物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

无限流体中孔隙介质圆柱周向导波的传播特性

苏娜娜 韩庆邦 蒋謇

Guided circumferential wave propagation characteristics for porous cylinder immersed in infinite fluid

Su Na-Na Han Qing-Bang Jiang Jian

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 68, 084301 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20182300
在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.68.20182300
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

圆管结构中周向导波非线性效应的模式展开分析

Modal expansion analysis of nonlinear circumferential guided wave propagation in a circular tube

物理学报. 2015, 64(18): 184303 https://doi.org/10.7498/aps.64.184303

管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响

Influence of the interfacial properties on guided circumferential wave propagation in the circular tube structure

物理学报. 2015, 64(22): 224301 https://doi.org/10.7498/aps.64.224301

复合圆管界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应的影响分析

Influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave propagation in composite tube

物理学报. 2016, 65(19): 194301 https://doi.org/10.7498/aps.65.194301

含少量气泡流体饱和孔隙介质中的弹性波

Propagation of elastic waves in saturated porous medium containing a small amount of bubbly fluid

物理学报. 2018, 67(11): 114301 https://doi.org/10.7498/aps.67.20180209

流体/准饱和多孔介质中伪Scholte波的传播特性

Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space

物理学报. 2018, 67(20): 204302 https://doi.org/10.7498/aps.67.20180853

长骨中振动声激发超声导波的方法

Vibro-acoustic stimulating ultrasonic guided waves in long bone

物理学报. 2017, 66(15): 154303 https://doi.org/10.7498/aps.66.154303

无限流体中孔隙介质圆柱周向导波的传播特性*

苏娜娜 韩庆邦† 蒋謇

(河海大学物联网工程学院, 常州 213022)

(2018 年 12 月 29 日收到; 2019 年 1 月 29 日收到修改稿)

为研究无限大流体约束的孔隙圆柱中周向导波的传播规律, 分析孔隙参数对导波传播特性的影响, 建立了无限流体中孔隙介质圆柱的理论模型, 利用孔隙介质弹性波动理论, 建立了周向导波频散方程, 通过数值模拟计算得到无限流体中孔隙介质圆柱的频散曲线, 探讨了圆柱半径和孔隙参数对导波传播特性的影响, 并对导波的衰减特性进行了分析; 通过数值计算, 得到了周向导波的时域波形, 讨论了孔隙参数对波形的影响. 结果表明, 孔隙介质圆柱半径的改变影响圆柱尺度, 孔隙度的改变影响孔隙介质中体声波的波速, 都对周向导波频散曲线产生一定的影响, 所得到的频散曲线特征及衰减曲线与时域波形吻合. 研究结果对开展无限流体中孔隙介质圆柱的超声无损评价提供了一定的理论参考.

关键词: 周向导波, 孔隙介质, 频散特性

PACS: 43.20.+g, 43.30.+m, 43.35.+d **DOI:** 10.7498/aps.68.20182300

1 引 言

在油田开发和工程勘探方面, 由于水、气、油都可存在于裂缝或孔隙的地层中, 弹性介质不能模拟这一情况, 而孔隙介质却能较好地反映实际情况. 对中心为孔隙介质圆柱、外界为无限流体包裹的情况, 例如水下桥梁等水下混凝土圆柱经过长时间水的浸泡, 可能出现孔隙特性. 研究被无限大流体约束的孔隙介质圆柱中导波的传播特性具有重要的理论意义和实用背景.

国内外对声波理论求解与分析已开展了大量的研究工作[1−5], 但大部分集中在纵向导波. 对于圆柱多层介质, 由于声法测井等技术发展的需要, 中心为流体柱状多层介质[6−8]的研究得到了很大的发展. 已经研究了用于圆柱体检测和评价的超声导波检测技术, 确定了影响圆柱体中导波传播及频散的有关因素, 对于推动导波的理论及应用研究具有重要的参考价值. 目前, 对周向导波在圆管结构中的传播特性已开展了大量研究工作. 文献 [9, 10] 理论分析了周向导波在圆柱体中的传播及频散特性, 计算了多层空心圆柱体中周向超声导波的传播及频散特性; 高广健等[11]研究了管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响, 通过选择适当的驱动频率及周向导波模式, 可使周向超声导波的相速度及圆管外表面的位移场随管间界面特性的变化表现出非常敏感且单调的性质. 而关于孔隙介质的传播特性研究相对较少, 许洲琛等[12]研究了纵向超声导波在无限流体包裹孔隙介质中的传播特性. 在实际的检测过程中不可能把整个圆柱与流体完全隔离分开, 如果能够通过圆柱某一位置的导波特性来反映整个圆柱的情况, 将有利于实验信号采集. 采用纵向导波需要一定长度的圆柱, 给检测带来了不便; 而沿圆周方向传播的周向导波只需要某一位置就可实现对圆柱的检测. 本文通过研究流体中孔隙介质圆柱周向导波的传播特性, 分析孔隙参数对其的影响, 为水下圆柱状孔隙介质检测方面提供一定理论基础. 具体包括以下几个方面: 1) 建立了无限流体中孔隙介质圆柱的理论模型; 2) 结合弹性动力学理论和 Biot 理论推导了该模型下周向

* 国家自然科学基金 (批准号: 11574072, 11274091) 和江苏省重点研发项目 (批准号: BE2016056, BE2017013) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hqb0092@163.com

© 2019 中国物理学会 Chinese Physical Society

导波的频散方程; 3) 利用数值方法计算了该频散方程的解, 得到了对应的频散曲线, 并进行了分析; 4) 讨论了孔隙介质圆柱半径和孔隙参数对周向导波频散的影响, 以及孔隙度对衰减的影响; 5) 通过数值计算, 得到时域波形, 讨论了孔隙参数对波形的影响.

