



永磁同步电动机的簇发振荡分析及协同控制

张绍华 王聪 张宏立

Bursting oscillation analysis and synergetic control of permanent magnet synchronous motor

Zhang Shao-Hua Wang Cong Zhang Hong-Li

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 210501 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20200413

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200413>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非对称型簇发振荡吸引子结构及其机理分析

Structures of the asymmetrical bursting oscillation attractors and their bifurcation mechanisms

物理学报. 2017, 66(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.110501>

分段Filippov系统的簇发振荡及擦边运动机理

Bursting oscillations and mechanism of sliding movement in piecewise Filippov system

物理学报. 2018, 67(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172421>

余维-1非光滑分岔下的簇发振荡及其机理

Bursting oscillations as well as the mechanism with codimension-1 non-smooth bifurcation

物理学报. 2017, 66(2): 020501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.020501>

永磁同步风力发电机随机分岔现象的全局分析

Global analysis of stochastic bifurcation in permanent magnet synchronous generator for wind turbine system

物理学报. 2017, 66(19): 190501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.190501>

Pre-Btzing器复合体的从簇到峰放电的同步转迁及分岔机制

Synchronization transition from bursting to spiking and bifurcation mechanism of the pre-Btzing complex

物理学报. 2020, 69(4): 040501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191509>

质子辐照对永磁合金微观结构演化的研究

Effect of proton irradiation on microstructure evolution of permanent magnet

物理学报. 2018, 67(1): 016104 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172025>

永磁同步电动机的簇发振荡分析及协同控制*

张绍华 王聪† 张宏立

(新疆大学电气工程学院, 乌鲁木齐 830047)

(2020年3月19日收到; 2020年7月5日收到修改稿)

以永磁同步电动机系统作为研究对象, 当永磁同步电动机受到周期性外部负载扰动, 且扰动频率与电机系统的固有频率之间存在量级差时, 永磁同步电动机系统中存在快慢耦合效应, 会产生复杂的簇发行为, 严重影响电机的安全稳定运行. 首先利用快慢动力学分析方法将负载扰动项作为系统的慢变参数, 分析系统随慢变参数变化的动力学行为, 揭示了系统“周期性对称式亚临界霍普夫 (Hopf) 簇发振荡”的演化机理. 其次针对电机系统出现的簇发振荡, 提出了基于协同控制的簇发振荡抑制策略. 通过定义含有所有系统状态的宏变量来设计协同控制器, 当宏变量在控制器作用下收敛到不变流形时, 永磁同步电动机系统也稳定到平衡态. 最后通过理论证明和实验验证该方法的有效性, 仿真结果表明, 协同控制策略在系统存在外部负载扰动时, 具有连续的控制律, 能够有效地快速抑制永磁同步电动机出现的簇发振荡现象, 从而使系统稳定运行.

关键词: 永磁同步电动机, 簇发振荡, 协同控制, 簇发抑制**PACS:** 05.45.-a, 05.45.Gg, 05.45.Pq**DOI:** 10.7498/aps.69.20200413

1 引言

永磁同步电动机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 的高效率、高功率密度、尺寸小和轻便等优势使其具有广泛的应用背景, 如在食品分拣、伺服机器人应用、汽车加工和物料输送等过程中, PMSM 都作为执行机构得到应用^[1,2]. 研究发现, PMSM 系统是典型的非线性、多变量、强耦合系统, 在系统参数变化或者受到外部扰动时, PMSM 系统会表现出诸如混沌现象、分岔、簇发振荡等复杂的非线性行为^[3,4]. 由于这些非线性行为严重影响 PMSM 系统的稳定运行, 导致生产效率降低, 设备出现故障, 因此研究 PMSM 系统的非线性动力学行为分析和控制具有重要意义和应用前景.

自 2002 年 Li 等^[5] 对 PMSM 系统在不同条件

下的动力学分析, 发现了 PMSM 系统中存在分岔、混沌和奇怪吸引子现象后, PMSM 系统中的非线性行为受到了广泛的关注. Singh 等^[6] 对 PMSM 中的多稳态特性和隐藏吸引子进行了研究, 使得 PMSM 的非线性行为更加丰富. 由于复杂的非线性行为会影响到 PMSM 系统的稳定运行, 因此关于 PMSM 系统的控制研究发展迅速. 罗晓曙等^[7] 在 PMSM 系统参数不确定的情况下, 基于 LaSalle 不变集定理设计了自适应混沌控制器, 能够在参数未知情况下控制电机从混沌态稳定到平衡点. 为了提高 PMSM 系统的响应速度, 唐传胜和戴跃洪^[8] 结合主动控制和有限时间稳定控制理论, 设计并改进主动的有限时间控制器, 不仅能够提高系统的响应速度, 还能有效消除系统的混沌. 但 PMSM 在实际工作环境中会受到各种扰动, Wang 等^[2] 分析了当 PMSM 含有余弦函数类型的外部负载扰动时的动力学行为, 发现电机会出现混沌振荡, 并设计自适应神经滑模控制器抑制了电机的混沌振荡.

* 国家自然科学基金 (批准号: 51767022, 51967019)、新疆维吾尔自治区自然科学基金 (批准号: 2019D01C082)、新疆大学博士启动基金和自治区天池博士计划资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wangcong1120@foxmail.com

