同步挤压小波变换提取

Extraction of non-stationary harmonic from chaotic background based on synchrosqueezed wavelet transform

物理学报. 2016, 73(20): 200202 <https://doi.org/10.7498/aps.65.200202>

基于 Hadamard 矩阵优化排序的快速单像素成像^{*}

李明飞^{1)2)†} 阎璐¹⁾²⁾ 杨然¹⁾²⁾ 刘院省¹⁾²⁾

1) (中国航天科技集团有限公司量子工程研究中心, 北京 100094)

2) (北京航天控制仪器研究所, 北京 100039)

(2018 年 10 月 22 日收到; 2019 年 1 月 2 日收到修改稿)

为提升单像素成像速度, 提出了基于 Hadamard 矩阵优化排序的压缩采样解决方案. 利用数值仿真和室外实验对提出的 5 种排序方法进行了对比分析. 研究表明: 按 Haar 小波变换系数绝对值排序时单像素成像效果最优, 排序对应到 Walsh 序后可利用快速变换重建图像, 速度达 300 帧/秒@64 × 64 像素; 最优排序下, 采样率 25% 仍可重建图像, 采样速度可提升 4 倍. 针对排序方法与成像信噪比关系, 从关联成像角度给出了其物理解释: 测量基矩阵元邻域数值相等的区域面积等效于光场二阶相干面积, 当光场二阶相干面积随测量基由大到小排序时成像效果最优. 本文研究成果可用于提升单像素成像速度, 具有实用价值.

关键词: 单像素成像, Walsh-Hadamard 变换, 小波变换

PACS: 42.30.Va, 42.50.Lc, 42.30.Ms

DOI: 10.7498/aps.68.20181886

1 引言

单像素成像, 区别于传统阵列探测器成像, 其图像信息的获取方式与采集效率不同. 在硬件的复杂度、工业成本方面, 单像素成像占有优势, 这对未来成像系统的简化和集成具有潜在应用前景, 特别是在红外、太赫兹波段, 阵列传感器件不成熟, 在三维成像、光谱成像对分辨和灵敏度要求较高的情况下, 单像素成像技术的出现为这些问题带来了新的解决方案. 单像素成像技术, 最初采用的算法是压缩感知算法. 压缩感知理论由 Candès 等^[1]于 2006 年正式提出, 2008 年美国 Rice 大学在实验室实现了单像素成像, 验证了压缩感知理论在单像素成像方面的应用潜力^[2]. 压缩感知理论的核心思想是: 对稀疏或可压缩的信号进行少量非适应性的线性测量, 可以接近百分之百地恢复出原始信号, 一

定意义上突破了 Shannon 采样定理的限制, 还具有超灵敏感知等优势^[3]. 目前用于单像素成像的压缩感知算法, 测量次数仅为奈奎斯特采样极限的三分之一左右即可重建出目标图像^[4], 甚至某些条件下 1% 的奈奎斯特极限采样, 就可重建包括目标绝大多数信息的图像^[5,6]. 因此, 压缩感知算法在单像素成像、计算层析成像等研究领域得到广泛研究和应用. 压缩感知算法特点是: 在运算中迭代求解一类凸优化问题; 重建效果与所选稀疏基密切相关. 然而, 算法需要迭代和对稀疏基的有限等距性质要求, 使得计算时间和成像质量的稳定性受到极大挑战. 单像素成像中的另一常用算法是关联算法和矩阵求逆算法, 其具有硬件要求低、成像速度快的特点, 但其需要大于或等于奈奎斯特采样极限的测量次数, 采样时间也较长. 如基于 Walsh-Hadamard 变换^[7,8]、快速傅里叶变换的方法^[9], 提供了实现稳定、快速的成像方案. 特别是 Walsh-Hadamard 算

^{*} 国防基础科研计划 (批准号: JCKY2016601C005) 和国家自然科学基金 (批准号: 61805006) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: mf_li@sina.cn

法, 具有多种优势: 算法效率高, 可并行和硬件加速; 调制矩阵为二值, 易于在高速空间光调制器件上实现; 调制矩阵生成速度快且无需存储; Hadamard 矩阵作为测量矩阵, 其均值不变且具有正交特性, 便于利用差分测量降低成像误差等.

尽管存在上述优点, 但基于 Walsh-Hadamard 变换方法要求测量次数与被测图像的像素数相等才能完美恢复图像, 无法实现压缩采样. 例如, 要得到 128×128 像素的图像, 测量基和测量次数为 16384 次. 随图像增大, 测量次数成二次方指数增加, 相应地测量时间随之增长. 虽然在结合压缩感知算法后, 随机抽取 Hadamard 矩阵可实现压缩测量, 但算法运行时间仍在秒的量级. 实际上, 高速单像素成像核心的问题仍是测量基选取问题. 学者们已就不同测量基选取及其对单像素成像质量的影响开展了大量研究^[1-10], 但针对同一组测量基的不同排序对成像结果影响的研究较少^[11-15].

