

## 驻波声场中单分散细颗粒的相互作用特性

屈广宁 凡凤仙 张斯宏 苏明旭

### Interaction between monodisperse fine particles in a standing wave acoustic field

Qu Guang-Ning Fan Feng-Xian Zhang Si-Hong Su Ming-Xu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 064704 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20191681

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191681>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

低磁场下驻波对螺旋波等离子体均匀性的影响

Effect of standing wave on the uniformity of a low magnetic field helicon plasma

物理学报. 2017, 66(4): 045201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.045201>

液体材料超声处理过程中声场和流场的分布规律研究

Acoustic field and convection pattern within liquid material during ultrasonic processing

物理学报. 2017, 66(19): 194303 <https://doi.org/10.7498/aps.66.194303>

在具有排斥耦合的神经网络中有序斑图的熵测量

Entropy measurement of ordered patterns in neuronal network with repulsive coupling

物理学报. 2019, 68(11): 110503 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190231>

带电纳米颗粒与相分离的带电生物膜之间相互作用的分子模拟

Molecular simulation of interaction between charged nanoparticles and phase-separated biomembranes containing charged lipids

物理学报. 2019, 68(2): 028701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181891>

用单分子技术研究Sso7d与DNA的相互作用

Interaction between Sso7d and DNA studied by single-molecule technique

物理学报. 2018, 67(14): 148201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180630>

## 驻波声场中单分散细颗粒的相互作用特性\*

屈广宁<sup>1)</sup> 凡凤仙<sup>1)†</sup> 张斯宏<sup>3)</sup> 苏明旭<sup>1)2)</sup>

1) (上海理工大学能源与动力工程学院, 上海 200093)

2) (上海理工大学上海市动力工程多相流动与传热重点实验室, 上海 200093)

3) (上海市计量测试技术研究院热工与能源计量技术研究所, 上海 201203)

(2019年11月2日收到; 2020年1月3日收到修改稿)

利用外加声场促进悬浮在气相中的细颗粒发生相互作用, 进而引起颗粒的碰撞和凝并, 使得颗粒平均粒径增大、数目浓度降低, 是控制细颗粒排放的重要技术途径. 为探究驻波声场中单分散细颗粒的相互作用, 建立包含曳力、重力、声尾流效应的颗粒相互作用模型, 采用四阶经典龙格-库塔算法和二阶隐式亚当斯插值算法对模型进行求解. 将数值模拟得到的颗粒声波夹带速度和相互作用过程与相应的解析解和实验结果进行对比, 验证模型的准确性. 进而研究颗粒初始条件和直径对相互作用特性的影响. 结果表明, 初始时刻颗粒中心连线越接近声波波动方向、颗粒位置越接近波腹点, 颗粒间的声尾流效应就越强, 颗粒发生碰撞所需要的时间就越短. 研究还发现, 颗粒直径对颗粒相互作用的影响取决于初始时刻颗粒中心连线偏离声波波动方向的程度. 当偏离较小时, 颗粒直径越大, 颗粒发生碰撞所需要的时间越短; 当偏离很大时, 直径较小的颗粒能够发生碰撞, 而直径较大的颗粒则无法发生碰撞.

**关键词:** 细颗粒, 相互作用, 驻波, 声场**PACS:** 47.61.Jd, 47.35.Rs**DOI:** 10.7498/aps.69.20191681

## 1 引言

由于声场条件和颗粒系统参数的多样性, 外加声场作用下分散在流体中的颗粒呈现出丰富的动力学行为, 如凝并<sup>[1-3]</sup>、流化<sup>[4-5]</sup>、分离<sup>[6]</sup>、破碎<sup>[7]</sup>等. 其中, 外加声场作用下悬浮在气相中的颗粒的凝并对细颗粒(粒径小于 2.5  $\mu\text{m}$  的悬浮颗粒物, 又称为  $\text{PM}_{2.5}$ ) 排放控制具有重要意义. 目前, 细颗粒已成为我国大中城市环境空气的首要污染物, 对人体健康和大气环境产生严重威胁<sup>[8]</sup>. 造成细颗粒大量排放的原因是: 现有的常规除尘方式虽然对总颗粒物的控制已经达到很高的水平, 但对细颗粒的脱除效果仍较差, 因而未被除尘器捕集的细颗粒排放到大气中. 为了有效控制细颗粒的排放, 细颗粒

长大预处理技术受到研究者的关注<sup>[1-3,9-11]</sup>. 声凝并是一种富有工业应用潜力的细颗粒长大预处理技术, 其利用高强度声场促进颗粒发生相互作用, 使得颗粒碰撞接触、凝并在一起, 引起颗粒粒径增加、数目浓度降低, 以提高常规除尘装置的效率.

近年来, 声凝并相关研究在其宏观效果<sup>[2,3,12-14]</sup>、微观机理<sup>[1,15-19]</sup>上取得了许多有价值的成果. 然而, 由于所研究问题的复杂性和学科的交叉性, 声凝并研究仍存在明显的不足. 首先, 实验中受到高速显微摄像系统视场的限制, 难以捕捉到细颗粒相互作用的动力学过程, 迄今声场中颗粒相互作用过程的可视化实验仍停留在直径为 6  $\mu\text{m}$  及以上的颗粒<sup>[1,15]</sup>. 其次, 已有声场中颗粒相互作用模型往往未能体现气体介质速度的空间分布不均匀性, 因此不能充分描述驻波中颗粒的相互作用<sup>[19]</sup>. 为弥

\* 国家自然科学基金(批准号: 51976130, 51776129)和上海市科委科研计划(批准号: 13DZ2260900)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fanfengxian@usst.edu.cn

补已有研究的不足,最近, Fan 等<sup>[19]</sup>考虑驻波声场中同向相互作用、重力作用、声尾流效应、互散射效应,建立了颗粒相互作用模型,探讨了各机理以及颗粒直径对颗粒相互作用过程的影响,发现对于直径差异较大的两颗粒,互散射效应将发挥作用,而对于直径相近的两颗粒,互散射效应的影响可以忽略.

为进一步探讨驻波声场中颗粒相互作用特性,本文针对单分散细颗粒,建立包含曳力、重力、声尾流效应的颗粒相互作用模型,将数值模拟结果与颗粒声波夹带速度的解析解以及颗粒相互作用过程可视化实验结果相对比,验证模型的正确性.在此基础上,探究颗粒中心连线与声波波动方向的初始夹角、颗粒在声场中的初始位置、颗粒直径对颗粒相互作用趋势和颗粒发生碰撞所需要时间的影响,以期为深入理解驻波条件下单分散细颗粒的相互作用动力学行为提供基础.