2 孔隙介质理论基础

弹性波在孔隙介质中的传播理论在不断地发展和完善, Biot 理论被认为是最好的描述孔隙介质中弹性波传播的理论基础模型. Biot 通过对达西定律和牛顿定律的应用推导出了孔隙介质的运动方程以及应力应变关系式, 得到了孔隙介质中的平面波解, 并发现存在慢纵波. 在孔隙介质中有三种体声波分别为快纵波、慢纵波和横波[13, 14]. 快纵波与弹性固体介质的纵波类似, 由流-固间的同相运动所致;横波类似于弹性固体介质中的横波; 慢纵波是孔隙介质中流体相对于固相骨架运动所产生的. 其中快纵波波数为 $k_{\mathrm{p1}}=\omega/C_{\mathrm{fl2}}$, 慢纵波波数为 $k_{\mathrm{p2}}=\omega/C_{\mathrm{sl2}}$, 横波的波数为 $k_{\mathrm{t}}=\omega/C_{\mathrm{t}}$, ω 为角频率. 快纵波波速、慢纵波波速和横波波速 C_{fl2}, C_{sl2}, C_{t} 分别为

$$C^2_{\mathrm{fl2,sl2}}=\frac{\Delta\pm\sqrt{\Delta^2-4(\rho_{\mathrm{s}}\rho_{\mathrm{f}}-\rho_{\mathrm{s}}\rho_{12}-\rho_{\mathrm{f}}\rho_{12})(PR-Q^2)}}{2(\rho_{\mathrm{s}}\rho_{\mathrm{f}}-\rho_{\mathrm{s}}\rho_{12}-\rho_{\mathrm{f}}\rho_{12})}, \tag{1}$$

$$C^2_{\mathrm{t}}=\frac{N(\rho_{\mathrm{f}}-\rho_{12})}{(\rho_{\mathrm{s}}\rho_{\mathrm{f}}-\rho_{\mathrm{s}}\rho_{12}-\rho_{\mathrm{f}}\rho_{12})}, \tag{2}$$

其中 $\Delta=P(\rho_{\mathrm{f}}-\rho_{12})+R(\rho_{\mathrm{s}}-\rho_{12})-2\rho_{12}Q$, $P=A+2N$, 对 C^2_{fl2} 根号前取正号, ρ_{s} 和 ρ_{f} 分别表示为孔隙介质圆柱中固体基质密度和流体密度, ρ_{12} 为固-液两相惯性耦合密度; A, N, R 和 Q 为孔隙介质的四个弹性常数[15–18], A, R, Q 可用固体基质体积模量 K_{s}、流体体积模量 K_{f}、骨架体积模量 K_{b} 和剪切模量 N、孔隙度 β 表示. 在孔隙介质中的快纵波、慢纵波和横波对应着三种液相参与系数 η_1, η_2, η_3[19], 如 (3) 式:

$$\begin{cases}\eta_1=\dfrac{\rho_{11}R-\rho_{12}Q-\frac{(PR-Q^2)}{c^2_{\mathrm{fl2}}}}{\rho_{22}Q-\rho_{12}R},\\ \eta_2=\dfrac{\rho_{11}R-\rho_{12}Q-\frac{(PR-Q^2)}{c^2_{\mathrm{sl2}}}}{\rho_{22}Q-\rho_{11}R},\\ \eta_3=-\rho_{12}/\rho_{22},\end{cases} \tag{3}$$

其中 ρ_{11} 和 ρ_{22} 分别表示为固体的有效密度和流体的有效密度.

3 频散方程的建立

考虑模型为无限流体中孔隙介质圆柱的结构如图 1 所示. 孔隙介质圆柱的半径为 r; C_{fl2}, C_{sl2}, 和 C_{t} 分别表示孔隙介质的快纵波波速、慢纵波波速和横波波速; ρ_{s}, ρ_{f} 分别为孔隙介质圆柱中固体基质密度和流体密度; C_{l1}, ρ_1 为外面无限流体的纵波波速和密度.

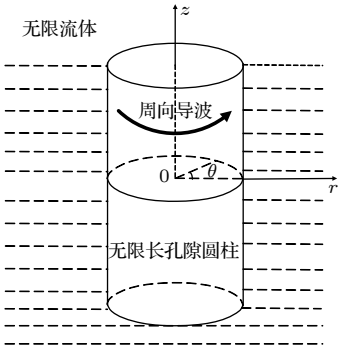

图 1 无限流体中孔隙介质圆柱的示意图

Fig. 1. Schematic of porous medium cylinder in an infinite fluid.

建立以圆柱中心线为 z 轴, 半径方向为 r 向的柱坐标系; z 轴垂直与圆柱体横截面, 弹性场与 z 坐标无关, 则位移场为

$$u_r=u_r(r,\theta),\quad u_\theta=u_\theta(r,\theta),\quad u_z=0, \tag{4}$$

其中 u_r, u_θ, u_z 为位移分量, 可由势函数 Φ 和 Ψ 给出,

$$\begin{cases}u_r=\dfrac{\partial\Phi}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Psi}{\partial\theta},\\ u_\theta=\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\Phi}{\partial\theta}-\dfrac{\partial\Psi}{\partial r},\end{cases} \tag{5}$$

这里 Φ 和 Ψ 满足波动方程

$$\begin{cases}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\Phi+k^2_{\mathrm{p1,p2}}\Phi=0,\\ \left(\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right)\Psi+k^2_{\mathrm{t}}\Psi=0.\end{cases} \tag{6}$$

对于外部无限流体介质, 流体中只有纵波传播, 这里只有一个势函数[20]

$$\Phi=A_1\cdot\mathrm{k}_M(\alpha_1\cdot r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kb\theta-\omega t)}, \tag{7}$$

其中 $\alpha_1=\omega/C_{\mathrm{l1}}$, A_1 为待定系数, M 为 Bessel 函数的阶数, k_M 为 M 阶第二类修改 Bessel 函数.