针对上述问题, 本文研究了基于 Hadamard 矩阵测量基的按 5 种不同表象变换的稀疏度值排序并找到了解决方案, 为单像素成像测量基的选取提供了一种压缩采样理论和技术路线. 本文提供的方法具有三方面特点: 第一, 可解决在正交测量基选取以及按多尺度分辨率排序中遇到的一类问题, 为更高效的单像素成像技术中的测量基选取提供理论和技术支撑; 第二, 本文排序结果与文献^[12]提供的方法类似, 但本文方法的实现手段更加普适和简单, 且提供了排序的理论依据; 第三, 可实现文献^[11-15]中的压缩测量功能, 且重建图像时可采用快速 Walsh-Hadamard 变换, 无需存储测量矩阵, 在工程应用方面更加实用化.

本文接下来的内容主要为: 第 2 部分介绍 Hadamard 矩阵排序理论及方法; 第 3 部分介绍数值仿真结果; 第 4 部分为室外实验结果及分析; 第 5 部分为全文总结.

2 单像素成像理论

2.1 实验系统

单像素成像的基本原理示意图如图 1 所示, 待成像物体通过主透镜成像到数字微镜器件 (digital micro-mirror device, DMD), 微镜受数字电路控制系统的控制, 按加载的调制矩阵 Φ , 每个微镜发生 $+12^\circ$ 或 -12° 摆动, 摆动方向由矩阵 Φ 的矩阵元决定, 例如矩阵元“1”对应 $+12^\circ$ 方向翻转, 矩阵元“-1”对应 -12° 方向翻转. 物体的像被测量矩阵调制经由中继透镜汇聚到光电探测器转为电信号, 重复刷新 DMD 调制矩阵将得到因光强变化引起的一系列电信号, 该过程等价于调制图案与物体实像作内积的过程, 模拟的电信号经 A/D 进行模数转换变为数字信号, 数字信号将被采集到计算设备经过算法计算重建图像.

2.2 压缩感知

压缩感知理论, 是实现单像素成像的常用算法. 基于压缩感知的单像素成像理论可用简洁的矩阵求解来描述. 设待测图像的向量形式为 $\mathbf{T}_{MN \times 1}$, 其中 M, N 为待测图像行与列. 当观测次数为 K 时, 设观测值为一维向量 $\mathbf{Y}_{K \times 1}$, 测量矩阵为 $\Phi_{K \times MN}$, 则有下列关系 $\mathbf{Y}_{K \times 1} = \Phi_{K \times MN} \mathbf{T}_{MN \times 1} + \text{Noise}$, $\mathbf{T}_{MN \times 1} = \Psi'_{MN \times 1}$, 求解方法如下:

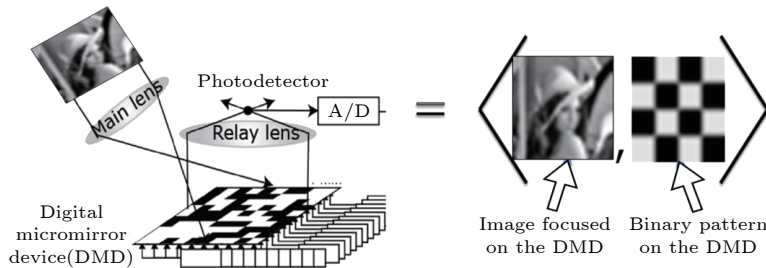


图 1 单像素成像原理示意图, 其中待成像物体经主透镜成像到 DMD 上, 经编码矩阵调制的光束被反射, 反射光由中继透镜汇聚到光电探测器, 探测器将光信号转为电信号, 电信号经过 A/D 转换由模拟信号转为数字信号, 重复刷新 DMD 调制矩阵将得到一系列数字信号, 将数字信号采集到计算设备即可利用算法重构图像

Fig. 1. Schematic diagram of the experimental setup. Lena is the object to be recovered; the main lens imaging Lena onto the DMD, which is modulated by matrices, then the light is reflected and collected by the relay lens into the photo-detector. As DMD modulation matrices refreshing continuously, the analog-to-digital converter (A/D) connected with the photo-detector receives a series of digital signals, which are finally sent to recover the image by the computer.

$$\begin{aligned} t_{MN \times 1} &= \operatorname{argmin} \|t'_{MN \times 1}\|_1 \\ \text{s.t. } &\|Y_{K \times 1} - \Phi_{K \times MN} \Psi t'_{MN \times 1}\|_2 < \varepsilon, \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\Phi_{K \times MN}$ 为测量矩阵; $Noise$ 为环境和探测器电信号随机噪声项; $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_{MN}]$ 为特定稀疏基 (如 Noiselet, Dct 等); M, N 为待恢复图像行和列的像素数; K 为总的测量次数; $\|*\|_1$ 和 $\|*\|_2$ 分别表示 ℓ_1 范数和 ℓ_2 范数; ε 为噪声振幅的边界. 可见, 压缩感知特点是利用图像的自然稀疏特征, 稀疏基 Ψ 将图像变换到稀疏空间, 即少数值非零, 然后求解方程 (1) 得到最优解, 所需测量次数 $K \ll MN$, 理论值 $K = O(S \cdot \log(MN/S))$ 数量级, S 为图像稀疏度. 虽然压缩感知算法可以降低测量次数, 但其求解算法是一种迭代算法, 且测量矩阵 $\Phi_{K \times MN}$ 占用存储空间较大, 对硬件资源要求高, 算法的运行时间相对较长. 压缩感知算法的使用, 需要设置的初始参数较多, 一定程度上具有对图像先验知识的依赖.