## 2 数学模型与数值计算方法

### 2.1 数学模型

对单分散颗粒与气体介质组成的气固两相悬浮体施加水平平面驻波声场作用,以两邻近颗粒为研究对象,建立颗粒相互作用模型.图 1 为声场中颗粒位置示意图.如图 1 所示:  $x$  为声波波动的正方向;  $y$  为竖直向上方向;  $u_a$  为声波波动速度,其随位置和时间发生周期性变化,作为示意,图中给出了  $x = 0.25\lambda$  (波腹位置) 处  $u_a$  随时间  $t$  的变化曲线;此外,  $d_{p1}$  和  $d_{p2}$  分别为颗粒 1 和颗粒 2 的直径;  $r$  为颗粒间距;  $\theta_{ij}$  ( $i = 1$  时,  $j = 2$ ;  $i = 2$  时,  $j = 1$ ) 为由颗粒  $i$  指向颗粒  $j$  的向量与  $x$  方向的夹角;  $g$  为重力加速度.

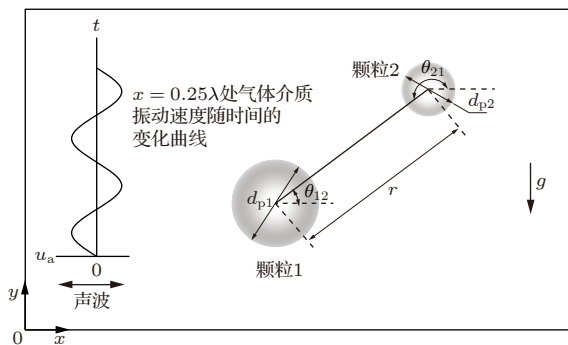


图 1 声场中相互作用颗粒的位置示意图

Fig. 1. Schematic of positions of the interacting particles in the acoustic field.

驻波声场中气体介质振动速度  $u_a$  可写为

$$u_a = u_m \sin(kx) \sin(\omega t), \quad (1)$$

式中,  $u_m$  为速度振幅;  $k$  为波数,  $k = \omega/c$ ;  $\omega$  为声波角频率,  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  为频率;  $c$  为声速.

习惯上常用声压级  $L$  (单位: dB) 描述声场强度, 其是  $u_m$  的函数, 即

$$L = 20 \log_{10} \left( \frac{u_m c \rho_g}{\sqrt{2P_r}} \right), \quad (2)$$

式中,  $\rho_g$  为气体介质密度;  $P_r$  为参考声压,  $P_r = 2 \times 10^{-5}$  Pa.

由于声波的黏性夹带作用, 水平驻波声场中的单颗粒在声波波动方向上发生往复振动; 同时, 由于重力作用, 颗粒在竖直方向上发生沉降<sup>[17]</sup>. 然而, 对于声场中的两个邻近的颗粒, 颗粒所在位置的气相速度将受到邻近颗粒引发的声尾流效应和互散射效应的影响<sup>[19]</sup>. 由于声尾流效应和互散射效应是流场中的二次效应, 因此, 建模时可通过对气相速度场进行修正来体现. 鉴于互散射效应对直径相近颗粒相互作用过程的影响可以忽略<sup>[19]</sup>, 因此, 本文建模时仅考虑声尾流效应的影响.

对于悬浮在气相中的细颗粒, 气流对颗粒的黏性夹带作用可由曳力体现. 曳力  $F_d$  的表达式为<sup>[20]</sup>

$$F_d = 3\pi\mu_g d_p (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_p) C_1 C_C, \quad (3)$$

式中,  $\mu_g$  为气体动力黏度;  $\mathbf{u}_g$  为颗粒所在位置的气体速度;  $\mathbf{u}_p$  为颗粒速度;  $C_1$  为惯性修正系数;  $C_C$  为滑移修正系数. 当  $Re_p = \rho_g d_p |\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_p| / \mu_g \leq 0.1$  时, 流动处于斯托克斯区, 此时  $C_1 = 1$ ; 然而, 当  $Re_p > 0.1$  时, (3) 式的误差随  $Re_p$  的增大而增大. 因此, Crowe 等<sup>[21]</sup>给出了  $C_1 = 1 + 3Re_p/16$ , 可将 (3) 式推广到  $Re_p < 5$  的情况. 此外, 对于细颗粒, 需要引入滑移修正系数  $C_C$  对 (3) 式进行修正,  $C_C$  的表达式为<sup>[3,17,20]</sup>

$$C_C = \frac{1}{1 + Kn [1.257 + 0.400 \exp(-1.100/Kn)]}, \quad (4)$$

式中,  $Kn$  为克努森数,  $Kn = 2\lambda_g/d_p$ ;  $\lambda_g$  为气体分子平均自由程.

根据牛顿第二定律, 在  $Re_p < 5$  时颗粒运动方程可写为

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{pi} \frac{du_{pix}}{dt} = 3\pi\mu_g d_{pi} (u_{gix} - u_{pix}) \\ \quad \times \left( 1 + \frac{3\rho_g d_{pi} |u_{gi} - u_{pi}|}{16\mu_g} \right) C_{Ci}, \\ m_{pi} \frac{du_{piy}}{dt} = 3\pi\mu_g d_{pi} (u_{giy} - u_{piy}) \\ \quad \times \left( 1 + \frac{3\rho_g d_{pi} |u_{gi} - u_{pi}|}{16\mu_g} \right) C_{Ci} \\ - m_{pi} \left( 1 - \frac{\rho_g}{\rho_{pi}} \right) g, \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\begin{cases} u_{jix}^{AWE} = \cos\theta_{ji} u_{jir}^{AWE} - \sin\theta_{ji} u_{ji\theta}^{AWE}, \\ u_{jiy}^{AWE} = \sin\theta_{ji} u_{jir}^{AWE} + \cos\theta_{ji} u_{ji\theta}^{AWE}. \end{cases} \quad (11)$$

