

## 二维湍流热对流羽流运动路径对传热特性的影响

包芸 何建超 高振源

### Effect of plume motion path on heat transfer characteristics in two-dimensional turbulent thermal convection

Bao Yun He Jian-Chao Gao Zhen-Yuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 164701 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190323

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190323>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

湍流热对流近底板流态与温度边界层特性

Characteristics of flow and thermal boundary layer in turbulent Rayleigh-Bénard convection

物理学报. 2016, 65(20): 204702 <https://doi.org/10.7498/aps.65.204702>

湍流热对流Prandtl数效应的数值研究

Numerical study of Prandtl number effects in turbulent thermal convection

物理学报. 2018, 67(1): 014701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171518>

三维湍流Rayleigh-Bénard热对流的高效并行直接求解方法

Direct solution method of efficient large-scale parallel computation for 3D turbulent Rayleigh-Bénard convection

物理学报. 2015, 64(15): 154702 <https://doi.org/10.7498/aps.64.154702>

二维高超声速后台阶表面传热特性实验研究

Experimental investigation on surface heat transfer characteristics of hypersonic two-dimensional rearward-facing step flow

物理学报. 2015, 64(5): 054706 <https://doi.org/10.7498/aps.64.054706>

基于超材料的平板二维定向传热结构设计

Design of two-dimensional plate directional heat transmission structure based on meta materials

物理学报. 2015, 64(22): 224401 <https://doi.org/10.7498/aps.64.224401>

黑腔冷冻靶传热与自然对流的数值模拟研究

Numerical simulation of heat transfer and natural convection of the indirect-driven cryogenic target

物理学报. 2015, 64(21): 215201 <https://doi.org/10.7498/aps.64.215201>

# 二维湍流热对流羽流运动路径对传热特性的影响\*

包芸<sup>†</sup> 何建超 高振源

(中山大学航空航天学院, 广州 510275)

(2019年3月7日收到; 2019年4月10日收到修改稿)

本文采用并行直接求解方法计算了 0.7 和 4.3 两个 Pr 数的二维湍流热对流, 最高  $Ra = 10^{13}$ . 高和极高 Ra 数的二维湍流热对流传热 Nu 数与反映羽流运动的大尺度环流路径随 Ra 数的变化具有很好的相关性, 并具有两个 Ra 数转折点. 第一转折点出现在大尺度环流由椭圆变为圆形, 其周长  $C_{LSC}$  随 Ra 数变化突然减小, 第二转折点出现在大尺度环流周长  $C_{LSC}$  最小值处, 随后羽流变为旋涡团状而周长  $C_{LSC}$  随 Ra 数增高而增大. Pr 数较小对应的转折 Ra 数较低. 传热 Nu 数的变化规律用  $Ra^{0.3}$  补偿后发现, Nu 的局部标度律在大尺度环流周长  $C_{LSC}$  较小的情况下减小, 出现偏离 GL 理论预测倍数线的现象. 当 Ra 数大于第二转折点后, 极高 Ra 数二维湍流热对流 Nu 数随 Ra 数的变化与 GL 理论预测倍数线符合良好, 走向保持一致.

**关键词:** 二维湍流热对流, 传热特性, 大尺度环流路径周长, 极高 Ra 数, Grossman 和 Lohse 理论

**PACS:** 47.27.te

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190323

## 1 引言

自然界和工业设计中存在广泛的热对流现象, 热对流的传热特性研究有着重要的意义. Rayleigh-Bénard(RB) 热对流是热对流研究的典型物理模型之一, 即在一个封闭的空间内下底板加热上底板冷却产生热对流运动和热运输的系统<sup>[1]</sup>. RB 热对流系统存在丰富而复杂的流动和热运输现象, 一直受到国内外学者的关注和研究.

国内外关于 RB 热对流的研究成果非常丰富, 主要集中在传热特性变化规律以及温度边界层特性等问题. 在理论研究方面, Grossman 和 Lohse<sup>[2,3]</sup> 提出的 GL 理论最为成功, 可以准确预测和描述大范围内传热 Nusselt(Nu) 数与 Rayleigh(Ra) 数和 Prandtl(Pr) 数的关系. 实验研究中, He 等<sup>[4]</sup> 进行了  $Pr=0.8$  极高 Ra 数的系列实验, 发现当 Ra 数接近  $10^{15}$  时, 反映系统参数变化关系的标度律有所