2.3 单像素 Walsh-Hadamard 变换成像

单像素 Walsh-Hadamard 变换成像, 是一种像素复用的成像方式. Hadamard 矩阵起源较早 [16], 应用极其广泛. Hadamard 矩阵 (简称 H 矩阵) 具有如下特征: 首先, H 矩阵是只有 ± 1 元素构成的方阵, 产生速度快, 可用直积方式产生. 其次, 矩阵任意两行 (或列) 正交; 第三, H 矩阵的逆矩阵是其自身, 因此可构成正交归一的完备基:

$$H \cdot H^{-1} = H \cdot H = K \cdot I, \quad (2)$$

其中, K 为 Hadamard 矩阵元个数, I 为单位矩阵. Hadamard 变换不能直接利用快算法, 需按 Walsh-Hadamard 序实现快速变换 [17], 实现手段与快速傅里叶变换类似. 在单像素成像中, 也可以利用逆矩阵计算图像 T , 对于 Hadamard 矩阵而言, 二者等价.

$$T = H^{-1} \cdot Y = H \cdot Y. \quad (3)$$

理论上, 列相机与单像素相机的探测器灵敏度相同, 相比于传统成像, 单像素 Walsh-Hadamard 变换成像可以在信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 方面提升 $2\sqrt{K}$. 单像素 Walsh-Hadamard 变换成像需对目标进行全采样, 按 Walsh 序或 Hadamard 序均不能在压缩采样下快速成像, 本文方法将解决这一问题.

2.4 测量基矩阵排序理论

对单像素成像的传统研究方法中, 主要研究在压缩感知理论框架下, 如何根据图像稀疏性来构造出一组测量基, 使得图像重建效果和效率最优, 即高 SNR 和高压缩比. 文献 [12] 提出了一种 Hadamard 测量基排序方法, 并将该方法与两种压缩感知算法重建结果进行了对比. 与其研究方法和思路不同, 本文重点研究同一组测量基的不同观测顺序对成像结果的影响, 在只采用快速变换的算法条件下如何实现高 SNR 和快速成像是本文的研究目标, 目前还未见有文章进行过相同研究. Hadamard 矩阵排序基本思路是, 保留 Hadamard 矩阵的正交优势和 Walsh-Hadamard 可快速变换的优势, 但利用不同的表象变换, 将测量基作多尺度近似, 然后按分辨率的尺度, 即按测量基矩阵从低频到高频顺序排序. 二维测量基矩阵在变换域的空间频率, 相当于其在相应表象下的稀疏性, 因此按测量基稀疏度进行排序具有合理性. 定义第 i 个测量基矩阵的稀疏度 $S(i)$ 为

$$S(i) = \|\Psi H_{MN}^{(i)}\|_1, \quad (4)$$

其中, Ψ 为表象变换矩阵, $H_{MN}^{(i)}$ 为抽取 Hadamard 矩阵的第 i 行 (或列) 构成的测量基矩阵. 本文接下来主要讨论表象变换 Ψ 为不同变换方法时, 按稀疏度 $S(i)$ 值由小到大排序, 测量基排序后压缩采样次数 m 与单像素成像质量的关系. 在仿真实验时, 由于有原始图像作为对比, 评价标准选为峰值信噪比 (peak signal to noise ratio, PSNR) 和结构相似性 (structural similarity, SSIM), 从而判断最优的采样次序. 在理论研究时选取文献 [18] 采用的图像 SNR 作为评价依据.

2.5 测量基排序对成像信噪比影响

针对测量基不同排序, 为给出相应重建图像 SNR, 需借鉴传统鬼成像 (关联成像) 中赝热光成像理论. 若将 Hadamard 矩阵产生的测量基矩阵元理解为光场空间强度值, 则每个最小的调制单元, 即测量基矩阵元邻域数值相同的区域面积等效为光场的相干面积 A_{coh} , 整个调制矩阵大小 $M \times N$ 相当于光场的照射面积 A_{beam} . 在本文中 $M = N = 64$, 最小调制单元对应一个像素, 即最小相干面积 $A_{\text{coh}} = 1$, 在无压缩采样时, 测量次数 $m = 4096$. 根