## 2.2 数值计算方法

为对 (5) 式进行求解, 需要选择一个合理的时间步长  $\Delta t$ , 并给出合适的初始条件. 在声波作用下颗粒动力学行为模拟中,  $\Delta t$  应满足 [24,25]

$$\Delta t \ll \frac{1}{f}, \quad (12)$$

$$\Delta t \leq \tau_p, \quad (13)$$

式中,  $\tau_p$  为颗粒的弛豫时间, 其表达式为

$$\tau_p = \frac{d_p^2 \rho_p}{18\mu_g C_C}. \quad (14)$$

为消除颗粒的初始速度设置带来的颗粒运动的不稳定性, 利用单颗粒在水平驻波声场中运动达到稳定时的颗粒速度解析解设置颗粒初始速度. 颗粒速度解析解为

$$\begin{cases} u_{pix} = q_i |u_m \sin(kx_i^0)| \sin(\omega t - \psi_i), \\ u_{piy} = \frac{d_{pi}^2 (\rho_g - \rho_{pi}) g}{18\mu_g C_{Ci}}, \end{cases} \quad (i = 1, 2), \quad (15)$$

式中,  $x_i^0$  为颗粒  $i$  的初始位置;  $q_i$  和  $\psi_i$  分别为颗粒  $i$  相对于气体的夹带系数和相位滞后, 其表达式为 [16]

$$q_i = \frac{q_{si} + h_i l_{si}^2}{\sqrt{1 + 2h_i l_{si}^2 q_{si} + h_i^2 l_{si}^4}}, \quad (16)$$

$$\psi_i = \tan^{-1} \left( \frac{l_{si}}{q_{si} + h_i l_{si}^2} \right), \quad (17)$$

其中,

$$h_i = \frac{9\rho_g |u_m \sin(kx_i^0)|}{\pi\rho_{pi}\omega d_{pi}}, \quad (18)$$

$$q_{si} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_i^2}}, \quad (19)$$

$$l_{si} = \frac{\omega \tau_i}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau_i^2}}. \quad (20)$$

因此, 数值模拟中颗粒的初始速度设置为

$$\begin{cases} u_{pix}^0 = -q_i |u_m \sin(kx_i^0)| \sin\psi_i, \\ u_{piy}^0 = \frac{d_{pi}^2 (\rho_g - \rho_{pi}) g}{18\mu_g C_{Ci}}, \end{cases} \quad (i = 1, 2). \quad (21)$$

在时间步长和颗粒初始速度确定的前提下, 可

式中,  $m_p$  为颗粒质量;  $\rho_p$  为颗粒密度; 下标  $i$  表示颗粒  $i$ ,  $i = 1, 2$ ; 下标  $x$  和  $y$  分别表示  $x$  方向、 $y$  方向的分量.

颗粒  $i$  所在位置处的气体速度  $u_{gi}$  可由声波引起的气体介质振动速度  $u_{ai}$  和颗粒  $j$  的声尾流效应产生的扰动速度  $u_{ji}^{AWE}$  叠加获得 [16,18,19], 即

$$\begin{cases} u_{gix} = u_{ai} + u_{jix}^{AWE}, \\ u_{giy} = u_{jiy}^{AWE}, \end{cases} \quad (i = 1 \text{ 时}, j = 2; i = 2 \text{ 时}, j = 1). \quad (6)$$

在以颗粒  $j$  的中心为极点、以过极点且平行于  $x$  方向的射线为极轴的极坐标系下,  $u_{ji}^{AWE}$  可写为 [22,23]

$$\begin{cases} u_{jir}^{AWE} = \frac{A_j}{r^2} (1 - e^{\alpha_j}) - \frac{A_j}{r^2} \beta_j e^{\alpha_j}, \\ u_{ji\theta}^{AWE} = -\frac{A_j \rho_g u_{sj}}{2\mu_g r} e^{\alpha_j} \sin\theta_{ji}, \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $u_{jir}^{AWE}$  和  $u_{ji\theta}^{AWE}$  分别为  $u_{ji}^{AWE}$  在极径和极角方向的分量;  $u_s$  为滑移速度; 对于颗粒  $j$ ,  $u_{sj} = u_{gj} - u_{pj}$ ;  $A_j$ ,  $\alpha_j$ ,  $\beta_j$  为中间变量, 其表达式分别为

$$A_j = \frac{3\mu_g d_{pj}}{4\rho_g} \left( 1 + \frac{3\rho_g d_{pj} |u_{sj}|}{16\mu_g} \right), \quad (8)$$

$$\alpha_j = -\frac{\rho_g r}{2\mu_g} (|u_{sj}| - u_{sj} \cos\theta_{ji}), \quad (9)$$

$$\beta_j = \frac{\rho_g r}{2\mu_g} (|u_{sj}| + u_{sj} \cos\theta_{ji}). \quad (10)$$

不同于文献 [19] 的理论模型中滑移速度 ( $u_s$ ) 由声场中单颗粒速度方程的解析解给出, 本文模型中滑移速度直接由考虑了声尾流效应修正的气体速度与颗粒速度之差给出, 本文处理方法更为直接和准确.

利用坐标变换, 可得出  $u_{ji}^{AWE}$  在  $x$  方向和  $y$  方向的分量  $u_{jix}^{AWE}$  和  $u_{jiy}^{AWE}$  为

采用四阶经典龙格-库塔算法和二阶隐式亚当斯插值算法对颗粒相互作用过程进行数值模拟. 具体方法为: 基于所选择的时间步长对方程离散化处理, 在已知某时间步长上两颗粒位置和速度初值的条件下, 采用四阶经典龙格-库塔算法, 对 (5) 式进行求解, 得到该时间步长上两颗粒速度终值; 之后, 利用二阶隐式亚当斯插值算法, 得到两颗粒的位移, 即

$$\begin{cases} X_i(t + \Delta t) = X_i(t) + 0.5[u_{pix}(t + \Delta t) + u_{pix}(t)] \Delta t, \\ Y_i(t + \Delta t) = Y_i(t) + 0.5[u_{piy}(t + \Delta t) + u_{piy}(t)] \Delta t, \end{cases} \quad (i = 1, 2), \quad (22)$$

式中,  $X_i$  和  $Y_i$  分别为颗粒  $i$  在  $x$  方向和  $y$  方向的位移.

