

涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导的模式特性分析

程鑫 薛文瑞 卫壮志 董慧莹 李昌勇

Mode characteristic analysis of optical waveguides based on graphene-coated elliptical dielectric nanowire

Cheng Xin Xue Wen-Rui Wei Zhuang-Zhi Dong Hui-Ying Li Chang-Yong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 058101 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182090

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182090>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的模式特性分析

Mode properties analysis of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowire waveguides

物理学报. 2018, 67(3): 38102 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172016>

基于涂覆石墨烯的三根电介质纳米线的THz波导的模式特性分析

Modes characteristics analysis of THz waveguides based on three graphene-coated dielectric nanowires

物理学报. 2018, 67(10): 108101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180036>

基于石墨烯涂覆空心光纤电光调制特性的研究

Study on the electro-optic modulation properties of graphene-coated hollow optical fiber

物理学报. 2016, 65(4): 47801 <https://doi.org/10.7498/aps.65.047801>

梳状波导结构中石墨烯表面等离子体的传播性质

Propagation properties of the graphene surface plasmon in comb-like waveguide

物理学报. 2015, 64(23): 237301 <https://doi.org/10.7498/aps.64.237301>

基于飞秒激光抽运的石墨烯包裹微光纤波导结构的级联四波混频研究

Four-wave-mixing generated by femto-second laser pumping based on graphene coated microfiber structure

物理学报. 2015, 64(18): 184214 <https://doi.org/10.7498/aps.64.184214>

石墨烯纳米带的制备与电学特性调控

Fabrication and electrical engineering of graphene nanoribbons

物理学报. 2017, 66(21): 218103 <https://doi.org/10.7498/aps.66.218103>

涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导的模式特性分析*

程鑫¹⁾ 薛文瑞^{1)†} 卫壮志¹⁾ 董慧莹¹⁾ 李昌勇²⁾³⁾

1) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

2) (山西大学激光光谱研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2018年11月26日收到; 2018年12月27日收到修改稿)

设计了一种涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导. 采用分离变量法, 在椭圆柱坐标系中, 借助 Mathieu 函数, 得到了色散方程. 通过数值求解色散方程, 可以得到模式的有效折射率和场分布, 从而得到模式的传播长度. 研究了工作波长、结构参数以及石墨烯的费米能对模式特性的影响, 并给出了前五个模式的品质因数. 计算表明, 当波长从 4.3 μm 增加到 8.8 μm , 这 5 个模式的有效折射率的实部减小, 基模和一阶模的传播长度增大, 二阶模的传播长度先增大后减小. 当改变纳米线结构参数半长轴和半短轴时, 对基模和一阶模的模式特性影响较小, 对二阶模的模式特性影响较大. 当石墨烯的费米能从 0.45 eV 增加到 0.72 eV 时, 有效折射率的实部减小, 传播长度可以达到 2 μm 左右. 分离变量法得到的结果与有限元方法得到的结果完全一致. 本文工作可以为基于涂覆石墨烯的电介质纳米线的光波导的设计、制作和应用提供理论基础.

关键词: 石墨烯, 纳米线, 波导, 分离变量法**PACS:** 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az**DOI:** 10.7498/aps.68.20182090

1 引言

表面等离子激元 (SPPs) 是一种电磁表面波. 利用 SPPs 可以在亚波长范围内约束和控制光波的传输, 因此 SPPs 在纳米光子学中有着重重要的应用前景^[1].

石墨烯是一种由碳原子紧密堆积而成的蜂巢晶格的二维结构^[2-4], 在其表面可以激发 SPPs^[5]. 石墨烯有三大优点: 超强的模式约束、相对较大的传播长度、可调的化学势和载流子迁移率^[6]. 因此, 在中红外到太赫兹波段, 石墨烯是优选的材料. 许多学者对基于石墨烯的各种结构的波导进行了研

究, 例如基于石墨烯带的平板波导^[7,8]、基于石墨烯的楔形/槽形波导^[9,10] 和基于石墨烯的混合波导^[11-13] 等. 与传统的基于贵金属的表面等离子波导相比, 基于石墨烯的表面等离子波导有两个优点: 欧姆损耗低、对电磁场有较强的亚波长约束能力^[7].

近年来, 为了传输中红外到太赫兹波, 涂覆石墨烯的电介质纳米线波导受到了人们的关注. 这类波导是在单根或多根对称、非对称分布的圆柱形电介质纳米线上涂一层或多层石墨烯构成. 与平板石墨烯波导相比, 这类波导不存在边缘损耗. 研究表明, 在涂覆单层石墨烯的单根圆柱形纳米线波导中, 通过调节工作波长, 可以实现单模工作^[6]; 在涂覆单层石墨烯的方形纳米线波导中, 可以实现较小

* 国家自然科学基金 (批准号: 61378039, 61575115) 和国家自然科学基金国家基础科学人才培养基金 (批准号: J1103210) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wxue@sxu.edu.cn

的归一化模式面积^[14]; 在涂覆双层石墨烯的单根圆柱形纳米线波导中, 可实现深度亚波长约束^[15]; 在涂覆多层石墨烯的单根圆柱形纳米线波导中, 可进一步增强模式的束缚性^[16]; 在涂覆单层石墨烯的并行纳米线波导的狭缝区域, 有明显的场增强效应及超强的梯度力^[17,18]; 在涂覆单层石墨烯的非对称并行纳米线波导中, 可以灵活调节模式的传输性能^[19]. 在涂覆双层石墨烯的纳米并行线间狭缝区, 可以得到更高的场增强^[20]. 在涂覆单层石墨烯的三根并行纳米线波导中, 可以灵活调节模式的有效折射率及传播长度^[21]. 在低太赫兹频率下, 利用石墨烯单层和纳米结构石墨烯超表面可以使电介质和金属椭圆柱隐身^[22].

本文设计了一种涂覆单层石墨烯的单根椭圆形电介质纳米线光波导, 采用分离变量法, 对这种波导所支持的模式进行研究. 就工作波长、结构参数以及石墨烯的费米能对模式特性的影响进行了分析. 为了验证分离变量法结果的正确性, 与有限元法 (FEM) 的结果进行了对比. 这种波导有望在中红外到太赫兹波的保偏传输方面得到应用^[23-25]. 本文设计的涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导利用了表面等离子共振效应. 由于表面等离子激元 (SPPs) 的传输距离在波长量级, 适用于短距离传输, 在存储器^[26]、光操控^[27] 和光子器件的高密度集成^[28] 等领域有着潜在的应用前景.

2 理论模型与计算方法

涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导的横截面如图 1 所示. 它是在相对介电常数为 ϵ_d 的椭圆形电介质纳米线的表面涂覆单层石墨烯材料构成, 背景介质是空气, 介电常数为 ϵ_{air} . 假设 $\epsilon_d = 2.1025$, $\epsilon_{\text{air}} = 1.0$. 波导结构的半长轴为 a , 半短轴为 b , 椭圆的左、右两个焦点分别为 f_1 和 f_2 , 半焦距为 q . 石墨烯的表面电导率 σ_g 与工作角频率、环境温度和石墨烯的费米能有关, 由带内电导率 σ_{intra} 和带间电导率 σ_{inter} 两部分构成 ($\sigma_g = \sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}}$), 并可

以通过 Kubo 公式得到^[29]:

$$\sigma_{\text{intra}} = \frac{2je^2k_B T}{\hbar^2 \pi (\omega + j\Gamma)} \ln \left[2 \cosh \left(\frac{E_F}{2k_B T} \right) \right], \quad (1)$$

$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{e^2}{4\hbar} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{\hbar\omega - 2E_F}{2k_B T} \right) - \frac{j}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2E_F)^2}{(\hbar\omega - 2E_F)^2 + (2k_B T)^2} \right], \quad (2)$$

其中 e 为电子的电荷量, k_B 是玻尔兹曼常量, $T = 300 \text{ K}$ 是环境温度, \hbar 是约化后的普朗克常量, $\omega = 2\pi f$ 是工作角频率, $\Gamma = 2 \times 10^{12} \text{ rad/s}$ 是载流子散射率, E_F 为石墨烯的费米能.

