



## 水中微小波纹圆柱体声散射低频共振调控

周彦玲 王斌 范军

## Manipulation of low-frequency resonance scattering from submerged slightly deformed polymer cylinders

Zhou Yan-Ling Wang Bin Fan Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 054301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201535

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201535>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

超声悬浮过程中圆柱体的旋转运动机理研究

Rotation mechanism of ultrasonically levitated cylinders

物理学报. 2017, 66(12): 124301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.124301>

同心椭圆柱-纳米管结构的双重Fano共振研究

Double Fano resonance in gold nanotube embedded with a concentric elliptical cylinder

物理学报. 2019, 68(6): 067301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182249>

塑料类高分子聚合物材料水中目标声学参数反演

Inversion for acoustic parameters of plastic polymer target in water

物理学报. 2019, 68(21): 214301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190991>

基于联合波叠加法的浅海信道下圆柱壳声辐射研究

Sound radiation of cylinder in shallow water investigated by combined wave superposition method

物理学报. 2018, 67(8): 084301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171963>

黑磷的多声子共振拉曼散射

Resonant Multi-phonon Raman scattering of black phosphorus

物理学报. 2020, 69(16): 167803 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200696>

微波瑞利散射法测定空气电火花激波等离子体射流的时变电子密度

Measurement of time-varying electron density of air spark shock wave plasma jet by the method of microwave Rayleigh scattering

物理学报. 2020, 69(7): 075202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191909>

# 水中微小波纹圆柱体声散射低频共振调控\*

周彦玲 王斌<sup>†</sup> 范军

(上海交通大学, 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2020年9月15日收到; 2020年10月28日收到修改稿)

塑料类高分子材料甲基丙烯酸甲酯-亚克力 (PMMA) 圆柱中亚音速 Rayleigh 波低频隧穿共振可引起反向散射增强, 在低频标准散射体设计等领域具有重要应用价值. 提出一种微弱形变的规则波纹表面结构, 可实现水中 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率的无源调控. 利用微扰法推导了水中微弱形变规则波纹圆柱反向散射低频共振频率偏移的近似解, 讨论了波纹微扰系数、周期对规则波纹圆柱共振频率偏移的影响规律. 基于 Rayleigh 波相位匹配方法分析了低频共振频率偏移的机理. 研究表明: 微弱形变规则波纹圆柱中亚音速 Rayleigh 波沿微弱形变波纹表面传播, 与光滑圆柱体相比, 传播路径的改变引起 Rayleigh 波传播相位变化, 导致了 Rayleigh 波低频共振频率发生偏移. 最后开展了微弱形变规则波纹圆柱体声散射特性水池实验, 获取了其反向散射共振频率, 明显观察到了规则波纹圆柱共振频率偏移现象, 与理论预报结果吻合较好.

**关键词:** 规则波纹, 圆柱, 亚音速 Rayleigh 波, 共振散射**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m**DOI:** 10.7498/aps.70.20201535

## 1 引言

在光学领域, Ge 等<sup>[1,2]</sup>利用微扰理论研究了边界微弱形变光学微腔的共振特性, 研究表明微腔边界形变导致不同共振模态之间耦合, 使得其共振频率发生偏移, 并在很大程度改变腔内射线动力学特性和输出方向, 且光波输出方向对边界变形极其灵敏, 在光束控制和高分辨率检测方面具有重要应用前景. 在声学领域, Fawcett<sup>[3]</sup>用数值方法计算了外径不变内径微弱形变水中球壳声散射频域特征, 结果显示边界的微弱形变可以使得由于球壳中传播的  $a_0$  波与刚性背景耦合形成的中频吻合共振<sup>[4]</sup>得到抑制, 但未对抑制中频吻合共振的机理进行研究; 提出了一种时域 Kirchhoff/衍射混合算法<sup>[5]</sup>, 此算法只适用于微弱形变刚性目标高频声散射的计算. Antonio 等<sup>[6]</sup>提出一种数值曲面积分方法,

可以用来计算不规则表面或随机粗糙表面几何目标的声散射问题, 但此方法只适用于刚性目标. 本文基于微扰法分析了微弱形变弹性圆柱体低频声散射特征, 提出了一种利用微弱形变规则波纹表面结构调控塑料类高分子材料甲基丙烯酸甲酯-亚克力 (PMMA) 圆柱反向散射低频共振频率的方法.

塑料类高分子聚合物材料 PMMA 是 3D 打印领域的一类主要材料, 其密度与水接近, 剪切波速度小于水中声速<sup>[7]</sup>, 近年来在声学领域逐渐受到关注. Hefner 和 Marston<sup>[8]</sup>通过理论和实验研究了水中 PMMA 球体低频反向散射增强现象, 研究表明由于亚音速 Rayleigh 波共振使得 PMMA 球体目标低频反向散射大幅度增强, 并指出这类 PMMA 目标在水中低频标准散射体设计等方面具有重要应用价值. PMMA 目标低频共振频率的人工调控, 是设计满足不同频率需求的声散射标准体, 是水中被动声学标记体的基础<sup>[9,10]</sup>. 本文提出了一种应用

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11774229) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: bin\_wang@sjtu.edu.cn

于水中 PMMA 圆柱体低频共振频率调控的规则波纹表面, 第 2 节基于微扰法推导了无限长微弱形变规则波纹圆柱体声散射共振频率偏移的近似解, 分析了其低频共振频率偏移的机理, 即规则波纹表面导致圆柱中亚音速 Rayleigh 波传播路径改变, 从而引起传播相位变化, 使得低频共振频率发生偏移. 第 3 节讨论波纹微扰系数、周期等波纹参数对水中 PMMA 规则波纹圆柱低频共振散射频率偏移的影响规律. 第 4 节进行了光滑 PMMA 圆柱体和规则波纹 PMMA 圆柱体 (相同波纹周期、不同波纹微扰系数) 声散射特性水池试验, 获取了其反向散射共振特性, 观察到共振频率偏移特征, 同时验证了第 2 节规则波纹圆柱共振频率偏移近似公式的有效性和正确性.

## 2 无限长微弱形变表面圆柱体声散射

### 2.1 微扰理论

无限长微弱形变规则波纹表面圆柱体示意图 1 所示.

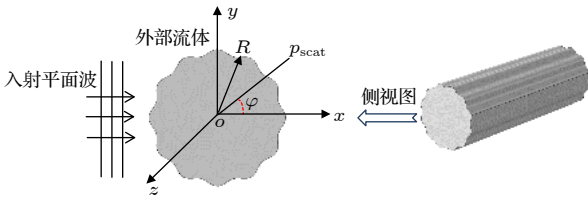


图 1 无限长微弱形变规则波纹表面圆柱体  
Fig. 1. Infinite regular-corrugated cylinder.

若圆柱表面存在微小变形<sup>[3]</sup>, 即

$$R(a, \varphi) = a + \varepsilon f(\varphi), \quad (1)$$

其中,  $a$  为未变形圆柱半径,  $\varepsilon$  为波纹微扰系数,  $f(\varphi) = \sin^2(m\varphi)$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ ,  $m$  是  $[0, \pi]$  的波纹周期. 则波纹圆柱圆周长度  $S$  为

$$S(\varepsilon, m) = \int_0^{2\pi} [a + \varepsilon \sin^2(m\varphi)]^2 + [2m\varepsilon \sin(m\varphi) \cos(m\varphi)]^2 d\varphi. \quad (2)$$

由 (2) 式可以看出, 微弱形变规则波纹圆柱圆周长度与未变形圆柱体半径  $a$ 、波纹微扰系数  $\varepsilon$  和波纹周期  $m$  有关.

