

**声场中球形空化云中气泡的耦合谐振**

张鹏利 林书玉 朱华泽 张涛

**Coupled resonance of bubbles in spherical cavitation clouds**

Zhang Peng-Li Lin Shu-Yu Zhu Hua-Ze Zhang Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 134301 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190360

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190360>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

**Articles you may be interested in**

球状泡群内气泡的耦合振动

Coupled oscillation of bubbles in a spherical bubble cluster

物理学报. 2015, 64(23): 234301 <https://doi.org/10.7498/aps.64.234301>

两种气泡混合的声空化

Cavitation of two kinds of bubble mixtures

物理学报. 2015, 64(20): 204301 <https://doi.org/10.7498/aps.64.204301>

超声场下刚性界面附近溃灭空化气泡的速度分析

Velocity analysis for collapsing cavitation bubble near a rigid wall under an ultrasound field

物理学报. 2016, 65(4): 044304 <https://doi.org/10.7498/aps.65.044304>

声场中空化气泡的耦合振动及形状不稳定性的研究

Coupled oscillation and shape instability of bubbles in acoustic field

物理学报. 2018, 67(3): 034301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171573>

低频超声空化场中柱状泡群内气泡的声响应

Acoustic response of bubbles inside a cylindrical cavitation bubble cluster generated by low-frequency ultrasound

物理学报. 2016, 65(14): 144301 <https://doi.org/10.7498/aps.65.144301>

## 声场中球形空化云中气泡的耦合谐振\*

张鹏利<sup>1)2)</sup> 林书玉<sup>1)†</sup> 朱华泽<sup>2)</sup> 张涛<sup>2)</sup>

1) (陕西师范大学物理学与信息技术学院, 陕西省超声学重点实验室, 西安 710062)

2) (西安科技大学理学院, 西安 710054)

(2019年3月14日收到; 2019年4月28日收到修改稿)

本文从泡群中气泡动力学方程出发, 对泡壁运动方程进行线性约化, 得到球状泡群中气泡谐振频率的表达式, 并给出了泡群中气泡谐振频率与单泡 Minnaert 频率的修正系数. 讨论了泡群中气泡初始半径、气泡数量、气泡之间距离对谐振频率的影响. 研究表明: 考虑到气泡的相互作用后, 球状泡群中气泡的谐振频率明显小于单泡的 Minnaert 频率. 随着泡群中气泡数量的减少、气泡之间距离增大, 泡群中气泡之间的相互作用减弱, 气泡的谐振频率回归到 Minnaert 单泡谐振频率. 同时泡群中气泡的谐振频率随气泡之间距离、气泡数量的影响变化梯度也不相同. 泡群中气泡数量越多、气泡距离近越近, 气泡之间相互作用强, 谐振频率变化幅度快.

关键词: 气泡, 谐振频率, 气泡数量, 距离

PACS: 43.20.+g, 43.35.+d, 47.55.dd

DOI: 10.7498/aps.68.20190360

## 1 引言

超声空化现象是发生在液体中的强声现象, 是由于液体中压力的变化引发气泡的生长、溃灭现象, 液体中几乎所有的强声技术都伴随着超声空化现象的发生<sup>[1-3]</sup>. 声空化是一种经典的物理现象, 但空化泡的微米尺度和高速脉动阻碍了人们对它内部微观过程的理解, 探索空化泡内部极端物理条件、声致发光微观机理等仍是当前声学 and 物理学界的热门课题<sup>[4-8]</sup>.

在实际空化过程中, 空化现象是以空化云形式存在的, 由于气泡的振动会在液体中形成次级声辐射, 气泡之间的相互作用对每个气泡的振动特性影响将都不能忽略. 为了更切合实际, 人们开始将注意力从单一空化泡转向双空化泡和空化泡群.

1971年, Shim<sup>[8]</sup>对双泡问题进行了讨论. An<sup>[9]</sup>给出了气泡呈链式泡群和球状泡群内气泡动力学方程, 并分析了泡群内气泡的运动行为和多泡声致发光特征. 文献<sup>[10-13]</sup>研究了超声波作用下泡群的非线性响应、共振响应、耦合振动等; Yasui等<sup>[14]</sup>给出了两束空化云相互作用的气泡动力学方程. 泡群动力学的研究有利于发展控制超声空化效应强弱的理论和方法. 气泡在泡群内由于受到其他气泡的相互作用, 其自身振动会受到抑制. Barber等<sup>[15]</sup>研究发现在液体中注入大气泡能够抑制空化的发生和发展, 而其研究主要是讨论气泡之间的相互作用对泡壁运动的影响. 文献<sup>[16,17]</sup>模拟了自有液面下两个水平排列的气泡的耦合作用. 还有研究表明, 当气泡初始距离较近时, 气泡之间还会发生融合现象<sup>[18]</sup>. 然而气泡在声场中的振动是与外界驱动声压频率和声压幅值有着密切的关系, 能否发生瞬态空化效应, 主要取决于外界驱动声压频率和气

\* 国家自然科学基金 (批准号: 50875132, 60573172) 和陕西省科技厅工业攻关项目 (批准号: 2015GY182, 2016GY-041) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 253383739@qq.com

泡自身谐振频率之间的关系. 本文则通过对球状泡群内气泡的运动方程进行线性约化, 得到气泡的谐振频率, 并研究了泡群中气泡的谐振频率与单泡的谐振频率的关系, 以及影响气泡谐振频率的主要参数. 希望对多气泡环境中气泡的受迫振动及多气泡空化理论提供依据.