增大, 与 GL 理论预测的极高 Ra 数的结果一致. Zhou 和 Xia<sup>[5]</sup> 对 RB 系统的温度边界层进行研究, 发现温度边界层分布与 Prandtl-Blasius 理论一致. Stevens 等<sup>[6]</sup> 通过直接数值模拟 (DNS) 方法对三维圆柱 RB 热对流系统进行了模拟, Ra 数达到  $2 \times 10^{12}$ . Zhu 等<sup>[7]</sup> 将二维湍流热对流的 DNS 模拟 Ra 数提高到  $Ra=10^{14}$ , 并发现羽流发射特性在极高 Ra 数发生变化, 引起传热增强. Stevens 等<sup>[8]</sup> 研究了湍流热对流中热分布的超结构. 黄茂静和包芸<sup>[9]</sup> 计算了二维和三维的情况, 发现二维热对流和三维展向平均热对流的时间平均场中都存在大尺度环流和角涡, 两者温度边界层厚度关于 Ra 数的变化存在基本一致标度率关系. 包芸等<sup>[10]</sup> 讨论了 Pr 数对二维湍流热对流流动和传热特性的影响. Bao 等<sup>[11]</sup> 和 Chen 等<sup>[12]</sup> 研究了隔板对流系统, 仅在对流槽中加入一定数量顶端留有狭缝的竖直隔板, 结果发现可以成倍增强传热效率. 林泽鹏和包芸<sup>[13,14]</sup> 对隔板对流系统的几何参数、压力特性等

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11772362) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [stsby@mail.sysu.edu.cn](mailto:stsby@mail.sysu.edu.cn)

展开了系统的研究. Shishkina 等<sup>[15]</sup>考虑湍流脉动的影响, 得到了湍流 RB 热对流温度边界层方程. 何鹏等<sup>[16]</sup>利用湍流温度边界层方程解, 与不同 Ra 数和 Pr 数下二维 DNS 数值解温度边界层拟合, 得到了很好的效果, 并对拟合参数特性进行了讨论. Gao 等<sup>[17]</sup>在研究湍动能沿纵向分布时发现, 二维和三维湍动能的差异仅发生在温度边界层内部.

Van der Poel 等<sup>[18]</sup>对比了二维和三维热对流 DNS 计算结果, 二维计算  $Ra \leq 10^{10}$ , 发现三维结果与 GL 理论的预测吻合良好. 由于二维的 Nu 数值均小于三维的结果, 二维 Nu 数在  $Ra < 10^{10}$  的范围可以与向下平移的 GL 理论预测倍数线相符合, 表明二维 Nu 数的变化规律与 GL 理论预测有一致性. 但进一步增高 Ra 数时二维的传热结果偏离了 GL 理论预测倍数线. 本文大范围 Ra 数二维湍流热对流的 DNS 计算结果研究发现, 当 Ra 数进一步提高, 传热 Nu 数随 Ra 数的变化规律出现新的转折, 又回到了另一条 GL 理论预测倍数线上, 并且这种传热特性的转折变化规律与大尺度环流羽流运动路径周长的变化特性相关联.

## 2 2D 湍流热对流 DNS 的并行直接求解

在 Oberbeck-Boussinesq 近似下, 无量纲化的热对流方程为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{\sqrt{Ra/Pr}} \nabla^2 \mathbf{V} + \theta \mathbf{k} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \theta \end{cases}$$

其中  $\mathbf{V}$  为无量纲速度矢量,  $\theta$  为无量纲温度,  $p$  为压力,  $\mathbf{k}$  为垂向单位矢量. 无量纲参数 Rayleigh(Ra) 数为瑞利数, 表征浮力驱动力与阻碍运动的力两者相对大小. Prandtl(Pr) 数为普朗特数, 表征流体黏性耗散和热耗散的关系. 数值计算中边界条件为壁面速度均采用无滑移条件, 温度为侧壁采用绝热条件, 上下底板采用恒温条件, 上底板冷却  $\theta = -0.5$ ,

下底板加热  $\theta = 0.5$ .

二维热对流数值求解过程采用投影法. 时间和空间均采用二阶格式, 显式计算动量方程和温度对流扩散方程, 压力泊松方程则需要全流场联立求解. 利用 FFT 变换解耦泊松方程, 而后求解三对角方程组所建立的直接解法, 在大规模湍流热对流计算中必须通过并行计算进行. 利用压力泊松方程的高效并行直接求解 PDD 算法, 联合其他显示容易并行计算的动量方程等, 建立了热对流 DNS 的并行直接求解方法 (PDM-DNS, parallel direct method of DNS), 并具有很好的并行效率<sup>[19]</sup>.

## 3 高 Ra 数 2D 湍流热对流传热特性

热对流系统研究的核心问题是由热浮力引起的湍流流动传输热量的能力, 用系统整体传热 Nusselt 数 (Nu) 表示. 湍流热对流传热特性最有成效的理论研究成果是 GL 理论<sup>[2,3]</sup>, GL 理论很好地预测了传热 Nu 数随 Ra 数和 Pr 数的变化特性. Stevens 等<sup>[20]</sup>通过近年大量新的实验和计算数据, 重新对 GL 理论结果中的参数进行了修正, 使得在很大的 Ra 数范围内 Nu 数对 Ra 数和 Pr 数的变化关系都能很好地满足理论预测结果. 在 Ra 数的大范围中, 传热 Nu 数随 Ra 数的变化标度律并不是常值, 是随 Ra 数的变化而变化的.