假设  $|\varepsilon f(\varphi)| \ll a$ , 入射平面波沿着  $x$  轴正向垂直入射到无限长波纹圆柱, 设散射声场具有如下形式<sup>[11,12]</sup>:

$$p_{\text{scat}}(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \left[ b_n H_n^{(1)}(kr) \cos(n\varphi) + \varepsilon \sum_{p \neq n} \alpha_{bp} H_p^{(1)}(kr) \cos(p\varphi) \right], \quad (3)$$

这里忽略时间因子  $e^{-i\omega t}$ , 其中  $k = \omega/c$  是入射平面波波数,  $\omega$  为角频率,  $c$  为水中声速,  $r$  为接收点到目标中心的距离,  $\varphi$  为入射平面波与  $x$  轴正向的夹角,  $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n=0, \\ 2, & \text{else,} \end{cases}$   $b_n$  是散射系数,  $H_n^{(1)}(kr)$  为第一类汉克尔函数. 则微弱形变规则波纹圆柱外部总声场为

$$p_t(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \left\{ \left[ J_n(kr) + b_n H_n^{(1)}(kr) \right] \cos(n\varphi) + \varepsilon \sum_{p \neq n} \alpha_{bp} H_p^{(1)}(kr) \cos(p\varphi) \right\}. \quad (4)$$

微弱形变规则波纹圆柱内部声场:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \left[ c_n J_n(k_d r) \cos(n\varphi) + \varepsilon \sum_{p \neq n} \alpha_{cp} J_p(k_d r) \cos(p\varphi) \right], \\ \Psi(r, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n i^n \left[ e_n J_n(k_s r) \sin(n\varphi) + \varepsilon \sum_{p \neq n} \alpha_{ep} J_p(k_s r) \sin(p\varphi) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

其中,  $J_n$  是  $n$  阶 Bessel 函数,  $\alpha_{bp}$ ,  $\alpha_{cp}$  和  $\alpha_{ep}$  是待定的耦合系数,  $k_d$  和  $k_s$  分别为纵波波数和横波波数,  $p$  为耦合阶次.

根据边界条件:

$$\tau_{rr}(a + \varepsilon f(\varphi), \varphi) = -p_t(a + \varepsilon f(\varphi), \varphi), \quad (6a)$$

$$u_r^{(2)}(a + \varepsilon f(\varphi), \varphi) = u_r^{(1)}(a + \varepsilon f(\varphi), \varphi), \quad (6b)$$

$$\tau_{r\varphi}(a + \varepsilon f(\varphi), \varphi) = 0, \quad (6c)$$

其中,  $\tau_{rr}$  是结构中的法向应力,  $u_r^{(1)}$  和  $u_r^{(2)}$  分别为结构和水中的法向位移,  $\tau_{r\varphi}$  是结构中的切向应力. 基于微扰理论将 (6) 式按照  $\varepsilon$  的一阶泰勒级数展开, 则有

$$\begin{aligned} &\tau_{rr}(a, \varphi) + p_t(a, \varphi) \\ &= -\varepsilon f(\varphi) \left[ \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial p_t}{\partial r} \right] (a, \varphi), \end{aligned} \quad (7a)$$

$$u_r^{(2)}(a, \varphi) - u_r^{(1)}(a, \varphi) = -\varepsilon f(\varphi) \left[ \frac{\partial u_r^{(2)}}{\partial r} - \frac{\partial u_r^{(1)}}{\partial r} \right] (a, \varphi), \quad (7b)$$

$$\tau_{r\varphi}(a, \varphi) = -\varepsilon f(\varphi) \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r}(a, \varphi), \quad (7c)$$

由 (7) 式, 得

$$\begin{bmatrix} D_{11}^d & D_{12}^d & D_{13}^d & 0 & 0 & 0 \\ D_{21}^d & D_{22}^d & D_{23}^d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{32}^d & D_{33}^d & 0 & 0 & 0 \\ D_{41}^d & D_{42}^d & D_{43}^d & D_{44}^d & D_{45}^d & D_{46}^d \\ D_{51}^d & D_{52}^d & D_{53}^d & D_{54}^d & D_{55}^d & D_{56}^d \\ 0 & D_{62}^d & D_{63}^d & 0 & D_{65}^d & D_{66}^d \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} b_n \\ c_n \\ e_n \\ \alpha_{bp} \\ \alpha_{cp} \\ \alpha_{ep} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^* \\ A_2^* \\ 0 \\ A_4^* \\ A_5^* \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

根据克莱姆法则得到:

$$b_n = \frac{B_n^d}{D_n^d}, \quad \alpha_{bp} = \frac{A_{bpn}}{D_n^d}, \quad (9)$$

其中  $B_n^d$ ,  $A_{bpn}$  和  $D_n^d$  为  $6 \times 6$  的行列式, 行列式具体元素见附录 A.

无限长规则波纹圆柱远场反向散射形态函数<sup>[13]</sup>表示为

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{i\pi x}} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \left[ \frac{B_n^d(x)}{D_n^d(x)} (-1)^n + \varepsilon \sum_{p \neq n} \frac{A_{bpn}(x)}{D_n^d(x)} (-1)^p \right]. \quad (10)$$

令  $x = kR$  为无限长微弱形变规则波纹圆柱特征方程  $D_n^d(x) = 0$  的根. 当  $\varepsilon = 0$  时, (10) 式为无限长光滑圆柱远场反向散射形态函数, 此时通过文献<sup>[14]</sup>的方法求解特征方程得到无限长光滑圆柱特征值的实部, 记为  $x_0$ . 根据共振散射理论<sup>[15]</sup>, 无限长圆柱特征值的实部对应共振峰频率, 则无限长圆柱共振频率  $f_0 = \frac{x_0 c}{2\pi a}$ , 对应的相速度<sup>[16]</sup>:

$$c_{ph} = 2\pi f_0 a / n, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

当  $\varepsilon \neq 0$  时, 无限长微弱形变规则波纹圆柱共振频率记为  $f$ . 将  $x$  在  $x_0$  附近按照  $\varepsilon$  的一阶展开为

$$x = x_0 + \varepsilon x_1. \quad (12)$$

将 (6) 式在  $x_0$  附近按照  $\varepsilon$  的一阶展开, 具体

推导过程见附录 A, 经过一系列数学化简得

$$x_1 = -x_0 A_{nn}, \quad (13)$$

其中

$$A_{nn} = \frac{\varepsilon_n}{\pi} \int_0^\pi \frac{f(\varphi)}{a} \cos(n\varphi) \cos(n\varphi) d\varphi.$$

则微弱形变规则波纹圆柱特征值偏移量为

$$\Delta x = x - x_0 = -\varepsilon x_0 A_{nn}. \quad (14)$$

对应的微弱形变规则波纹圆柱共振频率偏移量可表示为

$$\Delta f = f - f_0 = -\varepsilon f_0 A_{nn}. \quad (15)$$

无限长微弱形变规则波纹圆柱共振频率近似为

$$f = f_0 - \varepsilon f_0 A_{nn}. \quad (16)$$

定义微弱形变规则波纹圆柱归一化波纹微扰系数  $\xi = \varepsilon/a$ , 利用 (10) 式计算半径  $a = 0.05$  m 材料为 PMMA 的无限长光滑圆柱和波纹参数  $m = 6$ ,  $\xi = -3\%$  的无限长微弱形变规则波纹圆柱反向散射形态函数幅频特性, 所用材料参数见表 1. 计算频率范围为 1—18 kHz, 频率间隔为 5 Hz, 所对应无因次频率  $ka$  的范围为 0.20—4.19,  $ka$  较小, 文中所研究频段为低频.

表 1 计算所用材料参数

Table 1. Material parameters used in the calculations.

