

含混合气泡液体中声波共振传播的抑制效应

陈时 张迪 王成会 张引红

Restraining effect of resonant propagation of acoustic waves in liquids with mixed bubbles

Chen Shi Zhang Di Wang Cheng-Hui Zhang Yin-Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 074301 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182299

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182299>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

两种气泡混合的声空化

Cavitation of two kinds of bubble mixtures

物理学报. 2015, 64(20): 204301 <https://doi.org/10.7498/aps.64.204301>

气泡线性振动对含气泡水饱和多孔介质声传播的影响

Effect of linear bubble vibration on wave propagation in unsaturated porous medium containing air bubbles

物理学报. 2016, 65(23): 234301 <https://doi.org/10.7498/aps.65.234301>

丛聚的含气泡水对线性声传播的影响

Linear-wave propagation in liquids containing bubbly clusters

物理学报. 2018, 67(17): 174301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180728>

低频超声空化场中柱状泡群内气泡的声响应

Acoustic response of bubbles inside a cylindrical cavitation bubble cluster generated by low-frequency ultrasound

物理学报. 2016, 65(14): 144301 <https://doi.org/10.7498/aps.65.144301>

声驻波场中空化泡的动力学特性

Dynamical behaviors of cavitation bubble under acoustic standing wave field

物理学报. 2015, 64(12): 124702 <https://doi.org/10.7498/aps.64.124702>

含混合气泡液体中声波共振传播的抑制效应*

陈时† 张迪 王成会 张引红

(陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710119)

(2018年12月29日收到; 2019年1月28日收到修改稿)

当声波在含气泡的液体中传播时会出现共振传播现象, 即在气泡的共振频率附近声衰减和声速会显著地增大, 这是声空化领域的一个重要现象. 以往的研究一般假设液体中只存在单一类型的气泡, 因此忽略了声波共振传播的某些重要信息. 本文研究了含混合气泡液体中声波的共振传播, 混合气泡是指液体中包含多种静态半径不同的气泡. 结果显示: 在这种系统中存在声波共振传播的抑制效应, 即与含单一类型气泡的系统相比, 在含混合气泡的系统中声波的共振衰减和共振声速会明显变小. 对于两种气泡混合、多种气泡混合以及气泡满足某种连续分布的系统, 研究了抑制效应的本质和主要特征, 此外还探究了黏性和空化率等对抑制效应的影响. 本文的研究结果是对该领域现有知识的必要补充.

关键词: 混合气泡, 声空化, 衰减系数, 线性声波**PACS:** 43.35.+d, 47.35.Rs, 47.55.dp**DOI:** 10.7498/aps.68.20182299

1 引言

声波在含气泡液体中的传播是声空化领域的重要问题, 是很多声波应用的理论基础, 如声学、超声处理和超声成像等. 对这类问题的研究有助于深刻理解空化器件内声场的分布情况, 为超声处理方法的大型化和工业化^[1-4]提供解决的思路.

在含气泡液体中声波的一个重要特点是会出现共振传播现象, 即在气泡的共振频率附近声衰减和声速会显著地增大^[5,6]. 这是一个普遍的现象, 是很多应用(或者潜在运用)的基础, 但是目前对它的认识并不全面. 关于含气泡液体中声波的传播问题, 很多文献忽略了共振传播现象, 如文献^[7-10]; 文献^[6, 11-18]虽然考虑了共振传播现象, 但是假设液体中所有气泡的静态半径(没有波动时气泡的半径)是相同的, 即液体中只包含单一类型的气泡, 因此遗漏了共振传播方面很多重要的信息; 文

献^[5]虽然涉及含混合气泡液体中声波的共振传播, 但是只是简单的介绍, 并没有给出系统深入的分析, 因此很多重要的知识并没有被揭示.

近年来张鹏利等^[19]、苗博雅和安宇^[20]、王德鑫和那仁满都拉^[21]对双气泡(不同静态半径)系统的振动问题进行了调查, 揭示了一些有价值的信息, 但是这些文献并未考虑声波的传播问题(气泡振动和声波传播是两类不同的问题). 显然在包含混合气泡(液体中存在多种不同静态半径的气泡)的液体中, 不同静态半径气泡间的相互作用会对声传播产生重要的影响, 并完善声波共振传播的知识.

本文运用有效介质理论系统地研究了含混合气泡液体中声波的共振传播性质. 研究结果显示在这些系统中存在声波共振传播的抑制效应, 即和含单一类型气泡的系统相比, 在含混合气泡的系统中声波的共振衰减和共振声速会明显地变小. 本文系统地研究了这种抑制效应的本质和主要特点, 此外还考虑了空化率和黏性等对抑制效应的影响, 研究

* 国家自然科学基金(批准号: 11474191)和中央高校基本科研业务费专项基金(批准号: GK201703012)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chenshi@snmu.edu.cn