以椭圆的中心为原点, 建立如图 1 所示的直角坐标系 $o-xy$ 和椭圆坐标系 $o-\xi\eta$. 两套坐标系之间的关系为 $x = q \cosh \xi \cos \eta$, $y = q \sinh \xi \sin \eta$, 其中 ξ 为径向坐标, η 为角向坐标, 取值范围分别为 $0 \leq \xi \leq \infty$, $0 \leq \eta \leq 2\pi$. 椭圆形电介质纳米线的表面对应的径向坐标为 ξ_0 . 在椭圆坐标系中, 借助 Mathieu 函数, 采用分离变量法求解波动方程. 假设波导支持的模式沿着 z 方向传播, 则场分量均可表示为 $F(\xi, \eta) \exp[j(\beta z - \omega t)]$, 其中 $F(\xi, \eta)$ 代表电场或者磁场在横截面上的分布, β 为传播常数. 把模式分为奇模 (H_z 奇对称, E_z 偶对称) 与偶模 (H_z 偶对称, E_z 奇对称) 两类^[30].

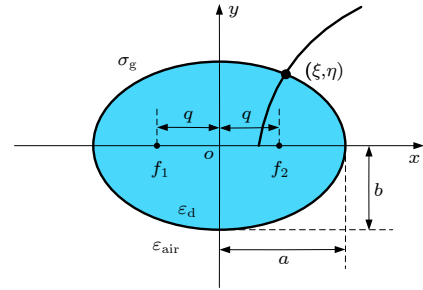


图 1 涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线光波导的横截面示意图

Fig. 1. Cross section of the optical waveguide based on graphene-coated elliptical dielectric nanowire.

以奇模为例, 假设在柱内 ($\xi < \xi_0$) 的纵向场分量表示为:

$$\begin{cases} H_z^{(1)} = \sum_{m=1}^{\infty} A_m R_{om}^{(1)}(\xi, -\gamma_1^2) S_{om}(\eta, -\gamma_1^2) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m R_{om}^{(1)} S_{om}, \\ E_z^{(1)} = \sum_{m=0}^{\infty} B_m R_{em}^{(1)}(\xi, -\gamma_1^2) S_{em}(\eta, -\gamma_1^2) = \sum_{m=0}^{\infty} B_m R_{em}^{(1)} S_{em}, \end{cases} \quad (3)$$

在柱外 ($\xi > \xi_0$) 的纵向场分量表示为:

$$\begin{cases} H_z^{(0)} = \sum_{m=1}^{\infty} L_m R_{om}^{(3)}(\xi, -\gamma_0^2) S_{om}(\eta, -\gamma_0^2) = \sum_{m=1}^{\infty} L_m R_{om}^{(3)} S_{om}, \\ E_z^{(0)} = \sum_{m=0}^{\infty} P_m R_{em}^{(3)}(\xi, -\gamma_0^2) S_{em}(\eta, -\gamma_0^2) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m R_{em}^{(3)} S_{em}, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $R_{om}^{(1)}$ 为修正的 m 阶第一类径向 Mathieu 奇函数, $R_{em}^{(1)}$ 为修正的 m 阶第一类径向 Mathieu 偶函数, $R_{om}^{(3)}$ 为修正的 m 阶第三类径向 Mathieu 奇函数, $R_{em}^{(3)}$ 为修正的 m 阶第三类径向 Mathieu 偶函数, S_{om} 为 m 阶角向 Mathieu 奇函数, S_{em} 为 m 阶角向 Mathieu 偶函数^[31]. 其中 $\gamma_1^2 = (\beta^2 - k_1^2) q^2/4$,

$\gamma_0^2 = (\beta^2 - k_0^2) q^2/4$, $k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0$, $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_{r0} \varepsilon_0 \mu_0$, ε_0 为真空介电常数, μ_0 为真空磁导率, A_m , B_m , L_m 和 P_m 为待定系数. 为了书写方便, 文中公式均采用 Mathieu 函数的简写形式.

由 Maxwell 方程组可得, 柱内 ($\xi < \xi_0$) 的横向场分量为:

$$\begin{cases} E_{\xi}^{(1)} = -\frac{1}{p_1^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\beta B_m R_{em}^{(1)} S_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\omega\mu A_m R_{om}^{(1)} S'_{om}] \right\}, \\ E_{\eta}^{(1)} = -\frac{1}{p_1^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [j\beta B_m R_{em}^{(1)} S'_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\omega\mu A_m R_{om}^{(1)} S_{om}] \right\}, \\ H_{\xi}^{(1)} = -\frac{1}{p_1^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\omega\varepsilon_1 \beta B_m R_{em}^{(1)} S'_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [-j\beta A_m R_{om}^{(1)} S_{om}] \right\}, \\ H_{\eta}^{(1)} = -\frac{1}{p_1^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\omega\varepsilon_1 \beta B_m R_{em}^{(1)} S_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\beta A_m R_{om}^{(1)} S'_{om}] \right\}, \end{cases} \quad (5)$$

柱外 ($\xi > \xi_0$) 的横向场分量为:

$$\begin{cases} E_{\xi}^{(0)} = -\frac{1}{p_0^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\beta P_m R_{em}^{(3)} S_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\omega\mu L_m R_{om}^{(3)} S'_{om}] \right\}, \\ E_{\eta}^{(0)} = -\frac{1}{p_0^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [j\beta P_m R_{em}^{(3)} S'_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\omega\mu L_m R_{om}^{(3)} S_{om}] \right\}, \\ H_{\xi}^{(0)} = -\frac{1}{p_0^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\omega\varepsilon_0 \beta P_m R_{em}^{(3)} S'_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [-j\beta L_m R_{om}^{(3)} S_{om}] \right\}, \\ H_{\eta}^{(0)} = -\frac{1}{p_0^2 d} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} [-j\omega\varepsilon_0 \beta P_m R_{em}^{(3)} S_{em}] + \sum_{m=1}^{\infty} [j\beta P_m R_{om}^{(3)} S'_{om}] \right\}, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $p_1^2 = \beta^2 - k_1^2$, $p_0^2 = \beta^2 - k_0^2$, $d = [\cosh^2 \xi - \cos^2 \eta]^{1/2}$.

把石墨烯看成具有表面电导率 σ_g 的无厚度的边界, 场的切向分量之间的边值关系为:

$$\begin{cases} E_z^{(1)}|_{\xi=\xi_0} = E_z^{(0)}|_{\xi=\xi_0}, \\ E_{\eta}^{(1)}|_{\xi=\xi_0} = E_{\eta}^{(0)}|_{\xi=\xi_0}, \\ H_z^{(1)}|_{\xi=\xi_0} - H_z^{(0)}|_{\xi=\xi_0} = \sigma_g E_{\eta}^{(1)}|_{\xi=\xi_0}, \\ H_{\eta}^{(1)}|_{\xi=\xi_0} - H_{\eta}^{(0)}|_{\xi=\xi_0} = -\sigma_g E_z^{(1)}|_{\xi=\xi_0}, \end{cases} \quad (7)$$

由 (7) 式可以得到一个奇次的线性代数方程组:

$$\begin{vmatrix} \left(a_m + \frac{j\omega\mu\sigma_g}{p_1^2 d} a'_m \right) \alpha_{mn} & \frac{j\beta\sigma_g}{p_1^2 d} b_m \gamma_{mn} & -l_m \alpha_{mn} & 0 \\ 0 & b_m \beta_{mn} & 0 & -p_m \beta_{mn} \\ -\frac{j\beta}{p_1^2 d} a_m \chi_{mn} & \left(\sigma_g b_m + \frac{j\omega\varepsilon_1}{p_1^2 d} b'_m \right) \beta_{mn} & \frac{j\beta}{p_0^2 d} l_m \chi_{mn} & -\frac{j\beta\varepsilon_0}{p_0^2 d} p'_m \beta_{mn} \\ \frac{\omega\mu}{\beta} a'_m \alpha_{mn} & b_m \gamma_{mn} & -\frac{p_1^2}{p_0^2} \frac{\omega\mu}{\beta} l'_m \alpha_{mn} & -\frac{p_1^2}{p_0^2} p_m \gamma_{mn} \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