值得指出的是, 将所有其他颗粒的声尾流效应产生的扰动速度叠加到 (6) 式给出的气体速度方程, 本文建立的两颗粒相互作用模型即可推广到多颗粒情况. 然而, 需要注意的是, 在多颗粒情况下, 颗粒碰撞后凝并生成颗粒团, 随之发生的是颗粒团与单颗粒的相互作用、颗粒团与颗粒团间的相互作用, 因而将涉及非球形颗粒团的曳力方程以及非球形颗粒团产生的声尾流效应等的建模问题. 这些问题是多颗粒相互作用建模的关键所在, 非常值得在未来的工作中进一步深入研究.

### 3 结果与讨论

#### 3.1 数值模拟结果的验证

##### 3.1.1 颗粒声波夹带速度的验证

本文在颗粒密度  $\rho_p$  为  $2400 \text{ kg/m}^3$ , 气相温度为  $293.15 \text{ K}$ 、静压力为  $101325 \text{ Pa}$ , 声场频率  $f$  为  $2000 \text{ Hz}$ 、声压级  $L$  为  $150 \text{ dB}$ , 且不考虑声尾流效应的情况下, 对单颗粒运动特性进行数值模拟. 图 2 给出了颗粒声波夹带速度的数值解与解析解的对比关系. 图 2(a) 和图 2(b) 分别为  $d_p = 0.5$  和  $5 \text{ }\mu\text{m}$  时的结果, 图中  $x^0$  为颗粒的初始位置,  $u_{px}/|u_m \sin(kx^0)|$  为颗粒声波夹带速度与当地声波速度振幅的比值. 由图 2 可见, 数值解与解析解 ((15) 式) 完全重合, 这表明本文模型能够准确预测颗粒运动过程. 结果还表明, 声波对不同粒径颗粒的夹带程度不同, 小粒径颗粒能够被声波充分夹带, 大粒径颗粒难以被声波夹带.

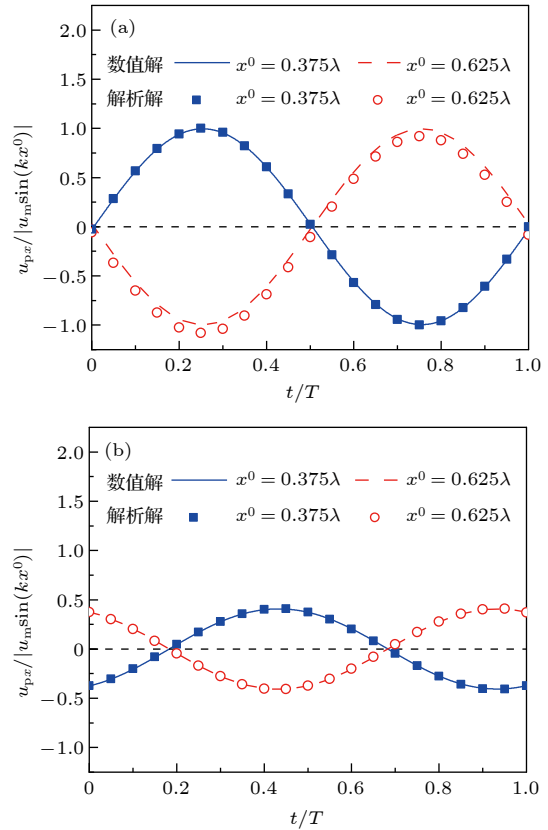


图 2 颗粒声波夹带速度数值解与解析解的对比 (a)  $d_p = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$ ; (b)  $d_p = 5 \text{ }\mu\text{m}$

Fig. 2. Comparison between numerical and analytical solutions of particle velocities due to acoustic entrainment: (a)  $d_p = 0.5 \text{ }\mu\text{m}$ ; (b)  $d_p = 5 \text{ }\mu\text{m}$ .

##### 3.1.2 颗粒相互作用过程的验证

González 等<sup>[15]</sup> 利用与光学透镜系统相连的电荷耦合摄像机对颗粒相互作用过程进行了可视化实验. 实验颗粒为单分散的玻璃微珠, 其受重力作用进入水平驻波声场, 利用激光照明实验颗粒, 颗粒在照片上表现为亮点, 其中摄像机的拍摄速率为  $25 \text{ 帧/s}$ . 为验证本文模型对单分散颗粒相互作用过程预测的准确性, 采用与 González 等<sup>[15]</sup> 的实验相同的颗粒参数 ( $\rho_p = 2400 \text{ kg/m}^3$ ,  $d_{p1} = d_{p2} = 8 \text{ }\mu\text{m}$ )、气相条件 (温度为  $293.15 \text{ K}$ 、静压力为  $101325 \text{ Pa}$ ) 和声场参数 ( $u_m = 0.44 \text{ m/s}$ 、频率  $f = 5000 \text{ Hz}$  和  $f = 900 \text{ Hz}$ ), 考虑声尾流效应, 对颗粒相互作用过程开展数值模拟. 数值模拟得到的颗粒运动轨迹与实验的对比关系如图 3 所示, 图中,  $x_1^0$  为颗粒 1 的初始位置, 其可根据实验图像中的位移振幅确定;  $r_0$  和  $\theta_{12}^0$  分别为颗粒初始间距和颗粒中心连线与  $x$  方向的初始夹角 (以下简称“初始夹角”), 可直接从实验图像中测量得到. 分析可知,

若不考虑声尾流效应, 两颗粒将表现出边振动、边向邻近的波节点漂移的运动特性<sup>[3,17]</sup>, 因而两颗粒将向着相同的方向发生漂移, 无法形成实验观察到的颗粒发生“吸引”而靠近并最终凝并的相互作用现象. 考虑声尾流效应的情况下, 数值模拟和实验结果吻合良好, 表明本文模型能够预测单分散颗粒的相互作用过程, 同时证实了声尾流效应在单分散颗粒相互作用中发挥着重要作用.