当  $Ra \geq 10^{12}$  以后, 无论是实验还是 DNS 数值模拟研究都碰到过极大的困难, 困扰研究的发展. 因此一般称当  $Ra \geq 10^{12}$  时为极高 Ra 情况. 实验研究比 DNS 模拟较早突破并进行极高 Ra 数湍流热对流研究<sup>[4]</sup>. Zhu 等<sup>[7]</sup>在改进计算技术后将并行计算效率提高数十倍, 从而在 2018 年实现了  $Ra = 10^{14}$  的二维湍流热对流 DNS 模拟, 所花计算资源超过 500 万核时.

本文采用新的计算方法 PDM-DNS, 在“天河二号”超级计算机上进行了系列 Ra 数的二维湍流热对流 DNS 模拟, 对应两组  $Pr = 0.7$  和  $4.3$ . 计算从  $Ra = 10^7$  开始, 最高 Ra 数达到  $Ra = 10^{13}$ . 两组计算的 Ra 数如表 1 所列.

表 1 计算 Ra 数  
Table 1. The Ra numbers.

Ra
$10^7, 2 \times 10^7, 5 \times 10^7, 10^8, 2 \times 10^8, 5 \times 10^8, 10^9, 2 \times 10^9, 5 \times 10^9, 10^{10}, 2 \times 10^{10}, 5 \times 10^{10}, 10^{11}, 5 \times 10^{11}, 10^{12}, 2 \times 10^{12}, 10^{13}$

大量的计算结果都发现, 二维热对流的传热 Nu 数在同样的 Ra 数要小于三维的结果, 但具有与三维结果随 Ra 数变化规律一致的特性. 因此在探讨二维湍流热对流的传热特性时, 用 GL 理论预测值乘以小数使其向下平移的倍数线, 来反映二维传热特性的变化规律<sup>[18]</sup>.

图 1 中给出了本文计算的两组 Pr 数情况下的二维湍流热对流的传热 Nu 随 Ra 数的变化情况, 同时给出了四个三维计算结果. 图中显示的是 Nu/Ra<sup>0.3</sup> 随 Ra 数的变化, 其中黑线是 GL 理论预测线, 虚线是 GL 理论预测倍数线. 红色圆点是 Pr = 0.7 的结果, 蓝色三角是 Pr = 4.3 的计算结果. 图中还对应给出了 Van der Poel 等<sup>[18]</sup> 和 Zhang 等<sup>[21]</sup> 的二维计算结果以及 Stevens 等<sup>[6]</sup> 的三维计算结果.

从图 1 中可以看到, 对 Pr = 0.7 的二维结果, 原本随 Ra 数变化而增大的 Nu/Ra<sup>0.3</sup> 在 Ra > 10<sup>9</sup> 时开始减小, 到 Ra ≈ 10<sup>10</sup> 时达到最小, 而后随着 Ra 数的增加, Nu/Ra<sup>0.3</sup> 随 Ra 数的变化又开始相应地变大, 回到另一条 GL 理论预测倍数线上, 变化过程中出现两个转折. Pr = 4.3 的计算结果也出现同样的变化特征, 只是比 Pr = 0.7 时对应的 Ra 数后移一个量级. 在 Ra ≤ 10<sup>10</sup> 的范围内 Pr = 4.3 的 Nu 数与 Ra 数之间有较好的 0.3 标度律关系, 当 Ra > 10<sup>10</sup> 后与 Van der Poel 等<sup>[18]</sup> 的二维结果一样, Nu/Ra<sup>0.3</sup> 随 Ra 数的变化向下减小, 但减小的幅度并没有随 Ra 数的增加而一直增大, 当 Ra ≥ 2 × 10<sup>11</sup> 时 Nu/Ra<sup>0.3</sup> 的值又开始增加, 并与 GL 理论预测倍数线变化走向一致.

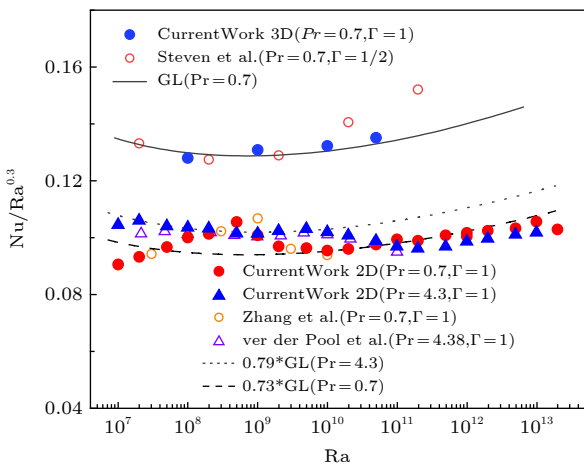


图 1 热对流传热 Nu 数随 Ra 数的变化情况

Fig. 1. The variation of the Nu number with Ra number for the turbulent convection.