其中 $a_m = R_{om}^{(1)}(\xi_0)$, $a'_m = R_{om}'^{(1)}(\xi_0)$, $b_m = R_{em}^{(1)}(\xi_0)$, $b'_m = R_{em}'^{(1)}(\xi_0)$, $l_m = R_{om}^{(3)}(\xi_0)$, $l'_m = R_{om}'^{(3)}(\xi_0)$, $p_m = R_{em}^{(3)}(\xi_0)$, $p'_m = R_{em}'^{(3)}(\xi_0)$, $\alpha_{mn} = S_{om}(\eta_m)$, $\beta_{mn} = S_{em}(\eta_m)$, $\chi_{mn} = S_{om}'(\eta_m)$, $\gamma_{mn} = S_{em}'(\eta_m)$. 通过求解 (8) 式, 可以得到模式的场分布和传播常数 β , 从而得到模式的有效折射率 n_{eff} 、传播长度 L_{prop} 和品质因数 FOM (figures of merit). 其中, 传播长度定义为 $L_{\text{prop}} = \lambda/[4\pi\text{Im}(n_{\text{eff}})]^{[13,16]}$, 品质因数定义为 $\text{FOM} = \text{Re}(n_{\text{eff}})/\text{Im}(n_{\text{eff}})^{[32-34]}$.

3 结果及分析

图 2(a)—图 2(e) 分别给出在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 该波导支持的五个最低阶模式 (依次命名为 Mode 1, Mode 2, Mode 3, Mode 4 和 Mode 5) 对应的 z 方向电场分量 E_z 分布, 图 2(f)—图 2(j) 为其对应的电场强度 $|E|$ 分布. 可以看出, 场集中分布在石墨烯涂层附近. 其中 Mode 1 为基模, Mode 2 和 Mode 3 为一阶模, Mode 4 和 Mode 5 为二阶模. Mode 1, Mode 3 和 Mode 5 为偶模, Mode 2 和 Mode 4 为奇模.

图 3(a)—图 3(c) 分别给出了在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ 和 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 的情况下, 有效折射率实部 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 、传播长度 L_{prop} 和品质因数 FOM 与波长 λ 之间的依赖关系. 图中实线为 FEM 的模拟结果, 点线为分离变量法得到的计算结果, 下文中均用该方法标注. 从图 3 中可以看出, 随着波长的增大, 前五个模式的有效折射率的实部都单调减小,

其中 Mode 1, Mode 2 和 Mode 3 的有效折射率的实部下降较慢, 而 Mode 4 和 Mode 5 的有效折射率的实部下降较快. 随着波长的增大, Mode 1, Mode 2 与 Mode 3 的传播长度单调增加, 而 Mode 4 和 Mode 5 的传播长度先增大后减小. 随着波长的增大, 品质因数 FOM 先增大再逐渐减小, 其中 Mode 1, Mode 2 和 Mode 3 的品质因数下降较慢, 而 Mode 4 和 Mode 5 的品质因数下降较快. 因为品质因数 FOM 越大, 波导的传输性能越好^[35], 在所选参数范围内, Mode 2 的品质因数最大, 所以 Mode 2 的传输性能最好.

上述现象可以通过场分布来解释. 以 Mode 5 为例, 图 4 给出了 $\lambda = 5.0, 7.5$ 和 $8.5 \mu\text{m}$ 三种情况下电场强度分布的对比图. 从图中可以看出, 当 $\lambda = 5.0 \mu\text{m}$ 时, 场被紧密地约束在石墨烯涂层附近, 场与石墨烯涂层之间的相互作用强, 此时波导对场的约束性非常强, 能量分布集中, 但模式的传输损耗较大, 传播长度较小. 当 $\lambda = 7.5 \mu\text{m}$ 时, 场分布扩散至电介质纳米线和空气中, 场与石墨烯涂层之间的相互作用变弱, 波导对场的束缚性变弱, 传输损耗减小, 因而传播长度增大. 当 $\lambda = 8.5 \mu\text{m}$ 时, 虽然场分布扩散到电介质纳米线和空气中的越来越多, 波导对场的束缚性变弱, 但是石墨烯涂层附近的场的强度增强, 场与石墨烯之间的相互作用变强, 传输损耗增大, 因而传播长度减小.

图 5(a)—图 5(c) 分别给出了在 $b = 90 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 有效折射率实部 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 、传播长度 L_{prop} 和品质因数 FOM 与半短轴 a 的关系. 从图中可以看出, 当半短轴 b 的长

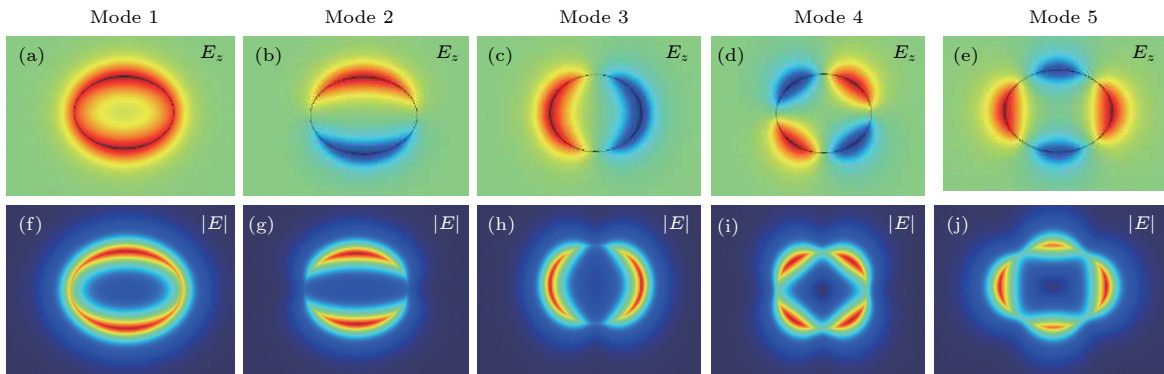


图 2 在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 前五个模式对应的 z 方向电场分量 E_z (a)—(e) 与电场强度 $|E|$ 分布图 (f)—(j)

Fig. 2. The z direction electric field component E_z (a)—(e) and electric field intensity $|E|$ (f)—(j) corresponding to the first 5 modes with $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $\lambda = 7 \mu\text{m}$.

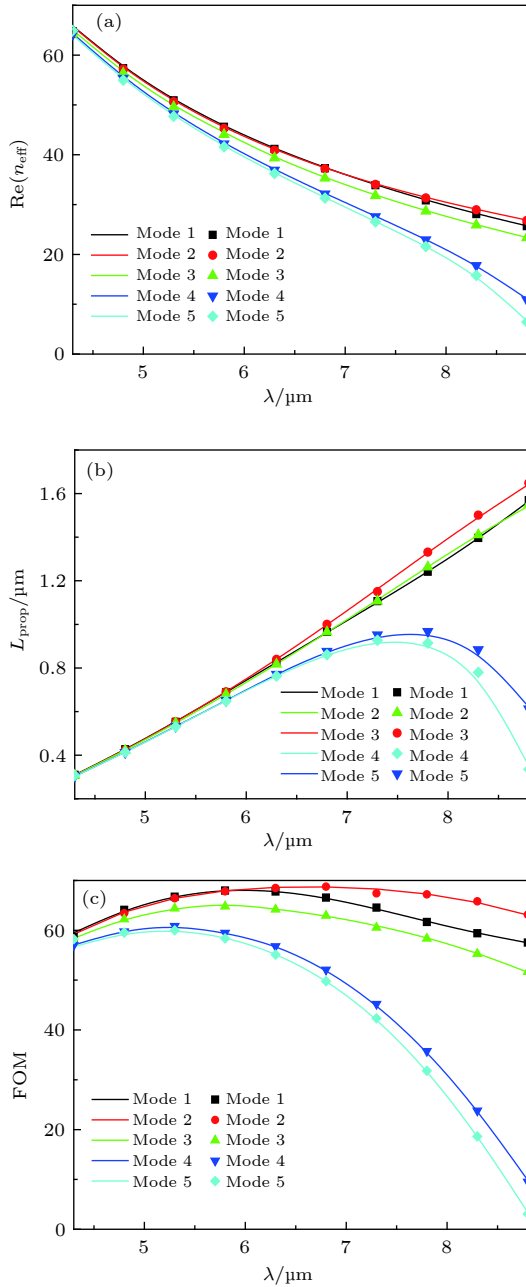


图3 在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ 和 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 的情况下, 有效折射率实部 (a), 传播长度 (b) 和品质因数 (c) 与波长的关系

Fig. 3. Dependence of the real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) and FOM (c) on the wavelength with $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ and $E_F = 0.5 \text{ eV}$.