结果是对含气泡液体中声波共振传播知识的必要补充。

2 含混合气泡液体中声波的有效介质理论

在含混合气泡的液体中, 声波的波动方程可以表示为^[6]

$$\begin{aligned} & \frac{(1-\beta_0)}{c_0^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} - \nabla^2 P_1 - \frac{3\mu}{\rho_0 c_0^2} \nabla^2 \frac{\partial P_1}{\partial t} \\ & = \rho_0 \frac{\partial^2 \beta_1}{\partial t^2} - \frac{3\mu}{(1-\beta_0)} \nabla^2 \frac{\partial \beta_1}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 P 是某个时空点的压强, ρ 是纯液体的密度, β 是单位体积的系统包含的气泡的体积 (即气体的体积分数); 这些量可以展开为如下的形式:

$$\begin{cases} P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots \\ \rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \dots \\ \beta = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots \end{cases}, \quad (2)$$

其中 F_i 是物理量 F 的第 i 阶小量; F_0 是静态时 (即不存在声波时) 系统的各物理量; P_0 , ρ_0 和 c_0 分别是静态时系统的压强、纯液体的密度和纯液体中的声速; μ 是液体的黏滞系数 (体积黏滞系数, 或称为黏度); β_0 是不存在声波时系统的体积分数, 称为空化率。

假设液体中包含 M 种不同静态半径的气泡, 第 j 种气泡的半径为 R_j , 数密度是 n_j (单位体积内包含第 j 种气泡的数量), 数量百分比是 $\theta_j = n_j/n$ (n 是气泡总的数密度, $n = \sum_{j=1}^M n_j$). 气体的体积分数可以表示为

$$\beta = \frac{4}{3}\pi n \sum_{j=1}^M R_j^3 \theta_j. \quad (3)$$

R_j 可以展开为如下的形式:

$$R_j = R_{j0} + R_{j1} + R_{j2} + \dots, \quad (4)$$

其中 R_{j0} 是静态时第 j 种气泡的半径, R_{j1} 是第 j 种气泡半径的 1 阶小量, R_{j2} 是第 j 种气泡半径的 2 阶小量. 把方程 (4) 代入方程 (3), 可得

$$\beta_0 = \frac{4}{3}\pi \sum_{j=1}^M R_{j0}^3 n_j, \beta_1 = 4\pi \sum_{j=1}^M R_{j0}^2 R_{j1} n_j. \quad (5)$$

第 j 种气泡的振动方程可以用 Keller 和 Kolodner 方程来描写^[5,6,22]:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}_j}{c_0}\right) R_j \ddot{R}_j + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}_j}{3c_0}\right) \dot{R}_j^2 \\ & = \frac{1}{\rho_0} \left(1 + \frac{\dot{R}_j}{c_0} + \frac{R_j}{c_0} \frac{d}{dt}\right) (P_{Bj} - P), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $j = 1, 2, \dots, M$; \dot{R}_j 和 \ddot{R}_j 分别是第 j 种气泡的半径对时间的一阶和二阶导数; P 是气泡所在位置处声波的压强, 它由方程 (1) 确定. P_{Bj} 由下面的方程确定

$$P_{Bj} = P_{Gj} - \frac{2\sigma}{R_j} - \frac{4\mu\dot{R}_j}{R_j}, \quad (7)$$

其中 P_{Gj} 是第 j 种气泡内气体的压强, 它随时间变化; σ 是液体的表面张力系数。

本文只讨论声波的线性传播, 所有的一阶小量都包含一个和时间有关的因子, 即 $\exp(i\omega t)$, 其中 i 是单位虚数, ω 是声波的角频率. 这里, 所有的零阶量都是和时间无关的常数. 如果考虑气泡和液体之间的热交换^[6,22], 在小振幅声波驱动近似下, P_{Gj} 可以表示为

$$P_{Gj} = P_{Gj0} \left(1 - \varphi_j \frac{R_{j1}}{R_{j0}}\right), \quad (8)$$

其中 $P_{Gj0} = \frac{2\sigma}{R_{j0}} + P_0$, R_{j0} 和 P_{Gj0} 分别是静态时第 j 种气泡的半径和泡内气体的压强. φ_j 是一个和角频率 ω 有关的复数,

$$\varphi_j = \frac{3\gamma}{1 - 3(\gamma - 1)i\chi_j [g_j \coth(g_j) - 1]}, \quad (9)$$

其中 $\chi_j = D/(\omega R_{j0}^2)$, D 是气体的热扩散系数, $g_j = (i/\chi_j)^{1/2}$, γ 是气体的等压和等容热容量之比, $\coth()$ 是双曲余切函数。

若要把气泡的振动方程 (6) 线性化, 则需将方程 (2) 中的 P 和方程 (4) 的 R 的展开式代入方程 (6), 且只保留到一阶小量. 因为 $\frac{\omega R_{j0}}{c_0} \ll 1$, 所以可以忽略 $\left(\frac{\omega R_{j0}}{c_0}\right)^2$ 有关的项. 最后可以得到^[6]

$$R_{j1} = f_j P_1, \quad (10)$$

其中

$$f_j = -(\omega_{j0}^2 - \omega^2 + 2ib_j\omega)^{-1} \frac{1}{\rho_0 R_{j0}},$$

$$\omega_{j0}^2 = \frac{P_{Gj0}}{\rho_0 R_{j0}^2} \left[\text{Re}(\varphi_j) - \frac{2\sigma}{R_{j0} P_{Gj0}} \right],$$

$$b_j = \frac{2\mu}{\rho_0 R_{j0}^2} + \frac{P_{Gj0}}{2\omega \rho_0 R_{j0}^2} \text{Im}(\varphi_j) + \frac{\omega^2 R_{j0}}{2c_0},$$

$\text{Re}(\varphi_j)$ 和 $\text{Im}(\varphi_j)$ 分别表示对 φ_j 取实部和虚部. 方程 (10) 是方程 (6) 的线性化形式, 它表示气泡半径对声压的响应.