材料	密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	纵波波速/(m·s <sup>-1</sup> )	剪切波波速/(m·s <sup>-1</sup> )
PMMA	1190	2690	1340
水	1000	1500	—

图 2(a) 对比了无限长光滑圆柱 (黑色实线) 和微弱形变规则波纹圆柱 (红色点划线) 反向散射形态函数幅频特性, 研究发现边界微弱变形使得 PMMA 圆柱共振频率发生了偏移. 图 2(b) 是图 2(a) 蓝色虚线框中共振峰的局部放大图, 无限长光滑圆柱对应的共振峰频率  $f_0 = 6745$  Hz, 微弱形变规则波纹圆柱的共振峰频率  $f_1 = 6845$  Hz 与利用 (16) 式计算的微弱形变规则波纹圆柱共振频率  $f_2 = 6846.2$  Hz 基本一致. 因此, 可以用 (16) 式近似估计无限长微弱形变规则波纹圆柱的共振频率.

## 2.2 微弱形变圆柱低频共振机理

根据 (11) 式计算得到无限长 PMMA 圆柱 Rayleigh 波相速度频散曲线, 如图 3 所示. 从图 3 可以看出, Rayleigh 波相速度 (黑色实线) 随着频率的增大逐渐趋于常数  $c_R \approx 1060$  m/s, 小于水中

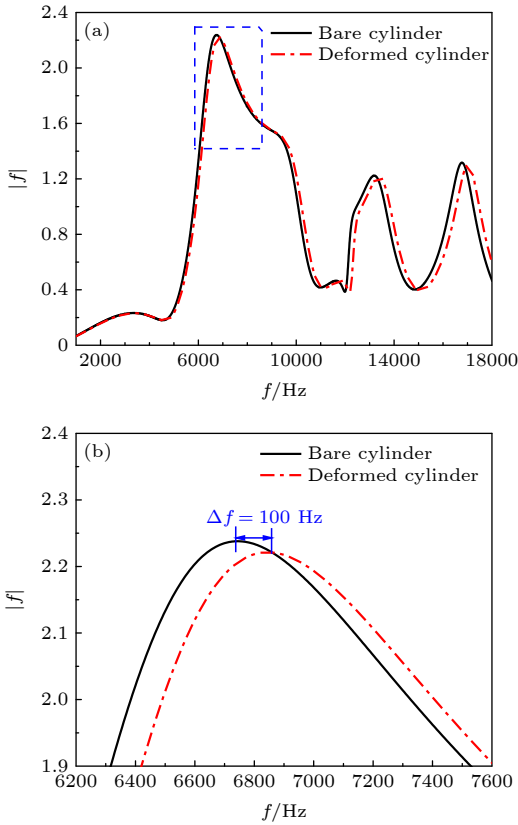


图 2 基于微扰法无限长规则波纹圆柱形态函数幅频特性 (a) 反向散射; (b) 局部放大  
Fig. 2. Form function of the infinite regular-corrugated cylinder based on the perturbation method: (a) Backscattering; (b) local enlargement.

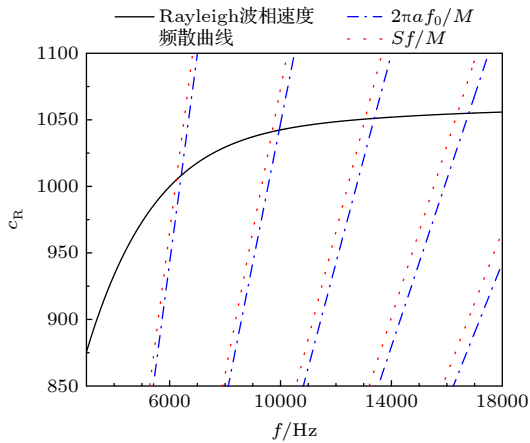


图 3 PMMA 圆柱中 Rayleigh 波相速度频散曲线 (黑色线), 曲线  $2\pi af_0/M$  (蓝色点划线) 和曲线  $Sf/M$  (红色虚线)  
Fig. 3. Dispersion curve of subsonic Rayleigh waves (black line), curve  $2\pi af_0/M$  (blue dashed-dotted line) and curve  $Sf/M$  (red dotted line).

声速, 为亚音速波. 文献 [8,17] 利用射线近似理论详细描述了 PMMA 球体中亚音速 Rayleigh 波对低频反向散射增强的贡献及传播路径. 对于平面波垂直入射无限长 PMMA 圆柱, Rayleigh 波沿圆柱

表面周向传播, 如图 4(a) 所示. 亚音速 Rayleigh 波在临界角  $\theta_1 = \pi/2$  的  $B_1$  点被激发, 在  $B_1, B_2$  点 (箭头处) 耦合沿圆柱表面周向传播,  $D_1, D_2$  点处耦合从  $D_1$  点出射进入散射声场. 在焦散线上, Rayleigh 波的投影切向速度等于水中的声速. 声场从渐消到传播的转变发生在半径  $b = ac/c_R$  附近. 在  $a < r < b$  区域为渐消波区域, Rayleigh 波通过耦合隧穿此渐消波区域再辐射形成反向散射声场. 因为入射平面波对称激发, 所以环绕波成对出现, 它们的绕行方向相反, 从  $D_1$  到  $B_1$  方向传播的波这里没有显示.

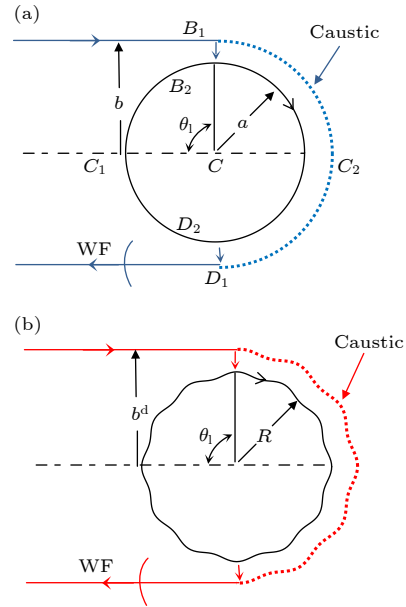


图 4 亚音速 Rayleigh 波传播路径 (a) 光滑圆柱; (b) 规则波纹圆柱  
Fig. 4. Ray diagram for subsonic Rayleigh waves propagating around: (a) Bare cylinder; (b) regular-corrugated cylinder.

当圆柱表面具有微弱形变时, Rayleigh 波传播过程与光滑圆柱相同, 但传播路径发生改变, 如图 4(b) 所示. Rayleigh 波沿规则波纹表面传播, 由微弱形变表面所确定的焦散半径  $b^d = [a + \varepsilon \sin^2(m\varphi)]c/c_R$  发生变化. Rayleigh 波传播路径的改变引起传播相位变化, 由环绕波分析理论 [18] 可知, Rayleigh 波沿规则波纹圆柱表面周向传播的圆周数  $v = 0, 1, \dots$ , 在接收点形成程差为  $S$  的等间隔波列, 这些波列的相位差为

$$\Delta\varphi(f, \xi, m) = \omega \frac{S(\xi, m)}{c_R} = 2\pi f \frac{S(\xi, m)}{c_R}. \quad (17)$$

若这些波列的相位差是  $2\pi$  的  $M$  倍 ( $M$  为整数), 同相叠加形成共振, 由此得到共振条件

$$\Delta\varphi=2M\pi, \quad M = 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

由 (17) 式、(18) 式得

$$c_R = \frac{S(\xi, m)}{M} f. \quad (19)$$

当  $\varepsilon = 0$  时,  $c_R = 2\pi a f_0 / M$ , 无限长 PMMA 圆柱中 Rayleigh 波频散曲线与曲线  $2\pi a f_0 / M$  (图 3 中蓝色点划线) 的交点对应的横坐标为  $f'_0$ , 无限长 PMMA 圆柱的共振频率为  $f_0$ , 见表 2. 当  $\varepsilon \neq 0$  时, 利用 (16) 式求得的规则波纹圆柱共振频率为  $f_\xi$ , 无限长 PMMA 圆柱中 Rayleigh 波频散曲线与曲线  $Sf/M$  (图 3 中红色虚线) 的交点对应的横坐标为  $f'_\xi$ , 这里  $m = 6, \xi = 5\%$ . 定义由共振条件确定的共振频率相对误差为  $\delta_f = |f - f'|/f \times 100\%$ , 由图 5 可知对于光滑圆柱和规则波纹圆柱, 由共振条件确定的共振频率相对误差均在 0.3% 以下. 因此, 利用 Rayleigh 波共振条件可以近似估计无限长 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率. 同时, 这也证明了规则波纹 PMMA 圆柱中 Rayleigh 波速度不变, 但 Rayleigh 波传播路径发生改变引起传播相位的变化, 使得 PMMA 圆柱低频共振频率发生偏移, 从而实现了 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率的调控.