度一定时, 随着 a 的增大, 前 5 个模式的有效折射率的实部逐渐增大, 其中 Mode 3 的有效折射率的实部变化极小, Mode 1 和 Mode 2 的有效折射率的实部增长速度比 Mode 4 和 Mode 5 的慢. 随着 a 的增大, Mode 1 的传播长度基本不变, Mode 3 的传播长度缓慢减小, Mode 2, Mode 4 和 Mode 5 的传播长度缓慢增大. 随半长轴 a 的增大, Mode 1

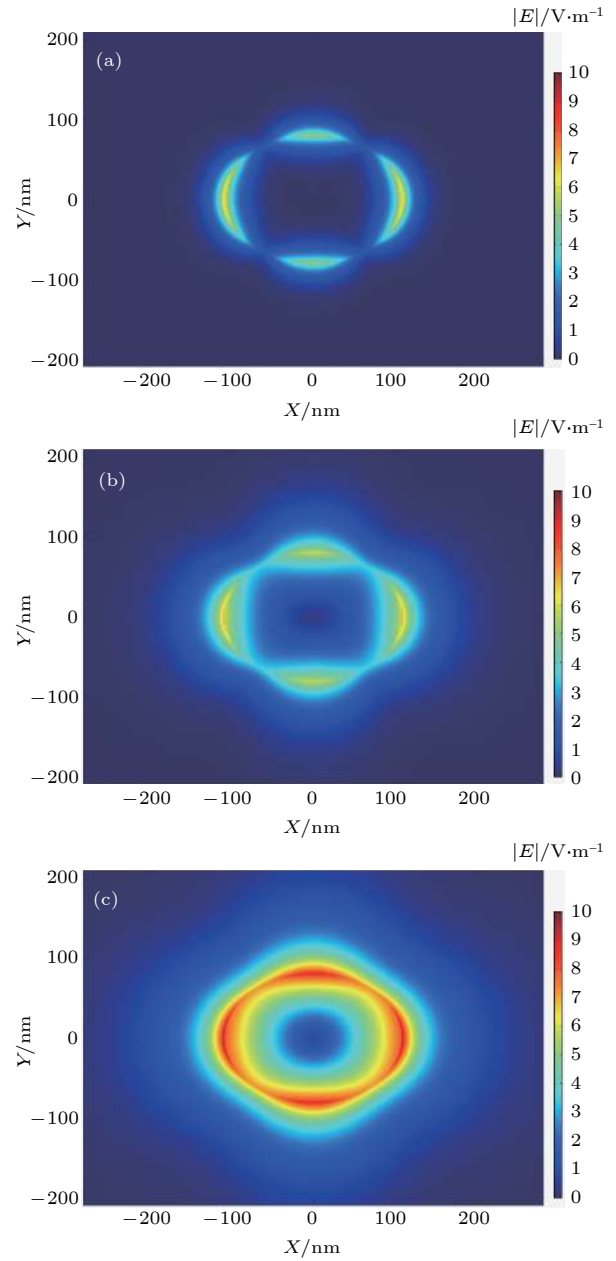


图4 在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ 和 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 的情况下, 不同波长时 Mode 5 的电场强度 $|E|$ 分布图 (a) $\lambda = 5.0 \mu\text{m}$; (b) $\lambda = 7.5 \mu\text{m}$; (c) $\lambda = 8.5 \mu\text{m}$

Fig. 4. The distribution of the electric field intensity $|E|$ of the Mode 5 with different wavelength when $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ and $E_F = 0.5 \text{ eV}$: (a) $\lambda = 5.0 \mu\text{m}$; (b) $\lambda = 7.5 \mu\text{m}$; (c) $\lambda = 8.5 \mu\text{m}$.

和 Mode 2 的品质因数增加较慢, Mode 3 的品质因数缓慢减小, Mode 4 和 Mode 5 的品质因数增加较快. 在所选参数范围内, Mode 2 的品质因数最大, 传输性能最好.

上述现象可以通过场分布来解释. 以 Mode 5 为例, 图6 给出了当 $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$, $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 时, $a = 100, 120$ 和 140 nm 情况下的电场强度 $|E|$

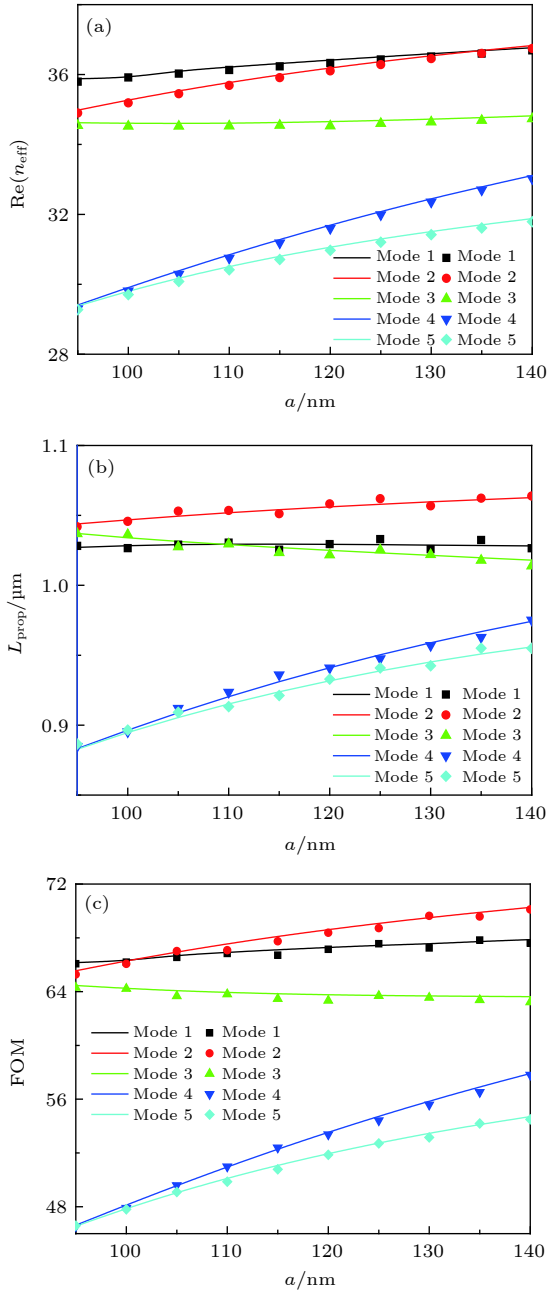


图 5 $b = 90 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 有效折射率实部 (a), 传播长度 (b) 和品质因数 (c) 与半长轴 a 的关系

Fig. 5. The real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) and FOM (c) as a function of semi-major axis when $b = 90 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $\lambda = 7 \mu\text{m}$.