由方程 (5) 和 (10) 可得

$$\beta_1 = EP_1, \quad (11)$$

其中 $E = 4\pi \sum_{j=1}^M R_{j0}^2 R_{j1} n_j f_j$.

把方程 (11) 代入方程 (1), 可得波动方程的最终形式

$$\nabla^2 P_1 + b \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + c \nabla^2 \frac{\partial P_1}{\partial t} = 0, \quad (12)$$

其中 $b = \rho_0 E - \frac{(1 - \beta_0)}{c_0^2}$, $c = \frac{3\mu}{\rho_0 c_0^2} - \frac{3\mu E}{1 - \beta_0}$.

假设平面声波向 x 方向传播, 那么声压可以表示为

$$P_1 = \bar{P}_1 \exp(i\omega t) \exp(-ikx), \quad (13)$$

方程 (13) 是用复数形式来表示压强 P_1 , 真实的压强应该是 P_1 的实部. 把方程 (13) 代入方程 (12) 可得 k 的表达式

$$k^2 = -\frac{b\omega^2}{(1 + ic\omega)}, \quad (14)$$

从方程 (14) 可见 k 是一个复数. 可以把它表示为 $k = k_r + ik_i$, 其中 $k_r > 0$, $k_i < 0$. 那么声压可以表示为 $P_1 = \bar{P}_1 \exp(i\omega t - ik_r x) \exp(k_i x)$. 这个平面波的声速是 $v = \omega/k_r$, 衰减系数是 $\alpha = -k_i$.

3 数值计算例子与讨论

本节用数值计算例子来显示含混合气泡液体中线性声波的传播特性. 在所有的计算中, 如果文中或者图中没有特别标明, 那么用到的参数是: $\gamma = 1.4$, $D = 2.4 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $c_0 = 1.5 \times 10^3 \text{ m/s}$, $P_0 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\sigma = 10^{-2} \text{ N/m}$, $\mu = 2 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $\beta_0 = 0.0001$. 对于含两种混合气泡的液体系统, 第一种气泡的静态半径是 $R_1 = 20 \mu\text{m}$, 第二种气泡的静态半径是 $R_2 = 60 \mu\text{m}$. 如果文中或者图中对某个参数有特别标明, 那么该参数就替换为标明的数据.

图 1 显示了含两种混合气泡 ($M = 2$) 的液体中声波的衰减谱. 虚线对应 $\theta_1 = 1$ 的情况, 此时液体中只存在第一种气泡 (静态半径为 R_1); 点划线对应 $\theta_1 = 0$ (或者 $\theta_2 = 1$) 的情况, 此时液体中只存在第二种气泡 (静态半径为 R_2). 小气泡 (静态半径小的气泡, 即 R_1) 对应高频的共振衰减峰 (在其他

的文献 [6] 中已经阐明共振衰减峰是由气泡的共振引起的, 以后简称衰减峰), 大气泡 (静态半径大的气泡, 即 R_2) 对应低频的衰减峰. 点线和实线表示液体中包含两种混合气泡的情况, 此时衰减谱存在两个峰.

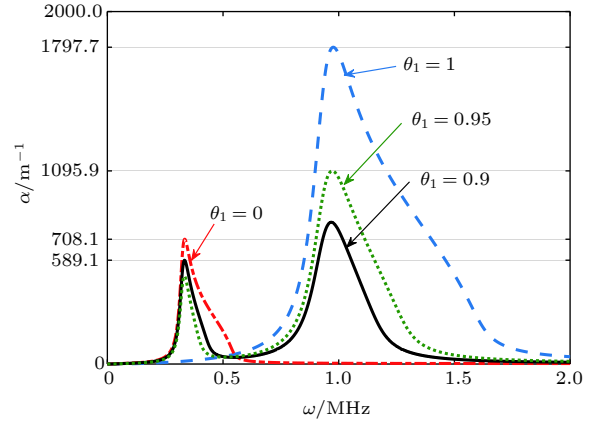


图 1 含两种混合气泡的液体中声波的衰减谱

Fig. 1. Attenuation spectrums of acoustic waves in liquids with two kinds of bubbles.

