



光电管耦合FitzHugh–Nagumo神经元的同步

张秀芳 马军 徐莹 任国栋

Synchronization between FitzHugh–Nagumo neurons coupled with phototube

Zhang Xiu-Fang Ma Jun Xu Ying Ren Guo-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 090502 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201953

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201953>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

动态突触、神经耦合与时间延迟对神经元发放的影响

Effects of dynamic synapses, neuronal coupling, and time delay on firing of neuron

物理学报. 2017, 66(20): 200201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.200201>

耦合相振子系统同步的序参量理论

Synchronization of coupled phase oscillators: Order parameter theory

物理学报. 2020, 69(8): 080502 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191968>

多重耦合振子系统的同步动力学

Synchronization in coupled oscillators with multiplex interactions

物理学报. 2020, 69(17): 170501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200394>

激光混沌并行串联同步及其在中继器保密通信系统中的应用

Chaotic laser parallel series synchronization and its repeater applications in secure communication

物理学报. 2019, 68(17): 170502 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190212>

多个耦合星型网络的同步优化

Optimizing synchronizability of multiplecoupled star networks

物理学报. 2019, 68(18): 180503 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190308>

Hindmarsh–Rose神经元阵列自发产生螺旋波的研究

Spontaneous generation of spiral wave in the array of Hindmarsh–Rose neurons

物理学报. 2018, 67(3): 030502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172140>

光电管耦合 FitzHugh-Nagumo 神经元的同步*

张秀芳¹⁾ 马军¹⁾ 徐莹²⁾ 任国栋^{1)†}

1) (兰州理工大学物理系, 兰州 730050)

2) (山东师范大学数学与统计学院, 济南 250014)

(2020年11月19日收到; 2021年2月28日收到修改稿)

感光细胞能接收各种强度的可见光, 并转换为生物电信号连接视神经; 这样的功能可以用光电效应来模拟. 本文利用数值计算, 分析了基于光电管耦合 FitzHugh-Nagumo (FHN) 神经元的动力学特性, 详细讨论了光电管的参数空间中, 混沌和簇放电模式下耦合系统的同步区间. 结果表明: 在耦合强度较小时, 耦合系统由于受迫共振表现为完全同步; 耦合强度较大时, 耦合系统倾向于相位同步. 光电管的导通状态, 即反向截止电压对系统同步具有调制作用. 这项工作有助于理解视网膜疾病, 如黄斑变性的原理.

关键词: 神经元, 光电管, 同步, 相位锁定**PACS:** 05.45.-a**DOI:** 10.7498/aps.70.20201953

1 引言

在生物组织和系统中的每个功能单元区域都包含着成千上万的神经元, 神经元作为神经系统的基本功能单位^[1], 能感受刺激并传导兴奋, 具有联络和整合输入信息并传出信息的作用. 神经系统信号编码和传输出现故障可能导致很多的神经疾病, 比如帕金森氏症、阿尔兹海默症和癫痫等^[2]. 从实验角度直接在生物系统中开展研究是比较复杂的, 而神经元电路^[3-6]的设计和控制为研究神经元之间的信息编码和信息传递提供了有效的途径. 对比单个神经元电路模型^[4,7-10]与普通的非线性电路^[11-13]的输出序列, 调控神经元电路可以产生静息态、尖峰放电态、周期态、混沌态和簇放电态等多种复杂的放电模式.

用于搭建神经元电路的电子器件主要有电阻、电容、电感、约瑟夫森结等^[14-18], 这些电子元件也可以用来连接两个或者多个神经元电路. 实际的生

物神经元在收到外界各类刺激后会产生对应的等效电流来改变神经元的输出模态, 即神经元的编码过程伴随着信号的传递. 例如, 听觉神经元可以将振动信号转化为电刺激信号; 感热神经元可以将温度热信号转化为电刺激信号; 视觉神经系统中的神经元对光信号敏感, 比如视网膜外感光是一种广泛的生物学现象, 与光的相关行为和激素的反应有关, 而一些无脊椎动物也拥有简单的感光器, 比如小龙虾的尾神经节中的感光器等^[19-22]. 因此通过神经电路的搭建构造具有感知功能的神经电路是有意义的. 电子器件例如忆阻器、热敏电阻和光电管等可以用来搭建功能性神经电路. 例如, Liu等^[23]和 Li等^[24]利用光电管与神经电路嵌合产生了连续的电压源, 用以捕获外部光信号. 此外, 由于神经系统内的神经元并非孤立存在, 而是与其他神经元连接并完成特定的功能^[25-28], 因此上述电子器件也可以用来耦合神经元电路, 使耦合的神经电路系统具有感知外界信号的功能性神经系统.