PMSM 系统在受到周期性外部负载扰动时,是多尺度耦合的系统,由于系统中的快慢动力学效应,会使得系统有极大可能产生复杂的簇发振荡行为^[9,10]. 自 1952 年诺贝尔奖获得者 Hodgkin 和 Huxley^[11] 建立快慢两尺度神经元放电模型 (H-H 模型),成功地再现了其中的簇发放电行为后,簇发振荡受到了广泛的关注. 直到 2000 年, Izhikevich 引入 Rinzel 提出的快慢动力学分析方法使簇发振荡的研究上升到机理研究层次^[12]. 簇发振荡是系统的变量由于分岔导致在大幅振荡 (激发态 SP) 与微幅振荡或静止 (沉寂态 QS) 状态之间交替变化的过程. 其存在条件要根据系统性质来讨论: 对于自治系统,当系统的频率之间存在量级差距时,系统会产生簇发振荡;而对于非自治系统,系统中的周期激励或者扰动项的频率与系统的固有频率存在量级差距时,系统会产生簇发振荡^[13]. 目前,在电路^[14,15]、化学^[16]、生物神经^[17,18] 等系统中都发现了簇发振荡现象,它以复杂的动力学行为影响着系统的运行,因此揭示簇发振荡的演化机理意义重大. Han 等^[19] 研究了多频激励下的 Duffing 系统的簇发振荡模式,提出了叉型分岔滞后引起的簇发和复合叉型分岔滞后引起的簇发两种新的簇发模式,并分析了他们的演化机理. Peng 等^[20] 通过在蔡氏系统增加转向开关和周期性可变电流源,得到非光滑 Filippov 型动力学系统并分析了与鞍结分岔 (Fold 分岔) 和 Hopf 分岔相关的簇发振荡机理. 另外,毕勤胜课题组一直从事簇发振荡的研究,取得了许多重要成果^[21–24].

但以上研究多是对电机系统的混沌行为分析与控制,亦或是对典型非线性系统的簇发振荡研究,且簇发振荡的研究主要以其机理分析为重点,研究对象是一些典型的非线性系统,但很少考虑簇发振荡的抑制问题. 而对带有外部负载扰动的 PMSM 系统的簇发振荡问题却少有研究. 因此探究 PMSM 系统的簇发行为以及簇发振荡的抑制具有重要的现实意义.

本文主要探究 PMSM 系统中的簇发,并设计控制器对簇发行为进行抑制. 首先建立含有外部负载扰动的快慢耦合效应的 PMSM 系统模型,使 PMSM 的数学模型更接近实际工况;其次揭示了 PMSM 系统中“周期性对称式亚临界 Hopf 簇发振荡”的演化机理,进一步丰富了 PMSM 系统的非线性行为;最后针对 PMSM 系统中出现的簇发振荡,提出了基于协同控制的簇发振荡抑制策略,保证

了 PMSM 稳定运行,并给簇发振荡的控制问题提供了一定的研究基础,具有重要意义.

2 PMSM 数学模型及其簇发振荡分析

2.1 PMSM 数学模型

以 d - q 轴为坐标系,得出气隙均匀的 PMSM 的数学模型为^[6,25]

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q + \tilde{u}_d, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega} + \tilde{u}_q, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L, \end{cases} \quad (1)$$

其中,系统的状态变量为 \tilde{i}_d , \tilde{i}_q 和 $\tilde{\omega}$, 分别表示电机在 d 轴的定子电流、 q 轴的定子电流以及电机的转子机械角速度; \tilde{u}_d 和 \tilde{u}_q 分别表示 d 轴和 q 轴的定子电压; \tilde{T}_L 表示电机的负载扰动; σ 和 γ 是系统的参数,并且 $\sigma > 0$, $\gamma > 0$. 为了研究 PMSM 受到外部负载扰动时所出现的簇发行为,假设电机运行一段时间后电机的定子电压为 0, 即 $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = 0$, 此时所得到的带有外部负载扰动的 PMSM 系统的数学模型可简化为

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega}, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\tilde{T}_L = A \sin(\Omega t)$ 表示周期性的外部负载扰动. 由 (2) 式可知,当系统 (2) 是自治系统时 ($A = 0$), 系统 (2) 在 $(\tilde{i}_d^*, \tilde{i}_q^*, \tilde{\omega}^*) = (0, 0, 0)$ 处稳定.

当系统受到外部扰动时,考虑不带外部扰动的 PMSM 系统 (2) 的固有频率为 Ω_0 , PMSM 系统 (2) 中的外部负载扰动 \tilde{T}_L 的频率为 Ω , 那么当外部负载扰动的频率与固有频率存在量级差时,即 $\Omega \ll \Omega_0$, PMSM 系统 (2) 存在快慢耦合效应. 在 PMSM 系统 (2) 的任意周期 $[t_0, t_0 + 2\pi/\Omega_0]$ 内,外部负载扰动 \tilde{T}_L 的变化范围为 $[T_A, T_B]$, 其中 T_A 和 T_B 可表示为

$$\begin{cases} T_A = A \sin(\Omega t_0), \\ T_B = A \sin(\Omega t_0 + 2\pi\Omega/\Omega_0). \end{cases} \quad (3)$$

因为 $\Omega \ll \Omega_0$, 所以 $T_A \approx T_B$, 即随着 PMSM 系统运行, 外部负载扰动 \tilde{T}_L 几乎保持不变. 将 \tilde{T}_L 视为 PMSM 系统 (2) 的慢变参数, 非自治的 PMSM 系统即转变为广义自治的 PMSM 系统 [24].

2.2 簇发振荡分析

为了揭示系统 (2) 的动力学演化过程, 设置系统参数为 $\sigma = 5.46$, $\gamma = 8.0$, $A = 13$, $\Omega = 0.01$, 系统的初始状态为 $(\tilde{i}_{d0}, \tilde{i}_{q0}, \tilde{\omega}_0) = (1, 1, 1)$, 进行数值模拟仿真.

PMSM 系统的机械角速度 $\tilde{\omega}$ 的时间历程如图 1 所示. 将慢变参数 \tilde{T}_L 作为 PMSM 系统的分岔参数, 应用快慢动力学分析法分析系统随慢变参数 \tilde{T}_L 变化的平衡点分布曲线与转换相图 [26] 的叠加图来揭示系统的簇发振荡机理. 图 2 为 $\tilde{\omega}$ 关于慢变参数 \tilde{T}_L 的平衡点分布曲线. 由图 2 可知, 系统存在三种平衡点曲线 E_+ , E_- 和 E_0 , 红色曲线 E_+ 和 E_- 表示稳定的平衡点, subH1-FB1 段与 subH2-FB2 段表示不稳定的鞍点, 虚线 E_0 是不稳定的平衡点. subH1 和 subH2 为平衡点的亚临界 Hopf 分岔点, 其坐标是 subH ($\pm 6.572, \pm 1.998$), 稳定平衡点 E_+ 和 E_- 经过亚临界 Hopf 分岔点 subH1 和 subH2 后会失去稳定, 系统会发生振荡. FB1 和 FB2 为 Fold 分岔点, 其坐标是 FB ($\pm 16.941, \pm 0.810$), 平衡点经过 Fold 分岔后会产生跳跃现象. 因此, 系统在分岔的作用下会引起系统轨迹在平激发态和沉寂态之间的转迁, 从而形成簇发振荡.