与只存在一种气泡的情况相比 (在空化率相同的条件下), 存在两种混合气泡时衰减峰的峰值会明显变小. 当 $\theta_1 = 1$ 时 (只存在小气泡), α 的峰值是 $\alpha_{\max 1} = 1797.7 \text{ m}^{-1}$ (对应图 1 的第二个衰减峰); 此时衰减峰的带宽是 $\Delta\omega_1$, 它是 α 大于或等于峰值的一半所对应的角频率间隔. 当 $\theta_1 = 0$ 时 (只存在大气泡), α 的峰值是 $\alpha_{\max 2} = 708.1 \text{ m}^{-1}$, 衰减峰的带宽是 $\Delta\omega_2$; 当 $\theta_1 = 0.95$ 时 (液体中存在混合的小气泡和大气泡), 衰减谱的第二个峰的峰值是 1095.9 m^{-1} , 它小于 $\alpha_{\max 1}$, 此时第一个峰的峰值也小于 $\alpha_{\max 2}$; 当 $\theta_1 = 0.9$ 时, 衰减谱的第一个峰的峰值是 589.1 m^{-1} , 它小于 $\alpha_{\max 2}$, 此时第二个峰的峰值也小于 $\alpha_{\max 1}$. 这是一个普遍的现象, 称为混合气泡对声波共振衰减的抑制效应. 众所周知, 气泡的共振会导致声衰减的极大增加, 气泡振动越强声衰减也会越大 [6]. 在含混合气泡的液体中, 声波共振衰减抑制的根源是气泡振动被抑制了.

图 2 显示了在含两种混合气泡的液体中, 声波衰减谱的相对峰值和相对带宽与 θ_1 (或者 θ_2) 的关系. 图 2(a) 对应着衰减谱中的第二个峰 (它由小气泡的共振引起), 其相对峰值是衰减峰峰值除以 $\alpha_{\max 1}$, 相对带宽是带宽除以 $\Delta\omega_1$. 图 2(b) 对应着第一个峰 (它由大气泡的共振引起), 其相对峰值是衰减峰峰值除以 $\alpha_{\max 2}$, 相对带宽是带宽除以 $\Delta\omega_2$.

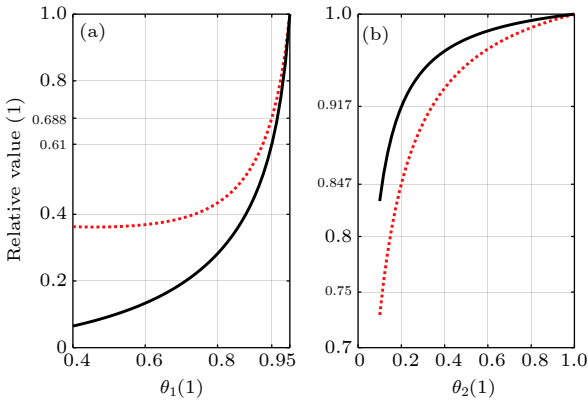


图 2 含两种混合气泡的液体中声波衰减谱的相对峰值和相对带宽与 θ_1 (或者 θ_2) 的关系
 Fig. 2. Relationships between θ_1 (θ_2) and relative peak values or bandwidths of attenuation spectrums of acoustic waves in liquids with two kinds of bubbles.

由图 2(a) 可见, 当气泡 1 (小气泡) 的百分比 (θ_1) 由 1 逐渐减少时, 第二个衰减峰的相对峰值和相对带宽都会持续减少. 由图 2(b) 可见, 当气泡 2 (大气泡) 的百分比 (θ_2) 由 1 逐渐减少时, 第一个衰减峰的相对峰值和相对带宽也都会持续减少. 这意味着混合气泡对声波共振衰减的抑制效应表现在两个方面: 其一是衰减峰的峰值降低, 其二是衰减峰的带宽减少.

从图 2 还可以看出, 混合气泡对小气泡的共振特征量 (如气泡共振引起的声衰减系数和声速等) 的抑制效果要比对大气泡的大得多. 对第二个衰减峰而言 (图 2(a)), 当小气泡的百分比 θ_1 由 1 减少到 0.95 时, 其相对峰值由 1 减少到 0.61, 相对峰值的抑制率是 7.8 (某物理量的抑制率定义为物理量的减少量除以气泡百分比的减少量, 抑制率越大抑制效果越大); 相对带宽由 1 减少到 0.688, 抑制率是 6.24. 对第一个衰减峰而言 (图 2(b)), 当大气泡的百分比 θ_2 由 1 减少到 0.20 时, 相对峰值由 1 减少到 0.917, 抑制率是 0.104; 相对带宽由 1 减少到 0.847, 抑制率是 0.19. 小气泡共振衰减的相对峰值和相对带宽的抑制率分别是大气泡的 75 倍和 32.84 倍.