表 2 无限长 PMMA 圆柱和规则波纹圆柱共振频率  
Table 2. Resonance frequency of PMMA bare and corrugated cylinder.

$l$	$f_0$ /Hz	$f'_0$ /Hz	$f_\xi$ /Hz	$f'_\xi$ /Hz
1	6419	6420	6259	6240
2	9953	9955	9704	9700
3	13383	13385	13048	13050
4	16790	16790	16370	16375

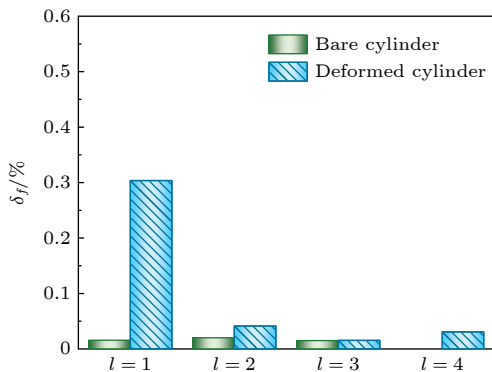


图 5 不同方法获取共振频率误差

Fig. 5. The relative error of resonance frequencies obtained by different methods.

### 3 波纹参数对低频共振频率的影响

以上研究表明, 边界微弱形变可以使得 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率发生偏移. 由 (16) 式很直观地看出无限长规则波纹圆柱反向散射低频共振频率与波纹微扰系数、波纹周期有关, 基于微扰法分析边界变形结构参数如波纹微扰系数、波纹周期对无限长 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率的影响. 图 6(a) 为规则波纹圆柱反向散射波纹微扰系数-频率谱, 颜色表示形态函数幅值, 横轴是频率, 单位为 kHz, 纵轴是归一化波纹微扰系数  $\xi$  范围  $-10\% - 10\%$ , 间隔 1%. 图中黑色虚线为根据 (16) 式获取的各个共振峰频率随波纹微扰系数变化曲线, 当归一化波纹微扰系数  $\xi > 0$  时, 波纹在  $[a, a + \varepsilon]$  区域内起伏, 规则波纹圆柱反向散射共振频率随着  $\xi$  的增大向低频偏移, 且频率偏移量随着  $\xi$  的增大而增大; 当归一化波纹微扰系数  $\xi < 0$  时, 波纹在  $[a + \varepsilon, a]$  区域内起伏, 规则波纹圆柱反向散射共振频率随着  $\xi$  的减小向高频偏移, 且频率偏移量随着  $\xi$  的减小而增大. 因此可以通过改变波纹微扰系数对水中 PMMA 圆柱反向散射低频

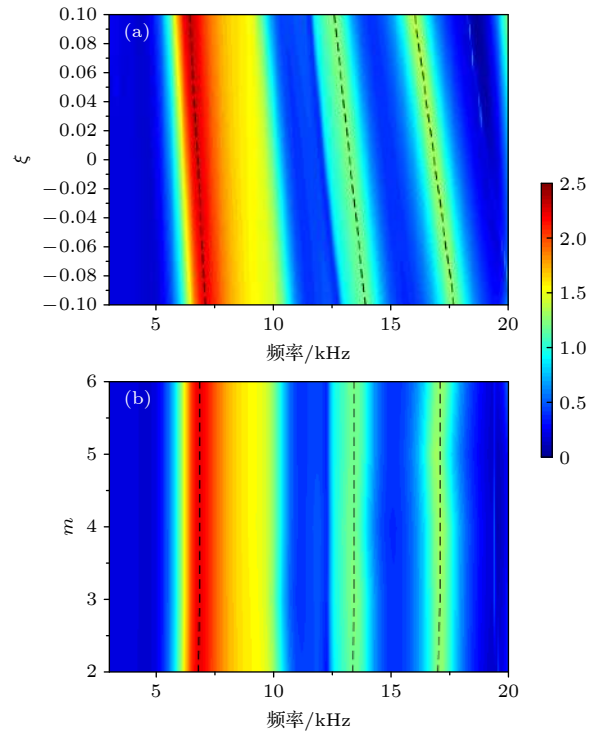


图 6 (a) 频率-波纹微扰系数谱; (b) 频率-波纹周期谱

Fig. 6. (a) Frequency-height spectra; (b) frequency-period spectra.

共振频率进行无源调控. 图 6(b) 为规则波纹圆柱反向散射频率-波纹周期谱, 颜色表示形态函数幅值, 横轴是频率, 单位 kHz, 纵轴是波纹周期  $m$  范围 2—6, 这里  $\xi = -3\%$ . 图中黑色虚线为根据 (16) 式获取的共振峰频率随波纹周期变化曲线, 可见当波纹周期比较小时, 波纹周期对无限长规则波纹圆柱反向散射共振频率偏移影响较小. 不同波纹周期所对应相位变化量为  $\Delta\Phi_m = \Delta\varphi(f_0, \xi, m) - \Delta\varphi(f_0, \xi, 1)$ , 图 7 给出共振频率  $f_0 = 6419$  Hz,  $\xi = -3\%$ ,  $m$  取值 0—20 所对应的相位变化量  $\Delta\Phi_m$ , 可见当  $m < 10$  时,  $m$  变化引起的相位变化较小, 不足以对共振频率偏移产生重要作用.

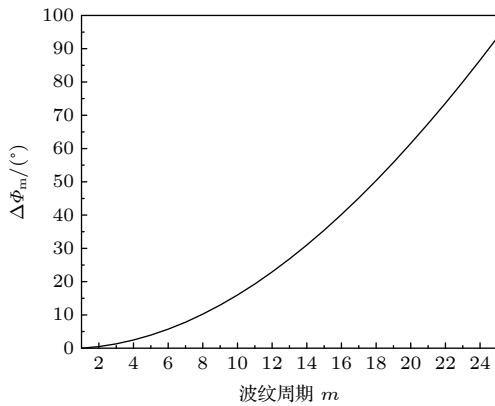


图 7 不同波纹周期对应相位变化量  
Fig. 7. Phase varying with corrugated period.

## 4 实验

### 4.1 实验布置

针对 PMMA 规则波纹圆柱开展声散射特性水池实验, 此次实验是在中国科学院声学研究所北海站消声水池完成. 3 个实验模型 (一个光滑圆柱, 两个规则波纹圆柱, 波纹周期  $m = 6$ , 归一化波纹微扰系数分别为  $\xi = -3\%$  和  $\xi = -10\%$ ) 均为亚克力材料, 密度  $\rho = 1150$  kg/m<sup>3</sup>, 半径  $a = 0.05$  m, 长度  $L = 0.5$  m. 为了方便吊放, 模型两端各打 4 个孔, 实验模型垂直置于水池中绕中轴线转动. 发射换能器采用刚性连接吊放位置距离目标 3.65 m, 水听器型号为 B&K8103, 吊放位置距离目标 2.11 m. 发射换能器、水听器和目标三者处于同一深度, 距离水面 3.87 m, 实验模型及具体布放如图 8 和图 9 所示. 为排除市电干扰, 测量过程中所有设备全程处于 UPS 直流供电状态.