从生物学角度来看, 生物需要通过进食或者其

* 国家自然科学基金 (批准号:11672122, 12062009) 和甘肃省自然科学基金 (批准号: 20JR5RA473) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: rengd@lut.edu.cn

他方式补给由于生物活动而产生的能量的消耗来维持代谢过程. 而从物理学和动力学角度来看, 光电管可以吸收外界光能量转化为电信号^[29]来驱动电路, 给系统注入能量并对系统能量运输进行调节, 因此通过光电管耦合神经元电路讨论耦合系统的放电活动具有重要的意义^[30-34]. 一般耦合两个或者多个非线性电路可分为两种, 即单向耦合^[35-39]和双向耦合^[40-45]. 通常电突触是双向的. 本文通过光电管耦合两个 FitzHugh-Nagumo (FHN) 神经元, 在接受外界光照辐射后, 光电管向耦合系统注入能量, 从而改变耦合系统的动力学行为.

2 模型

FHN 神经元模型是由 FitzHugh^[46]和 Nagumo 等^[47]提出的可激发神经元的动力学模型, 通过设置适当的参数和外部激励来描述神经元放电活动. 图 1 是由外部电压源驱动的神元等效电路图, 其中 N_R 是非线性电阻, C 表示电容, L 为感应线圈, R 是与感应线圈串联的电阻, i_S 代表外部刺激电流, E 为施加的恒定电压源, V_S 为电压源, R_S 为支路的电阻.

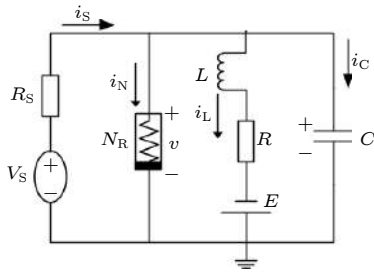


图 1 FHN 神经元的等效电路图

Fig. 1. Equivalent circuit diagram of FHN neuron.

根据基尔霍夫定律及电路中各元件电压电流关系, 图 1 所示的电路方程组为

$$\begin{cases} C \frac{dV}{dt} = \frac{V_S - V}{R_S} - i_L - i_{NR}, \\ L \frac{di_L}{dt} = V - Ri_L + E, \end{cases} \quad (1)$$

式中, V 是电容 C 两端的电压; i_L 是流经感应线圈的电流; FHN 电路中非线性电阻的伏安特性为

$$i_{NR} = -\frac{1}{\rho} \left(V - \frac{1}{3} \frac{V^3}{V_0^2} \right), \quad (2)$$

其中, ρ 和 V_0 为归一化参数; 外部激励 $V_S = B_S + B_0 \cos(2\pi f_0 t)$. 为了便于数值计算和动力学分析, 将

电路方程 (1) 的参数和变量无量纲化:

$$\begin{cases} x = \frac{V}{V_0}, y = \frac{\rho i_L}{V_0}, U = \frac{\rho V_S}{R_S V_0}, \tau = \frac{t}{\rho C}, \\ a = \frac{E}{V_0}, b = \frac{R}{\rho}, c = \frac{\rho^2 C}{L}, \xi = \frac{\rho}{R_S}, \\ U_S = \frac{\rho B_S}{R_S V_0}, U_0 = \frac{\rho B_0}{R_S V_0}, f = \rho C f_0, I_0 = \frac{2\rho I_H}{V_0 \pi}, \\ U = U_S + U_0 \cos(2\pi f \tau). \end{cases} \quad (3)$$

经过标度变换后, 神经元电路等效表达为无量纲的神经元振子模型:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = x(1 - \xi) - \frac{1}{3}x^3 - y + U, \\ \frac{dy}{d\tau} = c(x - by + a), \end{cases} \quad (4)$$

其中, x 表示跨膜电压; y 表示不应期; U 表示膜电流即神经元的外部激励; a, b, c 分别表示膜半径、膜内流体的特征阻抗和温度系数^[48-51].