分布对比图. 从图中可以看出, 当 $a = 100 \text{ nm}$ 时, 石墨烯椭圆环的周长较小, 场被约束在石墨烯椭圆环附近, 场与石墨烯之间的相互作用强, 模式的传输损耗大, 传播长度小. 当 $a = 120 \text{ nm}$ 时, 石墨烯椭圆环的周长变大, 场分布的范围扩大, 在半长轴增大的过程中, 左右花瓣对应的场的强度基本保持不变, 而上下花瓣对应的场的强度减小, 场与石墨

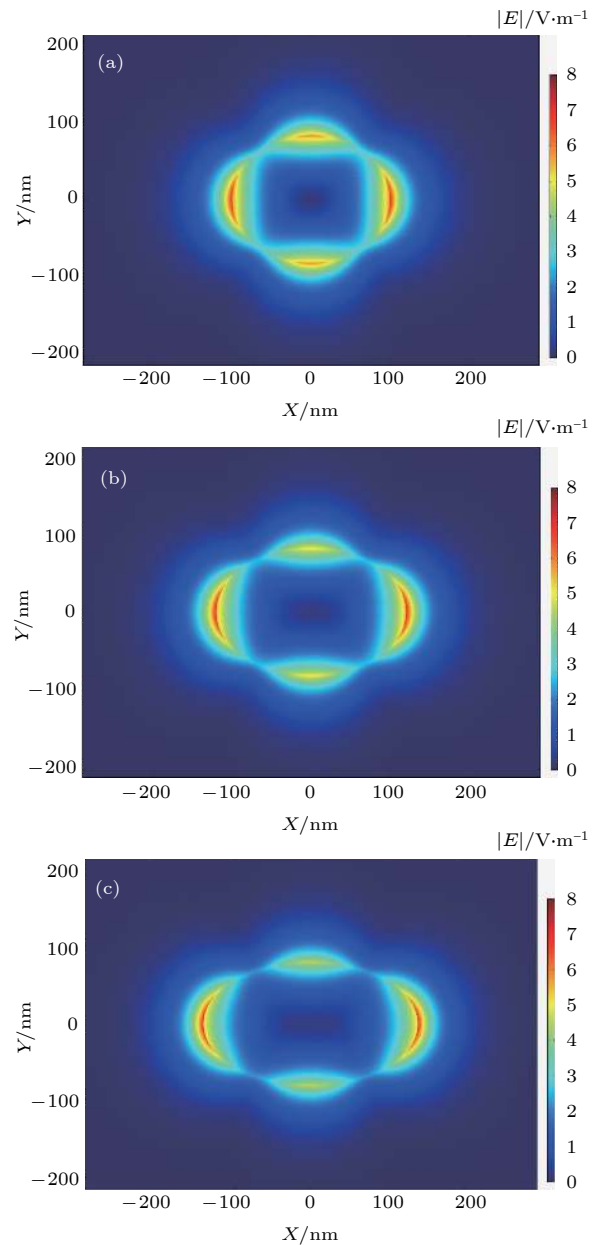


图 6 在 $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 半长轴长度取不同值时 Mode 5 的电场强度 $|E|$ 分布图 (a) $a = 100 \text{ nm}$; (b) $a = 120 \text{ nm}$; (c) $a = 140 \text{ nm}$

Fig. 6. The distribution of the electric field intensity $|E|$ of the Mode 5 with different length of semi-major axis when $b = 80 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $\lambda = 7 \mu\text{m}$: (a) $a = 100 \text{ nm}$; (b) $a = 120 \text{ nm}$; (c) $a = 140 \text{ nm}$.

烯之间的相互作用变弱, 传输损耗减小, 因而传播长度增大. 当 $a = 140 \text{ nm}$ 时, 石墨烯椭圆环的周长进一步变大, 场分布进一步扩散, 在半长轴增大的过程中, 左右花瓣对应的场的强度基本保持不变, 而上下花瓣对应的场的强度进一步减小, 场与石墨烯之间的相互作用进一步变弱, 传输损耗进一步减小, 因而传播长度进一步增大.

图 7(a)—图 7(c) 分别给出了在 $a = 110 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 有效折射率实部 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 、传播长度 L_{prop} 和品质因数 FOM 与半短轴 b 之间的关系. 从图 7 中可以看出, 当半长轴 a 的长度一定时, 随着半短轴 b 的增大, Mode 1, Mode 3, Mode 4 和 Mode 5 的有效折射率的实部逐渐增大, 其中 Mode 5 的增加速度最快, Mode 2 的有效折射率的实部缓慢减小. 随着半短轴 b 的增

大, 除 Mode 2 外其余 4 个模式的传播长度都在增大, 其中 Mode 5 的增长速度最快. 随着半短轴 b 的增大, 除 Mode 2 外其余 4 个模式的品质因数 FOM 都单调增大, 其中 Mode 1 和 Mode 3 的品质因数增加较慢, Mode 5 的品质因数增加较快. 在所选参数范围内, 当 $b < 95 \text{ nm}$ 时, Mode 2 的品质因数最大, 传输性能最好, 当 $b > 95 \text{ nm}$ 时, Mode 1 的品质因数最大, 传输性能最好.

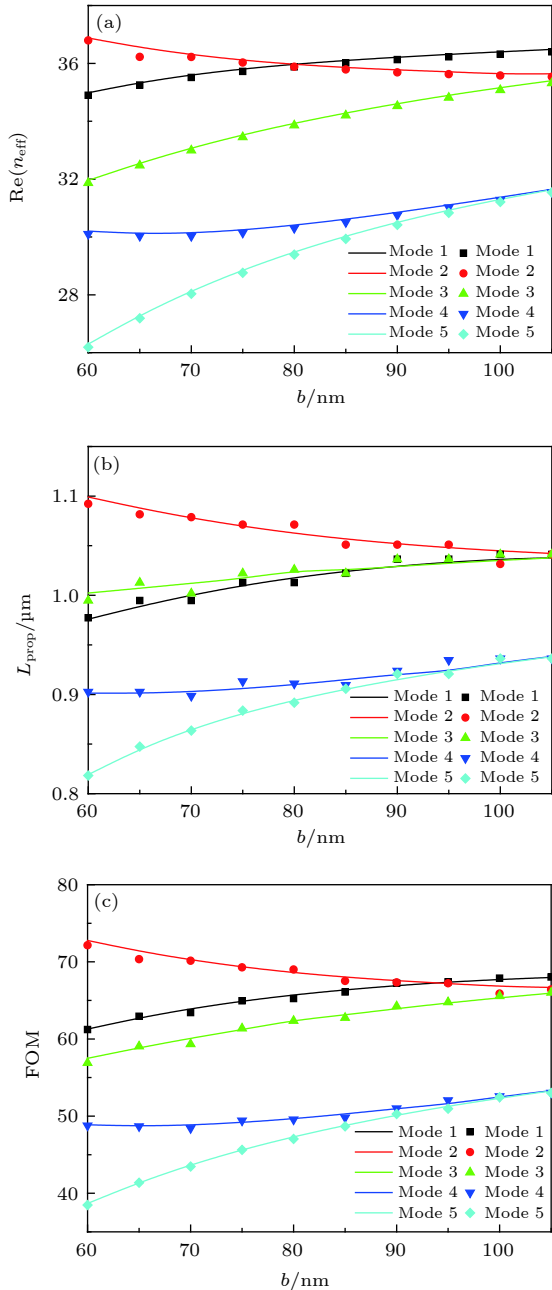


图 7 当 $a = 110 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 时, 有效折射率实部 (a), 传播长度 (b) 和品质因数 (c) 与半短轴 b 的关系
Fig. 7. The real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) and FOM (c) as a function of semi-minor axis when $a = 110 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $7 \mu\text{m}$.