图 8 实验模型  
Fig. 8. Experimental objects.

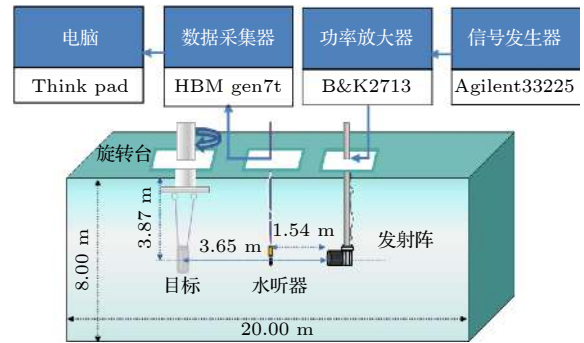


图 9 实验布放  
Fig. 9. Diagram of experimental system setup.

### 4.2 实验数据分析

发射信号为线性调频信号, 频率为 5—15 kHz, 脉宽 0.8 ms, 发射周期为 500 ms. 将水听器接收到的时域信号进行宽带信号处理<sup>[17]</sup>, 截取直达波 (即发射阵直接到达水听器的信号) 时域信号  $p_i(t)$  和回波时域信号  $p_s(t)$  进行傅里叶变换得到其频谱  $P_i(f)$  和  $P_s(f)$ , 再将回波信号频谱除以直达波信号频谱并对距离进行修正获得 3 个实验模型反向散射形态函数幅频特性曲线, 如图 10 所示. 实验中所研究频段明显观察到圆柱反向散射形态函数 3 个共振峰 (黑色线), 微弱形变规则波纹圆柱反向散射共振峰明显的向高频偏移, 且  $\xi = -10\%$  的变形圆柱 (蓝色虚线) 共振峰频率偏移量大于  $\xi = -3\%$  的变形圆柱 (红色点划线) 共振峰偏移量, 与第 3 节理论分析结果一致.

从图 10 中 3 个实验模型的反向散射形态函数中提取共振峰频率, 光滑圆柱共振峰频率记为  $f_0$ , 规则波纹圆柱共振峰频率表示为  $f'_\xi$ , 利用 (16) 式获取的共振峰频率为  $f_\xi$ , 详细数值见表 3. 这里定义实验获取的微弱形变规则波纹圆柱共振峰频率相对误差为

$$\delta_{\xi} = \frac{|f'_{\xi l} - f_{\xi l}|}{f_{\xi l}} \times 100\%. \quad (20)$$

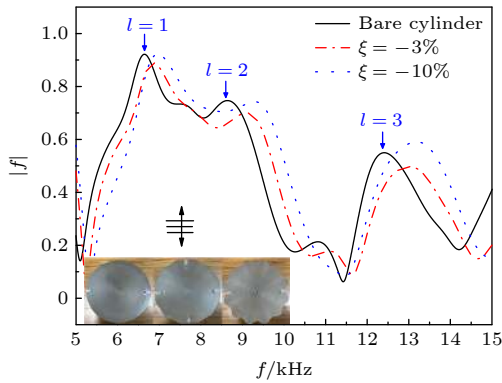


图 10 光滑圆柱和规则波纹表面圆柱反向散射形态函数实验结果

Fig. 10. Backscattering form function of regular-corrugated cylinders in the experiment.

表 3 实验模型共振峰频率

Table 3. Resonance frequencies of experimental objects.

$l$	$f_0$ /Hz	$f_{\xi 1}$ /Hz	$f'_{\xi 1}$ /Hz	$f_{\xi 2}$ /Hz	$f'_{\xi 2}$ /Hz
1	6649	6748.7	6852	6981.4	6966
2	8643	8772.6	9098	9075.1	9294
3	12410	12596.0	12996	13031.0	13192

为了更为直观地观察各个共振频率, 以图 11(a), (b) 柱状图形式呈现, 分别对应归一化波纹微扰系数  $\xi = -3\%$  和  $\xi = -10\%$  规则波纹的共振频率. 实验获取微弱形变规则波纹圆柱共振峰频率与近似 (16) 式所估算的结果吻合较好, 相对误差均在 5% 以内 (见图 11(c)). 因此, 可以用 (16) 式快速估计微弱形变规则波纹圆柱的共振频率, 从而实现对 PMMA 圆柱反向散射低频共振频率的调控.

图 12 为实验获取的微弱形变规则波纹圆柱的频率-角度谱, 横轴表示入射角度, 纵轴表示频率, 单位为 kHz, 颜色表示形态函数幅值, 黑色虚线表示共振峰频率. 从图 12 可以看出: 微弱形变规则波纹圆柱低频共振频率在各个角度都发生了偏移, 且在各个方位角偏移量基本相同. 主要的原因是归一化微扰系数  $\xi = -3\%$  和  $\xi = -10\%$  所对应的微扰系数分别为  $\varepsilon = 0.0015$  m 和  $\varepsilon = 0.005$  m, 在所研究频段内 Rayleigh 波波长  $\lambda > 0.07$  m (所对应频率为  $f = 15$  kHz), 此时 Rayleigh 波波长远大于波纹微扰系数, 对散射起主要作用的仍然是低频 Rayleigh 波共振, 波纹多镜面反射的影响尚未清晰显示出来 [19], 因此微弱形变规则波纹 PMMA 圆柱低频共振频率偏移量与入射方向无关.

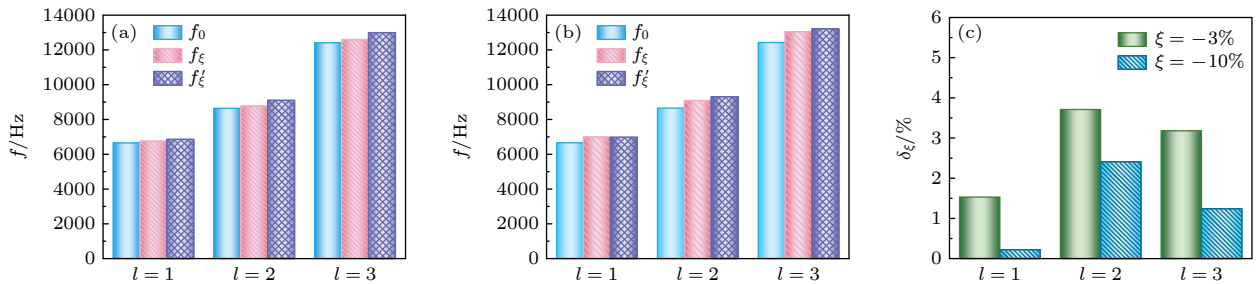


图 11 实验和 (16) 式获取的共振频率对比 (a)  $\xi = -3\%$ ; (b)  $\xi = -10\%$ ; (c) 相对误差

Fig. 11. Resonance frequencies obtained by experiment and Eq. (16): (a)  $\xi = -3\%$ ; (b)  $\xi = -10\%$ ; (c) relative error.