只考虑由对称点源激发的沿圆周传播的导波形式. 对于孔隙介质圆柱, 其势函数分为固相和液相两个部分. 在固相上有快纵波势函数、慢纵波势函数、横波势函数三个势函数:

$$\Phi_{\rm sf} = A_2 {\rm J}_M(a_{21}r){\rm e}^{{\rm i}(kb\theta-\omega t)}, \tag{8a}$$

$$\Phi_{\rm ss} = A_3 {\rm J}_M(a_{22}r){\rm e}^{{\rm i}(kb\theta-\omega t)}, \tag{8b}$$

$$\Psi_s = A_4 {\rm J}_M(\beta_2 r){\rm e}^{{\rm i}(kb\theta-\omega t)}, \tag{8c}$$

从而得到固相上的纵波总势函数为 $\Phi_{\rm s} = \Phi_{\rm sf} + \Phi_{\rm ss}$, 横波总势函数为 $\Psi_{\rm s}$. 其中 $\alpha_{21} = k_{\rm p1}$, $\alpha_{22} = k_{\rm p2}$, $\beta_2 = k_{\rm t}$, A_2, A_3, A_4 为待定系数, ${\rm J}_M$ 为 M 阶第一类 Bessel 函数. 在液相部分上的势函数如下:

$$\Phi_{\rm f} = \eta_1\Phi_{\rm sf} + \eta_2\Phi_{\rm ss}, \tag{9a}$$

$$\Psi_{\rm f} = \eta_3\Psi_{\rm s}, \tag{9b}$$

其中 η_1, η_2, η_3 分别为快纵波、慢纵波和横波的液相参与系数, 如 (3) 式.

外部无限流体的位移和应力的表达式如下:

$$\begin{cases} u_r = \dfrac{\partial \Phi}{\partial r}, \\ u_\theta = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \\ \sigma_{rr} = \lambda\left(\dfrac{\partial u_r}{\partial r} + \dfrac{u_r}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right), \end{cases} \tag{10}$$

其中 u_r 和 u_θ 分别表示法向位移和周向位移, σ_{rr} 表示法向应力; λ 为流体介质的拉梅常数.

内部孔隙介质圆柱的位移和应力的表达式如下:

$$\begin{cases} u_{rs} = \dfrac{\partial \Phi_{\rm s}}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Psi_{\rm s}}{\partial \theta}, \quad u_{\theta{\rm s}} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi_{\rm s}}{\partial \theta} - \dfrac{\partial \Psi_{\rm s}}{\partial r}, \\ u_{rf} = \dfrac{\partial \Phi_{\rm f}}{\partial r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Psi_{\rm f}}{\partial \theta}, \quad u_{\theta{\rm f}} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \Phi_{\rm f}}{\partial \theta} - \dfrac{\partial \Psi_{\rm f}}{\partial r}, \end{cases} \tag{11a}$$

$$\begin{cases} \sigma_{rrs} = 2{\rm N}\dfrac{\partial u_{rs}}{\partial r} + A\left(\dfrac{\partial u_{rs}}{\partial r} + \dfrac{u_{rs}}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_{\theta{\rm s}}}{\partial \theta}\right) \\ \qquad\quad + Q\left(\dfrac{\partial u_{rf}}{\partial r} + \dfrac{u_{rf}}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_{\theta{\rm f}}}{\partial \theta}\right), \\ \sigma_{rrf} = Q\left(\dfrac{\partial u_{rs}}{\partial r} + \dfrac{u_{rs}}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_{\theta{\rm s}}}{\partial \theta}\right), \\ \qquad\quad + R\left(\dfrac{\partial u_{rf}}{\partial r} + \dfrac{u_{rf}}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_{\theta{\rm f}}}{\partial \theta}\right), \\ \sigma_{r\theta{\rm s}} = {\rm N}\left(\dfrac{\partial u_{\theta{\rm s}}}{\partial r} - \dfrac{u_{\theta{\rm s}}}{r} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u_{rs}}{\partial \theta}\right), \end{cases} \tag{11b}$$

其中 u_{rs} 和 $u_{\theta{\rm s}}$ 分别为孔隙介质圆柱固相法向位移和周向位移, u_{rf} 和 $u_{\theta{\rm f}}$ 分别为孔隙介质圆柱液相法向位移和周向位移, σ_{rrs} 和 $\sigma_{r\theta{\rm s}}$ 分别为孔隙介质圆柱固相法向应力和周向应力, σ_{rrf} 为孔隙介质圆柱液相法向应力.

对于孔隙介质圆柱和外部无限流体在界面 ($r = b$, b 为圆柱半径) 处, 由界面边界理论, 可求得界面处的边界条件[21, 22] 如 (12)—(15) 式所示.

1) 法向应力在界面处连续. 流体侧应力等于孔隙介质圆柱侧液相应力与固相应力之和,

$$\sigma_{rr} = \sigma_{rrs} + \sigma_{rrf}. \tag{12}$$

2) 界面处外部无限流体和孔隙介质圆柱的周向应力都为 0,

$$\sigma_{r\theta{\rm s}} = 0. \tag{13}$$

3) 界面处介质体积守恒. 流体侧介质的法向位移等于孔隙介质圆柱侧固相法向位移与液相法向位移之和,

$$u_r = (1-\beta)u_{\rm rs} + \beta u_{\rm rf}. \tag{14}$$

4) 界面处流体压强守恒. 孔隙介质圆柱中液相和流体侧液体相互运动产生的声压与孔隙介质圆柱侧固-液两相相互作用的位移相对均衡,

$$\frac{\sigma_{rrf}}{\beta} - \sigma_{rr} = T\beta(u_{\rm rs} - u_{\rm rf}). \tag{15}$$

(15) 式表示流体在界面处流动的相对速率是由流体侧与孔隙固体侧压力交换所引起的. T 是界面处的流动阻抗, β 是孔隙度. $T = 0$ 表示界面处流动阻抗为零, 对应孔隙介质为开孔状态, 即孔隙流体可以与界面外部流体相互流动; $T = \infty$ 表示界面处流动阻抗无穷大, 此时孔隙介质处于闭孔状态, $u_{\rm rs} = u_{\rm rf}$, 孔隙介质流体与界面外部流体相互独立, 不能进行交换. 由于孔隙介质情况比较复杂, 对于孔中流体有开孔和闭孔两种, 本文是在孔隙介质的开孔状态模型上建立频散方程和进行频散分析.