理想光电管的电压电流特性如图 2 所示. 图 2 中曲线在横坐标 V 轴上的截距 V_a 表示光电管阴极的反向截止电压, 与材料的功函数 (正比于红限频率) 相关, 当入射光频率大于红限频率时, 光电管产生光电流^[52]. 根据文献^[23], 光电管的电流-电压关系可以描述为

$$i_p = \frac{2I_H}{\pi} \arctan(V - V_a) = \frac{2I_H}{\pi} \arctan(V_1 - V_2 - V_a), \quad (5)$$

其中参数 i_p 对应流经光电管的电流; I_H 对应光电管的饱和电流; $V = V_1 - V_2$ 对应光电管的阴极和阳极侧电压差, 当光电管的阴极和阳极侧电压差增大时, 阳极对光电子的收集能力增强, 光电流增大, 耦合系统之间的信息交互能力增强; V_a 对应光电管的反向截止电压, 光电管的反向截止电压越高, 则一定光强下的光电流越小. 如果用光电管耦合两个系统, 那么光电管的反向截止电压越高时, 耦合系统之间实现信息交互的电流越小, 等效的耦合调

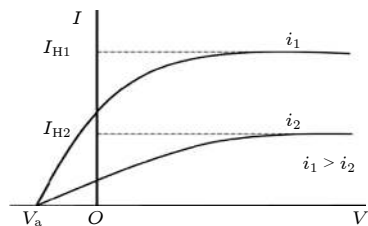


图 2 光电管的电流-电压特性

Fig. 2. I - V characteristics of phototube.

制能力较弱. (5) 式通过引入表征反向截止电压的 V_a 项, 在一定程度上表征了单光子光电效应的这种频率选择效应.

真空光电管正常工作时不仅存在光电流, 还存在三种额外的电流, 即暗电流、本底电流和反向电流. 暗电流来源于热电子发射和噪声, 为了简单起见, 认为暗电流和工作电流相比可以忽略; 本底电流是漫反射的杂散光造成的, 通过滤波透镜可以消除它的影响; 反向电流来自阳极的光电效应, 实践中阳极材料即使逸出功较阴极大, 也会在使用过程中受到阴极污染而表现出显著的反向电流; 这也是实验过程中测到反向电压超过反向截止电压仍能测到漏电流的主要原因. (5) 式给出的模型能够在一定程度上反映光电管的反向漏电.

通过光电管耦合的两个 FHN 神经元电路, 等效电路图如图 3 所示. 当两个具有外界激励的 FHN 电路激活时, 光电管充当电压源或者电流源为电路提供能量. 为简单起见, 先讨论两个参数相同的 FHN 神经元电路, 即令 $C_1 = C_2, L_1 = L_2, E_1 = E_2, R_1 = R_2, R_{S1} = R_{S2}$; 根据基尔霍夫定律, 图 3 所示耦合神经元电路的无量纲化方程可表示为

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\tau} = x(1 - \xi) - \frac{1}{3}x^3 - y + U \\ \quad + I_0 \arctg(x - x' - u_a), \\ \frac{dy}{d\tau} = c(x - by + a), \\ \frac{dx'}{d\tau} = x'(1 - \xi) - \frac{1}{3}x'^3 - y' + U \\ \quad - I_0 \arctg(x - x' - u_a), \\ \frac{dy'}{d\tau} = c(x' - by' + a), \end{cases} \quad (6)$$

其中耦合强度 I_0 与光电管饱和电流有关, u_a 与光电管的反向截止电压有关. 光电管可以通过吸收外界光能量调节系统之间的能量输运, 定义光电管的瞬态功率:

$$P_g = UI = i_p(V_1 - V_2), \quad (7)$$

相应的无量纲化功率为

$$P = I_0(x - x') \arctg(x - x' - u_a). \quad (8)$$

为了判断耦合系统间的完全同步, 定义系统间误差函数为

$$\theta(e_x, e_y) = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}, \quad (9)$$

如果误差函数值随着时间演化衰减到零, 则表示系统实现完全同步. 为了计算两个系统之间的相位关系, 对时间序列 $x(t), x'(t)$ 采用 Hilbert 变换得到相位序列:

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = -\frac{1}{\pi} \mathbf{p.v.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad \hat{x}'(t) = -\frac{1}{\pi} \mathbf{p.v.}, \\ \phi(t) = \arctan \frac{\hat{x}(t)}{x(t)}, \quad \phi'(t) = \arctan \frac{\hat{x}'(t)}{x'(t)}, \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\mathbf{p.v.}$ 代表柯西积分. 相应时间序列 x 与 x' 的相位锁定关系为

$$\Delta\phi = |m\phi(t) - n\phi'(t)| < \varepsilon, \quad (11)$$

其中, m, n 是整数, ε 是一个极小值, 如 $\varepsilon \approx 0.00001$, 表示系统达到了 $n:m$ 的锁相. 本文计算 $m:n = 1:1$ 的情况.