据 Ferri 的理论, 文献 [18] 中鬼成像 SNR 公式为

$$SNR = \frac{m}{N_{\text{coh}}} \frac{\Delta T_{\text{min}}^2}{T^2}, \quad (5)$$

其中, $N_{\text{coh}} = A_{\text{beam}}/A_{\text{coh}}$, T 为待测物体. A_{coh} 的值在光学上通常采用 HBT 算法来确定, 即采用自相关算法求得各测量基矩阵元任意点自相关峰值半高宽. 由于 (5) 式中, 当待测物体确定后, ΔT_{min}^2 和 T^2 为固定值, 因此可将上述模型简化,

$$SNR \propto \frac{m}{N_{\text{coh}}}. \quad (6)$$

根据 (6) 式可得不同排序方法 SNR 曲线, 结果如图 2 所示. 研究发现 Walsh 序和 Haar 小波排序 SNR 曲线重合, 与理论常识不符. 经仔细分析发现: Ferri 提出的 SNR 理论默认散斑为圆形, 符合其实验装置, 但实际应用中散斑形状由激光光斑决定, 例如半导体激光产生长方形光斑, 对应散斑是矩形, 因此只利用圆形相干面积无法准确描述最终成像的 SNR 和分辨率, 然而这一点在以往文献中均按圆斑处理, 未进行充分研究. 而光场横向相干面积的不对称, 将对成像分辨率和 SNR 造成较大影响. 本实验中调制图案的平均相干面积可以是正方形或长方形, 将造成实际成像过程中图像的水平 and 竖直两个方向上分辨率的差异, 这在实际成像应用中对分辨率影响非常关键. 针对这一现象, 本文处理方法是二阶自相关峰值半高宽在水平和竖直方向分别计算, 然后以二者平方的平均值作为最终相干面积. 经上述处理后, 按 (6) 式, 该理论结果显示不同排序重建图像 SNR 的差异性, 注意

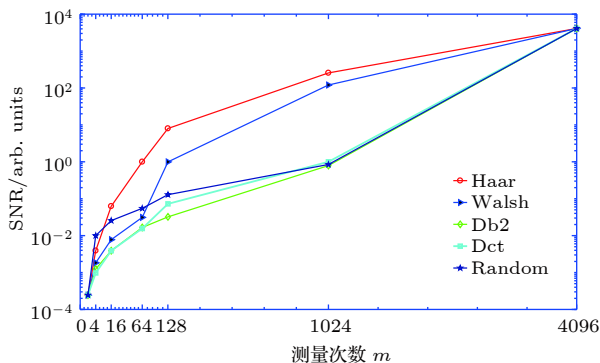


图 2 不同排序方法下图像 SNR 与测量次数 m 的关系, 其中排序方法包括 Haar 小波变换序、Db2 小波变换序、Dct 序、Walsh 排序和随机排序

Fig. 2. Image SNR versus m th measurements under different ordering methods: Haar wavelet order, Db2 wavelet order and Dct order, Walsh order and random order.

此时的理论曲线与测量图像内容无关, 直接对应测量基不同排序对重建图像 SNR 影响的规律. 至此, 即解释了不同排序方法导致压缩采样后重建图像 SNR 变化的原因: 测量基图像排序导致测量基二阶关联时相干面积发生变化, 只有随测量次数增加时, 相干面积从大到小变化, 才使得图像 SNR 快速上升. 而按 Haar 小波变换系统绝对值排序后的测量基, 完全按小波尺度函数从大的相干面积到小的相干面积排序, 理论上将得到在相同压缩比条件下的最佳效果. 实际上, 本文的后续仿真与实验研究均证实了这一点.

3 数值仿真

3.1 压缩采样成像结果

为验证排序效果, 利用数字图像作为测试图像进行了 5 种排序下压缩成像数值仿真. 测试图像采用灰度较为丰富的 Lena 图像, 图像大小为 64×64 像素, 如图 3(a) 所示. 实验分为三个步骤: 首先, 生成 4096×4096 大小的 Hadamard 矩阵; 其次, 将 Hadamard 矩阵的每一行重新按顺序排列成 4096 个 64×64 大小的矩阵; 第三步, 对 4096 个 64×64 大小的矩阵按 2.4 节所述的 5 种规则排序: Haar 小波变换、Db2 小波变换和 Dct 的 $S(i)$ 值由小到大排序, 以及按 Walsh 序排序和按 1 到 4096 随机 (random) 序排序. 图 3(b) 为 Db2 小波变换排序测量基 25% 采样下重建图像; 图 3(c) 为 Dct 排序测量基 25% 采样下重建图像; 图 3(d) 为 Walsh 排序测量基 25% 采样下重建图像; 图 3(e) 为随机排序测量基 25% 采样下重建图像; 图 3(f) 为 Haar 小波变换排序测量基 25% 采样下重建图像. 对图 3(b)–(f) 从视觉上定性判断, 可明显看出 Haar 小波变换排序重建图像质量显著优于其他方法. 上述算法运行在 Intel 酷睿 i3-3240 双核 3.40 GHz 中央处理器, 2 GB 内存的联想台式机上, 软件平台为 Matlab 2012a, 测试图像重建算法平均计算时间 $3.0 \text{ ms} \pm 0.5 \text{ ms}$, 该计算速度可达到 300 帧/秒的单像素成像速度.