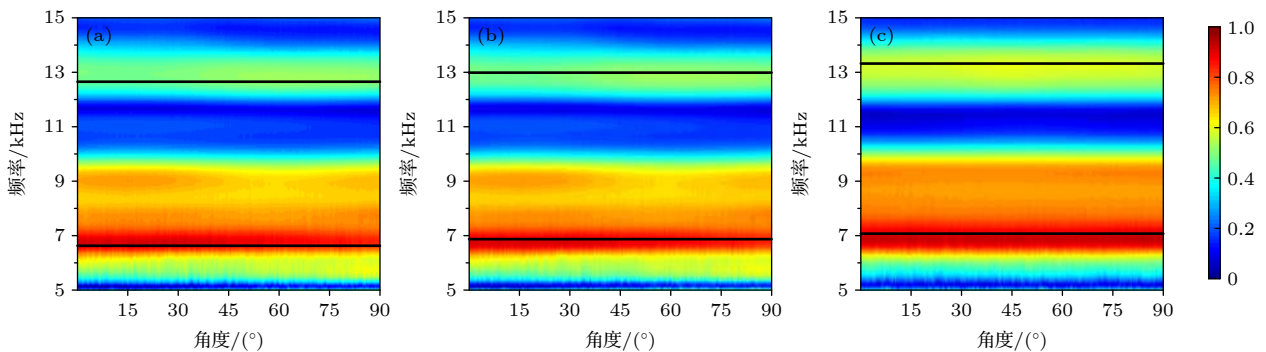


图 12 规则波纹圆柱频率-角度谱 (a)  $\xi = 0$ ; (b)  $\xi = -3\%$ ; (c)  $\xi = -10\%$

Fig. 12. Frequency-angle spectra: (a)  $\xi = 0$ ; (b)  $\xi = -3\%$ ; (c)  $\xi = -10\%$ .

## 5 结 论

本文提出了一种微弱形变的规则波纹表面结构, 可实现 PMMA 圆柱体反向散射低频共振频率的无源调控. 利用微扰法推导了无限长微弱形变规则波纹圆柱共振频率的近似解, 研究发现由于边界微弱形变 Rayleigh 波传播路径发生改变, 沿着规则波纹表面传播, 传播路径的改变引起传播相位的变化, 从而导致共振峰频率发生偏移. 讨论了波纹微扰系数、周期对规则波纹圆柱共振频率偏移的影响规律: 当归一化波纹微扰系数  $\xi > 0$  时, 规则波纹圆柱反向散射共振频率随着  $\xi$  的增大向低频偏移, 当  $\xi < 0$  时, 规则波纹圆柱反向散射共振频率随着  $\xi$  的减小而向高频偏移, 共振峰频率偏移量随着波纹微扰系数绝对值的增大而增大; 当波纹周期  $m < 10$  时, 波纹周期对共振频率偏移影响较小. 最后开展了规则波纹圆柱体声散射特性水池实验, 获取了不同波纹微扰系数规则波纹圆柱体的反向散射共振频率, 明显观察到了规则波纹圆柱共振峰频率偏移现象, 与理论预报结果吻合较好. PMMA 圆柱低频亚音速 Rayleigh 波隧穿共振引起反向散射幅度增强和规则波纹结构引起低频共振频率偏移的特征, 使得规则波纹 PMMA 圆柱在标准散射体设计、利用“声条形码”进行身份识别方面具有潜在的应用价值.

此外, 文中基于微扰法推导的用于计算无限长规则波纹圆柱声散射的解, 只适用于微弱形变, 即波纹微扰系数和波纹周期较小的情况, 此时忽略了由于法向变化引起的微扰, 只考虑了函数值引起的微扰, 是一种近似解. 若要对本问题或相关问题进行深入探讨, 获取更为精确的解, 可参考文献 [20] 中规则形腔中简正模式的微扰近似方法.

## 附录 A

对于正横方向入射无限长规则波纹圆柱体, 行列式  $D_n^d$ ,  $B_n^d$  和  $A_{bpn}$  分别为

$$D_n^d = \begin{vmatrix} D_{11}^d & D_{12}^d & D_{13}^d & 0 & 0 & 0 \\ D_{21}^d & D_{22}^d & D_{23}^d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{32}^d & D_{33}^d & 0 & 0 & 0 \\ D_{41}^d & D_{42}^d & D_{43}^d & D_{44}^d & D_{45}^d & D_{46}^d \\ D_{51}^d & D_{52}^d & D_{53}^d & D_{54}^d & D_{55}^d & D_{56}^d \\ 0 & D_{62}^d & D_{63}^d & 0 & D_{65}^d & D_{66}^d \end{vmatrix},$$

$$B_n^d = \begin{vmatrix} A_1^* & D_{12}^d & D_{13}^d & 0 & 0 & 0 \\ A_2^* & D_{22}^d & D_{23}^d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{32}^d & D_{33}^d & 0 & 0 & 0 \\ A_4^* & D_{42}^d & D_{43}^d & D_{44}^d & D_{45}^d & D_{46}^d \\ A_5^* & D_{52}^d & D_{53}^d & D_{54}^d & D_{55}^d & D_{56}^d \\ 0 & D_{62}^d & D_{63}^d & 0 & D_{65}^d & D_{66}^d \end{vmatrix},$$

$$A_{bpn} = \begin{vmatrix} D_{11}^d & D_{12}^d & D_{13}^d & A_1^* & 0 & 0 \\ D_{21}^d & D_{22}^d & D_{23}^d & A_2^* & 0 & 0 \\ 0 & D_{32}^d & D_{33}^d & 0 & 0 & 0 \\ D_{41}^d & D_{42}^d & D_{43}^d & A_4^* & D_{45}^d & D_{46}^d \\ D_{51}^d & D_{52}^d & D_{53}^d & A_5^* & D_{55}^d & D_{56}^d \\ 0 & D_{62}^d & D_{63}^d & 0 & D_{65}^d & D_{66}^d \end{vmatrix},$$