3 数值结果与分析

本节主要讨论基于光电管耦合两个 FHN 神经元的动力学特性, 在数值模拟中, 采用四阶 Runge-

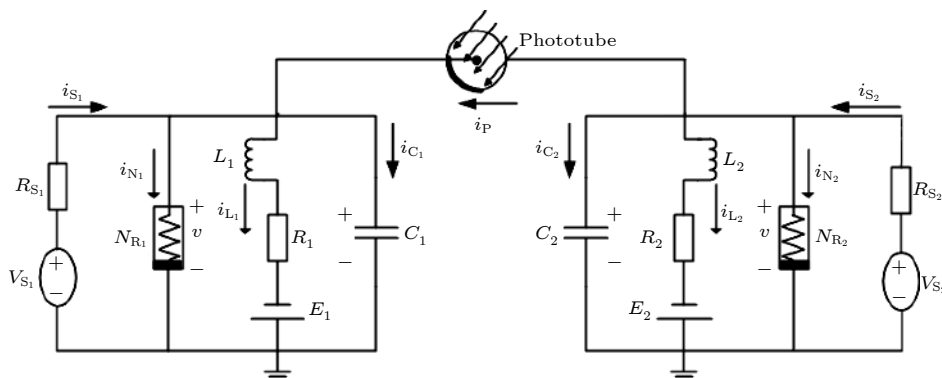


图 3 光电管耦合 FHN 神经元系统的等效电路图

Fig. 3. Equivalent circuit diagram of the coupled FHN neuron system.

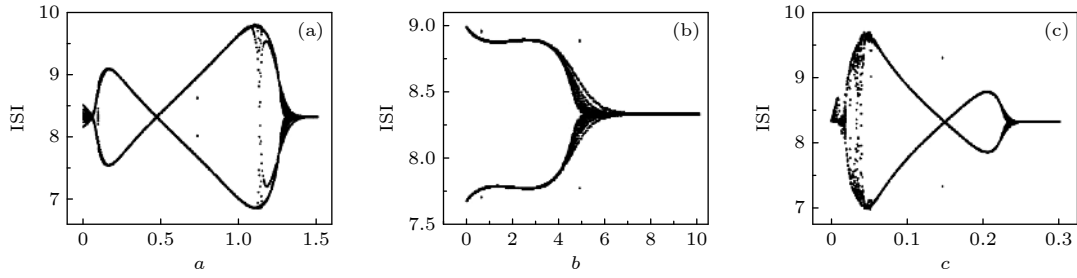


图 4 单个 FHN 神经元在不同参数下的 ISI (a) $b = 0.8, c = 0.1$; (b) $a = 0.7, c = 0.1$; (c) $a = 0.7, b = 0.8$
 Fig. 4. ISI of single FHN neuron with different parameters: (a) $b = 0.8, c = 0.1$; (b) $a = 0.7, c = 0.1$; (c) $a = 0.7, b = 0.8$.

表 1 不同外界刺激频率下的耦合 FHN 神经元分类

Table 1. Category of the coupled FHN neurons driven by external stimulation with different frequencies.

频率 f	0.16		0.002		0.012		0.06	
放电状态	混沌放电		簇放电		尖峰放电		周期放电	
反向截止电压 u_a	0.1	0.5	0.01	0.5	0.01	0.5	0.01	0.5
耦合分类	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6	case 7	case 8

Kutta 算法, 积分步长 $h = 0.01$, 计算的时间为 1000 个时间单位. 首先根据 (4) 式计算了具有外界刺激 $U = U_s + U_0 \cos(2\pi ft)$ 的单个 FHN 神经元模型在不同参数下的峰峰间隔 (interspike interval, ISI), 系统参数选择为 $\xi = 0.175, U_s = 0, U_0 = 0.9, f = 0.16$, 初始值为 (0.2, 0.1), 计算结果如图 4 所示.