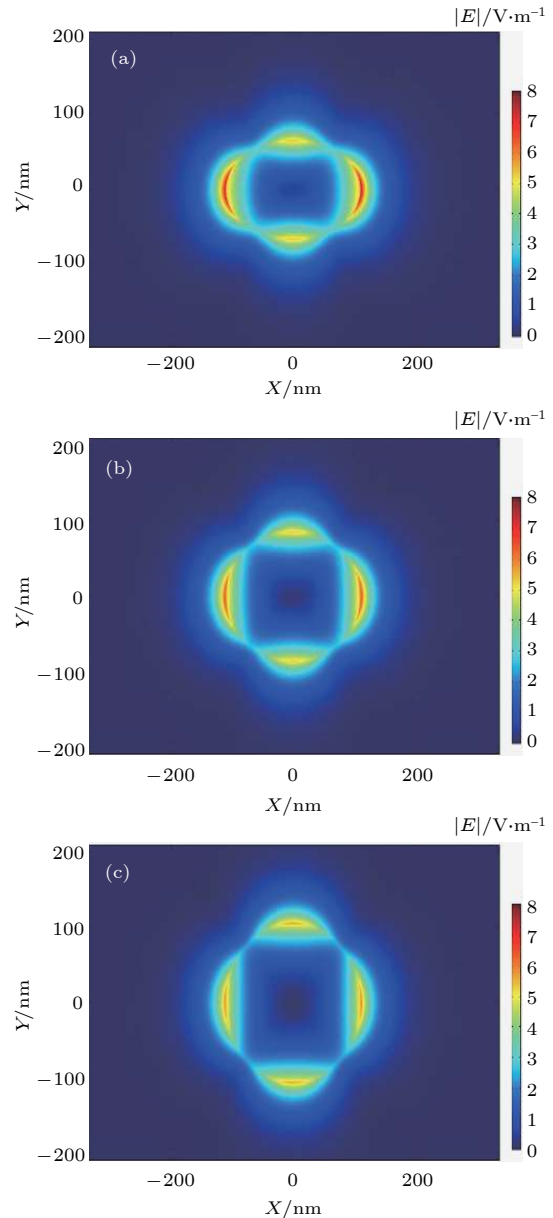


图 8 在 $a = 110 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 半短轴长度取不同值时 Mode 5 的电场强度 $|E|$ 分布图 (a) $b = 65 \text{ nm}$; (b) $b = 85 \text{ nm}$; (c) $b = 105 \text{ nm}$.
Fig. 8. The distribution of the electric field intensity $|E|$ of the Mode 5 with different length of semi-minor axis when $a = 110 \text{ nm}$, $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $\lambda = 7 \mu\text{m}$: (a) $b = 65 \text{ nm}$; (b) $b = 85 \text{ nm}$; (c) $b = 105 \text{ nm}$.

上述现象可以通过场分布来解释. 以 Mode 5 为例, 图 8 给出了 $b = 65, 85$ 和 105 nm 情况下的电场强度 $|E|$ 分布对比图. 从图中可以看出, 当 $b = 65$ nm 时, 石墨烯椭圆环的周长较小, 场被约束在石墨烯椭圆环附近, 场与石墨烯之间的相互作用较强, 模式的传输损耗大, 因此传播长度小. 当 $b = 85$ nm 时, 石墨烯椭圆环的周长变大, 场分布逐渐

扩散, 左右花瓣对应的场的强度有所减弱, 而上下花瓣对应的场的强度基本保持不变, 场与石墨烯之间的相互作用变弱, 传输损耗减小, 因而传播长度增大. 当半短轴增大至 105 nm 时, 石墨烯椭圆环的周长进一步增大, 场分布的扩散范围也进一步变大, 左右花瓣对应的场的强度进一步减弱, 而上下花瓣对应的场的强度基本保持不变, 场与石墨烯之

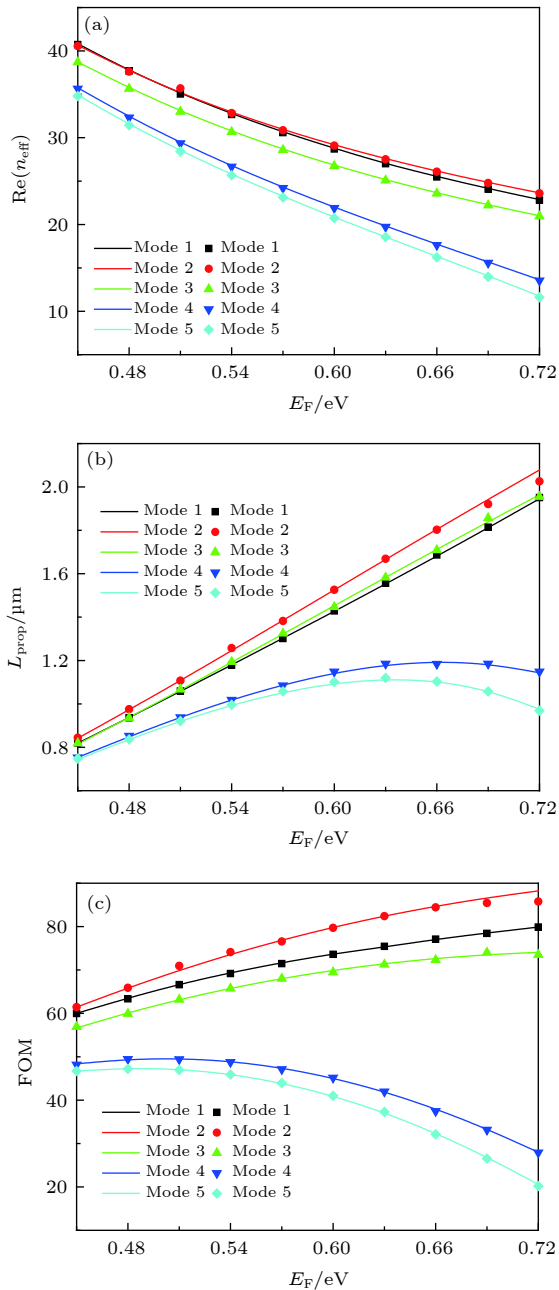


图 9 当 $a = 110$ nm, $b = 80$ nm 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 时, 有效折射率实部 (a), 传播长度 (b) 和品质因数 (c) 与费米能的关系

Fig. 9. The real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) and FOM (c) as a function of Fermi energy when $a = 110$ nm, $b = 80$ nm and $\lambda = 7 \mu\text{m}$.

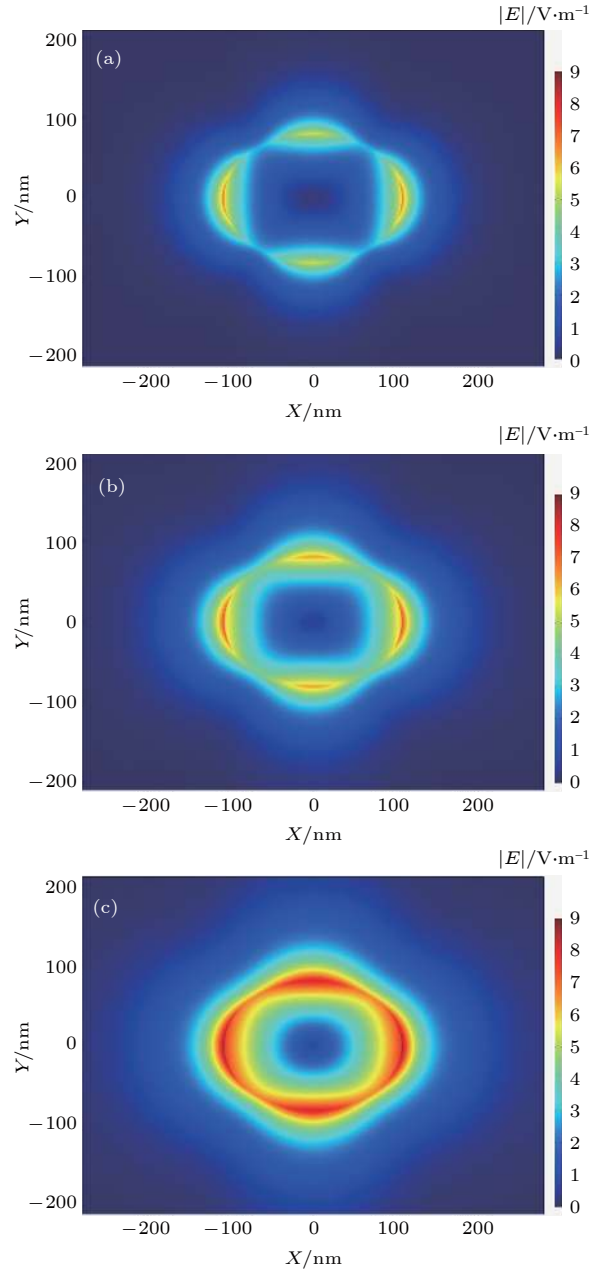


图 10 在 $a = 110$ nm, $b = 80$ nm 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的情况下, 费米能取不同值时 Mode 5 的电场强度 $|E|$ 分布图 (a) $E_F = 0.5$ eV; (b) $E_F = 0.63$ eV; (c) $E_F = 0.72$ eV

Fig. 10. The distribution of the electric field intensity $|E|$ of the Mode 5 with different values of Fermi energy when $a = 110$ nm, $b = 80$ nm, $\lambda = 7 \mu\text{m}$: (a) $E_F = 0.5$ eV; (b) $E_F = 0.63$ eV; (c) $E_F = 0.72$ eV.