## 2 理论模型

由于气泡间距和气泡尺寸相对于液体中声波波长来说非常小, 故可以认为气泡处于相同的声场中. 设气泡间距为  $r_{ij}$ , 球状泡群半径为  $r$ , 声场中空化泡的运动方程的得到基于以下几个假设<sup>[19–23]</sup>:

1) 由于表面张力的作用, 空化泡膨胀和收缩期间始终为球形, 在声波作用下气泡仍能保持完好的球对称性, 做几乎纯径向脉动, 且始终在同一位置振动, 没有发生平动;

2) 不考虑空化泡在谐振过程中的热交换、水蒸汽的相变、气体质量交换及泡内的化学反应;

3) 考虑液体黏滞性, 表面张力及液体的蒸汽压.

此时球状泡群内空化泡的动力学方程可以表示为<sup>[9,12,20]</sup>:

$$R_i \ddot{R}_i + \frac{3}{2} \dot{R}_i^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_0 + \frac{2\delta}{R_i} - p_v \right) \left( \frac{R_{i0}}{R_i} \right)^{3k} + p_v - p_0 - \frac{2\delta}{R_i} - \frac{4u}{R_i} \dot{R}_i - p_a \sin(\omega t) \right] - \sum_{j=1}^N \frac{R_j}{r_{ij}} \left[ R_j \frac{d^2 R_j}{dt^2} + 2 \left( \frac{dR_j}{dt} \right)^2 \right], \quad (1)$$

式中最后一项即体现出空化泡之间相互作用项. 式中  $R_i$  为任意时刻气泡半径,  $R_{i0}$  为其初始半径,  $\rho$  为气泡外液体密度,  $p_\infty$  为气泡泡壁外侧液体的压力,  $u$  为液体黏滞系数,  $\sigma$  为表面张力系数,  $p_{ig_0}$  为气泡内部气体压强. 由于空化过程极短, 只有短短的几十微秒, 在空化过程中体积又非常小, 可近似认为空化过程为绝热等熵过程.

图 1 给出了不同气泡数量、初始半径、驱动声频率、驱动声强下气泡的半径随时间的变化关系. 图 1(a) 和图 1(b) 为不同气泡数量、不同初始半径下泡壁半径、速度随时间的变化关系, 其中外界驱

动频率 20 kHz, 强度  $p_a = 1.2 \times 10^5$  Pa. 从图 1(a) 中不难看出空化云中气泡数量影响气泡的膨胀比. 当空化云气泡数量增多时, 气泡受其他气泡之间的抑制作用越强烈, 会使得气泡的膨胀比显著减小. 同时气泡生长到最大和溃灭时间也会延迟, 这就说明气泡数量越多, 气泡之间抑制作用越强, 气泡越难生长起来. 当空化云中气泡数量由 10 增大到 500 时, 气泡的膨胀比减小, 由最大 28 减小到 15. 由图 1(b) 可以看出空化泡的初始半径对其膨胀比影响比较明显, 当其由 5  $\mu\text{m}$  增大到 20  $\mu\text{m}$  时, 气泡的膨胀比由 25 减小到 2.8. 综上可得空化云中气泡数量越多, 气泡的初始半径越大气泡越不容易生长起来, 同样的气泡数量, 小气泡则更容易生长起来. 曾有学者指出, 为了控制空化强度, 可以在水中注入不同数量的大气泡, 通过气泡之间的相互作用来调节空化强弱<sup>[15]</sup>. 图 1(c) 和图 1(d) 给出了不同驱动声参数时气泡半径随时间的变化关系, 选取气泡的初始半径为 5  $\mu\text{m}$ , 气泡数量为 100. 由图 1(c) 和图 1(d) 不难看出驱动声压频率小、声压幅值小时, 气泡的膨胀比反倒大一些.

实际上气泡在声场作用下是一种受迫振动, 而影响受迫振动的振幅或气泡膨胀比的主要因素则是气泡自身谐振频率、外界驱动声压幅值、频率等参数, 为了研究空化泡谐振频率与气泡数量、气泡初始半径、气泡之间距离的关系, 对 (1) 式进行线性约化.

## 3 泡壁运动方程的线性约化

假设球形空化云中有  $N$  个气泡, 一气泡处于球心位置, 其余气泡均匀分布在距离为  $d$  的球面上. 为了简化处理, 认为气泡具有相同初始半径, 被研究的气泡处于球心位置. 此时 (1) 式化简后变为:

$$\left( R + \frac{N-1}{d} R^2 \right) \ddot{R} + \left( \frac{3}{2} + \frac{N-1}{d} R \right) \dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ \left( p_0 + \frac{2\delta}{R_0} - p_v \right) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} + p_v - p_0 - \frac{2\delta}{R} - \frac{4u}{R} \dot{R} - p_a \sin(\omega_a t) \right]. \quad (2)$$