图 1 中二维湍流热对流传热特性的这种在一定的 Ra 数范围, Nu/Ra<sup>0.3</sup> 随 Ra 数变化的标度律相应减小而后增加的特殊情况, 可能与二维湍流热对流的流动特性有关. 为此, 我们从分析二维湍流热对流的流场特性出发, 探讨二维湍流热对流传热特性的特殊变化与二维湍流热对流流动特征之间的相关关系.

#### 4 高 Ra 数 2D 湍流热对流流动特性

先以 Pr = 0.7 为例, 给出四个典型 Ra 数的二维湍流热对流的瞬时温度场以及温度和速度的平均场, 讨论温度羽流在不同 Ra 数的变化情况.

瞬时温度场中的温度分布可以反映冷热流流的状态. 图 2 给出了 Pr = 0.7 时四个典型 Ra 数瞬时温度场, 可以看到在不同 Ra 数时羽流的形态变化. 给出的四个典型 Ra 数都已不存在较稳定的大尺度环流和角涡. 在 Ra = 10<sup>9</sup>, 角涡脱离角区随大尺度环流绕行, 把羽流拉成条状并随机运动, 并将部分羽流挤到方腔的中部, 使得流动的最大速度不再沿侧壁而向方腔中部偏移. Ra = 10<sup>10</sup> 时仍以条状羽流为主, 出现个别的涡状羽流. 到 Ra = 10<sup>11</sup> 和极高 Ra 数 Ra = 10<sup>12</sup>, 羽流基本上全部变为小尺寸的涡状羽流, 并相互缠绕, 随大尺度环流做宏观的绕行. Ra 数越高, 涡状羽流尺寸越小, 数量越多, 在流动中绕行的时间越长.

平均场特性将滤掉羽流运动的瞬时影响, 给出总体传热特性和运动特征. 图 3 是上面四个典型 Ra 数的平均温度场和流线图. 虽然四个不同 Ra 数的瞬时羽流形态和运动不一样, 但它们的平均场分布较为相似. 近地板的温度分布随 Ra 数的增高而越来越接近地板, 表明温度边界层越来越薄. 流线图形状基本一致, 平均场流动都接近圆形, 有四个小角涡存在. 但平均场流线图并没有反映出平均速度场的大小分布和变化情况.

图 4 给出了对应的平均场的速度值分布. 四个典型 Ra 数的平均场的速度值分布都基本为圆形, 但速度值的最大值位置在不同 Ra 数时是不同的. Ra = 10<sup>10</sup> 速度值较大区域分布明显向方腔中部聚拢, 速度的最大值位置随 Ra 数的变化是先向中部聚集再向外部扩展的过程. 二维高 Ra 数的平均场速度分布的变化过程与瞬时羽流的运动形态相关联. 高 Ra 数时的角涡脱离角区, 将羽流挤入方腔

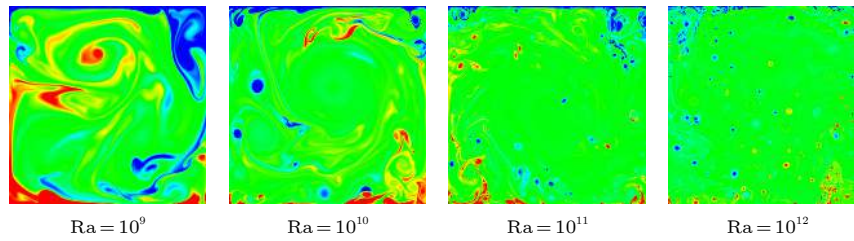


图 2 Pr = 0.7 典型 Ra 数的二维热对流瞬时温度场

Fig. 2. The instantaneous temperature fields with typical Ra number at Pr = 0.7.

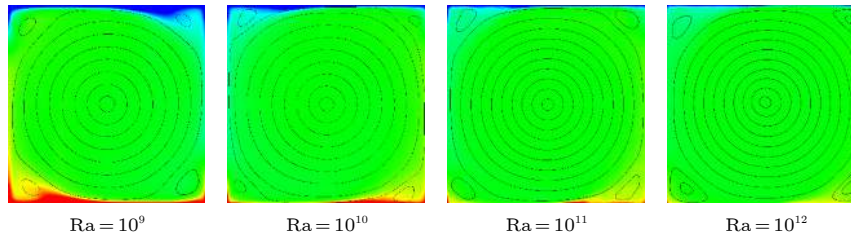


图 3 Pr = 0.7 典型 Ra 数的二维热对流平均温度场和流线图

Fig. 3. The average temperature fields and stream lines with typical Ra number at Pr = 0.7.