将用势函数表示的位移应力表达式 (7)—(11) 代入以上四个边界条件, 即可得到关于 A_1, A_2, A_3, A_4 这四个待定系数的方程组:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, \tag{16}$$

其中 $m_{ij}(i,j = 1,2,3,4)$ 的表达式见附录. 当 $b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = 0$, 该矩阵方程组有非零解的充分必要条件是系数行列式为 0, 即为频散方程

$$\Delta = \det[m_{ij}] = 0, \quad i,j = 1,2,3,4, \qquad (17)$$

求解频散方程 (17), 即可得到一定频率范围内的导波频散曲线.

在上式中令孔隙度 $\beta = 0$, 由 (1) 和 (2) 式得到快纵波波速 $C_{\mathrm{fl}2}$ 和横波波速 C_{t} 分别为孔隙介质圆柱固体基质的纵波波速和横波波速, 慢纵波波速 $C_{\mathrm{sl}2}$ 为 0, 同时液相参与系数 η_1, η_2, η_3 均为 0, 且 $A = \lambda_{\mathrm{s}}$, $N = \mu_{\mathrm{s}}$, 其中 λ_{s}, μ_{s} 均为弹性圆柱的拉梅常数, 则上式退化为同性均匀弹性介质时的情况.

4 数值模拟与分析

针对无限大流体中孔隙介质圆柱结构, 选取合适的孔隙岩石介质参数和流体参数进行数值模拟. 孔隙流体以及外部流体都为水, 如表 1 所列. 只考虑由对称点源激发的沿圆周传播的导波形式. 孔隙介质圆柱参数如表 2 所列, 为得到主要规律, 这里先采用静态渗透率, 以上的参数来自于文献 [23]. 根据表 1 和表 2 中的参数值, 计算出孔隙度变化时孔隙介质圆柱中三种体声波的波速值, 如表 3 所列.

表 1 模型材料参数表

Table 1. Material parameters.

介质		纵波波速 /m·s^{-1}	横波波速 /m·s^{-1}	密度/kg·m^{-3}
弹性圆柱		5370	3100	2700
孔隙介质	固体基质	5370	3100	2700
	孔隙流体	1483		998
外部流体		1483		998

表 2 孔隙介质圆柱参数表

Table 2. Material parameters of porous medium.

孔隙度β/%	孔隙弯曲度 a_∞	静态渗透率 κ_0/m^2	黏滞系数 η/kg·s^{-1}·m^{-1}
10	5.5	10^{-12}	0.001
固体颗粒体积模量K_{s}/GPa	**流体体积模量K_{f}/GPa**	**固体骨架体积模量K_{b}/GPa**	**固体骨架剪切模量N/GPa**
43.33	2.19	33.70	20.86

表 3 不同孔隙度时孔隙介质圆柱中体声波的波速

Table 3. Velocity of body sound waves in porous media with different porosity.

孔隙度	快纵波波速 /km·s^{-1}	慢纵波波速 /km·s^{-1}	横波波速 /km·s^{-1}
0.1	4.9690	0.3694	2.8712
0.2	4.4811	0.6748	2.5794
0.3	3.8662	0.8579	2.2006

在孔隙介质中, 固体骨架体积模量 k_{b} 和固体骨架剪切模量 N 可由复合介质的等效弹性模量自洽公式计算得出. 且在不同的孔隙度下, 固体骨架的体积模量 k_{b} 和剪切模量 N 会改变, 表现为孔隙度增大时, 固体骨架的体积模量和剪切模量均呈现减小趋势. 考虑到孔隙度达到 0.5 以后, 剪切模量接近于零, 体积模量接近于流体的体积模量, 孔隙介质变成了悬浮体.

4.1 频散特性分析

根据表 1 和表 2 的参数, 选取孔隙度为 0.1, 由 (17) 式得到无限流体中孔隙介质圆柱的相速度和群速度频散曲线如图 2 和图 3 所示. 由于圆柱体中曲率的存在, 导波的模态就不能像在板中那样严格地区分导波的对称和反对称模态, 所以图中的导波模态仅仅用数字标出来区分. 从图 2 中可看出, 周向导波中仅模态 1 不存在截止频率, 模态 1 相速

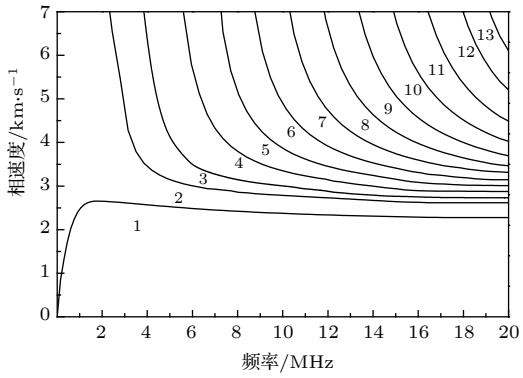

图 2 无限流体中孔隙介质圆柱周向导波的相速度频散曲线

Fig. 2. The dispersion curves of porous cylinder in infinite fluid.

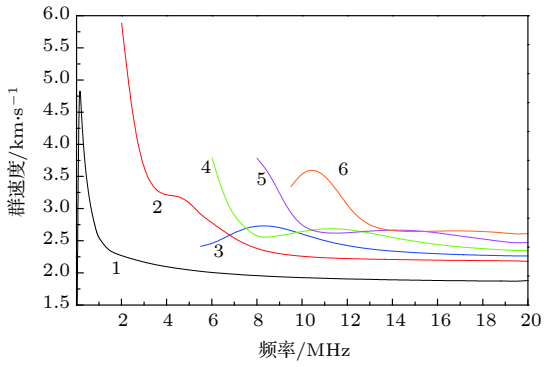

图 3 无限流体中孔隙介质圆柱周向导波群速度频散曲线的前 6 阶模态

Fig. 3. The first sixth order mode of dispersion curves of porous cylinder in infinite fluid.