在气泡做小幅振动情况下, 考虑液体黏滞系数的影响时, 令

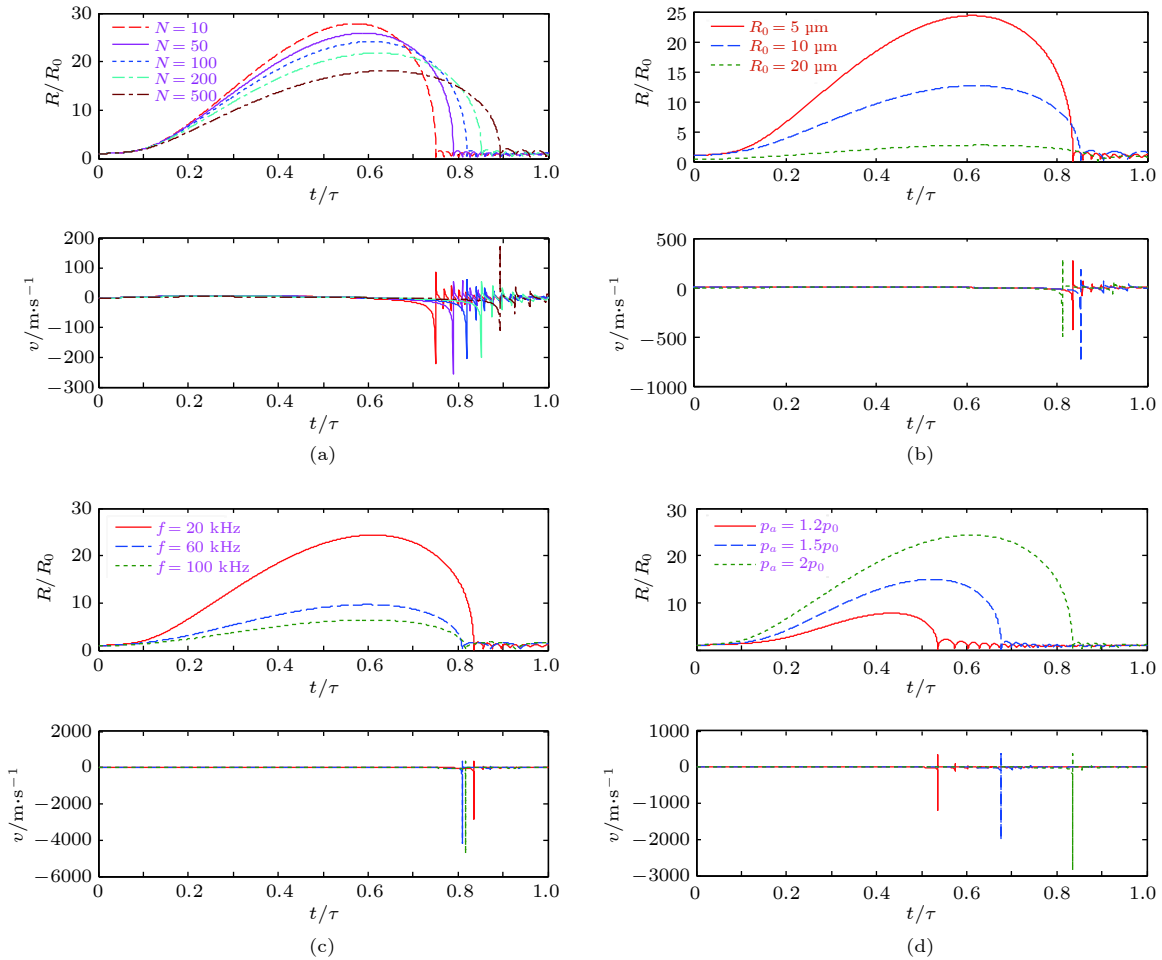


图 1 球形空化云中气泡的运动 (a) 气泡初始半径 5 μm; (b) 泡群中气泡数量为 100; (c), (d) 气泡初始半径 5 μm, 泡群中气泡数量  $N = 100$

Fig. 1. Movement of bubbles in spherical cavitation clouds: (a) Bubble initial radius 5 μm; (b) the number 100; (c), (d) bubble initial radius 5 μm,  $N = 100$ .

$$R = R_0(1 + x) \text{ 且 } x \ll 1,$$

$$\text{则有 } \dot{R} = R_0\dot{x}, \ddot{R} = R_0\ddot{x}. \quad (3)$$

同时对 (2) 式做以下线性化处理<sup>[1]</sup>:

$$\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} \approx 1 - 3\gamma x, \frac{1}{R} \approx (1 - x) \frac{1}{R_0}. \quad (4)$$

将 (3) 和 (4) 式代入 (2) 式, 同时考虑到  $x$  是一微小量, 忽略二阶无穷小量  $x^2$ , 化简可得到

$$\begin{aligned} & \left[ R_0^2(1 + x) + R_0^3 \frac{N-1}{d}(1 + x)^2 \right] \ddot{x} \\ &= \frac{1}{\rho} \left[ \frac{2\sigma}{R_0} x - 3\gamma x \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) \right. \\ & \quad \left. - 4\mu(1 - x)\dot{x} - p_a \sin(\omega_a t) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