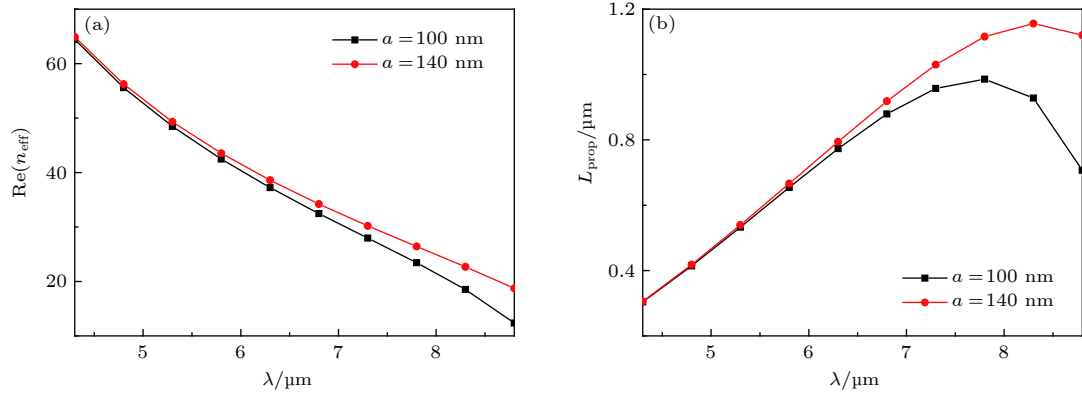


图 11 在 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $b = 100 \text{ nm}$ 的条件下, 当 $a = 100$ 和 140 nm 时, Mode 5 的有效折射率实部 (a) 和传播长度 (b) 随波长变化的曲线图

Fig. 11. When $a = 100$ and 140 nm , the real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) as a function of wavelength at $E_F = 0.5 \text{ eV}$ and $b = 100 \text{ nm}$.

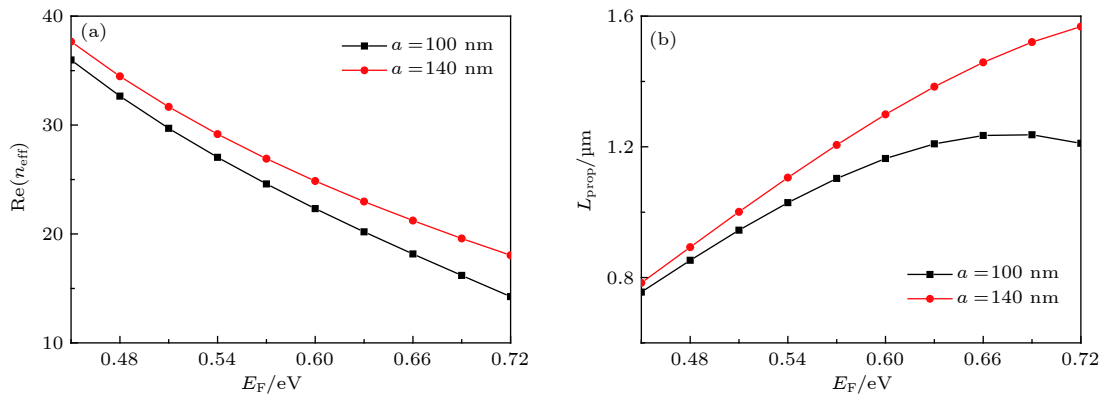


图 12 在 $b = 100 \text{ nm}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 的条件下, 当 $a = 100$ 和 140 nm 时, Mode 5 的有效折射率实部 (a) 和传播长度 (b) 随石墨烯费米能变化的曲线图

Fig. 12. When $a = 100$ and 140 nm , the real part of the effective refractive index (a), propagation length (b) as a function of graphene Fermi energy at $b = 100 \text{ nm}$ and $\lambda = 7 \mu\text{m}$.

间的相互作用进一步减弱, 传输损耗进一步减小, 因而传播长度也进一步增大.

图 9(a)—图 9(c) 分别给出了在 $a = 110 \text{ nm}$, $b = 80 \text{ nm}$ 和 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 情况下, 有效折射率实部 $\text{Re}(n_{\text{eff}})$ 、传播长度 L_{prop} 和品质因数 FOM 与费米能 E_F 之间的依赖关系. 从图 9 中可以看出, 随着费米能的增大, 前 5 个模式的有效折射率的实部都单调减小, 其中 Mode 1, Mode 2 和 Mode 3 的有效折射率的实部下降较慢, 而 Mode 4 和 Mode 5 的有效折射率的实部下降较快. 随着费米能的增大, Mode 1, Mode 2 与 Mode 3 的传播长度单调增加, Mode 4 和 Mode 5 的传播长度先增大随后减小. 随着费米能的增大, Mode 1, Mode 2 和 Mode 3 的品质因数缓慢增大, Mode 4 和 Mode 5 的品质因数逐渐减小.

上述现象可以通过场分布来解释. 石墨烯的表

面电导率可以通过改变费米能级的大小来改变, 因此波导模式的传输性能还可以通过石墨烯的费米能级来调节. 以 Mode 5 为例, 图 10 给出了 $E_F = 0.5$, 0.63 和 0.72 eV 情况下的电场强度 $|E|$ 分布对比图. 从图中可以看出, 当 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 时, 场被紧密地约束在石墨烯涂层附近, 场与石墨烯涂层之间的相互作用强, 此时波导对场的约束性非常强, 能量分布集中, 模式的传输损耗较大, 传播长度较小. 当 $E_F = 0.63 \text{ eV}$ 时, 场的分布有所扩散, 场与石墨烯涂层之间的相互作用变弱, 波导对场的束缚性变弱, 传输损耗减小, 因而传播长度增大. 当 $E_F = 0.72 \text{ eV}$ 时, 场的强度增强, 场与石墨烯涂层之间的相互作用变强, 传输损耗增大, 因而传播长度减小.

以 Mode 5 为例, 在 $E_F = 0.5 \text{ eV}$ 和 $b = 100 \text{ nm}$ 的条件下, 图 11 给出了当椭圆形纳米线半长轴

$a = 100$ 和 140 nm 时,有效折射率的实部与传播长度随波长变化的曲线图.图中黑色线代表半长轴 $a = 100$ nm 的情形,红色线代表半长轴 $a = 140$ nm 的情形.由图 11 可知,当椭圆形纳米线的半长轴由 $a = 100$ nm (圆形纳米线) 变化为 $a = 140$ nm 时,有效折射率的实部与传播长度都增大.

以 Mode 5 为例,在 $\lambda = 7 \mu\text{m}$ 和 $b = 100$ nm 的条件下,图 12 给出了当椭圆形纳米线半长轴为 $a = 100$ nm (圆形纳米线) 和 $a = 140$ nm 时有效折射率的实部与传播长度随石墨烯费米能变化的曲线图,图中黑线代表半长轴为 100 nm 的情形,红线代表半长轴为 140 nm 的情形.从图 12 可知,当椭圆形纳米线的半长轴由 $a = 100$ nm (圆形纳米线) 变化为 $a = 140$ nm 时,有效折射率的实部与传播长度都增大.以上两个例子说明,椭圆形纳米线相对于圆形纳米线具有一定的优势.