3.2 压缩采样与重建图像质量关系

为定量分析测量基排序方法下压缩采样次数 m 与单像素成像质量的关系, 评价标准选用 PSNR 和 SSIM 共同进行像质评价, 两种不同

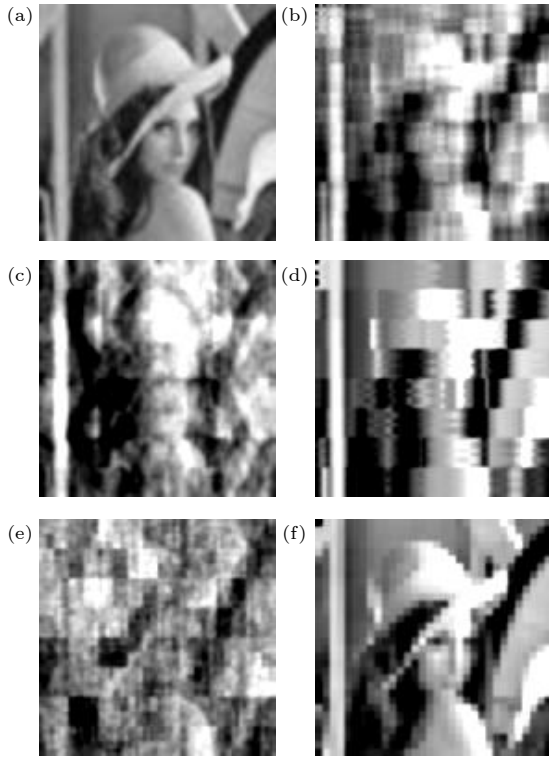


图 3 测试图像及不同排序方法在 25% 采样下的图像重建结果 (a) 原始测试图像 64×64 像素; (b)–(f) 排序方法为 Db2 小波序、Dct 序、Walsh 序、随机排序和 Haar 小波排序下重图像重建结果

Fig. 3. Original and recovered images under 25% full sampling: (a) The Lena, with 64×64 pixels; (b)–(f) images recovered corresponding to the ordering method of Db2 wavelet order, Dct order, Walsh order, random permutation order and Haar wavelet order, respectively.

SNR 评价方法的引入可一定程度上确保评价的有效性. 测试图像选用图 3(a), 对其进行 50% 降采样, 图像大小变为 32×32 像素, 对应全测量数为 1024 个数据点, 测量次数从 $m = 128$ 到 $m = 1024$, 间隔 128 个数据点. 实验中, Hadamard 测量基的排序规则如下: 1) 按 3 种表象变换 Ψ , 分别为 Haar 小波变换 (或 Db1)、Db2 小波变换和 Dct, 测量基按稀疏度 $S(i)$ 由小到大排序; 2) 按 2 种已知的 Hadamard 测量基排序, 即 Walsh 顺序排序和随机排序, 其中随机排序采用计算机产生的随机顺序作为排序依据. 上述 5 种排序方法下, 图像的 PSNR 与 SSIM 值与测量次数 m 的关系如图 4(a) 和图 4(b) 所示. 图 4 的数值仿真实验结果表明, 对于灰度图像, 不同排序方法得出的单像素压缩采样成像的重建图像质量不同, PSNR 变化趋势与 SSIM 变化趋势具有一致性; 当测量次数增加到全测量时, 不同方法的重建图像 PSNR 和 SSIM 均

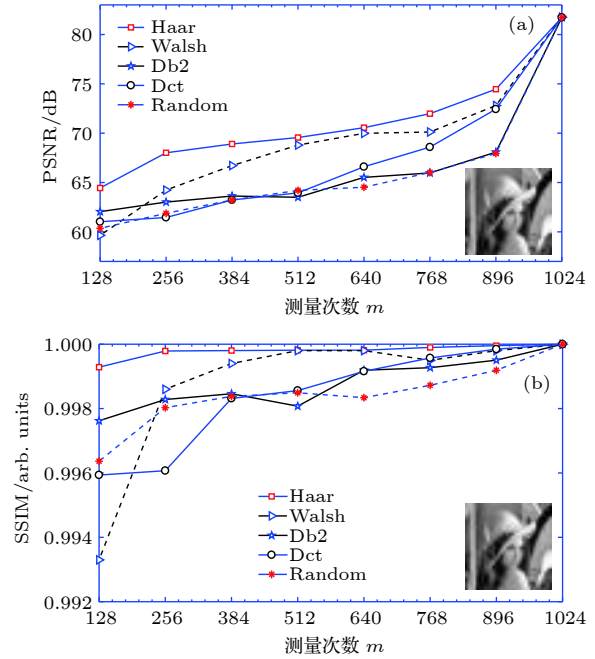


图 4 测试图 3(a) 在不同排序下仿真结果 (a) PSNR 值与测量次数 m 的关系; (b) SSIM 值与测量次数 m 的关系

Fig. 4. Simulation results of the Fig. 3(a): (a) The PSNR versus m th measurement; (b) the SSIM versus m th measurement.