图 3 显示了在含两种混合气泡的液体中声波的声速谱. 粗实线对应着 $\theta_2 = 1$, 即只存在大气泡的情况. 点划线对应着 $\theta_1 = 1$, 即只存在小气泡的情况. 与只存在一种气泡的情况相比, 存在混合气泡时声速的峰值要明显减小, 称它为混合气泡对共振声速的抑制效应. 众所周知气泡的共振会导致声

速的增加, 共振振动越强声速增加越大 [6], 共振声速抑制意味着气泡振动被抑制了. 共振声速或者声速衰减抑制效应的本质都是气泡振动的抑制, 以后把它们统称为声波共振传播的抑制效应. 从图 3 还可以看出混合气泡对小气泡的共振声速的抑制效果要远比对大气泡的大. 如在声速谱的第二个峰 (由小气泡共振引起) 处, θ_1 由 1.00 变成 0.95, 共振声速峰值由 $10055.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 变成 $5561.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 其抑制率是 $89884 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 在第一个峰处 (由大气泡共振引起), θ_2 由 1.00 变成 0.80, 共振声速峰值由 $13207.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 变成 $12365.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 其抑制率是 $4208 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. 小气泡共振声速峰值的抑制率是大气泡的 21.36 倍.

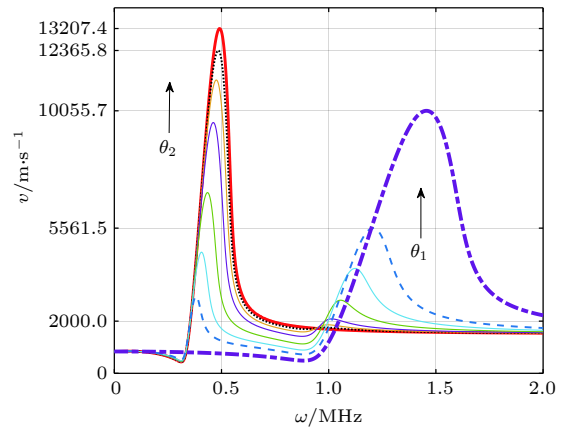


图 3 在含两种混合气泡的液体中, 不同 θ_1 (或者 θ_2) 对应的声波的声速谱. 图中 θ_1 分别是 0, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 0.90, 0.95, 1.00, 或者 θ_2 分别是 0, 0.05, 0.10, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 1.00. 左边的箭头表示 θ_2 增加的方向, 右边的箭头表示 θ_1 增加的方向

Fig. 3. Speed spectrums for different θ_1 (or θ_2) in liquids with two kinds of bubbles. Here θ_1 is 0, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80, 0.90, 0.95 and 1.00, respectively. θ_2 is 0, 0.05, 0.10, 0.20, 0.40, 0.60, 0.80 and 1.00, respectively. The white arrow indicates the direction of increase of θ_2 , the gray arrow indicates the direction of increase of θ_1 .

图 4 显示了在含两种混合气泡的液体中, 不同 β_0 下声波的相对衰减谱. 当 β_0 不变时, 衰减系数是角频率的函数 $\alpha(\beta_0, \omega)$, 其最大值是 $\alpha_{\max}(\beta_0)$. 相对衰减系数定义为 $\alpha_r = \alpha(\beta_0, \omega) / \alpha_{\max}(\beta_0)$. $\alpha_{\max}(\beta_0)$ 随 β_0 的增加而增加, 当 β_0 为 10^{-6} , 10^{-4} , 10^{-3} 和 10^{-2} 时, $\alpha_{\max}(\beta_0)$ 分别是 15.84, 649.11, 2217.10 和 7231.88 m^{-1} . 这是比较容易理解的, 单个气泡对声波有一定的耗散作用, 当 β_0 增加时, 单位体积内气泡的数量增多, 因此气泡对声波的衰减变大.

由图 4 可见, 在相对衰减谱的两个峰之间的

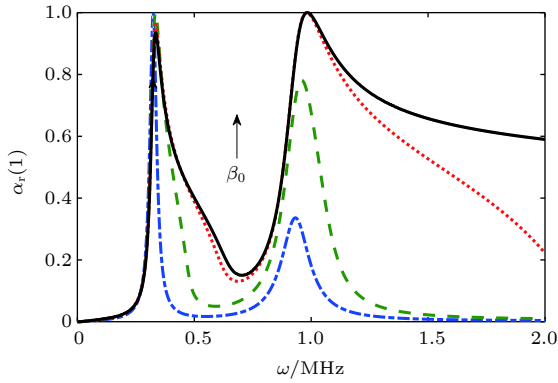


图 4 在含两种混合气泡的液体中, β_0 不同时声波的相对衰减谱 图中 $\theta_1 = 0.8$, β_0 分别是 10^{-6} , 10^{-4} , 10^{-3} 和 10^{-2} , 箭头表示该角频率区域 β_0 增加的方向

Fig. 4. Attenuation spectrums for different β_0 in liquids with two kinds of bubbles. Here, $\theta_1 = 0.8$, β_0 is 10^{-6} , 10^{-4} , 10^{-3} and 10^{-2} , respectively. The arrow indicates the direction of increase of β_0 .

(角频率) 区域内, α_r 随 β_0 的增加而增加, 但是它们会逐渐趋于一个特定的曲线 (如图中的实线). 当 β_0 再继续增加时, 该区域的 α_r 曲线和图中的实线区别很小, 无法在图中显示出来. 当 β_0 增加时 (单位体积内气泡的数量增多), 气泡间的平均距离减少, 气泡间的相互作用力变大, 相对衰减谱中两个峰的带宽变大^[6], 以至于在两个峰之间的区域内声波的相对衰减增强. 但是这种增强效应具有饱和性, 即当 β_0 增加到一定值时, 声波的相对衰减会趋于稳定.