注意到<sup>[1]</sup>  $(1 + x)^2 = (1 + 2x + x^2) \approx 1 + 2x$ ,  $\frac{1}{1 + x} \approx 1 - x$ . 代入 (5) 式, 化简并整理后得到

$$\ddot{x} - (4\mu - 8ux)\dot{x}$$

$$\begin{aligned} & + \left[ \omega_r^2 - \frac{1}{\rho \left( R_0^2 + \frac{N-1}{d} R_0^3 \right)} p_a \sin(\omega_a t) \right] x \\ &= \frac{1}{\rho \left( R_0^2 + \frac{N-1}{d} R_0^3 \right)} p_a \sin(\omega_a t). \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式左边第二项对应气泡泡壁受迫振动的阻尼项, 第三项对应气泡的本征频率. 由 (6) 式可以看出超声波对气泡的驱动, 是一种强迫驱动下的阻尼振动. 除了强迫振动外, 还包含参数驱动, 即使在小幅驱动下, 气泡的脉动也包含基波、谐波、次谐波等成分. 式中当  $d \rightarrow \infty$ , 或者  $N = 1$  时, 上式回归到单气泡的小幅振动动力学方程. 上式中  $\omega_r$  为气泡谐振的角频率, 且有

$$\omega_r^2 = \frac{1}{\rho \left( R_0^2 + \frac{N-1}{d} R_0^3 \right)} \times \left[ 3\gamma \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) - \frac{2\sigma}{R_0} \right], \quad (7)$$

或者写成

$$f_r = \frac{1}{2\pi R_0 \left( 1 + \frac{N-1}{d} R_0 \right)^{\frac{1}{2}}} \times \left[ \frac{3\gamma}{\rho} \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) - \frac{2\sigma}{\rho R_0} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

式中  $\omega_r = 2\pi f_r$ .

(8) 式即为泡群中气泡的谐振频率, 因泡群中气泡运动过程中受其他气泡的相互作用力, 其谐振频率明显不同于单泡的谐振频率. 从式中不难看出气泡的谐振频率除了与气泡的初始半径有关外, 还与球状空化云中气泡数量、气泡之间距离等参数有关.

## 4 数值模拟

### 4.1 气泡数量、气泡之间距离对气泡谐振频率的影响

本文将水作为液体介质, 计算参数为<sup>[19]</sup>:  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\delta = 0.072 \text{ N/m}$ . (8) 式中气泡的谐振频率除了与气泡的初始半径有关外, 还与球状空化云中气泡数量、气泡之间距离有密切关系.

在图 2 中选取空化泡的初始半径为  $R_0 = 20 \text{ }\mu\text{m}$ , 得到空化泡之间距离、球状空化云中气泡数量等参数与气泡谐振频率之间关系. 图 2(a) 为气泡之间距离与气泡谐振频率之间关系, 对于初始半径为  $R_0 = 20 \text{ }\mu\text{m}$  的气泡群, 当气泡之间距离为 1 到 8 个气泡初始半径时, 气泡的谐振频率受气泡之间相互作用影响较大. 再增大气泡之间距离时, 气泡之间相互作用几乎可以不计, 此时气泡谐振频率趋于一定值. 不同数量的气泡其谐振频率也不同, 在气泡之间距离相等时, 泡群中数量少的气泡受其他气泡之间的相互作用小, 气泡谐振频率较大. 同时泡群中气泡数量少的其谐振频率在气泡之间距离较近时受其他气泡的影响较为显著, 变化梯度要明显大于气泡数量多的泡群. 图 2(b) 为空化云中气泡数量与气泡谐振频率之间关系, 可以看出气泡谐振频率随气泡数量的增大而减小, 当气泡

数量从 1 增加到 150 时, 气泡的谐振频率随数量变化显著, 急剧减小, 当气泡数量增加一定值后, 气泡的谐振频率几乎不变. 也就是说当泡群半径一定时, 不是气泡数量越多气泡的谐振频率越小, 而是有一个临界值.

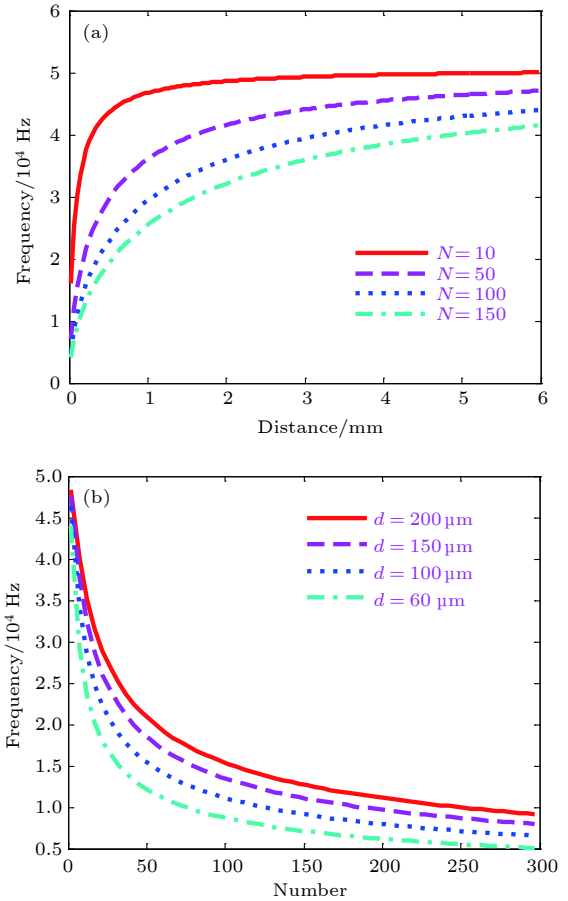


图 2 泡群中气泡的谐振频率 (a) 气泡谐振频率与泡群中气泡之间距离关系; (b) 气泡谐振频率与泡群中气泡数量之间关系, 气泡的初始半径均为  $20 \text{ }\mu\text{m}$

Fig. 2. Resonance frequency of bubbles in bubble group: (a) The relationship between bubble resonance frequency and distance in the bubble group; (b) the relationship between bubble resonance frequency and the number of bubbles in the bubble group, the initial radius of the bubbles is  $20 \text{ }\mu\text{m}$ .