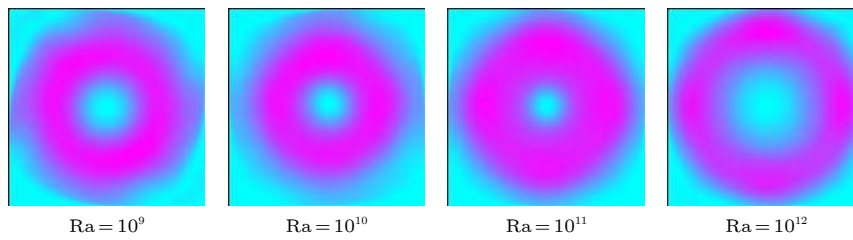


图 4 Pr = 0.7 典型 Ra 数的平均速度场分布

Fig. 4. The average velocity field distributions with typical Ra number at Pr = 0.7.

的中部,使得由温度加速的流动最大速度分布区域也向方腔中部聚集.当 Ra 更高时羽流形态变化为小尺寸旋涡团状羽流,团状羽流随大尺度环流绕行不再挤压羽流运动,最大速度分布再次向方腔四周扩展.

对于 Pr = 4.3 的情况,对比极高 Ra 数 Ra = 10<sup>12</sup> 时的瞬时温度场及羽流特性,如图 5 所示. 相较左图 Pr = 0.7 的瞬时温度场,右图 Pr = 4.3 中

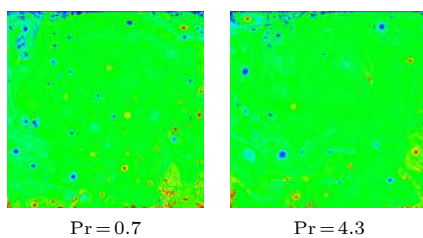


图 5 Ra = 10<sup>12</sup> 时不同 Pr 数的瞬时温度场及羽流结构

Fig. 5. The instantaneous temperature field and plume structure with different Pr number at Ra = 10<sup>12</sup>.

的羽流结构也呈现小尺寸旋涡团状,只是 Pr 数较大时温度场中的旋涡状羽流尺寸较大,个数相对较少.

## 5 高 Ra 数 2D 湍流热对流大尺度环流路径与传热 Nu 数之间的相关性

定义大尺度环流路径,用于描述 2D 湍流热对流的平均场速度羽流运动路径特性.在平均场速度分布中找到速度值最大的那点,画出过这点的流线图,并以此流线反映大尺度环流路径<sup>[22]</sup>.

图 6 给出了两个典型热对流的大尺度环流路径.可以看到,热对流大尺度环流路径在 Ra = 10<sup>8</sup> 是椭圆封闭曲线,路径较长,而在 Ra = 10<sup>11</sup> 是一个近似圆形的封闭流线,路径较短.随不同 Ra 数大尺度环流的路径周长 C<sub>LSC</sub> 发生变化.

计算 Pr = 0.7 时不同 Ra 数的大尺度环流路径周长 C<sub>LSC</sub>,并给出它们随 Ra 数的变化,如图 7

中上半部分的红色圆点所示. 图中在 Ra 数较低时椭圆形大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  值较大. 在  $Ra \approx 10^9$  时有一个突然的减小, 此时对应发生的是流态中角涡脱落羽流被挤向方腔的中心, 大尺度环流变为圆形. 在  $Ra \approx 10^9$  至  $Ra \approx 10^{10}$  的区域大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  值较小. 随着 Ra 数的增加, 羽流形态发生变化形成团状羽流, 大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  逐渐增大, 到  $Ra = 10^{13}$ .

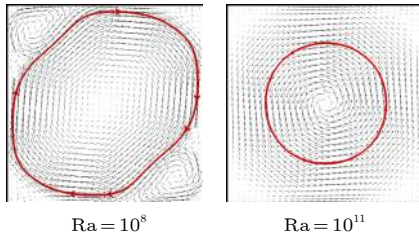


图 6 Pr = 0.7 时大尺度环流路径图

Fig. 6. The large scale circulation path at Pr = 0.7.