将 PMSM 系统在 $(\tilde{T}_L, \tilde{\omega})$ 平面的转换相图与 $\tilde{\omega}$ 随慢变参数 \tilde{T}_L 变化的平衡点分布曲线叠加起来,

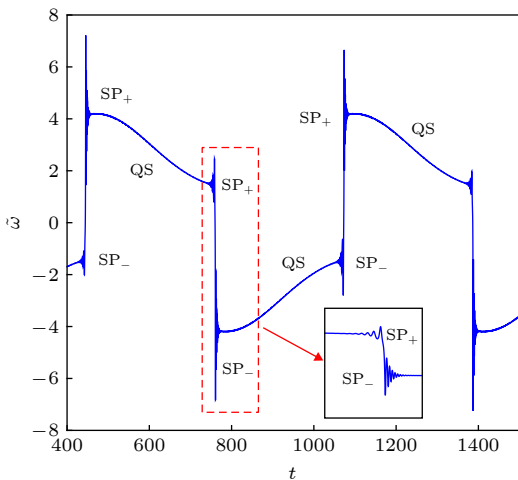


图 1 $\tilde{\omega}$ 的时间历程图
Fig. 1. Time history of $\tilde{\omega}$.

得到图 3(a), 其中图 3(b) 是图 3(a) 的局部放大图. 由图 1 中 $\tilde{\omega}$ 的时间历程图可知, PMSM 系统中状态变量的轨迹做周期性的顺时针运动, 对应图 3(a) 中的红色箭头指示的顺时针运动方向.

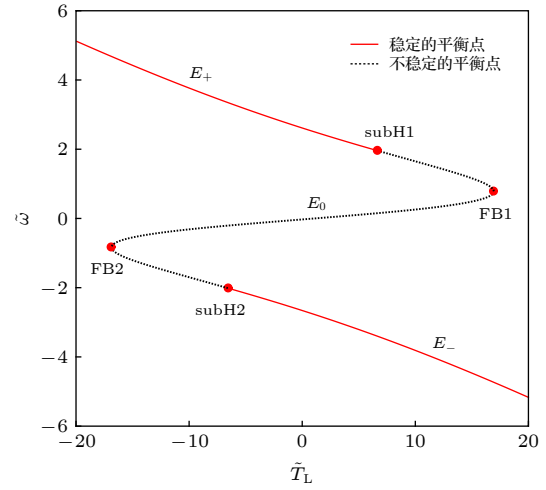


图 2 $\tilde{\omega}$ 关于慢变参数 \tilde{T}_L 的平衡点分布曲线
Fig. 2. Equilibrium point distribution curve of $\tilde{\omega}$ with respect to the slow-varying parameter \tilde{T}_L .

如图 3(a) 所示, 假设轨迹 $\tilde{\omega}$ 从稳定平衡点曲线 E_+ 上的点 $P(-5.015, 3.198)$ 出发, 此时 PMSM 系统处于沉寂态. 随慢变参数 \tilde{T}_L 的增大, 当轨迹 $\tilde{\omega}$ 沿 E_+ 稳定运动到亚临界 Hopf 分岔点 subH1 ($\tilde{T}_L = 6.572$) 时, PMSM 系统发生亚临界 Hopf 分岔, 使平衡点曲线 E_+ 失去稳定性. 随着 \tilde{T}_L 值的增大, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 沿着不稳定的曲线 E_+ 开始大幅振荡, 由于受到稳定的平衡点曲线 E_- 吸引, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 跳跃到 E_- 上, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 的振荡幅值也沿着 E_- 越来越小, 直到稳定下来. 该过程中, PMSM 系统呈现出激发态. 当 \tilde{T}_L 的值增加到最大点 ($\tilde{T}_L = 13$) 时, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 稳定地沿着 E_- 向 \tilde{T}_L 值减小的方向运动, 此时 PMSM 系统又处于沉寂态的形式. 当轨迹 $\tilde{\omega}$ 遍历到另一个亚临界 Hopf 分岔点 subH2 ($\tilde{T}_L = -6.572$) 时, 亚临界 Hopf 分岔导致 E_- 失去稳定, 延迟一段时间后, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 开始慢慢振荡, PMSM 系统此时从沉寂态转迁成激发态. 随着 \tilde{T}_L 的值减小, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 的振荡幅值越来越大, 由于受到稳定的平衡点曲线 E_+ 吸引, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 会跳跃到 E_+ 上, 其振荡幅值也沿着 E_+ 越来越小, 直到稳定下来, 此时 PMSM 系统又从激发态转迁成沉寂态. 直到 \tilde{T}_L 的值减小到最小点 ($\tilde{T}_L = -13$) 时, 轨迹 $\tilde{\omega}$ 会返回到起始点 P , 完成一个周期的簇发振荡. 通过对一个周期的簇发振荡的过程分

析,发现簇发的本质是系统轨迹在沉寂态和激发态之间相互转迁,并且可以呈现周期性.另外,轨迹 $\tilde{\omega}$ 的簇发与亚临界 Hopf 分岔有关,从图 3(a)还可以看出轨迹关于原点对称,因此可以将此类型的簇发定义为“周期性对称式亚临界 Hopf 簇发振荡”.

PMSM 系统在受到周期性外部负载扰动的情況下会产生簇发现象,该簇发振荡是由于亚临界 Hopf 分岔引起的系统状态变量在沉寂态和激发态之间相互转迁的过程. PMSM 系统簇发振荡的演化机理能够反映出外部负载扰动对系统产生的影响,有利于在 PMSM 应用的复杂工业生产过程中及时采取一定的措施消除簇发振荡或者利用簇发振荡.