### 4.2 泡群中气泡谐振频率的修正系数

由上面分析可知气泡的谐振频率与气泡之间距离、气泡数量等参数有关, 当气泡之间距离较大时, 气泡之间相互作用可以忽略, 气泡的谐振频率趋于一定值. 为了研究泡群中气泡谐振频率与单泡谐振频率的关系, 先给出对于在密度为  $\rho$  的液体中初始半径为  $R_0$  的空化泡自然谐振频率  $f_0$ , Minnaert 给出的表达式为<sup>[1]</sup>

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_0} \left[ \frac{3\gamma}{\rho} \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} - p_v \right) - \frac{2\sigma}{\rho R_0} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

为了描述泡群中气泡谐振频率与单泡的 Minnaert 频率之间关系, 对单泡的 Minnaert 频率给一修正系数  $M$ , 令  $f_r = M f_0$ , 或者

$$M = \frac{f_r}{f_0}. \quad (10)$$

将 (8) 和 (9) 式代入 (10) 式有

$$M = \left( \frac{d}{d + (N - 1)R_0} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

(11) 式即为球状泡群中气泡的谐振频率和单泡 Minnaert 频率的修正关系. 不难看出只要  $N \neq 1$  时, 便有  $M < 1$ , 即只要泡群中气泡数量多与 1 个, 气泡的谐振频率就会小于单泡的谐振频率. 这就说明泡群中的气泡因受到其他气泡的抑制作用, 降低了自身谐振频率. 而空化现象能否发生与气泡谐振频率有关, 那么在液体中注入气泡后气泡之间相互作用增强会降低泡群中气泡的谐振频率, 使得能发生瞬态空化的气泡数相应减小, 空化强度就会减弱. (11) 式中当  $N = 1$  时  $M = 1$ , 泡群的谐振频率回归到单泡的 Minnaert 频率.

考虑到气泡之间相互作用后, 泡群中气泡的谐振频率与单气泡的频率比值  $M$  与气泡的初始半径、泡群中气泡数量、气泡之间距离有很大关系. 图 3(a) 为修正系数  $M$  与气泡之间距离的关系, 取气泡的初始半径为  $20 \mu\text{m}$ , 泡群中气泡数量分别为 10, 20, 50, 100, 150, 200. 由图可以看出当气泡之间距离增大时  $M$  的值逐渐增大, 最后均趋于一定值. 图 3(b) 中泡群中气泡数量取 10, 气泡的初始半径分别为 2, 6, 10, 20,  $40 \mu\text{m}$ . 对比发现初始半径较大的气泡群具有较小的  $M$ , 说明同样数量的泡群在同样的气泡间距下, 大气泡较小气泡的相互作用要显著一些, 对气泡的谐振频率影响明显.

图 4 为泡群中气泡谐振频率与气泡初始半径之间关系, 由图可知气泡初始半径越大时, 气泡的修正系数越小. 这也说明气泡初始半径越大, 气泡之间的相互影响越明显, 气泡的谐振频率越小, 越难发生空化. 即相同参数下, 大气泡相比小气泡更难发生空化现象. 观察图 4, 当气泡半径均为  $10 \mu\text{m}$  时, 数量较少的泡群, 或是间距较大的泡群内气泡将越稀疏, 此时气泡受到的抑制作用越小, 修正系数则越接近 1, 气泡的谐振频率趋近于单泡谐振频率.

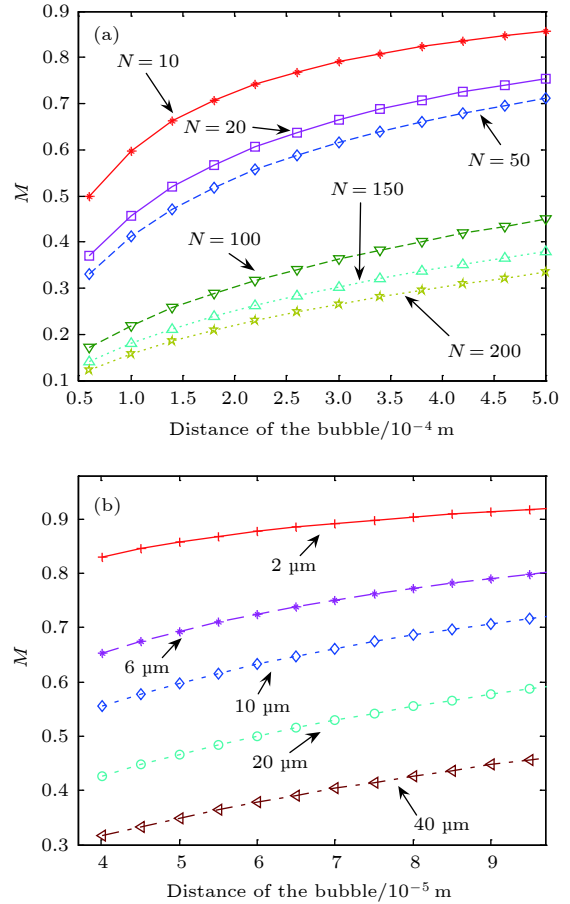


图 3 修正系数  $M$  与泡群中气泡距离关系

Fig. 3. Relationship between correction coefficient and bubble distance.