度随着频率的增大先增大, 然后少量减少, 最后逐渐接近于某一数值 (本文中该值为 2.28 km/s); 其他各高阶模态均存在截止频率且相速度随着频率的增大而单调减小, 在高频处, 相速度均趋近于流体饱和孔隙介质圆柱横波的波速, 见表 3.

从图 3 中可以看出各个模态的群速度频散曲线, 模态 1 与其他模态也有较大的区别. 在同一频率下, 可能会产生两个或两个以上模态, 但各个模态的群速度并不相同.

4.2 无限流体中弹性圆柱与孔隙介质圆柱周向导波特性的比较

取半径和孔隙度分别为 0.01 m 和 0.1, 将无限流体中弹性圆柱与孔隙介质圆柱的前 6 阶模态进行频散曲线对比, 结果如图 4 所示. 可以看出, 两者有很大相似性, 均含有多个模态, 各模态的相速度都随着频率的增加而减小. 高于 1 阶的模态最后总是趋近于介质的横波波速, 令孔隙度为零, 两种曲线将重合.

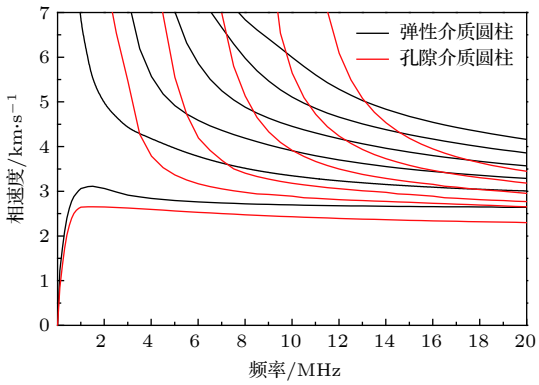

图 4 无限流体中弹性圆柱和孔隙介质圆柱周向导波的频散曲线对比

Fig. 4. The dispersion curves of circumferential guide waves between an elastic cylinder and a porous cylinder in infinite fluid.

4.3 圆柱半径对导波频散的影响

考虑到模型内部圆柱的尺度是影响导波频散的一个重要因素, 本节对内部圆柱半径变化时导波频散的情况进行分析. 只研究频散的 1 和 2 阶模态, 分别选取孔隙介质圆柱半径为 0.01, 0.03, 0.05 m, 得到的频散曲线如图 5 所示. 可以发现, 半径对模态 1 影响较小, 但对模态 2 的影响相对较大. 对模态 2, 半径越大, 截止频率就越低, 曲线下降得越陡. 同一相速度下, 半径越大, 所对应的频率越小,

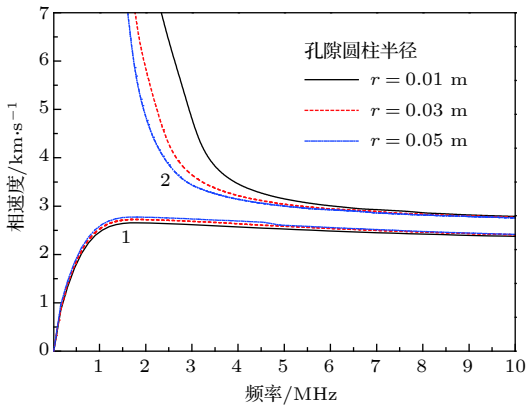

图 5 不同圆柱半径下的导波频散曲线对比

Fig. 5. Dispersion curves for different cylinder radius.

相当于频率轴被压缩了, 但导波频散曲线的变化趋势不变. 孔隙介质圆柱半径的改变并不改变模态 2 导波在高频处的相速度, 仍接近孔隙介质圆柱的横波波速 (2.87 km/s).

4.4 孔隙度对导波频散的影响

在渗透率 $\kappa_0 = 10^{-12}$ m^2 的条件下, 选取孔隙度为 0.1, 0.2, 0.3, 其他参数不变, 对频散进行分析. 对于内部孔隙介质圆柱, 当孔隙度变化时, 导波波速发生改变. 图 6 所示为不同孔隙度下前 2 阶模态的频散曲线, 可见孔隙度对两种模态都产生了影响. 在同一频率下, 随着孔隙度的增大, 速度都在变小, 模态 2 变化较模态 1 多一些, 高频处相对低频变化更大. 当孔隙度为 0.1, 0.2, 0.3 时, 在本文选取的参数情况下, 模态 2 对应的频散曲线在高频处分别趋向于 2.88, 2.58, 2.20 km/s, 分别对应三种情况孔隙介质圆柱的横波波速. 但是孔隙度的改变, 并不改变频散曲线的变化趋势.

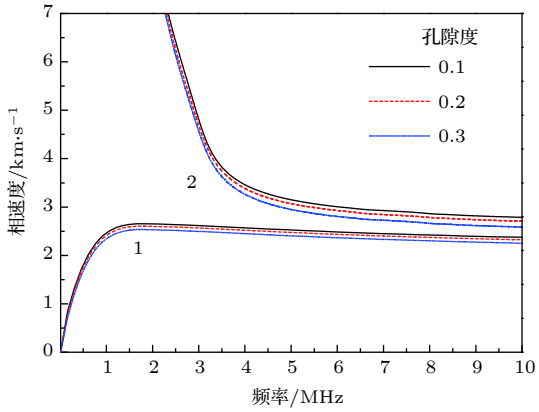

图 6 不同孔隙度下的导波频散曲线对比

Fig. 6. Dispersion curves versus porosity.