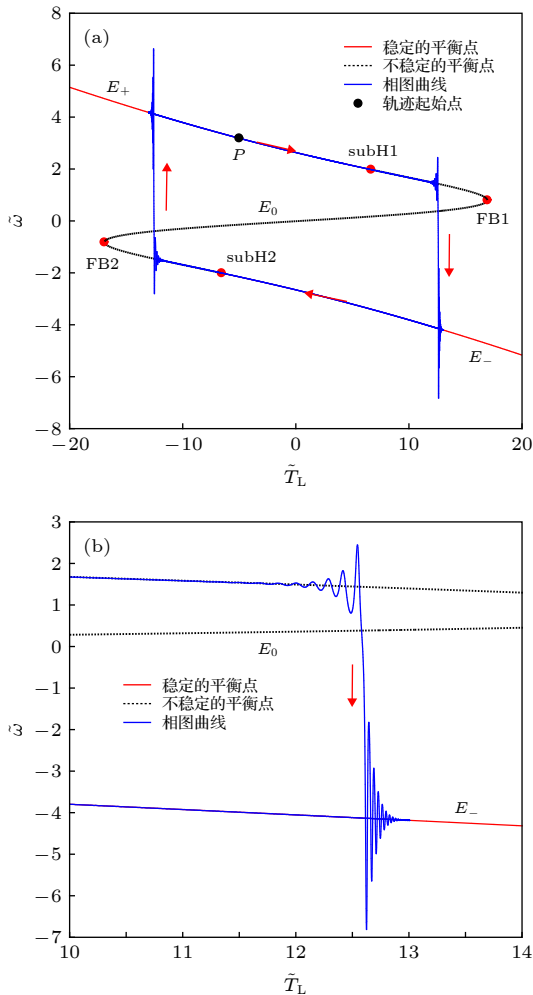


图 3 转子机械角速度 $\tilde{\omega}$ 的簇发振荡示意图 (a) $(\tilde{T}_L, \tilde{\omega})$ 平面上的转换相图与平衡点分布曲线的叠加图; (b) 图 3(a)的局部放大图

Fig. 3. Bursting Oscillation of $\tilde{\omega}$: (a) Overlay of the transformed phase portrait and equilibrium point distribution curve on the $(\tilde{T}_L, \tilde{\omega})$ plane; (b) locally enlarged diagram of Fig. 3(a).

3 PMSM 的协同控制

协同控制策略由于其光滑的控制律、控制器设计简单、防止抖振等特性被广泛应用在电力系统领域中.协同控制方法能够有效控制电力系统中的混沌振荡等危害系统安全运行的行为.本文借助协同控制的思想,对 PMSM 系统受到外部负载扰动时出现的簇发振荡行为进行抑制.

3.1 协同控制的原理

协同控制的核心思想是定义合适的宏变量作为系统的新增变量,设计控制律引导系统的状态到达宏变量的不变流形上,系统沿着不变流形向期望目标点渐近稳定运动,最终实现控制目标^[27,28].

考虑 n 维受控非线性系统:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, t) + b(x, t)u, \quad (4)$$

其中 $x \in R^{n \times 1}$ 是系统的状态变量; $f(x, t) \in R^{n \times 1}$ 是非线性的系统矩阵; $b(x, t)$ 是系统的控制矩阵; $u \in R^{m \times 1}$ 是系统的控制器,控制系统按照期望的方式运行; t 是时间.结合协同控制理论,对控制器 u 进行设计,协同控制定义的宏变量有如下形式:

$$\varphi = \psi(x, t), \quad (5)$$

$\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m]^T$ 是宏变量; $\psi(x, t) \in R^{m \times 1}$ 是与系统状态变量 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 有关的函数,认为宏变量函数 $\psi(x, t)$ 中包含所有状态变量.根据控制要求,定义特定的宏变量函数,一般是系统状态变量的线性组合,且宏变量的个数要和控制器的个数相同.

设计宏变量的不变流形,目的是使系统 (4) 按照期望的目标运动,即:

$$\varphi = \psi(x, t) = 0. \quad (6)$$

(6) 式表示宏变量的不变流形,且存在以下约束:

$$T\dot{\varphi} + \varphi = 0, \quad (7)$$

其中 $T \in R^{n \times n}$ 是一个非奇异正定对角阵.求解 (7) 式可得到: $\varphi = \varphi_0 e^{-t/T}$, φ_0 是宏变量的初始条件,因为 T 是正定矩阵,所以宏变量 φ 会以指数形式衰减,最终被吸引到流形 $\varphi = 0$ 上.

根据 (7) 式求解控制律,由于

$$\frac{d\psi(x, t)}{dt} = \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \frac{dx(t)}{dt}, \quad (8)$$

将 (4) 式和 (8) 式代入 (7) 式中得:

$$T \frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}) + \psi(\mathbf{x}, t) = 0. \quad (9)$$

令 $\frac{\partial \psi(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} = \psi_{\mathbf{x}}$, $\psi_{\mathbf{x}} \in R^{m \times n}$, 由 (9) 式求解出系统 (4) 的控制律:

$$\mathbf{u} = -[\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)]^{-1}\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - [T\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{b}(\mathbf{x}, t)]^{-1}\psi(\mathbf{x}, t). \quad (10)$$

\mathbf{u} 是利用协同控制的思想所求出的控制律, (10) 式表示控制律与宏变量 φ 、系统状态方程和 T 息息相关, 共同决定了受控系统收敛到流形 $\varphi = 0$ 上的特性.

定理 1 对于一般的非线性系统 (4), 根据协同控制理论设计的控制器 \mathbf{u} 能够保证系统 (4) 快速稳定到平衡状态, 其收敛速率与 T 相关.

证明 根据宏变量 $\varphi = \psi(\mathbf{x}, t)$ 定义 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}\varphi^T\varphi. \quad (11)$$

由 (11) 式可知, $V \geq 0$. 对 (11) 式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \varphi^T\dot{\varphi} = \varphi^T\psi_{\mathbf{x}}(\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}) \\ &= \varphi^T\psi_{\mathbf{x}}\left\{\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t)\left[-(\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{b}(\mathbf{x}, t))^{-1}\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (T\psi_{\mathbf{x}}\mathbf{b}(\mathbf{x}, t))^{-1}\psi(\mathbf{x}, t)\right]\right\} \\ &= -\varphi^T T^{-1}\psi(\mathbf{x}, t) = -\varphi^T T^{-1}\varphi \leq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

由 (12) 式可知, 当 T 为非奇异正定对角阵时, $\dot{V} \leq 0$, 又因为 Lyapunov 函数 $V \geq 0$, 所以在控制器 \mathbf{u} 为 (10) 式时, 系统 (4) 是稳定的, 其收敛速率和 T 相关.