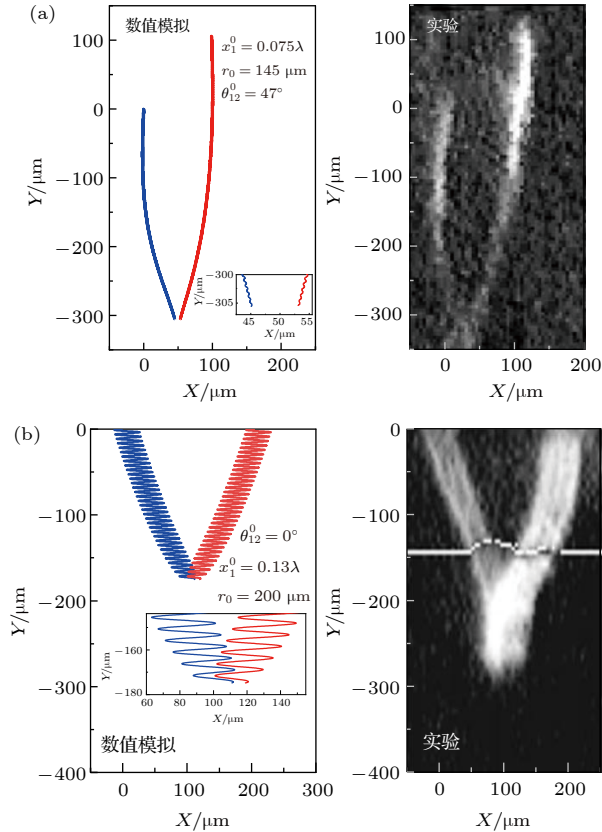


图3 颗粒相互作用过程数值模拟与实验结果的对比(内插图为碰撞前 $6T$ 内颗粒的运动轨迹) (a)  $f = 5000$  Hz; (b)  $f = 900$  Hz

Fig. 3. Comparison between numerical simulation results and experimental observations of particle interaction process (inset shows the particle trajectories during  $6T$  before collision): (a)  $f = 5000$  Hz; (b)  $f = 900$  Hz.

由于颗粒粒径细微, 竖直方向沉降速度很小, 以致数值模拟和实验照片给出颗粒相互作用全过程时, 仅能反映出颗粒运动扫过的区域, 而难以展现出颗粒的运动轨迹. 为了更清楚地展示颗粒相互作用, 在图3的数值模拟结果中给出了碰撞前 $6T$  ( $T$ 为声波周期,  $T = 1/f$ )内颗粒的运动轨迹. 由图3(a)可见,  $f = 5000$  Hz时, 由于声场频率高、颗粒位置靠近波节点, 因而颗粒受水平声场夹带发生

左右振动的振幅很小; 颗粒受声波夹带发生往复运动的同时, 受声尾流效应影响相互靠近而发生碰撞, 从而凝并在一起. 同时, 图3(a)还反映出颗粒碰撞前 $6T$ 时刻, 两颗粒中心连线与声波波动方向接近平行, 其原因是: 颗粒相互作用的初始阶段, 声尾流效应引起颗粒水平间距略有增大, 竖直间距迅速减小, 从而两颗粒中心连线与水平方向的偏离程度迅速减小, 使得声尾流引起的颗粒相互吸引作用增强, 因此, 颗粒竖直间距持续减小, 以至接近于0. 由图3(b)可见,  $f = 900$  Hz时, 由于声场频率低, 颗粒位置距波节点较远, 颗粒振幅大, 颗粒在竖直方向上自由沉降, 在水平方向上边振动边相互靠近, 并最终发生碰撞.

### 3.2 颗粒参数对相互作用特性的影响

采用与上节模拟一致的气相条件和颗粒密度, 在频率  $f = 2000$  Hz、声压级  $L = 150$  dB、颗粒初始间距  $r_0 = 100$   $\mu\text{m}$  情况下, 探讨颗粒的初始夹角、初始位置、直径对颗粒相互作用特性的影响. 本节主要借助颗粒相互作用趋势(即每个声波周期内颗粒振动中心的连线)和碰撞时间(即颗粒发生碰撞所需要的时间, 用  $t_c$  表示)表征颗粒的相互作用特性, 同时给出了典型条件下颗粒的运动轨迹.

#### 3.2.1 初始夹角的影响

图4为数值模拟得到的初始夹角对颗粒相互作用特性的影响, 其中, 图4(a)给出了不同初始夹角下颗粒相互作用趋势, 内插图为 $\theta_{12}^0 = 40^\circ$ 时颗粒的运动轨迹; 图4(b)给出了碰撞时间随初始夹角的变化. 数值模拟采用的颗粒直径为  $d_{p1} = d_{p2} = 1$   $\mu\text{m}$ 、颗粒初始位置为  $x_1^0 = 0.25\lambda$ . 需要指出的是, 由于初始时刻颗粒1(左侧颗粒)处于波腹点, 因而在相互作用过程中两颗粒向波节点的漂移运动很弱; 与此同时, 由于颗粒在波腹点附近, 流体相对颗粒的滑移速度大, 声尾流效应强. 声尾流效应使得颗粒中心连线与声波波动方向平行时, 颗粒相互吸引而靠近, 颗粒中心连线与声波波动方向垂直时, 颗粒相互排斥而远离<sup>[15]</sup>. 本模拟条件下, 由于颗粒直径微小, 颗粒能够被声波充分夹带, 加之相互作用过程中颗粒位于波腹点附近, 使得颗粒位移振幅很大, 如图4(a)内插图所示. 图4(a)中的颗粒相互作用趋势更清晰地展示了颗粒的相互作用, 可见, 不同初始夹角下颗粒的相互作用趋势呈

现出 3 种典型的模式. 当  $\theta_{12}^0 = 0^\circ$  时, 水平方向上, 受声尾流效应的影响, 两颗粒相互靠近; 竖直方向上, 两颗粒发生自由沉降, 最终颗粒发生碰撞, 颗粒相互作用趋势呈现对称性. 当  $\theta_{12}^0$  为  $20^\circ$  和  $40^\circ$  时, 声尾流效应引起的颗粒相互吸引抑制了颗粒 1 的沉降运动, 使得颗粒 1 不下降反而上升; 同时促进了颗粒 2 (右侧颗粒) 的沉降运动, 在颗粒 1 缓慢上升、颗粒 2 快速下降的过程中, 颗粒间距减小, 导致了颗粒碰撞. 当  $\theta_{12}^0 = 60^\circ$  时, 声尾流效应使得两颗粒发生相互排斥而远离, 导致  $\theta_{12}$  减小,  $\theta_{12}$  减小到一定程度时, 声尾流效应引起的颗粒吸引开始发挥作用, 颗粒转而互相靠近并最终发生碰撞. 由图 4(b) 可见, 随着颗粒中心连线与声波波动方向的偏离程度增大, 颗粒碰撞时间迅速增加. 其原因是: 偏离程度增大, 声尾流效应引起的颗粒吸引作用减弱, 甚至颗粒先经历排斥作用使得上述偏离减小, 而后才能因相互吸引而靠近, 因此增加了颗粒碰撞时间.