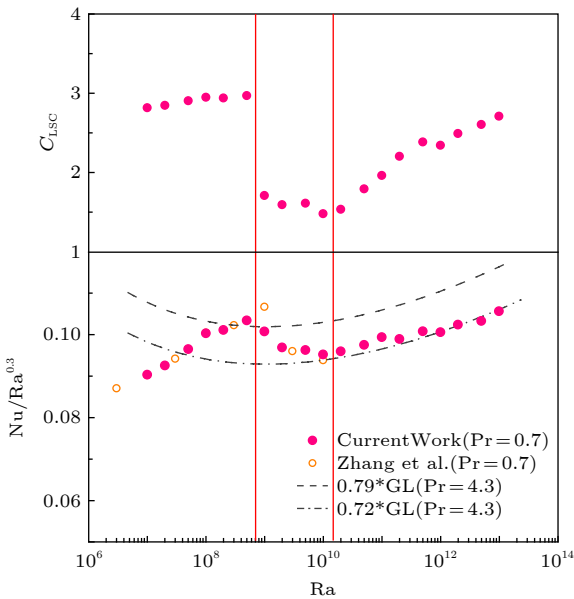


图 7 大尺度环流路径周长与传热 Nu 数随 Ra 变化及其相关性, Pr = 0.7

Fig. 7. The variation of large scale circulation path length and Nu number with Ra and its correlation at Pr = 0.7.

讨论 Nu 数随 Ra 数的变化与大尺度环流路径变化的关联, 将图 2 中 Pr = 0.7 时二维湍流热对流的传热  $Nu/Ra^{0.3}$  数随 Ra 数的变化局部放大并入图 7 中的下部. 图中可以看到两者具有很好的相关性.  $Nu/Ra^{0.3}$  数和大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  随 Ra 数的变化都存在两个明显的转折点.  $Nu/Ra^{0.3}$  数随 Ra 数的变化有个先增加再下降而后又增加

的过程. 当大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  在  $Ra \approx 10^9$  突然变小时,  $Nu/Ra^{0.3}$  数的变化出现减小的转折. 随着 Ra 数的增加到  $Ra \approx 10^{10}$ , 大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  开始增大,  $Nu/Ra^{0.3}$  数的变化出现第二个转折并开始增加, 而且与 GL 理论预测 0.72 的倍数线符合良好. 这一结果表明当 Ra 数很高时, 二维湍流热对流的传热特性变化规律仍可以与 GL 理论预测变化趋势一致.

图 8 中给出了 Pr = 4.3 的二维湍流热对流大尺度环流路径周长  $C_{LSC}$  随 Ra 数的变化, 同样可以看到类似于图 7 中 Pr = 0.7 的结果, 存在明显的两个转折.

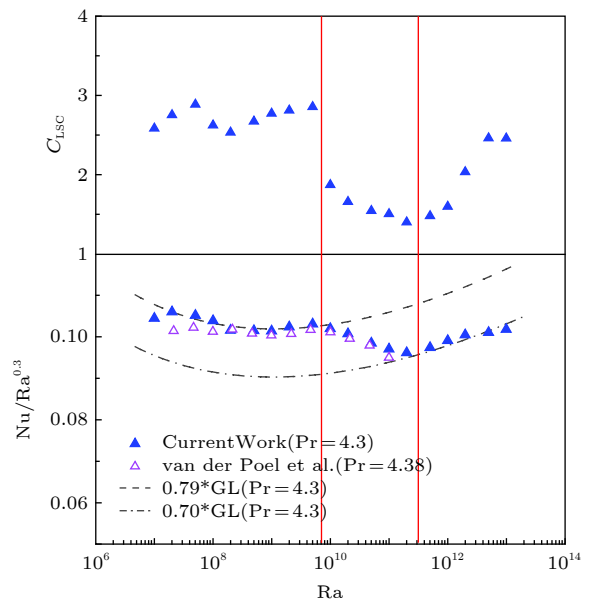


图 8 大尺度环流路径周长与传热 Nu 数随 Ra 变化及其相关性, Pr = 4.3

Fig. 8. The variation of large scale circulation path and Nu number with Ra and its correlation at Pr = 4.3.

图 8 中同时给出了 Van der Poel 等<sup>[18]</sup> 的二维计算结果, 计算 Pr = 4.38, 最大  $Ra = 10^{11}$ .  $Nu/Ra^{0.3}$  数随 Ra 数的变化局部放大后可以明显的看到, 当 Ra 数增高至  $Ra = 10^{10}$  时出现第一个转折, 二维的结果偏离了 GL 理论预测倍数线, 使得高 Ra 二维的计算结果不再与 GL 理论预测变化趋势一致, 而且偏离情况随 Ra 数越来越大, 因此他们认为二维的计算结果在高 Ra 数时可能没有意义. 但他们没有继续提高 Ra 数的计算, 错过第二个转折点的发现.