3.2 PMSM 协同控制器设计

本文的控制目标是: 当系统 (2) 出现簇发振荡时, 采用协同控制的方法快速抑制 PMSM 系统中的簇发振荡, 使其达到稳定的平衡状态, 从而保证电机的正常运行.

考虑外部负载扰动也是电机模型的一部分, 为带有外部负载扰动的 PMSM 系统 (2) 施加控制器, 系统 (2) 变换为

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{dt} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{dt} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega}, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{dt} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L + u. \end{cases} \quad (13)$$

(13) 式表示受控的 PMSM 系统, u 是系统 (13) 的控制器.

根据 3.1 节定义系统 (13) 的宏变量:

$$\varphi = k_1(\tilde{i}_d - \tilde{i}_d^*) + k_2(\tilde{i}_q - \tilde{i}_q^*) + k_3(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}^*), \quad (14)$$

其中, k_1 , k_2 和 k_3 是大于 0 的正值, 表示宏变量 φ 的参数; \tilde{i}_d^* , \tilde{i}_q^* 和 $\tilde{\omega}^*$ 是 d 轴定子电流、 q 轴定子电流以及转子机械角速度的参考值.

定理 2 对于带有外部负载扰动的 PMSM 系统 (13), 设计如下控制器 u 时, 可以保证当宏变量 φ 收敛到流形 $\varphi = 0$ 时, PMSM 系统 (13) 也能收敛到流形 $\varphi = 0$ 上并保持稳定状态. 控制器 u 的形式如下:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{\varphi}{T} - k_1(-\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q) - k_2(-\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega}) \\ &\quad - k_3(\sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L)/k_3, \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\varphi = k_1(\tilde{i}_d - \tilde{i}_d^*) + k_2(\tilde{i}_q - \tilde{i}_q^*) + k_3(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}^*)$; T , k_1 , k_2 和 k_3 是值大于 0 的控制器参数, T 决定了系统收敛到流形 $\varphi = 0$ 的速度, T 值越小, 系统的收敛速度越快.

证明 根据宏变量的约束条件 (7) 式, 得到宏变量

$$\varphi = k_1(\tilde{i}_d - \tilde{i}_d^*) + k_2(\tilde{i}_q - \tilde{i}_q^*) + k_3(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}^*) = \varphi_0 e^{-\frac{t}{T}}. \quad (16)$$

由 (16) 式可知, 随着时间 t 的增加, 宏变量 φ 会以指数形式衰减, 逐渐收敛到流形 $\varphi = 0$ 上, 并且衰减速度和 T 是成反比的. 当 $\varphi = 0$ 时, $\tilde{i}_d = \tilde{i}_d^*$, $\tilde{i}_q = \tilde{i}_q^*$, $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}^*$, 所以 PMSM 系统 (13) 也收敛到了流形 $\varphi = 0$ 上.

设 PMSM 系统具有如下正定 Lyapunov 函数:

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\varphi^2, \quad (17)$$

其中, \mathbf{x} 是 PMSM 系统的状态变量. 对 (17) 式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \varphi\dot{\varphi} = \varphi \left(k_1 \frac{d\tilde{i}_d}{dt} + k_2 \frac{d\tilde{i}_q}{dt} + k_3 \frac{d\tilde{\omega}}{dt} \right) \\ &= \varphi \left\{ k_1(-\tilde{i}_d + \tilde{\omega}\tilde{i}_q) + k_2(-\tilde{i}_q - \tilde{\omega}\tilde{i}_d + \gamma\tilde{\omega}) \right. \\ &\quad \left. + k_3 \left[\sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L + u \right] \right\} \\ &= -\frac{1}{T}\varphi^2. \end{aligned} \quad (18)$$

(18) 式中, 由 $T > 0$, 可得 $\dot{V} \leq 0$, 所以 (15) 式

给出的控制器 u 可使 PMSM 系统 (13) 收敛到流形 $\varphi = 0$ 上时保持稳定状态.

4 系统仿真与结果分析

为了验证协同控制器的有效性, 通过选取合适的系统参数和控制器参数进行仿真研究. 系统 (13) 的参数为: $\sigma = 5.46$, $\gamma = 8.0$, $A = 13$, $\Omega = 0.01$, 初始值选取为 $(\tilde{i}_{d0}, \tilde{i}_{q0}, \tilde{\omega}_0) = (1, 1, 1)$. 控制器参数为: $k_1 = k_2 = k_3 = 0.8$, $T = 0.2$. 对系统 (13) 进行求解, 积分步长设置为 $\Delta t = 0.01$ s.

图 4 给出了在 450 s 加入协同控制器 (15) 后 PMSM 受控系统 (13) 状态变量的响应曲线, 可以发现带有外部负载扰动的 PMSM 系统在 450 s 之前处于周期性对称式亚临界 Hopf 簇发振荡的状态, 表现形式是状态变量在大幅振荡 (激发态) 和微小振荡或者稳定 (沉寂态) 之间交替变换. 而在 450 s 之后, PMSM 系统中 d 轴的电流 \tilde{i}_d , q 轴的电流 \tilde{i}_q 以及机械角速度 $\tilde{\omega}$ 快速从振荡状态收敛至平衡态, 从而验证了协同控制方法能够有效抑制 PMSM 系统的簇发振荡, 保证了电机的稳定运行.

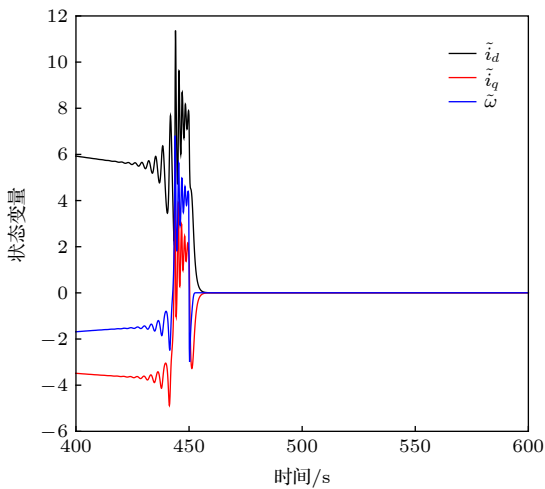


图 4 PMSM 系统的状态响应曲线

Fig. 4. State response curves of PMSM system.