趋于相同值, 与理论相符; 在压缩采样条件下, Haar 小波变换排序对应的重建图像 PSNR 值和 SSIM 值均优于其他方法, 这与上一节 25% 采样下图像重建的视觉判断结果一致. 综合本节的数值仿真实验结果可知, 对于灰度图像, 按 Haar 小波变换排序的 Hadamard 测量基, 在相同压缩采样下可获得较高的重建图像质量, 且压缩采样后数据可进行重排序和快速变换, 计算速度可满足 300 帧/秒的单像素成像速度.

4 实验验证

为验证上述的数值模拟仿真实验及分析结论, 开展了 800m 距离单像素凝视成像实验. 单像素原理样机调制器 DMD 为美国德州仪器公司生产的 DLP4100, 微镜总数及排列为 1920×1080 , 微镜可 $\pm 12^\circ$ 翻转, 每个微镜 $10.6 \mu\text{m}$. 实验时从 DMD 中间区域选取的调制区域为 1024×1024 , 16×16 个微镜作为一个像素调制单元, 因此共 64×64 个像素调制单元, 微镜的调制速度设定为 8 kHz. 首先, 计算机按 Hadamard 编码原则生成 4096×4096 大小的 Hadamard 矩阵; 其次, 将 Hadamard 矩阵的每一行重新按顺序排列成 4096 个 $64 \times$

64 大小的矩阵; 然后将 4096 个 64×64 大小的矩阵利用直积的方式变为 1024×1024 像素, 再填 0 扩充到 1920×1080 , 将扩充后的序列加载到数字微镜阵列 DMD 的板载内存. DMD 的调制速率设置为 8 kHz, 采集得到一副图像需要 0.512 s. 样机成像主镜为卡塞格林式天文望远镜, 口径为 280 mm, 焦距为 2800 mm. 探测器采用日本滨松 H10723-20 型 PMT, 有效波段 350—900 nm. 数据采集卡采用 16 位精度的 A/D 转换模块. 为获得高 SNR 成像结果, 实验进行了 100 次全测量, 对应曝光时间 51.2 s. 累加求平均后, 分别按 5 种规则排序: 按 Haar 小波变换、Db2 小波变换和 Dct 的 $S(i)$ 值由小到大排序, 以及按 Walsh 序排序和按 1 到 4096 随机排序, 分别截取数据的 25% 用于图像重建, 截取的数据如图 5 所示. 从截取的数据图 5 可见, 对于相同图像, 不同测量基在数据表征上有显著区别, 利用数据的特征分布规律有望进行不成像识别, 此处不展开讨论. 数据虽有区别但仍不能直接给出重建效果优劣. 因此仍需利用这 5 种排序的 1024 个数据重建图像, 其结果如图 6 所示. 图 6(a) 为成像区域, 利用商用测距仪测得目标距离约 800 m. 对该区域放大, 得到的相机拍摄图像如图 6(b) 所示, 该区域为选定的成像目标区域. 图 6(c) 为利用单像素成像实验装置在全采样

和测量次数 $m = 4096$ 条件下获得的成像结果. 图 6(d)—(h) 分别对应排序方法为 Db2 小波序、Dct 序、Walsh 序、随机排序和 Haar 小波排序下的图像重建结果. 通过对比发现, 只有图 6(h), 即 Haar 小波变换排序方法可在 25%、测量次数 $m = 1024$ 条件下依然能够成像, 且图像大部分信息得到还原. Haar 小波变换排序相当于提升 4 倍采样速度和图像重建速度, 使得单幅图像采集与重建时间为 0.125 s, 本实验中对 8 帧/秒@ 64×64 像素成像. 而实际上, 算法计算速度上可满足至少

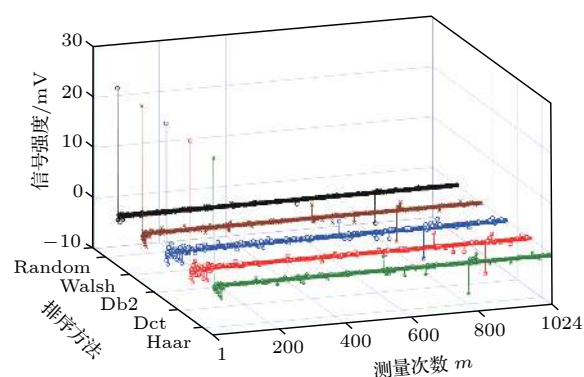


图 5 不同排序方法 25% 采样下的实验数据, 即 Haar 小波变换、Db2 小波变换、Dct、Walsh 排序和随机随机排序对应的实验数据

Fig. 5. Experimental data of different ordering methods: Haar wavelet, Db2 wavelet and Dct, Walsh order and random order.