图 5 显示了在含两种混合气泡的液体中, 不同 β_0 对应的声速谱. 在声速谱的两个峰处, 声速先随 β_0 的增加而增加, 然后达到最大值, 再随 β_0 的增大而减少. 可见 β_0 对声波的共振衰减和声速的影响是不同的, 前者随 β_0 的增加而单调增加, 后者却是先增加而后减少. 在两个峰之间的区域内, 声速随 β_0 的增加而单调地减少. 由图 4 可知, 在这个区域内相对衰减随 β_0 的增加而增大, 但是声速却正好相反, 这是一个比较反常的现象.

图 6 显示了在含两种混合气泡的液体中黏度不同时声波的衰减谱. 由图可见: 1) 在两个衰减峰处, 衰减系数的峰值随黏度的增加反而减小. 在这两个区域内, 声衰减主要由气泡的共振引起, 而黏性对气泡的共振起抑制作用 (即黏度越大共振越弱), 因此衰减系数的峰值随黏度的增加反而减少; 2) 在两个衰减峰之间的区域内, 衰减系数随黏度的增加而增加. 这说明在这个区域内声衰减主要是由液体的黏性引起, 而不是由气泡的共振引起.

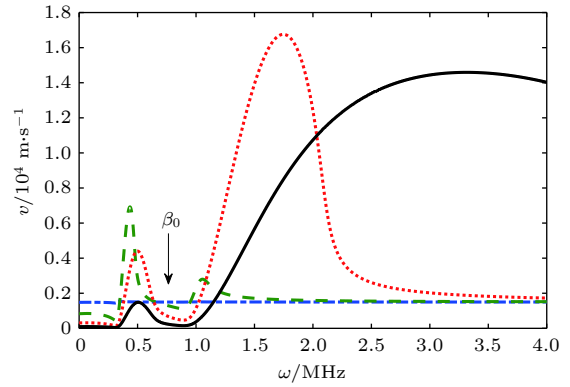


图 5 在含两种混合气泡的液体中, β_0 不同时声波的声速谱 图中 $\theta_1 = 0.8$, β_0 分别是 10^{-6} , 10^{-4} , 10^{-3} 和 10^{-2} , 箭头表示该角频率区域 β_0 增加的方向

Fig. 5. Speed spectrums for different β_0 in liquids with two kinds of bubbles. Here, $\theta_1 = 0.8$, β_0 is 10^{-6} , 10^{-4} , 10^{-3} and 10^{-2} , respectively. The arrow indicates the direction of increase of β_0 .

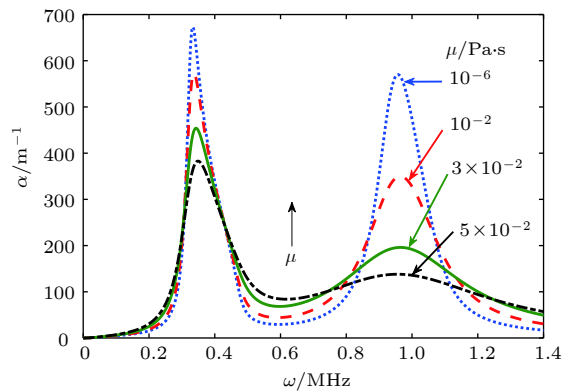


图 6 在两种混合气泡的液体中黏度不同时声波的衰减谱
Fig. 6. Attenuation spectrums for different viscosity in liquids with two kinds of bubbles.

图 7 显示了在含多种混合气泡的液体中声波的衰减谱. 由图可见: 1) 在含多种混合气泡的液体中声波共振传播的抑制效应依然存在, 且混合气泡的种类越多, 声波共振传播的抑制效应越明显, 即当 M 越大时, 衰减系数的峰值变得越小; 2) 当 M 比较小时, 衰减谱上存在多个衰减峰 (一般是 M 个峰), 当 M 增加到一定值时, 衰减谱变成一条光滑的曲线 (如 $M = 20$ 时, 图 7 中的粗实线). 再继续增加 M , 衰减谱曲线的变化很小, 无法在图上显示出来. 这说明对 M 而言, 声波共振传播的抑制效应存在饱和现象. 当 M 很大时, 抑制效果会趋于稳定, 而不是持续增加.