### 4.3 算例

选定气泡初始半径为  $50 \mu\text{m}$ , 超声波频率为  $20 \text{ kHz}$ 、幅值为 1.2 个大气压, 采用 FLUENT 流体分析软件对有限流体域内超声波作用下单个气泡、球状气泡云气泡生长及溃灭过程进行对比分析计算. 球状泡群中选取 9 个、5 个相互作用气泡进行研究, 计算结果如图 5—图 7 所示.

由图 5, 图 6 和图 7 可看出, 无论是单气泡也好, 气泡云也好, 在外声压的作用下, 气泡均会随着时间的推移先缓慢膨胀后快速塌陷、溃灭. 尽管所处的压力环境一样, 外界驱动声参数数完全相同, 但处于球心位置和球面位置的气泡振动形态却完全不同. 在气泡膨胀初期, 所有气泡几乎能同步膨胀, 但外围球面处的气泡体积会率先达到最大值. 在溃灭时, 气泡从球形到椭球形, 再塌陷直至完全溃灭. 到了溃灭后期, 由于其内侧界面与中心气泡的相互制约, 导致中心气泡形状能较好地保持

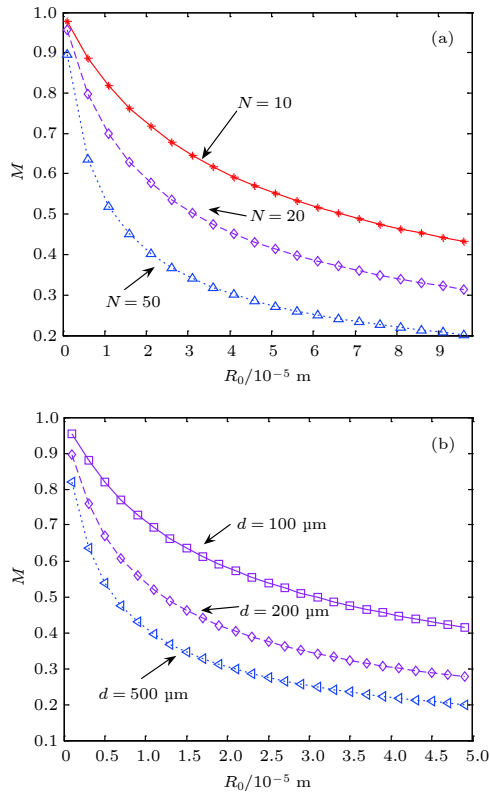


图 4 气泡初始半径与泡群中气泡谐振频率的关系  
Fig. 4. Relationship between the initial radius of bubbles and the resonant frequency of bubbles.

为球面. 而外侧界由于压力梯度变化急剧, 使得球面处气泡呈现内凹形状, 在溃灭瞬间, 会产生指向中心的射流. 这一过程中心气泡因受其他气泡之间的相互制约, 仍能保持为球形以达到自身最小体积衡量. 对比单气泡可以看出, 因受到气泡之间相互作用, 使得球心位置处的空化泡溃灭时间则相对延迟.

## 5 结论

空化泡溃灭时会产生很大的瞬时压强, 会造成流体机械装置的空蚀破坏并产生噪声和剧烈振动, 有时候需要抑制空化的产生. 而空化现象实际上是一种受迫振荡所产生的结果, 是气泡在声场作用下生长、振荡、溃灭的一系列过程. 空化现象能否发生与外界驱动声参数密切关系. 本文从气泡动力学方程出发, 得到了气泡群中气泡的谐振频率, 给出了球状气泡群中气泡谐振频率与单泡 Minnaert 频率的修正关系. 研究表明: 泡群中气泡的谐振频率受气泡的初始半径、泡群中气泡数量、气泡之间距离等多种因素的影响. 当泡群中气泡数量越多、气泡的初始半径越大时, 气泡的谐振频率越小. 超声空化时由于驱动声压的频率和幅值只能是某