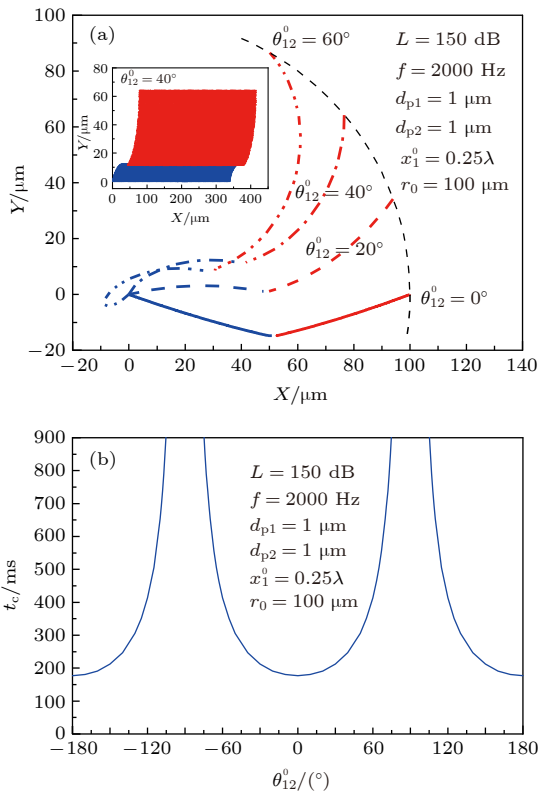


图 4 初始夹角对颗粒相互作用特性的影响 (a) 颗粒相互作用趋势, 内插图为  $\theta_{12}^0 = 40^\circ$  时颗粒的运动轨迹; (b) 碰撞时间

Fig. 4. Influence of initial orientation angle on particle interaction: (a) Trend of particle interaction, inset shows particle trajectories at  $\theta_{12}^0 = 40^\circ$ ; (b) time required for the particles to achieve collision.

### 3.2.2 初始位置的影响

在颗粒直径  $d_{p1} = d_{p2} = 1 \mu\text{m}$  条件下开展数值模拟, 得到的颗粒初始位置对颗粒相互作用特性的影响如图 5 所示. 其中, 图 5(a) 给出了  $\theta_{12}^0 = 0^\circ$  时不同初始位置下颗粒相互作用趋势, 内插图为  $x_1^0 = 0.375\lambda$  时颗粒的运动轨迹; 图 5(b) 给出了碰撞时间随初始位置的变化关系. 由图 5(a) 中内插图可见, 颗粒的位移振幅明显大于颗粒初始间距, 以致颗粒相互作用过程中扫过的面积出现交叠, 使得利用颗粒运动轨迹难以清晰展现颗粒相互作用的全过程. 由图 5(a) 中颗粒相互作用趋势可以清楚地看到, 颗粒在向着波节点 ( $x = 0.5\lambda$ ) 运动的过程中, 逐渐靠近而发生碰撞, 这是驻波声场中颗粒向波节点的漂移与声尾流效应引起的颗粒相互吸引共同作用的结果. 对比不同初始位置时颗粒的相互作用趋势发现, 颗粒初始位置较靠近波腹点 ( $x = 0.25\lambda$ ) 时, 颗粒能够在更短的沉降距离下发生碰撞

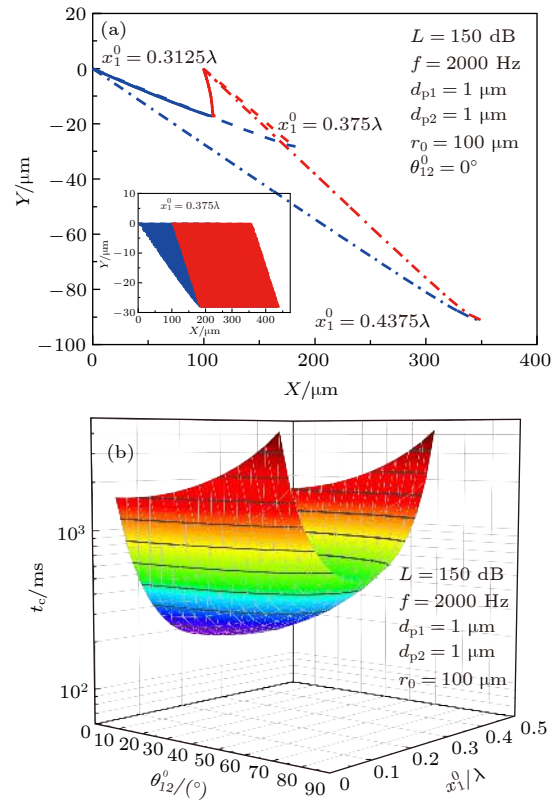


图 5 初始位置对颗粒相互作用特性的影响 (a) 颗粒相互作用趋势, 内插图为  $x_1^0 = 0.375\lambda$  时颗粒的运动轨迹; (b) 碰撞时间

Fig. 5. Influence of initial particle position ( $x_1^0$ ) on particle interaction: (a) Trend of particle interaction, inset shows particle trajectories at  $x_1^0 = 0.375\lambda$ ; (b) time required for the particles to achieve collision.

撞. 由图 5(b) 可见, 当  $\theta_{12}^0$  一定时, 颗粒碰撞时间取决于初始位置, 初始位置越接近波腹点, 碰撞时间越小; 反之, 初始位置越接近波节点, 碰撞时间越大. 这是因为颗粒初始位置较靠近波腹点意味着气体介质相对颗粒的滑移速度更大, 因而声尾流效应引起的颗粒相互吸引作用更强. 这种更强的声尾流相互吸引作用能够更大程度地促进颗粒 1 (左侧颗粒) 向波节点的漂移运动, 而抑制颗粒 2 (右侧颗粒) 向波节点的漂移运动, 使得颗粒 1 能够在更短时间内和颗粒 2 相碰撞 (见图 5(b)), 因而颗粒在碰撞时间内的沉降距离也更短 (见图 5(a)).