从图 4 的结果发现, 不同的参数取值使得系统出现不同的放电模式; 当参数 a, c 变化时, 神经元从两周期放电模式向单周期放电转变时存在交替特征, 如图 4(a) 和图 4(c) 所示; 当参数 b 变化时, 神经元从两周期放电转变为单周期放电表现出较一致的特征, 如图 4(b) 所示; 此外, 外界激励的幅度或频率也能够影响神经元的兴奋性, 使得神经元处于不同的放电状态. 因此分类讨论了不同刺激频率下耦合两个处于不同放电状态下 FHN 神经元的状况, 如表 1 所列. 文中参数设置均为 $a = 0.7, b = 0.8, c = 0.1, \xi = 0.175, U_s = 0, U_0 = 0.9$, 耦合系统初始值为 (0.2, 0.1; 0.2, 0.3).

3.1 混沌放电 FHN 神经元的光电管耦合 ($f = 0.16$)

对于 (6) 式所示的耦合系统, 为探究耦合项中 I_0 和 u_a 的影响, 绘制出激励源频率 $f = 0.16$ 情况 (case 1, 2) 下, 耦合系统随 I_0 和 u_a 变化的峰峰间隔图 (ISI), 如图 5 所示.

从图 5(a) 和图 5(d) 可以看出, I_0 和 u_a 会使系

统的放电模式发生变化; 在外界激励 U 相同的情况下, 增大 I_0 会使系统的混沌放电转换为周期放电, 如图 5(b) 和图 5(c) 所示. 同样 u_a 对系统的放电模式同样具有重要的作用, 在 u_a 增大时系统处于混沌放电状态 (图 5(d) 的 ISI 图所示), 对应的放电波形如图 5(e) 和图 5(f) 所示, 其中小图对应参数下功率谱的计算, 图 5(e) 功率谱图为离散的, 可知系统是多周期的; 而图 5(f) 的功率谱为连续的, 可知系统处于混沌态. 对于第一种情况 (case 1), 计算了参数空间中的最大误差函数 θ_{\max} 与最大相位差 $\Delta\phi_{\max}$, 如图 6 所示.

如图 6(a) 所示, I_0 趋于 0 时系统中存在完全同步流形, 但是随着 I_0 增大, 系统表现为去 (完全) 同步; 不同于完全同步, 如图 6(b) 所示, 随着 I_0 增大, 相位差减小有实现同步的倾向, 并在 $I_0 = 0.79$ 时出现相位差趋于 0; 但是增大 u_a 使得相位同步出现“舌头”, 如图 6(b) 右侧所示. 耦合系统的误差函数、相位差以及对应参数下的光电管功率的时间序列计算结果如图 7 所示.

从图 7(a)—(d) 可以看出, I_0 的增大使得误差函数趋于增大, 系统远离完全同步; 但是如图 7(e)—(h), I_0 的增大可以促进耦合系统间的相位同步. 此外, 如图 7(i)—(l) 所示, 随着 I_0 的增大, 光电管的功率不断增加, 表明光电管通过吸收光能向耦合系统注入的能量越多, 从而使耦合系统趋于相位同步; 但是通过计算光电管单位光强的功率可以发现, 在系统趋于相位同步后, 光电管单位光强