图 5 给出了 PMSM 系统在控制器作用下状态变量在相空间内的曲线. 蓝色曲线表示加入控制器前, PMSM 系统的相图呈现四个涡卷, 由 2.2 节可知这是因为每个周期的簇发振荡中出现两次激发态 SP, 每次激发态包含 SP_+ 和 SP_- . 加入控制器后, 系统的状态变量沿着红色曲线快速收敛到稳定的平衡点.

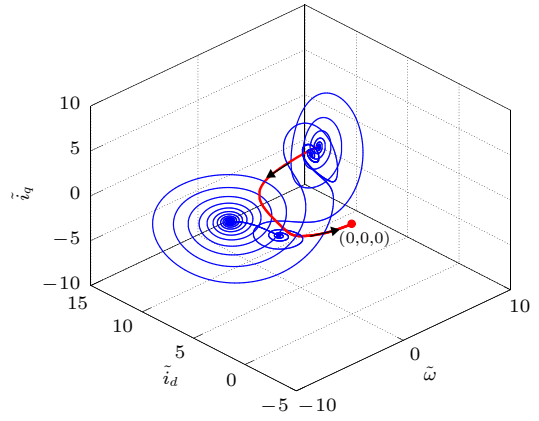


图 5 PMSM 系统状态的相图

Fig. 5. Phase portrait of PMSM system state.

图 6 给出了宏变量 φ 的响应曲线. 在施加控制器之后, 曲线表明宏变量按照指数衰减模式收敛至流形 $\varphi = 0$, 所以宏变量和 PMSM 系统在协同控制器作用下都会收敛至流形 $\varphi = 0$, 并且 PMSM 系统会一直保持稳定的状态运行. 由于宏变量 φ 的响应曲线是连续的, 所以协同控制器具有连续的控制律, 可以有效避免控制过程中的抖振现象.

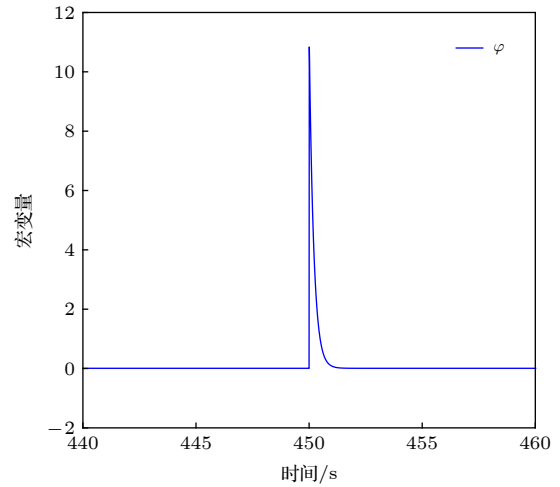


图 6 宏变量 φ 的状态响应曲线

Fig. 6. State response curve of macro-variable φ .

由于不同控制器的参数会对 PMSM 系统产生不同的控制效果, 所以图 7 和图 8 给出了 PMSM 系统的机械角速度 $\tilde{\omega}$ 与宏变量 φ 随参数 T 和参数 k_3 变化的响应曲线.

由于 $\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{t}{T}}$, 因此宏变量 φ 随着时间 t 的变化以指数形式衰减, 其衰减速率与 T 有关. 如图 7 所示, 当控制器的参数 $k_1 = k_2 = k_3 = 0.8$ 不变时, T 越小, $\tilde{\omega}$ 和宏变量 φ 的下降速率越快, 即响应

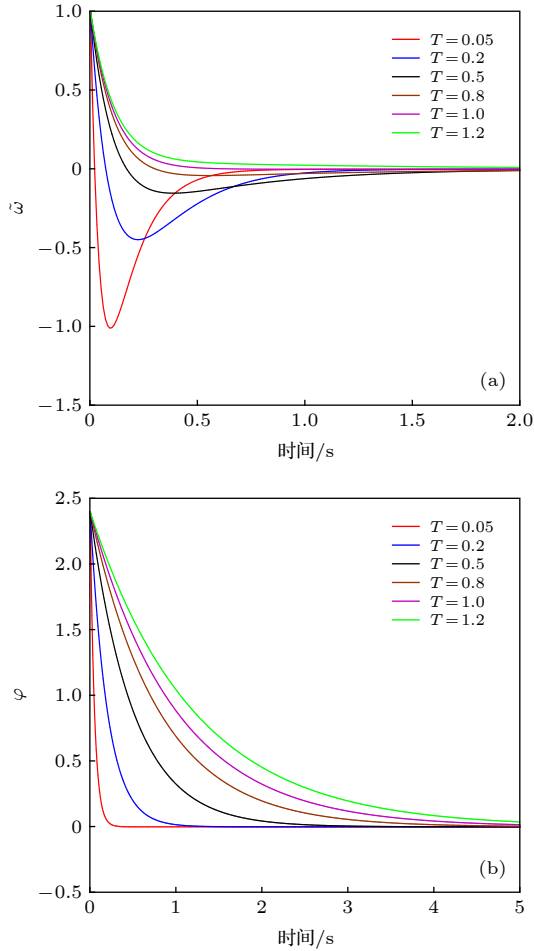


图 7 PMSM系统和宏变量 φ 随参数 T 变化的响应曲线 (a) $\tilde{\omega}$ 的响应曲线; (b) 宏变量 φ 的响应曲线
 Fig. 7. Response curves of PMSM system and macro-variable φ as T changes: (a) Response curves of $\tilde{\omega}$; (b) response curves of macro-variable φ .