4.5 孔隙度对导波衰减的影响

相对于无限流体中弹性圆柱的周向导波而言, 无限流体中孔隙介质圆柱的导波, 由于孔隙介质具有耗散作用, 因此由频散方程得到的波数表达式 $k=\omega/c+\mathrm{i}\alpha$ 可知, 波数的实部表示传播, 虚部表示衰减[24]. 下面具体分析孔隙度对导波衰减的影响. 在渗透率 $\kappa_0=10^{-12}\ \mathrm{m}^2$ 的条件下, 选取孔隙度为 0.1, 0.2, 0.3, 计算在不同孔隙度下导波在 2 阶模态的衰减情况, 如图 7 所示. 从图 7 中可以看到, 在同一孔隙度下, 导波衰减随着频率的增大而增大. 这主要是由于当频率较低时孔隙介质中流体的黏滞力起主要作用, 衰减较小, 而在高频情况下, 流体的惯性力起主要作用, 衰减较大, 因此随着频率增大衰减逐渐增大. 在同一频率下, 当孔隙度增加时, 孔隙介质层内的流体增多, 使得导波耗散的能量增大, 即导波的衰减随孔隙度增大而增大.

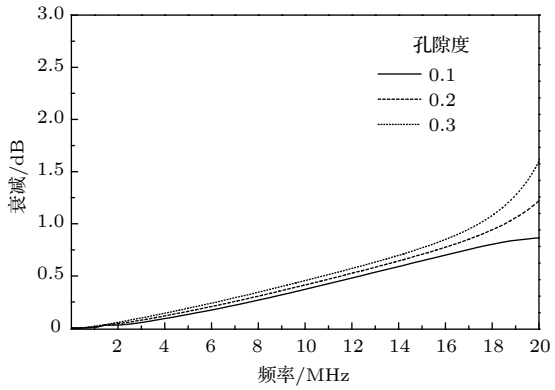

图 7 不同孔隙度时周向导波的衰减曲线对比

Fig. 7. Attenuation curves of circumferential waves with different porosity.

4.6 时域波形分析

下面讨论结构时域波形特点. 这里采用二维傅里叶反变换方法计算时域波形, 界面处声源激发与检测点的设置如图 8, 激发点位置在 $\theta=0$ 处, 检测点位于 $\theta=\pi/2$ 或 $\theta=\pi$, 界面处施加的法向应力应为

$$(\sigma_{rrs}+\sigma_{rrf})-\sigma_{rr}=\eta\delta(\theta)\delta(t), \tag{18}$$

其中 η 为常系数, $\delta(t)$ 为 Dirac 函数. 采用不同的声源会影响波的时域波形, 但并不影响波传播的本征特性. 该研究仅限于理论上假设这样的声源, 主要是便于计算, 重点是研究波的时域特性和频散特性等. 当采用脉冲线源平行于圆柱的母线激励时, 得到圆柱在时域的瞬态径向位移表达式为

$$U_r(r,\theta,t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\int_{-\infty}^{+\infty}u_r\mathrm{e}^{\mathrm{i}M\theta}\mathrm{d}M\right)F(\omega)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}\omega, \tag{19}$$

其中 $M=kr$, $F(\omega)$ 是源函数频谱, 其脉冲函数是 $f(t)=t\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}/\tau^2$, τ 为脉冲上升时间, 取 20 ns. u_r 表达式可由 (10) 和 (11) 式得出.

设孔隙度为 0.1, 检测点位于 $\theta=\pi/2$ 和 $\theta=\pi$

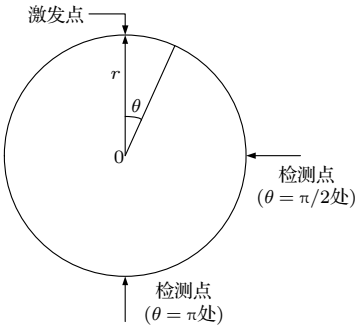

图 8 无限流体中孔隙介质圆柱的激发与检测点示意图

Fig. 8. Schematic of excitation and detection points of porous medium cylinder in an infinite fluid.

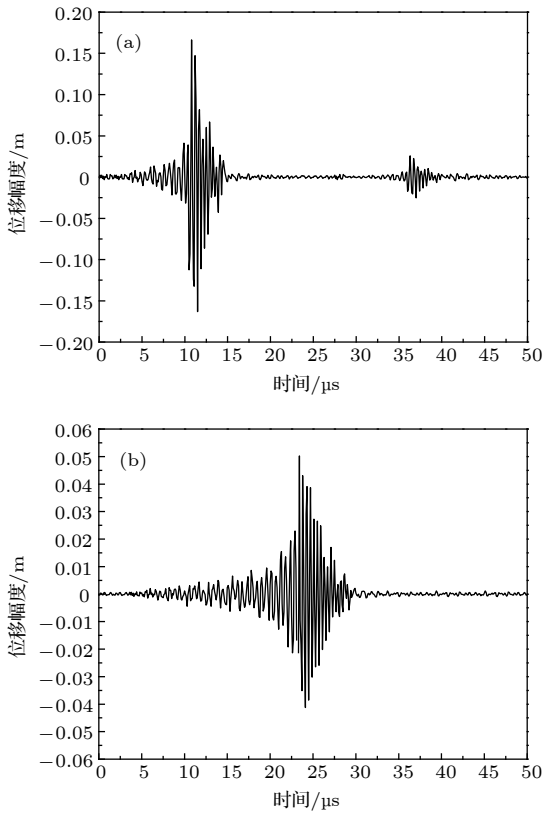

图 9 孔隙度为 0.1 时, 不同检测点处的径向位移时域波形的对比 (a) 检测点在 $\theta=\pi/2$ 位置; (b) 检测点在 $\theta=\pi$ 位置

Fig. 9. Time-domain waveform of radial displacement at different detection points when the porosity is 0.1: (a) Detection point at $\theta=\pi/2$; (b) detection point at $\theta=\pi$.