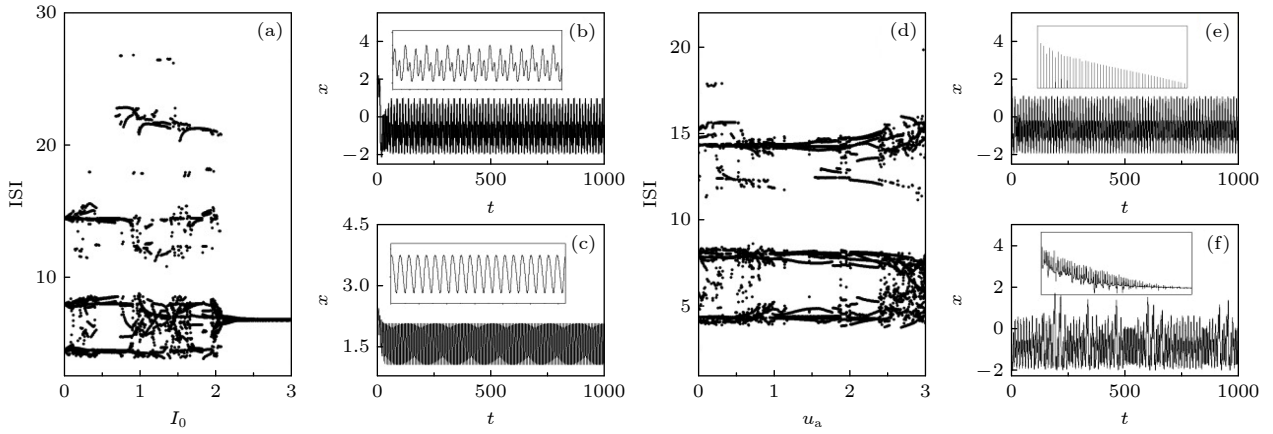


图 5 耦合系统中神经元的 ISI 和放电序列 ($f = 0.16$) (a) $u_a = 0.1$; (b) $I_0 = 1.5, u_a = 0.1$; (c) $I_0 = 2.5, u_a = 0.1$; (d) $I_0 = 0.3$; (e) $u_a = 1.5, I_0 = 0.3$; (f) $u_a = 2.3, I_0 = 0.3$

Fig. 5. ISI and the firing sequence of neuron in the coupled system ($f = 0.16$): (a) $u_a = 0.1$; (b) $I_0 = 1.5, u_a = 0.1$; (c) $I_0 = 2.5, u_a = 0.1$; (d) $I_0 = 0.3$; (e) $u_a = 1.5, I_0 = 0.3$; (f) $u_a = 2.3, I_0 = 0.3$.

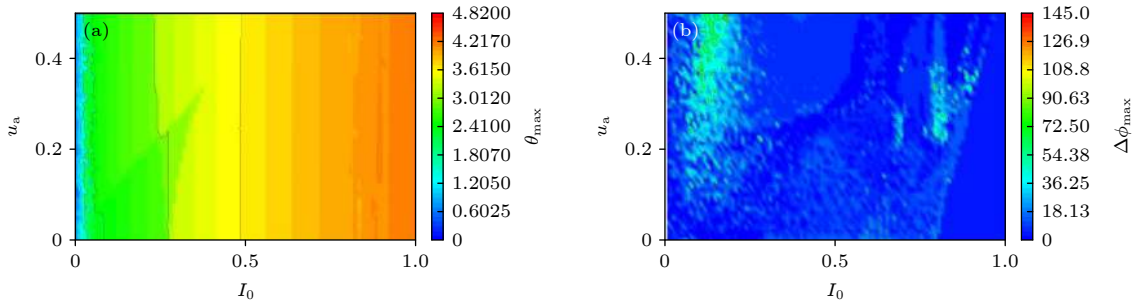


图 6 u_a 和 I_0 的参数空间中, 耦合系统 (case 1) 的同步区间 (a) 最大误差函数 θ_{\max} ; (b) 最大相位差 $\Delta\phi_{\max}$

Fig. 6. Synchronization region of the coupled system (case 1) in the parameter space of u_a vs. I_0 : (a) Maximum error function θ_{\max} ; (b) maximum phase difference $\Delta\phi_{\max}$.