$$A_1^* = -[A_1 + \varepsilon(A_1' - 2A_1)A_{nn}],$$

$$A_2^* = -[A_2 + \varepsilon(A_2' - 2A_2)A_{nn}],$$

$$A_4^* = -(A_1' - 2A_1)A_{np}, \quad A_5^* = -(A_2' - 2A_2)A_{np},$$

$$D_{11}^d = d_{11} + \varepsilon(d_{11}' - 2d_{11})A_{nn},$$

$$D_{12}^d = d_{12} + \varepsilon(d_{12}' - 2d_{12})A_{nn},$$

$$D_{13}^d = d_{13} + \varepsilon(d_{13}' - 2d_{13})A_{nn},$$

$$D_{21}^d = d_{21} + \varepsilon(d_{21}' - d_{21})A_{nn},$$

$$D_{22}^d = d_{22} + \varepsilon(d_{22}' - d_{22})A_{nn},$$

$$D_{23}^d = d_{23} + \varepsilon(d_{23}' - d_{23})A_{nn},$$

$$D_{32}^d = d_{32} + \varepsilon(d_{32}' - 2d_{32})A_{nn}^1,$$

$$D_{33}^d = d_{33} + \varepsilon(d_{33}' - 2d_{33})A_{nn}^1,$$

$$D_{41}^d = (d_{11}' - 2d_{11})A_{np},$$

$$D_{42}^d = (d_{12}' - 2d_{12})A_{np},$$

$$D_{43}^d = (d_{13}' - 2d_{13})A_{np},$$

$$D_{44}^d = d_{11p} + \varepsilon(d_{11p}' - 2d_{11p})A_{pp},$$

$$D_{45}^d = d_{12p} + \varepsilon(d_{12p}' - 2d_{12p})A_{pp},$$

$$D_{46}^d = d_{13p} + \varepsilon(d_{13p}' - 2d_{13p})A_{pp},$$

$$D_{51}^d = (d_{21}' - d_{21})A_{np},$$

$$D_{52}^d = (d_{22}' - d_{22})A_{np},$$

$$D_{53}^d = (d_{23}' - d_{23})A_{np},$$

$$D_{54}^d = d_{21p} + \varepsilon(d_{21p}' - d_{21p})A_{pp},$$

$$D_{55}^d = d_{22p} + \varepsilon(d_{22p}' - d_{22p})A_{pp},$$

$$D_{56}^d = d_{22p} + \varepsilon(d_{22p}' - d_{22p})A_{pp},$$

$$D_{62}^d = (d_{32}' - 2d_{32})A_{np}^1,$$

$$D_{63}^d = (d_{33}' - 2d_{33})A_{np}^1,$$

$$D_{65}^d = d_{32p} + \varepsilon(d_{32p}' - 2d_{32p})A_{pp}^1,$$

$$D_{66}^d = d_{33p} + \varepsilon(d_{33p}' - 2d_{33p})A_{pp}^1,$$

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} k_s^2 a^2 J_n(ka), \quad A_2 = -\frac{ka}{\rho_1 \omega^2} J'_n(ka), \\
 A'_1 &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \left[ 2k_s^2 a^2 J_n(ka) + ka k_s^2 a^2 J'_n(ka) \right], \\
 A'_2 &= -\frac{ka}{\rho_1 \omega^2} J'_n(ka) - \frac{k^2 a^2}{\rho \omega^2} J''_n(ka), \\
 d_{11} &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} k_s^2 a^2 H_n^{(1)}(ka), \\
 d_{12} &= (2n^2 - k_s^2 a^2) J_n(k_d a) - 2k_d a J'_n(k_d a), \\
 d_{13} &= 2n [k_s a J'_n(k_s a) - J_n(k_s a)], \\
 d'_{11} &= \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \left[ 2k_s^2 a^2 H_n^{(1)}(ka) + ka k_s^2 a^2 H_n^{(1)'}(ka) \right], \\
 d'_{12} &= -2k_s^2 a^2 J_n(k_d a) + k_d a (2n^2 - k_s^2 a^2 - 2) J'_n(k_d a) \\
 &\quad - 2k_d^2 a^2 J''_n(k_d a), \\
 d'_{13} &= 2n k_s^2 a^2 J''_n(k_s a), \\
 d_{21} &= -\frac{ka}{\rho_1 \omega^2} H_n^{(1)'}(ka), \\
 d_{22} &= k_d a J'_n(k_d a), \quad d_{23} = n J_n(k_s a), \\
 d'_{21} &= -\frac{ka}{\rho_1 \omega^2} H_n^{(1)'}(ka) - \frac{k^2 a^2}{\rho_1 \omega^2} H_n^{(1)''}(ka), \\
 d'_{22} &= k_d a J'_n(k_d a) + k_d^2 a^2 J''_n(k_d a), \quad d'_{23} = n k_s a J'_n(k_s a), \\
 d_{32} &= 2n [J_n(k_d a) - k_d a J'_n(k_d a)], \\
 d_{33} &= 2k_s a J'_n(k_s a) + (k_s^2 a^2 - 2n^2) J_n(k_s a), \\
 d'_{32} &= -2n k_d^2 a^2 J''_n(k_d a), \\
 d'_{33} &= 2k_s^2 a^2 J''_n(k_s a) + 2k_s^2 a^2 J_n(k_s a) \\
 &\quad + k_s a [(k_s a)^2 - 2n^2 + 2] J'_n(k_s a), \\
 A_{nn}^1 &= \frac{\varepsilon_n}{\pi} \int_0^\pi \frac{f(\varphi)}{a} \sin(n\varphi) \sin(n\varphi) d\varphi, \\
 A_{pp}^1 &= \frac{\varepsilon_p}{\pi} \int_0^\pi \frac{f(\varphi)}{a} \sin(p\varphi) \sin(p\varphi) d\varphi, \\
 A_{pp} &= \frac{\varepsilon_p}{\pi} \int_0^\pi \frac{f(\varphi)}{a} \cos(p\varphi) \cos(p\varphi) d\varphi,
 \end{aligned}$$

其中,  $d_{11p}$ ,  $d_{12p}$ ,  $d_{13p}$ ,  $d_{21p}$ ,  $d_{22p}$ ,  $d_{23p}$ ,  $d_{32p}$ ,  $d_{33p}$  和  $d'_{11p}$ ,  $d'_{12p}$ ,  $d'_{13p}$ ,  $d'_{21p}$ ,  $d'_{22p}$ ,  $d'_{23p}$ ,  $d'_{32p}$ ,  $d'_{33p}$  分别等于  $d_{11}$ ,  $d_{12}$ ,  $d_{13}$ ,  $d_{21}$ ,  $d_{22}$ ,  $d_{23}$ ,  $d_{32}$ ,  $d_{33}$  和  $d'_{11}$ ,  $d'_{12}$ ,  $d'_{13}$ ,  $d'_{21}$ ,  $d'_{22}$ ,  $d'_{23}$ ,  $d'_{32}$ ,  $d'_{33}$  中将阶次  $n$  替换成  $p$  的值.  $J'_n$  和  $J''_n$  分别代表贝塞尔函数的一阶和二阶导数.

将  $k_d R = \frac{c_1}{c_d} x$ ,  $k_s R = \frac{c_1}{c_s} x$  代入 (6a) 式, 化简得

$$\begin{aligned}
 \tau_{rrn}(x) + p t_n(x) &= \mu k^2 \left\{ \left[ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_n^{(1)}(x) B_n \left[ \left( \frac{2n^2}{x^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} \right) J_n \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 2 \frac{c_1}{c_d} \frac{1}{x} J'_n \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) \right] C_n \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2n \left[ \frac{c_1}{c_s} \frac{1}{x} J'_n \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - \frac{1}{x^2} J_n \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) \right] E_n + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} J_n(x) \right\} \cos(n\varphi) \right. \\
 &\quad \left. + \varepsilon \sum_{p \neq n} \left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_p^{(1)}(x) \alpha_{bp} \left[ \left( \frac{2p^2}{x^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} \right) J_p \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 2 \frac{c_1}{c_d} \frac{1}{x} J'_p \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) \right] \alpha_{cp} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2p \left[ \frac{c_1}{c_s} \frac{1}{x} J'_p \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - \frac{1}{x^2} J_p \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) \right] \alpha_{ep} \right\} \cos(p\varphi) \right\}, \tag{A1}
 \end{aligned}$$