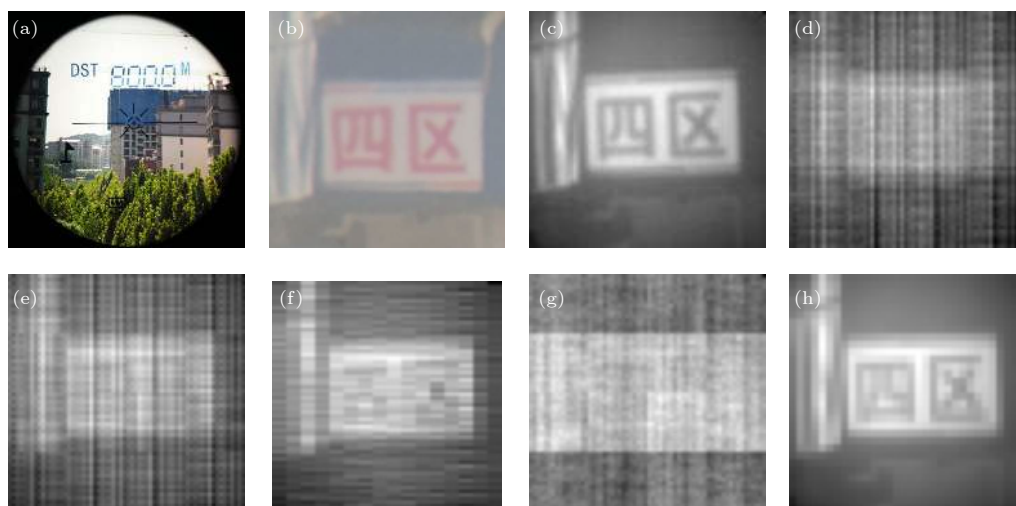


图 6 室外实验结果和不同排序方法在 25% 采样下的重建图像 (a) 目标区域, 对应距离 800 m; (b) 相机拍摄的目标图像; (c) 无压缩单像素成像, 64×64 像素, 100 幅图像累加结果; (d)—(h) 分别对应排序方法为 Db2 小波序、Dct 序、Walsh 序、随机排序和 Haar 小波排序下重图像重建结果

Fig. 6. Outdoor experiment and recovered images under 25% full sampling with different ordering methods: (a) The target region, with the distance 800 meters; (b) target image captured by camera; (c) image recovered by single-pixel camera, with 64×64 pixels, with 100 recovered images averaged; (d)–(h) images recovered corresponding to the ordering method of Db2 wavelet order, Dct order, Walsh order, random permutation order and Haar wavelet order, respectively.

300 帧/秒@ 64×64 像素的单像素成像, 此时, 高速单像素成像主要受调制器调制速度的限制.

5 结 论

本文为提升单像素成像速度, 提出了基于 Hadamard 矩阵优化排序的解决方案. 首先, 提出了 5 种排序方法, 分别利用理论分析、数值仿真和 800 m 距离单像素成像室外实验进行了研究. 在压缩采样条件下, 本文进行了 25% 全采样的不同测量基排序对单像素成像质量影响的研究. 结果表明, 按 Haar 小波变换系数绝对值排序时单像素成像效果最优, 该方法可利用 Walsh-Hadamard 快速变换重建图像, 计算速度达 300 帧/秒@ 64×64 像素, 采样速度提升 4 倍. 针对排序方法引起成像 SNR 变化的原因, 从关联成像角度给出了其物理解释: 测量基矩阵元邻域数值相等的区域面积等效于光场二阶相干面积, 当光场二阶相干面积随测量基由大到小排序时成像效果最优, 数值仿真和室外实验均验证了该理论的正确性. 测量基在 Haar 小波变换下排序, 实际上是空间频率由低频到高频的过程, 本文所提出的研究方法, 可用于研究单像素成像中最优测量基选取的一类科学问题, 例如, 利用 Haar 小波变换对测量基图像稀疏度进行控制, 有望寻找到除 Hadamard 矩阵以外的其他最优观测矩阵, 为高 SNR、快速单像素成像技术提供了有效的研究思路和方法. 此外, 本文提出的物理解释

对单像素成像测量基设计过程中参数的选取具有指导意义, 给出的 Harr 小波变换排序方法可用于提升单像素成像速度, 具有实际应用价值.