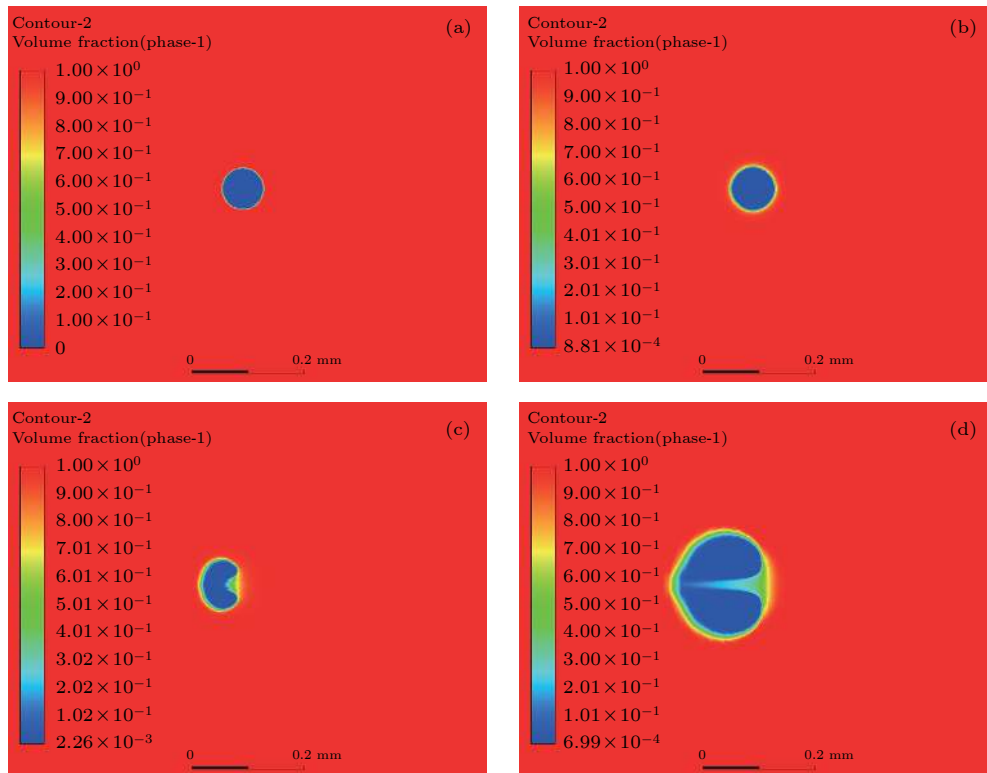


图 5 单气泡体积变化图  
Fig. 5. Volume change of single bubble.

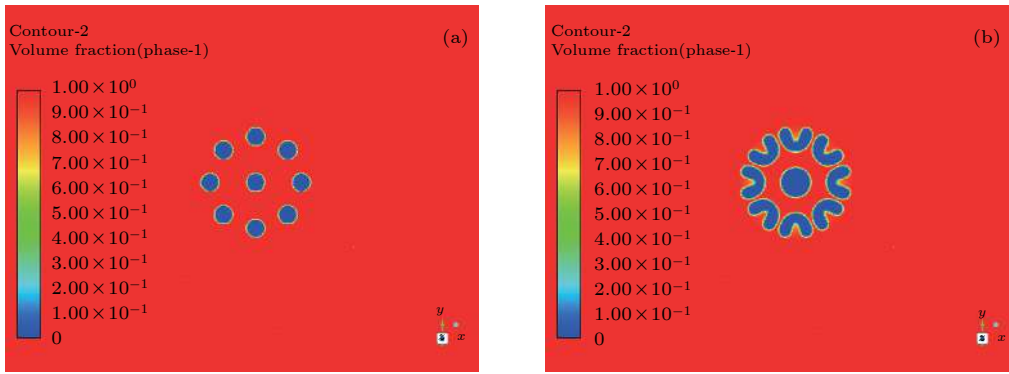


图 6 球状空化云气泡体积变化图 ( $N = 9$ )

Fig. 6. Volume change of spherical cavitation cloud  $N = 9$ .

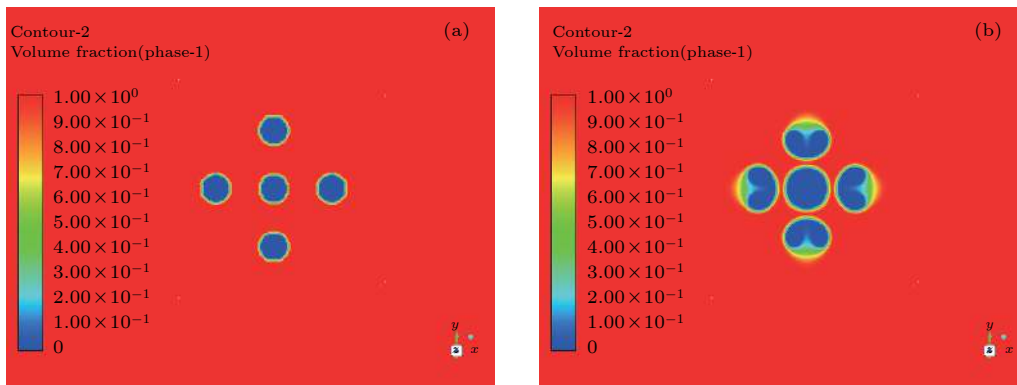


图 7 球状气泡云体积变化图 ( $N = 5$ )

Fig. 7. Volume change of spherical cavitation cloud  $N = 5$ .