本文 Pr = 4.3 的二维湍流热对流 DNS 结果表明, 在一定的高 Ra 数范围内 2D 计算结果  $Nu/Ra^{0.3}$

数随 Ra 数的变化会出现向下偏离 GL 理论预测倍数线的现象. 但同时可以看到, 这个范围的大尺度环流路径周长也是减小的. 继续提高计算 Ra 数, 当  $Ra > 2 \times 10^{11}$  后大尺度环流路径周长开始增大,  $Nu/Ra^{0.3}$  数的变化出现第二个转折, 并且与 GL 理论预测 0.7 倍数线符合良好, 又恢复到与 GL 理论预测变化基本一致.

$Pr = 4.3$  的两个转折点对应的 Ra 数与  $Pr = 0.7$  时明显增大, 分别为  $Ra \approx 5 \times 10^9$  和  $Ra \approx 2 \times 10^{11}$ . 这个变化与流动的湍流特性有关, Pr 数越小流动的湍流程度越强<sup>[9]</sup>, 因此对于较小 Pr 数, 热对流流动更加容易发生角涡脱落和出现团状羽流. 不同 Pr 数二维的结果在第二个转折点后相符合的 GL 理论预测倍数线略有不同,  $Pr = 0.7$  时为  $0.72 \times$  GL 理论预测值,  $Pr = 4.3$  时为  $0.70 \times$  GL 理论预测值. Pr 数较大 GL 理论预测倍数线略为下移.

以上研究结果可见, 二维湍流热对流 DNS 计算结果 Nu 数随 Ra 数的变化, 与三维的结果有些不同. 当一定的 Ra 数范围由于羽流的不规则运动而向方腔中部聚拢, 使得大尺度环流路径周长变小, 传热 Nu 数随 Ra 数的变化会向下偏离 GL 理论预测倍数线. 其原因可能是与 GL 理论的四壁边界层和中心区的假设不完全符合造成的. 二维湍流热对流传热特性随 Ra 数变化出现两个转折现象的物理因素, 还需要更多深入的研究.

综上所述, 二维湍流热对流的计算结果在极高 Ra 数的情况下, 传热 Nu 数随 Ra 数的变化依然可以与 GL 理论预测倍数线符合良好, 即保持与 GL 理论预测相同的变化规律. 这对进一步开展极高 Ra 数的二维湍流热对流 DNS 计算以及湍流热对流“终极态”的研究, 有着重要的意义.

## 6 结 论

本文采用新的计算方法完成了系列二维高和极高 Ra 数的湍流热对流的 DNS 模拟. 通过研究二维高和极高 Ra 数的传热变化特性, 发现在一定的 Ra 数范围 Nu 数随 Ra 数的变化标度律减小, 与 GL 理论预测倍数线偏离, 但随着 Ra 数进一步提高偏离现象消失, 而这一传热特性随 Ra 数的变化规律与大尺度环流路径的大小值相关. 通过研究得到以下结论.

1) 创建了高效二维热对流的并行直接求解方法 (PDM-DNS), 完成了系列不同 Ra 数的二维湍流热对流 DNS 模拟, 包括  $Ra = 10^{13}$  的 DNS 模拟.

2) 二维湍流热对流中, 传热  $Nu/Ra^{0.3}$  数随 Ra 数的变化与反映羽流运动的大尺度环流路径的变化具有很好的相关性, 具有两个转折点.  $Pr = 0.7$  时,  $Ra \approx 10^9$  大尺度环流变为圆形, 大尺度环流周长  $C_{LSC}$  随 Ra 数变化突然减小, 出现第一转折点, 在  $Ra \approx 10^{10}$  时  $C_{LSC}$  最小, 出现第二转折点, 而后随 Ra 增加变大. 同样传热特性随 Ra 数的变化存在对应的两个转折. 当  $Ra > 10^9$  时  $Nu/Ra^{0.3}$  随 Ra 变化的标度律减小, 出现偏离 GL 理论预测倍数线的现象. 在 Ra 数大于第二转折点  $Ra \approx 10^{10}$ ,  $Nu/Ra^{0.3}$  随 Ra 变化的标度律变为增加并再次与 GL 理论预测倍数线相符合, 直到  $Ra = 10^{13}$ .  $Pr = 4.3$  时的结果与上述变化规律一致, 只是对应转折点的 Ra 数较高.

3) 当 Ra 数大于第二转折点时, 2D 湍流热对流的传热  $Nu/Ra^{0.3}$  随 Ra 数的变化与 GL 理论预测倍数线符合良好, 表明极高 Ra 数情况下 2D 热对流的传热特性与 GL 理论预测变化趋势基本一致.