将 (A1) 式中  $x$  在  $x_0$  处按照  $\varepsilon$  的一阶展开得

$$\begin{aligned}
 &\tau_{rrn}(x_0) + p t_n(x_0) \\
 &= \mu k^2 \left[ \varepsilon x_1 \left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_n^{(1)'}(x_0) B_n + \left[ \frac{c_1}{c_d} \left( \frac{2n^2}{x_0^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} + \frac{2}{x_0^2} \right) J'_n \left( \frac{c_1}{c_d} x_0 \right) - \frac{4n^2}{x_0^3} J_n \left( \frac{c_1}{c_d} x_0 \right) - 2 \frac{c_1^2}{c_d^2} \frac{1}{x_0} J''_n \left( \frac{c_1}{c_d} x_0 \right) \right] C_n \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 2n \left[ \frac{c_1^2}{c_s^2} \frac{1}{x_0} J'_n \left( \frac{c_1}{c_s} x_0 \right) - \frac{c_1}{c_s} \frac{2}{x_0^2} J'_n \left( \frac{c_1}{c_s} x_0 \right) + \frac{2}{x_0^3} J_n \left( \frac{c_1}{c_s} x_0 \right) \right] E_n + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} J'_n(x_0) \right\} \cos(n\varphi) \right. \\
 &\quad \left. + \varepsilon \left( \sum_{p \neq n} \left\{ \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_p^{(1)}(x_0) \alpha_{bp} \left[ \left( \frac{2p^2}{x_0^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} \right) J_p \left( \frac{c_1}{c_d} x_0 \right) - 2 \frac{c_1}{c_d} \frac{1}{x_0} J'_p \left( \frac{c_1}{c_d} x_0 \right) \right] \alpha_{cp} \right. \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + 2p \left[ \frac{c_1}{c_s} \frac{1}{x_0} J'_p \left( \frac{c_1}{c_s} x_0 \right) - \frac{1}{x_0^2} J_p \left( \frac{c_1}{c_s} x_0 \right) \right] \alpha_{ep} \right\} \right) \cos(p\varphi) \right], \tag{A2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \tau_{rrn}}{\partial r} + \frac{\partial p_{tn}}{\partial r} \\
 = & \mu k^3 \left[ \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_n^{(1)'}(x) B_n + \left[ \frac{c_1}{c_d} \left( 2n^2 \frac{1}{x^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} + 2 \frac{1}{x^2} \right) J_n' \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 2 \frac{c_1^2}{c_d^2} \frac{1}{x} J_n'' \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 4n^2 \frac{1}{x^3} J_n \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) \right] C_n \right. \right. \\
 & + \left. \left\{ 2n \frac{c_1^2}{c_s^2} \frac{1}{x} J_n'' \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - 4n \left[ \frac{c_1}{c_s} \frac{1}{x^2} J_n' \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - \frac{1}{x^3} J_n \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) \right] \right\} E_n + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} J_n'(x) \right) \cos(n\varphi) \\
 & + \varepsilon \sum_{p \neq n} \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \frac{c_1^2}{c_s^2} H_p^{(1)'}(x) \alpha_{bp} + \left\{ \frac{c_1}{c_d} \left( 2p^2 \frac{1}{x^2} - \frac{c_1^2}{c_s^2} + 2 \frac{1}{x^2} \right) J_p' \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 2 \frac{c_1^2}{c_d^2} \frac{1}{x} J_p'' \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) - 4p^2 \frac{1}{x^3} J_p \left( \frac{c_1}{c_d} x \right) \right\} \alpha_{cp} \right. \\
 & \left. + \left\{ 2p \frac{c_1^2}{c_s^2} \frac{1}{x} J_p'' \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - 4p \left[ \frac{c_1}{c_s} \frac{1}{x^2} J_p' \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) - \frac{1}{x^3} J_p \left( \frac{c_1}{c_s} x \right) \right] \right\} \alpha_{ep} \right) \cos(p\varphi) \Big], \tag{A3}
 \end{aligned}$$

$$\tau_{rrn}(x_0) + p_{tn}(x_0) = -\varepsilon f(\varphi) \left[ \frac{\partial \tau_{rrn}}{\partial r}(x_0) + \frac{\partial p_{tn}}{\partial r}(x_0) \right]. \tag{A4}$$

将 (A2) 式和 (A3) 式代入 (A4) 式得到 (13) 式.

### 参考文献

- [1] Ge L, Song Q H, Redding B, Eberspacher A, Wiersig J, Cao H 2013 *Phys. Rev. A.* **88** 043801
- [2] Ge L, Song Q H, Redding B, Cao H 2013 *H Phys. Rev. A.* **87** 023833.1
- [3] Fawcett J A 2016 *IEEE J. Ocean. Eng.* **41** 682
- [4] Zhang L G, Sun N H, Marston P L 1992 *J. Acoust. Soc. Am.* **91** 1862
- [5] Fawcett J A 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **109** 1312
- [6] Guel-Tapia J A, Villa-Villa F, Mendoza-Suarez A, Perez-Aguilar H 2016 *Archives of Acoustics* **41** 461
- [7] Hartmann B, Jarzynski B 1974 *J. Acoust. Soc. Am.* **56** 1469
- [8] Hefner B T, Marston P L 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 1930
- [9] Satish A, Trivett D, Sabra K G 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** EL517
- [10] Srivastava P, Nichols B, Sabra K G 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **142** EL573
- [11] Doolittle R D, Überall H, Uginčius P 1968 *J. Acoust. Soc. Am.* **43** 1
- [12] Dubertrand R, Bogomolny E, Djellali N, Lebental M, Schmit C 2008 *Phys. Rev. A.* **77** 013804.1
- [13] Donald B, Gaunaurd G C 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **73** 1448
- [14] You Y L, Wen X L, Xie C F 1994 *Journal on Numerical Methods and Computer Applications* **2** 88 (in Chinese) [龙云亮, 文希理, 谢处方 1994 数值计算与计算机应用 **2** 88]
- [15] Tang W L 1995 *ACTA. ACUSTICA.* **06** 456 (in Chinese) [汤渭霖 1995 声学学报 **06** 456]
- [16] Marston P L, Sun N H 1995 *J. Acoust. Soc. Am.* **97** 777
- [17] Zhou Y L, Fan J, Wang B 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 214301 (in Chinese) [周彦玲, 范军, 王斌 2019 物理学报 **68** 214301]
- [18] Tang W L, Fan J, Ma Z C 2018 *Acoustic Scattering of Underwater Targets* (Beijing: Science Press) pp99–104 (in Chinese) [汤渭霖, 范军, 马忠诚 著 2018 水中目标声散射 (北京: 科学出版社) 第99—104页]
- [19] Peng X R, Zhou Y L, Fan J 2018 *Technical Acoustics* **37** 528 (in Chinese) [彭茜蕤, 周彦玲, 范军 2018 声学技术 **37** 528]
- [20] Cheng J C 2019 *Acoustical Principle* (Beijing: Science Press) pp615–619 (in Chinese) [程建春 著 2019 声学原理 (北京: 科学出版社) 第615—619页]

# Manipulation of low-frequency resonance scattering from submerged slightly deformed polymer cylinders<sup>\*</sup>

Zhou Yan-Ling Wang Bin<sup>†</sup> Fan Jun*(State Key Laboratory of Ocean Engineering, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and**Deep-Sea Exploration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)*

( Received 15 September 2020; revised manuscript received 28 October 2020 )

## Abstract

Backscattering enhancement associated with subsonic Rayleigh wave resonance of a polymethylmethacrylate (PMMA) cylinder is observed at low frequencies in water, which suggests that the PMMA cylinders may have essential applications in the low-frequency standard scatterer design. A slightly deformed surface structure with regular corrugation is presented to manipulate the low-frequency backscattering resonance frequency of PMMA cylinder passively. Using the perturbation method, the approximate resonance frequency shift is derived for an infinite slightly deformed cylinder with regular corrugations. Based on the phase matching of Rayleigh waves, the mechanism of low-frequency resonance frequency shift is revealed. Studies show that compared with a bare cylinder, a small boundary deformation can cause the propagation path of Rayleigh waves to change, namely, the Rayleigh waves propagate along the slightly deformed surface with regular corrugations. The modified propagation path can cause the propagation phase to change, which brings about the low-frequency backscattering resonance frequency shift of a PMMA cylinder. Furthermore, how the resonance frequency shifts with the deformation coefficient and period of the corrugation is discussed in detail. The backscattering resonance frequency of the regular corrugated cylinder shifts to low frequency with the increase of  $\xi$  under the condition of the deformation coefficient  $\xi > 0$ , but shifts to high frequency with the decrease of  $\xi$  at  $\xi < 0$ , and the resonance frequency shift increases with the increase of absolute value of deformation coefficient. When corrugation period  $m < 10$ , the phase variation with  $m$  is too small, so the corrugation period has little effect on the resonance frequency shift. Finally, acoustic scattering experiment of the regular corrugated cylinder is conducted in the tank. The resonance frequency shift is obviously observed in the experiment, which is in good agreement with the theoretical prediction. Hence, the characteristics of backscattering enhancement associated with subsonic Rayleigh wave and the resonance frequency shifts make the PMMA deformed cylinder have potential applications such as in standard scatter design and identification using “AcoustiCode”.

**Keywords:** regular corrugation, cylinder, subsonic Rayleigh wave, resonance scattering**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m**DOI:** 10.7498/aps.70.20201535

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11774229).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [bin\\_wang@sjtu.edu.cn](mailto:bin_wang@sjtu.edu.cn)