图 8 显示了气泡数满足不同分布时声波的衰减谱. 点线对应的分布是 $\theta_{M-i+1} = ai + b$ (其中 $b = 0.1/M$, $a = (1 - bM) / \sum_{i=1}^M i$), 这是一个气

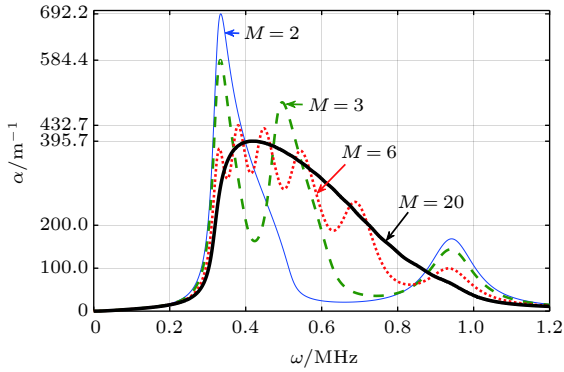


图 7 在含多种混合气泡的液体中气泡的种类数不同时声波的衰减谱. 图中 $\theta_j = 1/M$, $R_j = 20 + 40(j-1)/(M-1)$ (μm) ($j = 1, 2, \dots, M$).

Fig. 7. Attenuation spectrums for different M . Here, $\theta_j = 1/M$, $R_j = 20 + 40(j-1)/(M-1)$ (μm), $j = 1, 2, \dots, M$.

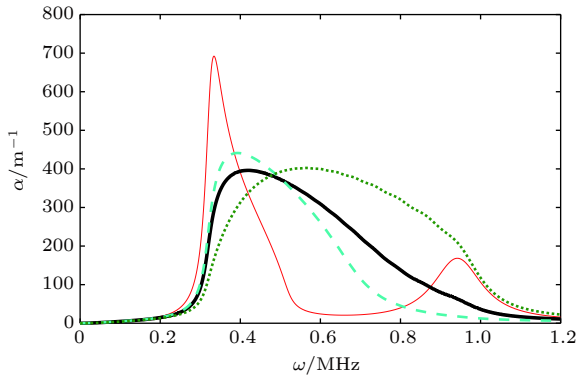


图 8 气泡满足不同分布时声波的衰减谱. 细实线是参考曲线, 它对应着存在两种混合气泡的情况; 对其他曲线而言, 各个气泡的静态半径分别是 $R = 20 + 40(j-1)/(M-1)$ (μm), $j = 1, 2, \dots, M$, $M = 21$

Fig. 8. Attenuation spectrums for different distribution functions of bubble number. The thin solid line indicates the systems with two kinds of bubbles. Here, $R = 20 + 40(j-1)/(M-1)$ (μm), $j = 1, 2, \dots, M$.

泡数偏向小气泡的分布, 衰减谱的带宽是 6.032×10^5 Hz; 粗实线对应的分布是 $\theta_j = 1/M$, 这是一个均匀分布, 衰减谱的带宽是 4.083×10^5 Hz; 虚线对应的分布是 $\theta_i = ai + b$, 这是一个气泡数偏向大气泡的分布, 衰减谱的带宽是 3.106×10^5 Hz. 可以得出如下的结论: 气泡数分布越偏向大气泡, 共振衰减峰的带宽就越小, 反之则越大.

这里试着解释上面的结论, 前面已知小气泡共振特征量的抑制效果远比大气泡的大. 当气泡数分布偏向大气泡时, 小气泡的数量就比较少, 小气泡对应的高频共振衰减被极大地抑制了, 因此衰减谱

的带宽比较小. 当气泡数分布偏向小气泡时, 小气泡的数量比较大, 小气泡对应的高频共振衰减的抑制效果较小; 虽然大气泡的数量较小, 但是大气泡的特征量的抑制效果本来就弱, 因此大气泡对应的低频共振衰减的抑制效果也较小. 结果是衰减峰带宽比较大.

4 结 论

本文运用有效介质理论研究了含混合气泡液体中声波的共振传播特性, 得出的主要结论概括如下.

1) 在含混合气泡的液体中存在声波共振传播的抑制效应. 这是一个普遍的现象, 具体的表述是: 和含单一种类气泡的液体相比, 在含混合气泡的液体中, 声波的共振衰减系数和声速都会明显地变小. 这种抑制效应的本质是液体中气泡的共振振动被抑制了.

2) 在含混合气泡的液体中, 声波共振传播的抑制效应的主要特征有: 小气泡共振特征量的抑制效果远比大气泡的大; 当气泡数分布越偏向大气泡时, 衰减峰的带宽越小, 反之则越大; 抑制效果随 M 的增加而增加, 但是存在饱和效应, 即当 M 很大时声波共振传播的抑制效果趋于稳定.

3) 在含混合气泡的液体中, 各种因素对声衰减谱和声速谱的主要影响有: 在声衰减谱的衰减峰处黏性对声衰减起抑制作用, 而在衰减峰之间的区域内黏性对声衰减起促进作用; 在衰减峰处空化率对声波的共振衰减和声速的影响是不同的, 前者随空化率的增加而单调增加, 后者却是先增加而后减少; 在衰减峰之间的区域内相对衰减随空化率的增加而增加, 但是这种增加具有饱和性, 即空化率达到较大值时, 相对衰减趋于稳定; 在衰减峰之间的区域内声速随空化率的增加而减少.