## 参考文献

- [1] Ahlers G, Grossmann S, Lohse D 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 503
- [2] Grossmann S, Lohse D 2000 *J. Fluid Mech.* **407** 27
- [3] Grossmann S, Lohse D 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3316
- [4] He X, van Gils D P M, Bodenschatz E, Ahlers G 2015 *New J. Phys.* **17** 63028
- [5] Zhou Q, Xia K Q 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 104301
- [6] Stevens R J A M, Lohse D, Verzicco R 2011 *J. Fluid Mech.* **688** 31
- [7] Zhu X, Mathai V, Stevens R J A M, et al. 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 144502
- [8] Stevens R J A M, Blass A, Zhu X J 2018 *Phys. Rev. Fluids* **3** 04150
- [9] Huang M J, Bao Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 204702 (in Chinese) [黄茂静, 包芸 2016 物理学报 **65** 204702]
- [10] Bao Y, Gao Z Y, Ye M X 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 104701 (in Chinese) [包芸, 高振源, 叶孟翔 2018 物理学报 **67** 104701]
- [11] Bao Y, Chen J, Liu B F, et al. 2015 *J. Fluid Mech.* **784** R5
- [12] Chen J, Bao Y, Yin Z X, et al. 2017 *Int. J. Heat Mass Transfer* **115** 556
- [13] Lin Z P, Bao Y 2018 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **48** 054702 (in Chinese) [林泽鹏, 包芸 2018 中国科学: 物理学力学天文学 **48** 054702]
- [14] Lin Z P, Bao Y 2018 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **48** 104702 (in Chinese) [林泽鹏, 包芸 2018 中国科学: 物理学力学天文学 **48** 104702]
- [15] Shishkina O, Horn S, Wagner S, et al. 2015 *Phys. Rev. Lett.*

- 114 114302
- [16] He P, Huang M J, Bao Y 2018 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **48** 124702 (in Chinese) [何鹏, 黄茂静, 包芸 2018 中国科学: 物理学力学天文学 **48** 124702]
- [17] Gao Z Y, Luo J H, Bao Y 2018 *Chin. Phys. B* **27** 104702
- [18] van der Poel E P, Stevens R J A M, Lohse D 2013 *J. Fluid Mech.* **736** 177
- [19] Bao Y, Luo J H, Ye M X 2018 *J. Mech.* **34** 159
- [20] Stevens RJAM, van der Poel E P, Grossmann S, et al. 2013 *J. Fluid Mech.* **730** 295
- [21] Zhang Y, Huang Y X, Jiang N, et al. 2017 *Phys. Rev. E* **96** 023105
- [22] Sun C, Xia K Q 2005 *Phys. Rev. E* **72** 067302

## Effect of plume motion path on heat transfer characteristics in two-dimensional turbulent thermal convection\*

Bao Yun<sup>†</sup> He Jian-Chao Gao Zhen-Yuan

(School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)

( Received 7 March 2019; revised manuscript received 10 April 2019 )

### Abstract

The Grossman and Lohse (GL) theory is an important theory for studying the heat transfer characteristics of the turbulent convection. Previous computational studies have found that when the Ra number is higher than a certain value, the change of the heat transfer Nu number with Ra number in two-dimensional turbulent thermal convection is different from that in the three-dimensional thermal convection, deviating from the multiples line of the GL theory prediction. Therefore, the value of studying the two-dimensional numerical calculation of turbulent thermal convection with high Ra number is questioned. The numerical calculations of a series of two-dimensional turbulent thermal convection events with high and very high Ra number (specifically, maximum Ra =  $10^{13}$  with Pr = 0.7 and 4.3) are carried out in this paper. The results show that there exists a good correlation between the heat transfer Nu number and the variation of large scale circulation path length (that reflects the plume motion) with Ra number in the two-dimensional turbulent convection, and they have two Ra number transition points. The first transition point appears in the large scale circulation from the ellipse to the circle, when its circumference  $C_{LSC}$  of the large scale circulation suddenly decreases with Ra number increasing. The second transition point appears at the minimum circumference  $C_{LSC}$ , and then the plume rheology becomes vortex group and the circumference  $C_{LSC}$  increases with Ra number increasing. The Ra number at transition point for a smaller Pr number is lower. The variation of the heat transfer Nu number after  $Ra^{0.3}$  compensation shows that the local scale law of Nu number decreases as the circumference  $C_{LSC}$  of the large scale circulation becomes small, and a phenomenon of deviating from the multiples line of GL theory prediction appears. When Ra number is higher than the second transition point, the local scale law of the Nu number varying with Ra number is in good agreement with the multiples line of GL theory prediction again in 2D turbulent thermal convection. It means that the numerical results of two-dimensional turbulent thermal convection can correctly reflect the heat transfer characteristics of turbulent thermal convection under the condition of very high Ra number.

**Keywords:** 2D turbulent convection, heat transfer characteristics, large scale circulation path circumference, very high Ra number, Grossman and Lohse theory

**PACS:** 47.27.te

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190323

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11772362).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: stsbymail@mail.sysu.edu.cn