### 3.2.3 颗粒直径的影响

在颗粒初始位置  $x_1^0 = 0.25\lambda$  条件下, 数值模拟得到的颗粒直径对颗粒相互作用特性的影响如图 6 所示. 其中, 图 6(a) 给出了  $\theta_{12}^0 = 0^\circ$  时不同直径下颗粒相互作用趋势, 内插图是直径为  $1\ \mu\text{m}$  时颗粒的运动轨迹; 图 6(b) 给出了碰撞时间随颗粒直径的变化. 图 6(a) 中颗粒的运动轨迹与图 5(a) 类似, 颗粒相互作用过程中扫过的面积出现重叠, 因而难以全面展现颗粒的相互作用过程. 图 6(a) 中的颗粒相互作用趋势更清晰地展示了颗粒的相互作用特性, 即颗粒直径较大时, 颗粒的相互作用趋势呈现良好的对称性; 随着颗粒直径的减小, 颗粒相互作用趋势不再对称, 颗粒碰撞位置右移. 其原因可解释为: 颗粒直径较大时, 声尾流效应较强, 两颗粒由于声尾流效应产生的吸引作用, 迅速发生碰撞, 产生了几乎对称的颗粒相互作用趋势; 颗粒直径较小时, 声尾流作用较弱, 颗粒需要很长的时间才能发生碰撞, 由于长时间的积累, 颗粒向波节点 ( $x = 0.5\lambda$ ) 的漂移量变得显著, 使得颗粒碰撞位置右移, 产生了不对称的颗粒相互作用趋势. 由图 6(b) 可见, 在两颗粒中心连线与声波波动方向较为接近时, 直径越大的颗粒发生碰撞所需要的时间越短; 在两颗粒中心连线严重偏离声波波动方向时, 即两颗粒中心连线和声轴方向接近垂直时, 直径较小的颗粒能够发生碰撞, 而直径较大的颗粒则无法发生碰撞. 例如,  $\theta_{12}^0$  在  $0^\circ - 90^\circ$  时, 直径为  $1\ \mu\text{m}$  的颗粒在  $\theta_{12}^0 \leq 88^\circ$  情况下能够发生碰撞; 而直径为  $2.5\ \mu\text{m}$  的颗粒在  $\theta_{12}^0 \leq 72^\circ$  情况下才能发生碰撞. 当  $72^\circ < \theta_{12}^0 < 88^\circ$  时, 对于直径为  $2.5\ \mu\text{m}$  的颗粒, 声尾流效应引起的颗粒相互排斥作用, 将颗粒 1 (左侧颗粒) 推离波腹位置, 从而颗粒 1 向

远离颗粒 2 (右侧颗粒) 的方向漂移, 与颗粒 2 的漂移方向相反, 使得颗粒间距离单调增加, 因此颗粒最终无法发生碰撞.

在声凝并预处理细颗粒的实际应用中涉及大量颗粒, 中心连线接近声波波动方向的相邻颗粒间存在较强的相互作用, 对声凝并的宏观效果起主要作用. 图 6 中的结果表明, 在颗粒中心连线接近声波波动方向时, 增加颗粒直径能大大缩短碰撞时间, 从而促进颗粒凝并. 这一结论与细颗粒声凝并宏观效果实验中得到的增加颗粒直径有利于细颗粒声凝并脱除效率的结论一致 [26]. 此外, 最近的声凝并实验结果表明, 颗粒浓度越大, 声凝并效果越显著 [27], 这一结论也能够通过两颗粒的相互作用来解释. 颗粒浓度越大意味着颗粒平均间距越小, 相邻颗粒间的声尾流效应就越强, 中心连线接近声波波动方向的相邻颗粒间的吸引作用也越强, 颗粒碰撞更剧烈, 引起声凝并效果提高.

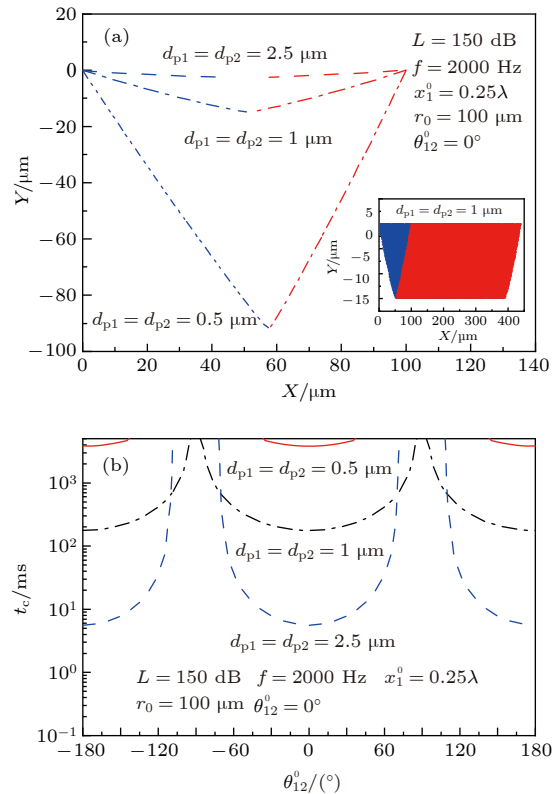


图 6 颗粒直径对颗粒相互作用特性的影响 (a) 颗粒相互作用趋势, 内插图是直径为  $1\ \mu\text{m}$  时颗粒的运动轨迹; (b) 碰撞时间

Fig. 6. Influence of particle diameter on particle interaction: (a) Trend of particle interaction, inset shows particle trajectories at diameters of  $1\ \mu\text{m}$ ; (b) time required for the particles to achieve collision.

## 4 结 论

建立驻波声场中单分散颗粒相互作用模型, 提出合理的数值计算方法, 将数值模拟结果与颗粒声波夹带速度解析解和颗粒相互作用过程实验结果相对比, 以验证模型. 进而, 研究了颗粒初始夹角、初始位置、直径对颗粒相互作用特性的影响规律. 通过本文研究, 得到如下结论:

1) 颗粒相互作用趋势随颗粒初始夹角的变化而变化, 颗粒中心连线越偏离声波波动方向, 颗粒碰撞时间越长.

2) 在颗粒能够发生碰撞的初始夹角范围内, 颗粒初始位置越接近波腹点, 颗粒碰撞时间越短; 颗粒初始位置越接近波节点, 颗粒碰撞时间越长.

3) 颗粒直径对颗粒相互作用的影响取决于颗粒中心连线偏离声波波动方向的程度. 当偏离较小时, 颗粒直径越大, 碰撞时间越短; 当偏离很大时, 直径较小的颗粒能够发生碰撞, 而直径较大的颗粒则无法发生碰撞.