一给定值,那么在液体中适当注入大气泡就会使得空化泡的谐振频率减小,使得大多数空化泡在做剧烈的非线性振荡稳态空化,不发生激烈的溃灭过程,从而有效地抑制空化现象的发生。

### 参考文献

- [1] Chen W Z 2014 *Sound Cavitation Physics* (Beijing: Science Press) pp2-5 (in Chinese) [陈伟中 2014 声空化物理 (北京, 科学出版社)第2-5页]
- [2] Rayleigh J W 1917 *Philosophical Magazine* **34** 94
- [3] Cole R H 1948 *Underwater Eplosion* (Princeton: Princeton U.P)pp60-65
- [4] Npltingk B E 2002 *Proc. Phys. Soc.* **63** 674
- [5] Plesset M S, Chapmam R B 1977 *J. Fluid Mech.* **9** 145
- [6] Mason T J, J P Lorimer 1988 *Lorimer Application and Use of Ultrasound in Chemisty* (USA: Ellis Horworrd Limited) pp130-135
- [7] Madrazo A, Garcia N, Nieto-Vesperinas M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4590
- [8] Shim A 1971 *J. Basic Engin.* **93** 426
- [9] An Y 2011 *Phys. Rev. E* **83** 66313-1
- [10] Wang C H, Lin S Y 2010 *Acta Mech. Sin.* **42** 1050 (in Chinese) [王成会, 林书玉 2010 力学学报 **42** 1050]
- [11] Hu J, Lin S Y, Wang C H, Li J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 114334 (in Chinese) [胡静, 林书玉, 王成会, 李锦 2013 物理学报 **62** 114334]
- [12] Wang C H, Mo R Y, Hu J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 144301 (in Chinese) [王成会, 莫润阳, 胡静 2016 物理学报 **65** 144301]
- [13] Wang C H, Cheng J C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 134301 (in Chinese) [王成会, 程建春 2014 物理学报 **63** 134301]
- [14] Yasui K, Iida Y, Tuziuti T, et al. 2008 *Phys. Rev. E* **77** 66313-1
- [15] Barber B P, Hiller R A, Ritva L, et al. 1997 *Phys.Reports* **281** 65
- [16] Kwak H Y, Na J H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 4454
- [17] Wang Q X 2004 *Phys. Fluids* **165** 1610
- [18] Hsiao C T, Choi J K, Singh S, Chahine G L, et al 2013 *J. Fluid Mech.* **716** 137
- [19] Keith W, Seth J P 1996 *Phys. Rev. E* **54** R2205
- [20] Cui P, Wang Q X, Wang S P, Zhang A M 2016 *Phys. Fluids* **28** 94
- [21] Miao B Y, An Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 204301-1 (in Chinese) [苗博雅, 安宇 2015 物理学报 **64** 204301-1]
- [22] Cai J, Huai X L, et al. 2015 *Chinese Sci Bull.* **56** 947 (in Chinese) [蔡军, 淮秀兰等 2015 科学通报 **56** 947]
- [23] Wang C, Khoo B C, Yeo K S 2003 *Comput. Fluids* **32** 1195

# Coupled resonance of bubbles in spherical cavitation clouds\*

Zhang Peng-Li<sup>1)2)</sup> Lin Shu-Yu<sup>1)†</sup> Zhu Hua-Ze<sup>2)</sup> Zhang Tao<sup>2)</sup>

1) (*Institute of Applied Acoustics Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China*)

2) (*College of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China*)

( Received 14 March 2019; revised manuscript received 28 April 2019 )

## Abstract

The interaction between bubbles in bubble group mainly acts on the other bubble through radiation sound pressure between the bubbles. In this paper, based on the bubble dynamics equation in bubble clouds, the equation of bubble wall motion is linearly reduced, the expression of bubble resonance frequency in spherical bubble group is obtained and the correction coefficient of bubble resonance frequency and single bubble are given. Furthermore, the effects of the initial radius, the number of bubbles and the distance between bubbles on the resonance frequency are discussed. The results show that the phase of bubbles is taken into account. Considering the interaction between bubbles, the resonance frequency of bubbles in spherical bubble group is obviously less than that of single bubble. With the decrease of the number of bubbles in bubble group, the distance between bubbles increases, the interaction between bubbles in bubble group decreases, and the resonance frequency of bubbles returns to the resonance frequency of Minnaert single bubble. At the same time, the resonance frequency of bubbles in bubble group changes gradient with the increase of the distance between bubbles and the number of bubbles. However, when the number of bubbles increases a certain value, the resonant frequency of the bubble is almost constant. When the bubble group has a certain radius, the more the number of bubbles, the smaller the resonance frequency of the bubble is, but there exists a critical value. It is also found that a smaller correction coefficient is held by the bubble group with larger initial radius, which indicates the same number of bubble groups. Under the same bubble spacing, the interaction of small bubbles with smaller bubbles is more significant, and the resonance frequency of the bubble is obviously affected. Because the frequency and amplitude of driving sound pressure can only be given values in ultrasonic cavitation, the resonant frequency of cavitation bubbles will be reduced by properly injecting air bubbles into liquid, which makes most of cavitation bubbles undergo intense non-linear oscillating steady-state cavitation. Therefore, the occurrence of cavitation can be effectively suppressed.

**Keywords:** bubble, resonant frequency, bubble number, distance

**PACS:** 43.20.+g, 43.35.+d, 47.55.dd

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190360

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 50875132, 60573172) and the Industrial Public Relation Project of Shaanxi Technology Committee, China (Grant Nos. 2015GY182, 2016GY-041).

† Corresponding author. E-mail: 253383739@qq.com