处的径向位移时域波形如图 9 所示, 纵轴为位移幅度, 横轴为时间. 从图 9(a) 中可以看出时域波形有两个明显的波包, 前一个是 90°位置检测的信号, 幅度大, 波形较短; 后部分是绕圆弧传播 270°的信号, 幅度相对较小, 波形稍长. 图 9(b) 是检测位置在 180°位置处的时域波形, 该波形中的波包是绕圆弧传播 180°和沿孔隙介质圆柱直径直达检测点的导波的叠加. 根据不同检测位置处波形的对比图, 可以看出随着传播距离的增大, 各个波到达的时间相应地推迟, 波形幅度减小, 波形持续时间也随之增大. 根据导波的频散曲线可判断出传播速度慢, 幅度较大的是导波低阶模态, 整个波形是各阶模态的叠加.

图 10 为孔隙度为 0.1, 0.2, 0.3 时, 检测点在 $\theta=\pi$ 处的径向位移时域波形对比图. 可以看出, 随着孔隙度的增大, 波包不仅产生后移且位移幅度也变小; 对应于频散特性就是相速度随着孔隙度的增大变小, 与图 2 的频散特性和图 7 的衰减曲线吻合.

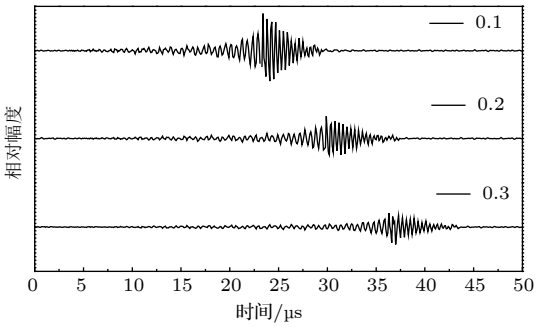

图 10 孔隙度为 0.1,0.2,0.3 时, 检测点在 $\theta=\pi$ 位置处径向位移时域波形的对比

Fig. 10. Time-domain waveform of radial displacement of detection point at $\theta=\pi$ when the porosity is 0.1, 0.2, 0.3.

5 结 论

本文对无限流体中孔隙介质圆柱的周向导波传播特性进行了系统的研究, 分析了流体中孔隙介质圆柱周向导波的频散特性, 首先将其与弹性圆柱频散特性进行对比, 讨论了孔隙介质圆柱半径、孔隙度对导波频散特性的影响, 并分析了孔隙参数对导波衰减的影响. 结果表明, 孔隙介质圆柱半径的变化改变了圆柱的尺度, 从而影响着频散曲线. 半径对模态 1 影响较小, 但对模态 2 的影响相对较大, 对模态 2, 半径越大, 截止频率就越低, 曲线下降的越陡, 但导波频散曲线的趋势不变. 对于无限流体中孔隙介质圆柱, 当孔隙度变化时, 孔隙介质圆柱的快、慢纵波和横波速度均发生改变, 从而影响了导波的频散特性, 在同一频率下, 随着孔隙度的增大, 相速度在变小, 模态 2 变化较模态 1 多一些. 由于孔隙介质的耗散作用, 导波在传播过程中存在着一定的衰减, 且随着孔隙度的增大, 衰减越大, 与孔隙度对时域波形位移幅度的影响一致. 研究无限流体中孔隙介质圆柱的导波传播, 为导波用于无限大流体中孔隙介质圆柱的无损评价提供了一定的理论参考. 但由于孔隙介质的复杂性, 特别是孔隙度对频散的影响, 因而本文中的理论方法在实际应用中可能会存在一定的局限性. 后续将进一步完善孔隙介质层包裹圆柱介质的模型以及对边界条件的影响方面开展进一步研究.

附 录

$$m_{11}=[1-(1-\eta_1)\beta]\,[M\mathrm{J}_M(\alpha_{21}r)-\alpha_{21}r\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{21}r)]\,,$$

$$m_{12}=[1-(1-\eta_2)\beta]\,[M\mathrm{J}_M(\alpha_{22}r)-\alpha_{22}r\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{22}r)]\,,$$

$$m_{13}=\mathrm{i}M\,[1-(1-\eta_2)\beta]\,\mathrm{J}_M(\beta_2 r),$$

$$m_{14}=-\,[M\mathrm{K}_M(\alpha_1 r)-\alpha_1\mathrm{K}_{M+1}(\alpha_1 r)]\,,$$

$$\begin{aligned}m_{21}=&\,2N\left[M(M-1)-\alpha_{21}^2\right]\mathrm{J}_M(\alpha_{21}r)+\alpha_{21}\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{21}r)\\&-\alpha_{21}^2(A+\eta_1 Q+Q+\eta_1 R)\mathrm{J}_M(\alpha_{21}r),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_{22}=&\,2N\left[M(M-1)-\alpha_{22}^2\right]\mathrm{J}_M(\alpha_{22}r)+\alpha_{22}\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{22}r)\\&-\alpha_{22}^2(A+\eta_1 Q+Q+\eta_1 R)\mathrm{J}_M(\alpha_{22}r),\end{aligned}$$

$$m_{23}=2MN\mathrm{i}\,[(M-1)\mathrm{J}_M(\beta_2 r)-\beta_2\mathrm{J}_{M+1}(\beta_2 r)]\,,$$

$$m_{24}=-\lambda\alpha_1^2\mathrm{K}_M(\alpha_1 r),$$

$$m_{31}=2\mathrm{i}N\,[M(M-1)\mathrm{J}_M(\alpha_{21}r)-\alpha_{21}M\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{21}r)]\,,$$

$$m_{32}=2\mathrm{i}N\,[M(M-1)\mathrm{J}_M(\alpha_{22})-\alpha_{22}M\mathrm{J}_{M+1}(\alpha_{22}r)]\,,$$

$$m_{33}=-N\left[(2M(M-1)-\beta_2^2)\mathrm{J}_M(\beta_2 r)+2\beta_2\mathrm{J}_{M+1}(\beta_2 r)\right],$$

$$m_{34}=0,\quad m_{41}=-\alpha_{21}^2(Q+R\eta_1)\mathrm{J}_M(\alpha_{21}r),$$

$$m_{42}=-\alpha_{22}^2(Q+R\eta_2)\mathrm{J}_M(\alpha_{22}r),$$

$$m_{43}=0,\quad m_{44}=-\lambda\beta\alpha_1^2\mathrm{K}_M(\alpha_1).$$

参考文献

[1] Han Q B, Xu B, Xie Z F, Ge R, Wang X, Zhao S Y, Zhu C P 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194301 (in Chinese) [韩庆邦, 徐杉, 谢祖峰, 葛蕤, 王茜, 赵胜永, 朱昌平 2013 物理学报 **62** 194301]