## 参考文献

- [1] Liu M S, Fang M X, He M C, Liu S X, Luo Z Y 2019 *RSC Adv.* **9** 5224
- [2] Shen G Q, Huang X Y, He C L, Zhang S P, An L S 2018 *Powder Technol.* **325** 145
- [3] Fan F X, Zhang M J, Peng Z B, Chen J, Su M X, Moghtaderi B, Doroodchi E 2017 *Aerosol Air Qual. Res.* **17** 1073
- [4] Parimanan C, Sattawat C, Pattanaporn L 2018 *Powder Technol.* **340** 243
- [5] Herrera C A, Levy E K, Ochs J 2002 *AIChE J.* **48** 503
- [6] Francisco J T, Sebastian E, Dirk M, Jurg D, Kai K 2013 *Ultrason. Sonochem.* **20** 655
- [7] Kooij S, Astefanei A, Corthals G L, Bonn D 2019 *Sci. Rep.* **9** 6128
- [8] An Z S, Huang R J, Zhang R Y, Tie X X, Li G H, Cao J J, Zhou W J, Shi Z G, Han Y M, Gu Z L, Ji Y M 2019 *PNAS* **116** 8657
- [9] Jiang X D, Xu H, Wang X 2014 *Chin. Phys. B* **23** 125201
- [10] Fan F X, Zhang S H, Wang W Y, Yan J P, Su M X 2019 *Process Saf. Environ. Prot.* **125** 197
- [11] Fan F X, Zhang S H, Peng Z B, Chen J, Su M X, Moghtaderi B, Doroodchi E 2019 *Can. J. Chem. Eng.* **97** 930
- [12] Amiri M, Sadighzadeh A, Falamaki C 2016 *Aerosol Air Qual. Res.* **16** 3012
- [13] Qiao Z H, Dong W, Huang Y J, Naso V 2018 *J. Environ. Sci.* **67** 161
- [14] Zhang G X, Zhou T T, Zhang L L, Wang J Q, Chi Z H, Hu E 2018 *Chem. Eng. J.* **334** 891
- [15] González I, Gallego J A, Riera E 2003 *J. Aerosol Sci.* **34** 1611
- [16] Zhang G X, Liu J Z, Wang J, Zhou J H, Cen K F 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 2404
- [17] Fan F X, Yang X F, Kim C N 2013 *J. Mech. Sci. Technol.* **27** 1707
- [18] Maknickas A, Markauska D, Kačianauskas R 2016 *Part. Sci. Technol.* **34** 453
- [19] Fan F X, Xu X, Zhang S H, Su M X 2019 *Aerosol Sci. Technol.* **53** 1204
- [20] Li S Q, Marshall J S, Liu G Q, Yao Q 2011 *Prog. Energ. Combust.* **37** 633
- [21] Crowe C T, Schwarzkopf J D, Scommerfeld M, Tsuij Y 2012 *Multiphase Flows with Droplets and Particles* (2nd Ed.) (New York: CRC Press) pp67–72
- [22] González I, Elvira L, Hoffmann T L, Gallego J A 2001 *Acta Acust. Acust.* **87** 454
- [23] González I, Hoffmann T L, Gallego J A 2000 *Acta Acust. Acust.* **86** 784
- [24] Li S Q, Marshall J S 2007 *J. Aerosol Sci.* **38** 1031
- [25] Zhang G X, Zhang L L, Wang J Q, Chi Z H, Hu E 2018 *Powder Technol.* **323** 393
- [26] Yan J P, Chen L Q, Yang L J 2016 *Chem. Eng. J.* **290** 319
- [27] Zhang G X, Ma Z F, Shen J, Zhang K, Wang J Q, Chi Z H 2020 *J. Hazard. Mater.* **382** 121089

# Interaction between monodisperse fine particles in a standing wave acoustic field\*

Qu Guang-Ning<sup>1)</sup> Fan Feng-Xian<sup>1)2)†</sup> Zhang Si-Hong<sup>3)</sup> Su Ming-Xu<sup>1)2)</sup>

1) (*School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)

2) (*Shanghai Key Laboratory of Multiphase Flow and Heat Transfer in Power Engineering,  
University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*)

3) (*Division of Thermo Engineering and Energy Sources Measurement Technology, Shanghai Institute of  
Measurement and Testing Technology, Shanghai 201203, China*)

( Received 2 November 2019; revised manuscript received 3 January 2020 )

## Abstract

The external acoustic field can be used to promote the interactions between fine particles suspended in the gas phase. Due to the particle interaction, collision and agglomeration between fine particles occur, causing the average particle size to increase and the particle number concentration to decrease. This offers an important technical route to controlling the emissions of fine particles. However, the interaction behaviors between the fine particles under the acoustic field are still not well understood, which severely hinders the technology from developing for fine particle emission control by using acoustic agglomeration. In order to reveal the interaction between monodisperse fine particles in a standing wave acoustic field, a particle interaction model with consideration of the drag force, gravity and acoustic wake effect is developed. The particle motion equations in the model are solved by using the classical Runge-Kutta method combined with the second-order implicit Adams interpolation method. The particle velocity due to acoustic entrainment and the interaction process between particles obtained from the numerical simulation are compared with the corresponding analytical solutions and experimental results to validate the accuracy of model prediction. Good agreement is found, which indicates that the model and the numerical method are capable of accurately predicting the interaction between fine particles in the standing wave acoustic field. On this basis, the effects of initial conditions and diameters of particles on the interaction behaviors are explored. The results show that when the initial particle centerline is closer to the acoustic wave direction or the initial particle position is closer to the wave antinode, the acoustic wake effect between the particles becomes stronger, and shorter time is required for particles to collide. It is also found that the influence of particle diameter on particle interaction depends on the initial deviation of particle centerline from the acoustic wave direction. When the deviation is small, the larger the particle diameter, the shorter the time required for particles to collide is. When the deviation is large, the collision between particles with smaller diameters occurs, while the collision between particles with larger diameters may not occur.

**Keywords:** fine particles, particle interaction, standing wave, acoustic field

**PACS:** 47.61.Jd, 47.35.Rs

**DOI:** 10.7498/aps.69.20191681

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51976130, 51776129) and the Science and Technology Commission of Shanghai Municipality, China (Grant No. 13DZ2260900).

† Corresponding author. E-mail: fanfengxian@usst.edu.cn