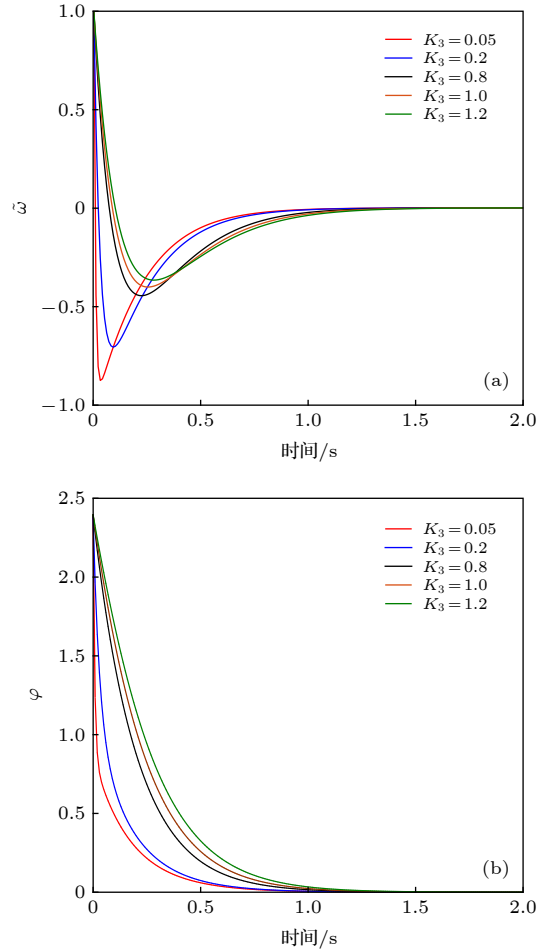


图 8 PMSM系统和宏变量 φ 随参数 k_3 变化的响应曲线 (a) $\tilde{\omega}$ 的响应曲线; (b) 宏变量 φ 的响应曲线
 Fig. 8. Response curves of PMSM system and macro-variable φ as k_3 changes: (a) Response curves of $\tilde{\omega}$; (b) response curves of macro-variable φ .

速度越快. 而 k_3 作为控制器的分母项, 可以认为控制器的作用效果和 k_3 也存在较大关系. 图 8 给出了控制器参数 $k_1 = k_2 = 0.8$, $T = 0.2$ 不变, k_3 从 1.2 减小到 0.05 时的 $\tilde{\omega}$ 和宏变量 φ 的响应曲线, 可以看出, 随着 k_3 逐渐减小, 响应速度越来越快. 由于当 $k_1 = k_2 = k_3 = k$ 同时变化时, 不影响 $\tilde{\omega}$ 和宏变量 φ 的响应速度; 并且当 k_1 或 k_2 单独变化时, 响应曲线变化程度不如 k_3 变化时明显, 故本文未对此种情况详细讨论. 根据图 7 和图 8 得出结论: PMSM 系统和宏变量 φ 的响应速度与控制参数 T 和 k_3 有关, T 和 k_3 越小, PMSM 系统和宏变量 φ 的响应速度越快.

PMSM 系统在存在外部负载扰动的情况下会产生簇发振荡, 而不同幅值的负载扰动 \tilde{T}_L 会引起系统遍历不同的分岔点并影响平衡点的类型, 进而导致产生不同类型的簇发振荡.

为了验证协同控制器的有效性, 图 9 给出了不同幅值 A 影响下的 PMSM 系统中机械角速度 $\tilde{\omega}$ 的响应曲线. 通过改变外部负载扰动 \tilde{T}_L 的幅值 A , 在 450 s 处加入协同控制器, 发现 450 s 之前, PMSM

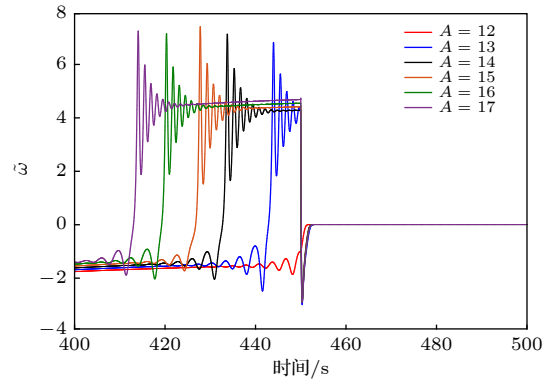


图 9 不同扰动下的 PMSM 系统的状态响应
 Fig. 9. State response of PMSM system under different perturbations.

系统处在不同的簇发振荡状态下, 而加入协同控制器后, 系统都能稳定到平衡状态, 证明了本文所提的协同控制策略的有效性.

5 结 论

PMSM 系统受到周期性的外部负载扰动, 当扰动的频率与系统的固有频率存在量级差时, PMSM 系统会产生“周期性对称式亚临界 Hopf 簇发振荡”. 本文结合快慢动力学分析法和分岔理论, 把负载扰动项作为系统的慢变参数, 通过分析系统随慢变参数变化的平衡点分布曲线与系统的转换相图的叠加图, 揭示了簇发振荡的演化机理. 为了抑制 PMSM 系统出现的簇发振荡, 基于协同控制理论设计了具有连续控制律的控制器, 仿真结果表明: 1) PMSM 系统从任意初始状态出发, 都能使系统从簇发振荡状态收敛到稳定状态, 其收敛曲线是光滑的, 有效避免了诸如滑模控制所出现的抖振现象, 从而保证了 PMSM 系统稳定运行; 2) 在协同控制器作用下, 控制器参数 T 和 k_3 越小, PMSM 系统和宏变量 φ 的响应速度越快; 3) 所设计的协同控制器能有效抑制不同扰动幅值 A 所导致的簇发振荡, 使 PMSM 系统快速响应, 恢复到稳定运行的状态.

本文所设计的协同控制器能够控制系统稳定到随机的平衡态, 有效地抑制 PMSM 系统的簇发振荡. 下一步将进一步改进控制器使系统能稳定到某一给定的控制目标.