4 结 论

本文设计了一种涂覆石墨烯的椭圆形电介质纳米线波导.在椭圆柱坐标系中,借助 Mathieu 函数,通过分离变量法,推导出色散方程,并通过数值方法求解了这个色散方程.研究了波导最低阶的 5 个模式的传输特性,以及工作波长、半长轴、半短轴、费米能的变化对这 5 个模式的传输特性的影响,并对各参数变化时,各个模式的品质因数进行了对比,选出了最优的模式.结果表明:工作波长从 $4.3 \mu\text{m}$ 增大至 $8.8 \mu\text{m}$ 时,5 个模式的有效折射率的实部都减小,基模与一阶模的传播长度增大,二阶模的传播长度先增大后减小;当半短轴一定,半长轴从 95 nm 增大至 140 nm 时,有效折射率的实部逐渐增大,其中 Mode 3 变化极小,除 Mode 3 的传播长度缓慢减小外其他模式的传播长度都增大;当半长轴一定,半短轴从 60 nm 增大至 105 nm 时,除 Mode 2 的有效折射率的实部与传播长度减小外,其他模式的有效折射率的实部与传播长度都增大;费米能从 0.45 eV 到 0.72 eV 变化时,前 5 个模式的有效折射率的实部都减小,基模与一阶模的传播长度增大,二阶模的传播长度先增大后减小.分离变量法的计算结果与有限元法仿真的结果一致.本文所研究的涂覆石墨烯的椭圆形电介质波导在中红外到太赫兹波的保偏传输方面具有应用前景.

参考文献

- [1] Gao Y X, Ren G B, Zhu B F, Liu H Q, Lian Y D, Jian S S 2014 *Opt. Express* **22** 24322
- [2] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Zhang Y, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2004 *Science* **306** 666
- [3] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Katsnelson M I, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2005 *Nature* **438** 197
- [4] Ju L, Geng B S, Horng J, Girit C, Martin M, Hao Z, Bechtel H A, Liang X G, Zettl A, Shen Y R, Wang F 2011 *Nature Nanotechnol.* **6** 630
- [5] Wang J C, Song C, Hang J, Hu Z D, Zhang F 2017 *Opt. Express* **25** 23880
- [6] Gao Y X, Ren G B, Zhu B F, Liu H Q, Wang J, Jian S S 2014 *Opt. Lett.* **39** 5909
- [7] Jablan M, Buljan M, Soljačić M 2009 *Phys. Rev. B* **80** 245435
- [8] Christensen J, Manjavacas A, Thongrattanasiri S, Koppens F H, de García Abajo F J 2012 *ACS Nano* **6** 431
- [9] Liu P H, Zhang X Z, Ma Z H, Cai W, Wang L, Xu J J 2013 *Opt. Express* **21** 32431
- [10] Xing R, Jian S S 2016 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **28** 2649
- [11] Zhou X T, Zhang T, Chen L, Hong W, Li X 2014 *J. Lightwave Technol.* **32** 3597
- [12] Liu Y, Zhong R B, Ding H, Liu S G 2017 *Eur. Phys. J. D* **71** 83
- [13] He X Q, Ning T G, Lu S H, Zheng J J, Li J, Li R J, Pei L 2018 *Opt. Express* **26** 10109
- [14] Xing R, Jian S S 2017 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **29** 1643
- [15] Liu J P, Zhai X, Xie F, Wang L L, Xia S X, Liu H J, Luo X, Shang X J 2017 *J. Lightwave Technol.* **35** 1971
- [16] Xing R, Jian S S 2017 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **29** 967
- [17] Zhu B F, Ren G B, Yang Y, Gao Y X 2015 *Plasmonics* **10** 839
- [18] Peng Y L, Xue W R, Wei Z Z, Li C Y 2018 *Acta Opt. Sin.* **38** 0223002 (in Chinese) [彭艳玲, 薛文瑞, 卫壮志, 李昌勇 2018 光学学报 **38** 0223002]
- [19] Peng Y L, Xue W R, Wei Z Z, Li C Y 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 038102 (in Chinese) [彭艳玲, 薛文瑞, 卫壮志, 李昌勇 2018 物理学报 **67** 038102]
- [20] Xing R, Jian S S 2016 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **28** 2779
- [21] Wei Z Z, Xue W R, Cheng X, Li C Y 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 108101 (in Chinese) [卫壮志, 薛文瑞, 程鑫, 李昌勇 2018 物理学报 **67** 108101]
- [22] Hossein M B, Alexander B Y 2015 *J. Phys. Condens. Matter* **27** 185304
- [23] Chen W D, Liu F 2009 *Acta Elec. Sin.* **37** 1624 (in Chinese) [陈卫东, 刘丰 2009 电子学报 **37** 1624]
- [24] Zhao J J, Tang M, Oh K H, Feng Z H, Zhao K, Liao R L, Fu S N, Shum P P, Liu D M 2017 *Photon. Res.* **8** 261
- [25] Nejad R M, Tavakoli F, Wang L X, Guan X, Larochelle S, Rusch L A 2018 *J. Lightwave Technol.* **36** 3794
- [26] Lee M S, Park B G, Cho I H, Lee J H 2012 *IEEE Electron Device Lett.* **33** 1613
- [27] de Abajo F J G 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 209
- [28] Zhai L, Xue W R, Yang R C, Han L P 2015 *Acta Opt. Sin.* **35** 1123002 (in Chinese) [翟利, 薛文瑞, 杨荣草, 韩丽萍 2015 光学学报 **35** 1123002]
- [29] Nikitin A Y, Guinea F, García-Vidal F J, Martín-Moreno L 2011 *Phys. Rev. B* **84** 195446
- [30] Yeh C 1962 *J. Appl. Phys.* **33** 3235
- [31] D Erricolo, G Carluccio 2013 *ACM Trans. Math. Soft.* **40** 8
- [32] He S L, Zhang X Z, He Y R 2013 *Opt. Express* **21** 30664
- [33] Ye L F, Sui K H, Liu Y H, Zhang M, Liu Q H 2018 *Opt. Express* **26** 15935
- [34] Ye S, Wang Z X, Sun C R, Dong C B, Wei B Z, Wu B L, Jian S S 2018 *Opt. Express* **26** 23854
- [35] Chen M, Sheng P C, Sun W, Cai J J 2016 *Opt. Commun.* **376** 41

Mode characteristic analysis of optical waveguides based on graphene-coated elliptical dielectric nanowire^{*}

Cheng Xin¹⁾ Xue Wen-Rui^{1)†} Wei Zhuang-Zhi¹⁾Dong Hui-Ying¹⁾ Li Chang-Yong²⁾³⁾1) (*College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)3) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 26 November 2018; revised manuscript received 27 December 2018)

Abstract

In this paper, an elliptical dielectric graphene-coated nanowire optical waveguide is designed. In the elliptical cylinder coordinate system, the dispersion equation is obtained by using the separation variable method with the Mathieu functions. The effective refractive indexes and the field distributions are obtained from the dispersion equation by using the numerical method, then the propagation lengths are obtained. The influence of the operating wavelength, structure parameters and the Fermi energy of graphene on the mode characteristics are investigated. What is more, the figure of merit of the first five modes are calculated too. The influence of the operating wavelength and the graphene Fermi energy on the mode characteristics of circular nanowires and that of elliptical nanowires are compared. The results show that as the operating wavelength increases from 4.3 μm to 8.8 μm , the real part of the effective refractive index decreases monotonically, the propagation lengths of the fundamental mode and the 1st order modes increase, and the 2nd order modes first increase and then decrease. When changing the elliptical nanowire structure parameters—the length of semi-major axis and semi-minor axis, there are slight influence on the mode characteristics of the fundamental mode and the 1st order modes, but greater influence on those of the 2nd order modes. As the Fermi energy of graphene increases from 0.45 eV to 0.72 eV, in the first five modes, the real part of the effective refractive index decreases, the propagation lengths of the fundamental mode and the 1st order modes increase, the propagation lengths of the 2nd order modes decrease. In addition, the propagation length approaches to 2 μm approximately. When the semi-minor axis $b = 100$ nm and $E_F = 0.5$ eV, the curves of the circular nanowire ($a = 100$ nm) and the elliptical nanowire ($a = 140$ nm), the real part of the effective refractive index and propagation length with the operating wavelength and the Fermi energy of graphene are compared. Then, the advantages of elliptical nanowire over the circular nanowire are verified. The results of the separation variable method are in good agreement with the results of the finite element method. This work can provide a theoretical basis for the design, fabrication and application of optical waveguides based on graphene-coated elliptical dielectric nanowires.

Keywords: graphene, nanowires, waveguides, separation variable method

PACS: 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az

DOI: 10.7498/aps.68.20182090

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61378039, 61575115) and the National Science Fund for Talent Training in Basic Science of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. J1103210).

† Corresponding author. E-mail: wxue@sxu.edu.cn