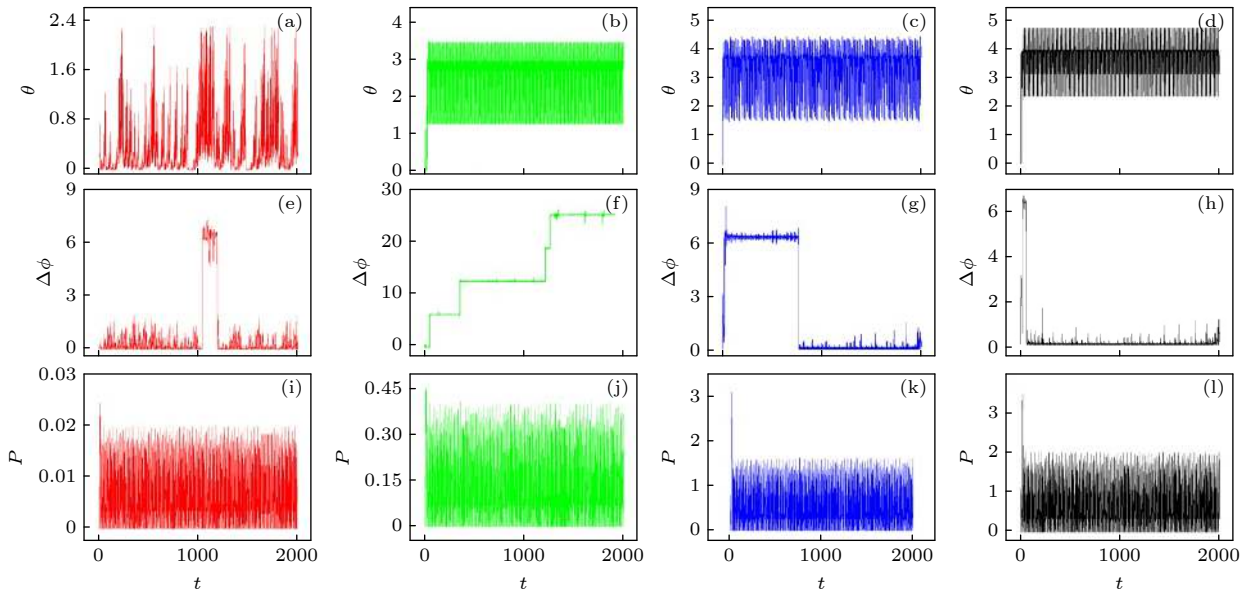


图 7 误差函数、相位差和功率随时间的演化 ($u_a = 0.1$) (a), (e), (i) $I_0 = 0.01$; (b), (f), (j) $I_0 = 0.2$; (c), (g), (k) $I_0 = 0.8$; (d), (h), (l) $I_0 = 1$

Fig. 7. Evolution of error function, phase difference and power ($u_a = 0.1$): (a), (e), (i) $I_0 = 0.01$; (b), (f), (j) $I_0 = 0.2$; (c), (g), (k) $I_0 = 0.8$; (d), (h), (l) $I_0 = 1$.

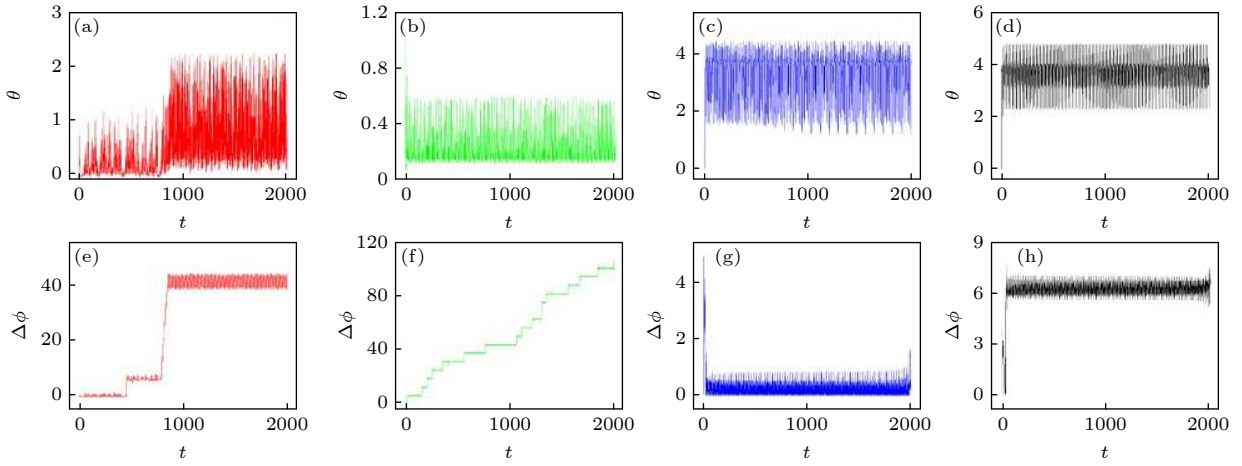


图 8 系统误差与相位差随时间的演化 ($u_a = 0.5$) (a), (e) $I_0 = 0.01$; (b), (f) $I_0 = 0.2$; (c), (g) $I_0 = 0.8$; (d), (h) $I_0 = 1$

Fig. 8. Evolution of error function and phase error ($u_a = 0.5$): (a), (e) $I_0 = 0.01$; (b), (f) $I_0 = 0.2$; (c), (g) $I_0 = 0.8$; (d), (h) $I_0 = 1$.