参考文献

- [1] Ananthamoorthy N P, Baskaran K 2015 *J. Vib. Control* **21** 181
- [2] Wang L B, Fan J, Wang Z C, Zhan B S, Li J 2016 *J. Dyn. Syst. Meas. Contr.* **138** 011003
- [3] Lu S K, Wang X C, Li Y N 2019 *AIP Adv.* **9** 055105
- [4] Zhang F C, Liao X F, Mu C L 2017 *Adv. Differ. Equations* **2017** 76
- [5] Li Z, Park J B, Joo Y H, Zhang B, Chen G R 2002 *IEEE Trans. Circuits Syst. I Fundam. Theory Appl.* **49** 383
- [6] Singh J P, Roy B K, Kuznetsov N V 2019 *Int. J. Bifurcation Chaos* **29** 1950056
- [7] Luo X S, Zhang B, Qiu D Y, Wei D Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6026 (in Chinese) [罗晓曙, 张波, 丘东元, 韦笃取 2009 物理学报 **58** 6026]
- [8] Tang C S, Dai Y H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 180504 (in Chinese) [唐传胜, 戴跃洪 2013 物理学报 **62** 180504]
- [9] Xing Y Q, Chen X K, Zhang Z D, Bi Q S 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 090501 (in Chinese) [邢雅清, 陈小可, 张正娣, 毕勤胜 2016 物理学报 **65** 090501]
- [10] Zhang Z D, Liu Y, Zhang S Z, Bi Q S 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 020501 (in Chinese) [张正娣, 刘杨, 张苏珍, 毕勤胜 2017 物理学报 **66** 020501]
- [11] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *J. Physiol.* **117** 500
- [12] Izhikevich E M 2000 *Int. J. Bifurcation Chaos* **10** 1171
- [13] Wu T Y, Chen X K, Zhang Z D, Zhang X F, Bi Q S 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 110501 (in Chinese) [吴天一, 陈小可, 张正娣, 张晓芳, 毕勤胜 2017 物理学报 **66** 110501]
- [14] Wu H G, Bao B C, Liu Z, Xu Q, Jing P 2016 *Nonlinear Dyn.* **83** 893
- [15] Wen Z H, Li Z J, Li X 2019 *Chaos, Solitons Fractals* **128** 58
- [16] Li X H, Bi Q S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020504 (in Chinese) [李向红, 毕勤胜 2012 物理学报 **61** 020504]
- [17] Razvan M R, Yasaman S 2020 *Chaos, Solitons Fractals* **132** 109482
- [18] Ryashko L, Slepukhina E 2020 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **82** 105071
- [19] Han X J, Zhang Y, Bi Q S, Kurths J 2018 *Chaos: An Interdiscip. J. Nonlinear Sci.* **28** 043111
- [20] Peng M, Zhang Z D, Qu Z F, Bi Q S 2020 *Pramana - J. Phys.* **94** 14
- [21] Yu Y, Zhang Z D, Han X J 2018 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **56** 380
- [22] Zhang Z D, Chen Z Y, Bi Q S 2019 *Theor. Appl. Mech. Lett.* **9** 358
- [23] Han X J, Xia F B, Zhang C, Yu Y 2017 *Nonlinear Dyn.* **88** 2693
- [24] Bi Q S, Ma R, Zhang Z D 2015 *Nonlinear Dyn.* **79** 101
- [25] Wei D Q, Zhang B, Luo X S 2012 *Chin. Phys. B* **21** 030504
- [26] Han X J, Bi Q S 2011 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **16** 4146
- [27] Wang J B, Liu C X 2020 *J. Xi'an Jiaotong Univ.* **54** 26 (in Chinese) [王江彬, 刘崇新 2020 西安交通大学学报 **54** 26]
- [28] Wang J B, Liu L, Liu C X 2019 *Int. J. Bifurcation Chaos* **29** 1950130

Bursting oscillation analysis and synergetic control of permanent magnet synchronous motor^{*}

Zhang Shao-Hua Wang Cong[†] Zhang Hong-Li

(School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830047, China)

(Received 19 March 2020; revised manuscript received 5 July 2020)

Abstract

The main purpose of this paper is to reveal the evolution mechanism of the bursting oscillation and suppress the bursting oscillation. The permanent magnet synchronous motor (PMSM) system is taken as a research object, and the case of the PMSM with periodic external load perturbation is considered. The first part in this paper is for the analysis of bursting oscillation. First, a mathematical model of the non-autonomous PMSM system with external load perturbation is established, and the frequency of the external load perturbation is set to be far less than the natural frequency of the PMSM system, so that the PMSM system has a fast-slow coupling effect. Then, the non-autonomous PMSM system with external load perturbation is transformed into a generalized autonomous PMSM system by taking the external load perturbation as a slow-varying parameter of the PMSM system. In order to obtain the bifurcation behaviors and different equilibrium types of the PMSM system, the time series diagram, the equilibrium point distribution curve that changes with slow-varying parameter, and the transformed phase portrait are analyzed. Finally, the evolution mechanism of bursting oscillation is revealed by analyzing the overlay of the equilibrium point distribution curve and the transformed phase portrait, and it is found that the change of the equilibrium type and the corresponding bifurcation behavior will cause the PMSM system to exhibit “periodic symmetrical subcritical Hopf bursting oscillation”. The second part focuses on the control of the bursting oscillation. First, a macro-variable is defined by using the synergetic control strategy, which is a linear combination of all state variables of the PMSM system. Then, the synergetic controller is designed based on the constraint that the macro-variable converges to the invariant manifold. When the macro-variable converges to the invariant manifold, the PMSM system is also stabilized to the equilibrium. In addition, in order to explore the influence of controller parameters, a large number of simulation experiments are carried out, and the relationship between the control parameters with the response speed of the PMSM system is obtained. Finally, the effectiveness of the synergetic control strategy is verified by changing the amplitude of the external load perturbation. The simulation results show that the synergetic control strategy has a continuous control law when the system has external load perturbations, and can effectively suppress the bursting oscillation phenomenon of the PMSM system, so that the PMSM system runs stably.

Keywords: permanent magnet synchronous motor, bursting oscillation, synergetic control, bursting suppression

PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg, 05.45.Pq

DOI: [10.7498/aps.69.20200413](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200413)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51767022, 51967019), the Natural Science Foundation of Xinjiang Uygur Autonomous Region, China (Grant No. 2019D01C082), the Science Startup Foundation of Xinjiang University for doctor, and the Tianchi Projection of Xinjiang Uygur Autonomous Region for Doctor, China.

[†] Corresponding author. E-mail: wangcong1120@foxmail.com