[2] Edelman I, Wilmanski K 2002 *Continuum Mech. Thermodyan.* **14** 25

[3] Yan S G, Xie F L, Li C Z, Zhang B X 2016 *Appl. Geophys.* **13** 333

[4] Ding H R, Liu J X, Cui Z W 2017 *Chin. Phys. B* **26** 124301

[5] Han Q B, Qi L H, Shan M L, Yin, C, Zhu C P 2017 *Ultrasonics* **81** 73

[6] Dong Q D, Wang K X, Xu J Q 1985 *Chin. J. Geophys.* **28** 208 (in Chinese) [董庆德, 王克协, 许吉庆 1985 地球物理学报 **28** 208]

[7] Zhang S G, Hu W X 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 4314

[8] Guo W J, Li T Y, Zhu X, Qu K S 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 084302 (in Chinese) [郭文杰, 李天匀, 朱翔, 屈凯旸 2018 物理学报 **67** 084302]

[9] Valle C, Qu J, Jacobs L J 1999 *Int. J. Eng. Sci.* **37** 1369

[10] Yang W, Fung T C, Chian K S, Chong C K 2007 *J. Biomech.* **40** 481

[11] Gao G J, Deng M X, Li M L, Liu C 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 224301 (in Chinese) [高广健, 邓明晰, 李明亮, 刘畅 2015 物理学报 **64** 224301]

[12] Xu Z C, Han Q B, Tong Z W, Qi L H, Wang P, Shan M L, Zhu C P 2018 *Acta Acust.* **43** 52 (in Chinese) [许洲琛, 韩庆邦, 童紫薇, 齐立华, 王鹏, 单鸣雷, 朱昌平 2018 声学学报 **43** 52]

[13] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 167

[14] Ogushwitz P R 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **77** 441

[15] Johnson D L 1987 *J. Fluid Mech.* **176** 379

[16] Zheng P, Ding B Y, Zhao S X 2014 *Acta Mech. Sin.* **30** 206

[17] Biot M A 1957 *J. Appl. Mech.* **15** 594

[18] Butt H S U, Xue P, Jiang T Z, Wang B 2015 *Int. J. Mech. Sci.* **91** 46

[19] Biot M A 1962 *J. Appl. Phys.* **33** 1482

[20] Shao G Z, Li Q C, Liang Z Q 2007 *Chin. J. Geophys.* **50** 915 (in Chinese) [邵广周, 李庆春, 梁志强 2007 地球物理学报 **50** 915]

[21] Feng S, Johnson D L 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 906

[22] Deresiewicz H, Skalak R 1963 *Bull. Seismol. Soc. Am.* **53** 783

[23] Cui H Y, Shi F F, Ji S X, Zhang B X 2010 *Acta Acust.* **35** 446 (in Chinese) [崔寒茵, 师芳芳, 籍顺心, 张碧星 2010 声学学报 **35** 446]

[24] Wang T, Cui Z W, Liu J X, Wang K X 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 114301 (in Chinese) [王婷, 崔志文, 刘金霞, 王克协 2018 物理学报 **67** 114301]

Guided circumferential wave propagation characteristics for porous cylinder immersed in infinite fluid*

Su Na-Na Han Qing-Bang† Jiang Jian

(*College of Internet of Things Engineering, Hohai University, Changzhou* 213022, *China*)

(Received 29 December 2018; revised manuscript received 29 January 2019)

Abstract

Underground water, gas and oil all exist in the fractured or porous strata. Waves that propagate through porous cylinder immersed in infinite fluid are of considerable interest in the estimation of porous parameter, such as an underwater concrete column may present pore characteristics after a long time water immersion. Compared with longitudinal guided wave, circumferential guided wave has its advantages in the ultrasonic nondestructive inspection of porous cylinder. In order to investigate the propagation characteristics of guided waves in a porous cylinder immersed in infinite fluid and analyze the effects of the porous medium parameters on the dispersion characteristic, a model of porous cylinder surrounded by fluid is built. Based on the elastic-dynamic theory and modified liquid-saturated porous theory, the characteristic equation of guided wave is established, and the dispersion curves are obtained numerically. The effects of cylindrical radius and pore parameters on the propagation characteristics of guided waves are discussed; the attenuation characteristics of guided waves are also analyzed; the time domain waveforms of the guided circumferential waves are obtained by numerical inversion, and the influence of porous parameters on waveforms is simulated. It is found that the dispersion curves are similar to that of elastic cylinder in the fluid, there exist multiple mode guided waves and approximate shear velocity of medium for higher modes, and higher order modes are more affected by the radius, but it does not change the tendency of curve. The phase velocity decreases with porosity increasing at the same frequency and the effect of porosity on higher order modes is greater than that on mode 1; due to the dissipation in the medium, the attenuation increases porosity increasing. It can be seen from the transient responses that the wave packets move backward and the displacement amplitude decreases with the porosity increasing. The characteristics of the inversed transient response are in good agreement with theoretical dispersion and attenuation. The results show that the propagation of guided circumferential wave is affected by the pore parameters, especially for porosity, which can provide a theoretical reference for the non-destructive evaluation of the porous cylinder surrounded by infinite fluid.

Keywords: guided circumferential waves, porous media, dispersion

PACS: 43.20.+g, 43.30.+m, 43.35.+d **DOI:** 10.7498/aps.68.20182300

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11574072, 11274091) and the Key Research and Development Project of Jiangsu Province, China (Grant Nos. BE2016056, BE2017013).

† Corresponding author. E-mail: hqb0092@163.com