参考文献

- [1] Candès E J, Romberg J, Tao T 2006 *IEEE Trans. Inform. Theory* **52** 489
- [2] Romberg J 2008 *IEEE Signal Proc. Mag.* **25** 14
- [3] Duarte M, Davenport M, Takhar D, Laska J, Sun T, Kelly K, Baraniuk R 2008 *IEEE Signal Proc. Mag.* **25** 83
- [4] Gong W L, Han S S 2009 arXiv: 0911.4750
- [5] Czajkowski K M, Pastuszek A, Kotyński R 2017 arXiv: 1709.07739v2
- [6] Olivas S J, Rachlin Y, Gu L, Gardiner B, Dawson R, Laine J P, Ford J E 2013 *Appl. Opt.* **52** 4515
- [7] Li M F, Mo X F, Zhang A N 2016 *Navigtion and Control* **5** 1 (in Chinese) [李明飞, 莫小范, 张安宁 2016 导航与控制 **5** 1]
- [8] Li M F, Mo X F, Zhao L J, Huo J, Yang R, Li K, Zhang A N 2015 *Acta Phys. Sin.* **65** 064201 (in Chinese) [李明飞, 莫小范, 赵连洁, 霍娟, 杨然, 李凯, 张安宁 2015 物理学报 **65** 064201]
- [9] Zhang Z, Wang X, Zheng G, Zhong J 2017 *Sci. Rep.* **7** 12029
- [10] Chen M L., Li E R, Han S S 2014 *Appl. Opt.* **53** 2924
- [11] Sun S, Liu W T, Lin H Z, Zhang E F, Liu J Y, Li Q, Chen P X, 2016 *Sci. Rep.* **6** 37013
- [12] Sun M J, Meng L T, Edgar M P, Padgett M J, Radwell N 2017 *Sci. Rep.* **7** 3464
- [13] Li M F, Zhang Y R, Liu X F, Yao X R, Luo K H, Fan H, Wu L A 2013 *Appl. Phys. Lett.* **103** 211119
- [14] Li M F, Zhang Y R, Luo K H, Wu L A, Fan H 2013 *Phys. Rev. A* **87** 033813
- [15] Liu X L, Shi J H, Wu X Y, Zeng G H 2018 *Sci. Rep.* **8** 5012
- [16] Beer T 1981 *Am. J. Phys.* **49** 466
- [17] Li Q, Zhou M L, Shi B C, Wang N C 1998 *Chinese Science Bulletin* **43** 627
- [18] Ferri F, Magatti D, Lugiato L A, Gatti A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 253603

Fast single-pixel imaging based on optimized reordering Hadamard basis^{*}

Li Ming-Fei^{1)2)†} Yan Lu¹⁾²⁾ Yang Ran¹⁾²⁾ Liu Yuan-Xing¹⁾²⁾

1) (*Quantum Engineering Research Center, China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100094, China*)

2) (*Beijing Institute of Aerospace Control Devices, Beijing 100039, China*)

(Received 22 October 2018; revised manuscript received 2 January 2019)

Abstract

Single-pixel imaging is a computational imaging scheme that offers novel solutions for multi-spectral imaging, feature-based imaging, polarimetric imaging, three-dimensional imaging, holographic imaging, and optical encryption. The single-pixel imaging scheme can be used for imaging in wave band such as infrared and micro wave imaging, or will be useful in the case where the array detector technique is difficult to meet the requirement such as the sensitivity or the volume. The main limitation for its application comes from a trade-off between spatial resolution and acquisition time, in other words, from relatively high measurement and reconstruction time. Although compressive sensing technique can be used to improve the acquisition time by reducing the number of samplings, the computational time to reconstruct an image is not fast enough to satisfy the real-time video. In this paper, we propose to reduce the required signal acquisition time by using a novel sampling scheme based on optimized ordering of the Hadamard basis, and improve the image reconstruction efficiency by using fast Walsh-Hadamard transform. In our method, the Hadamard basis is rearranged in the ascendant order of the values of its “sparsity” coefficients which are obtained through “Daubechies wavelets 1 (Haar wavelets)”, “Daubechies wavelets 2” wavelet transform and discrete cosine transform, and then compute each total sum of the transformed coefficients’ absolute value, respectively. The measurement order of the Hadamard basis is then rearranged directly according to Walsh order and random permutation order. The peak signal-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity index (SSIM) of the retrieved images are computed and compared to test all the five reordering schemes above both in our numerical simulation and outdoor experiments. We find that the reordering method based on Haar wavelet transform is the best PSNR and SSIM and it can reconstruct image under a sampling ratio of 25% which corresponds to the recovering time in which 300 frame per second @64 × 64 pixels single-pixel imaging can be achieved. The optimized measurement order of Hadamard basis greatly simplifies post processing, resulting in significantly faster image reconstruction, which steps further toward high frame rate single-pixel imaging’s applications. Moreover, we propose a novel method to optimize measurement basis in single-pixel imaging, which may be useful in other basis optimizing, such as optimized random speckles, etc.

Keywords: single-pixel imaging, Walsh-Hadamard transform, wavelet transform

PACS: 42.30.Va, 42.50.Lc, 42.30.Ms

DOI: 10.7498/aps.68.20181886

^{*} Project supported by the Defense Industrial Technology Development Program, China (Grant No. JCKY2016601C005) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61805006).

[†] Corresponding author. E-mail: mf_li@sina.cn