参考文献

- [1] Chen W Z 2014 *Acoustic Cavitation Physics* (Beijing: Science Press) pp371-421 (in Chinese) [陈伟中 2014 声空化物理 (北京: 科学出版社)第371—421页]
- [2] Christopher E B 1995 *Cavitation and Bubble Dynamics* (Oxford: Oxford University Press) pp15-47
- [3] Ying C F 2008 *J. Appl. Acoust.* **27** 333 (in Chinese) [应崇福 2008 应用声学 **27** 333]
- [4] Wang X, Chen W Z, Yang J 2015 *Tech. Acoust.* **34** 33 (in Chinese) [王寻, 陈伟中, 杨景 2015 声学技术 **34** 33]

- [5] Commander K W, Prosperetti A 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **85** 732
- [6] Xu Z, Zhang D, Chen S, et al. 2018 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **48** 044301 (in Chinese) [徐贞, 张迪, 陈时, 等 2018 中国科学: 物理学 力学 天文学 **48** 044301]
- [7] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064304 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 张小丽 2013 物理学报 **62** 064304]
- [8] Wang C H, Lin S Y 2008 *J. Shaanxi Norm. Univ.* **36** 30 (in Chinese) [王成会, 林书玉 2008 陕西师范大学学报 **36** 30]
- [9] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 034301 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 张小丽 2014 物理学报 **63** 034301]
- [10] Chen W Z 2018 *J. Appl. Acoust.* **37** 675 (in Chinese) [陈伟中 2018 应用声学 **37** 675]
- [11] Zhu Z M, Du H G 1995 *Acta Acust.* **6** 425 (in Chinese) [朱哲民, 杜功焕 1995 声学学报 **6** 425]
- [12] An Y 2012 *Phys. Rev. E* **85** 016305
- [13] Vanhille C, Campospuzuelo C 2013 *Ultrason. Sonochem.* **20** 963
- [14] Vanhille C, Campospuzuelo C 2012 *Ultrason. Sonochem.* **19** 217
- [15] Lebon G S B, Tzanakis I, Djambazov G, et al. 2017 *Ultrason. Sonochem.* **37** 660
- [16] Zhang Y, Guo Z, Du X 2018 *Appl. Therm. Eng.* **133** 483
- [17] Zhang Y, Du X 2015 *Ultrason. Sonochem.* **26** 119
- [18] Trujillo F J 2018 *Ultrason. Sonochem.* **47** 75
- [19] Zhang P L, Lin S Y, Zhang T 2013 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **43** 249 (in Chinese) [张鹏利, 林书玉, 张涛 2013 中国科学: 物理学 力学 天文学 **43** 249]
- [20] Miao B Y, An Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 225 (in Chinese) [苗博雅, 安宇 2015 物理学报 **64** 225]
- [21] Wang D X, Naranmandula 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 037802 (in Chinese) [王德鑫, 那仁满都拉 2018 物理学报 **67** 037802]
- [22] Keller J B, Kolodner I I 1956 *J. Appl. Phys.* **2** 71152

Restraining effect of resonant propagation of acoustic waves in liquids with mixed bubbles*

Chen Shi[†] Zhang Di Wang Cheng-Hui Zhang Yin-Hong

(School of Physics and Information Technology, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)

(Received 29 December 2018; revised manuscript received 28 January 2019)

Abstract

There is the resonant propagation phenomenon of acoustic wave in bubbly liquid, i.e., the attenuation coefficient and the velocity of acoustic wave in range of resonant frequencies of bubbles can become very large. In previous papers, generally adopted was a simplified assumption that there is a single type of bubble in a liquid. It restricts our understanding of the resonant propagation phenomenon. In this paper the resonant propagation of acoustic wave in a liquid with mixed bubbles is studied. Here, static radii of bubbles are different from each other. Research results show that there is a restraining effect of the resonant propagation of acoustic wave in liquid with mixed bubbles. The attenuation coefficient and the velocity of acoustic wave in the liquid with mixed bubbles are obviously less than those in the liquid containing bubbles with the same static radius. The nature of the restraining effect is that the resonant vibration of bubbles is weakened due to the interaction between bubbles with different static radii. Some important properties of the restraining effect are investigated for all kinds of liquid systems with mixed bubbles. Moreover, the effect of the viscosity and the rate of cavitation on the restraining effect are also studied. Research results are shown as follows. 1) Comparing with bigger bubbles, resonant characteristic quantities (such as the attenuation coefficient and the velocity of acoustic wave) caused by smaller bubbles can be reduced more obviously; 2) the efficiency of the restraining effect increases with the number of types of bubbles increasing, however, it will gradually reach to a stable value when the number of types of bubbles is large; 3) the bandwidth of the resonant absorption of acoustic wave is dramatically affected by the distribution function of the percentage of the number of bubbles. The bandwidth of the resonant absorption will become large as the percentage of the number of smaller bubbles increases.

Keywords: mixed bubbles, acoustic cavitation, attenuation coefficient, linear acoustic wave

PACS: 43.35.+d, 47.35.Rs, 47.55.dp

DOI: 10.7498/aps.68.20182299

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11474191), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. GK201703012).

[†] Corresponding author. E-mail: chenshi@snnu.edu.cn