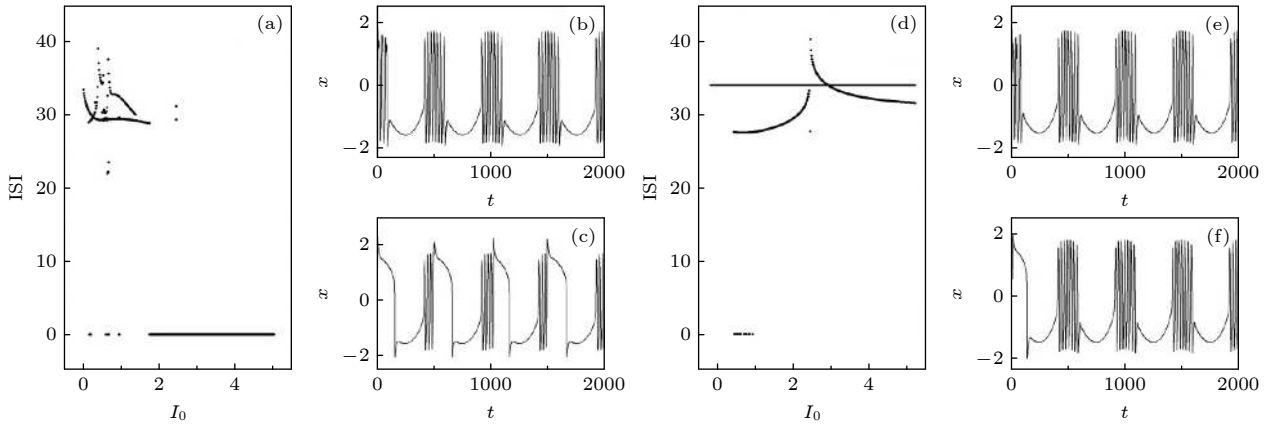


图 9 耦合系统中神经元的 ISI 和放电序列 ($f = 0.002$) (a) $u_a = 0.01$; (b) $I_0 = 0.5, u_a = 0.01$; (c) $I_0 = 1.5, u_a = 0.01$; (d) $I_0 = 0.3$; (e) $u_a = 0.5, I_0 = 0.3$; (f) $u_a = 1.5, I_0 = 0.3$

Fig. 9. ISI and the firing sequence of neuron in the coupled system ($f = 0.002$): (a) $u_a = 0.01$; (b) $I_0 = 0.5, u_a = 0.1$; (c) $I_0 = 1.5, u_a = 0.1$; (d) $I_0 = 0.3$; (e) $u_a = 0.5, I_0 = 0.3$; (f) $u_a = 1.5, I_0 = 0.3$.

的功率峰值有趋于饱和的特征. 对于第二种情况 (case 2), 具有较大 u_a ($u_a = 0.5$) 时耦合系统间的误差及对应的相位差计算结果如图 8 所示.

从图 8 可以看出, 改变 I_0 和 u_a 对耦合系统的完全同步没有贡献. 以上结果与图 6 一致, 在讨论的参数范围内, 混沌放电的 FHN 神经元经由光电管耦合情况下, I_0 较小时由于受迫共振可完全同步; I_0 较大时趋于相位同步, 此时光电管具有较强的调节能力.

3.2 簇放电 FHN 神经元的光电管耦合 ($f = 0.002$)

根据 (6) 式所示的耦合系统, 考虑频率 $f = 0.002$ 情况 (case 3, 4) 下, 耦合系统随 I_0 和 u_a 变

化的峰峰间隔图 (ISI), 如图 9 所示.

图 9 结果表明, I_0 和 u_a 变化不会改变系统的放电模式, 但对其谱特征会产生影响. 如图 9(b) 和图 9(c) 所示, 在外界激励 U 相同的情况下, I_0 的变化对系统簇放电状态的影响较大; 而 u_a 对系统簇放电状态的影响不大, 如图 9(e) 和图 9(f) 所示. 类似 3.1 节, 对于第三种情况 (case 3), 计算了参数空间中的最大误差函数 θ_{\max} 与最大相位差 $\Delta\phi_{\max}$.

如图 10 所示, 类似混沌放电的情况, 在 $f = 0.002$ 的情况下, 当 I_0 和 u_a 较小时系统趋于同步, 随着参数 I_0 的增加系统出现去同步现象; 但是参数 I_0 对相位同步的影响较为复杂. 以下考虑 I_0 较小的情况, 该区域系统的最大误差函数和最大相位差均具有下界, 如图 11 所示.

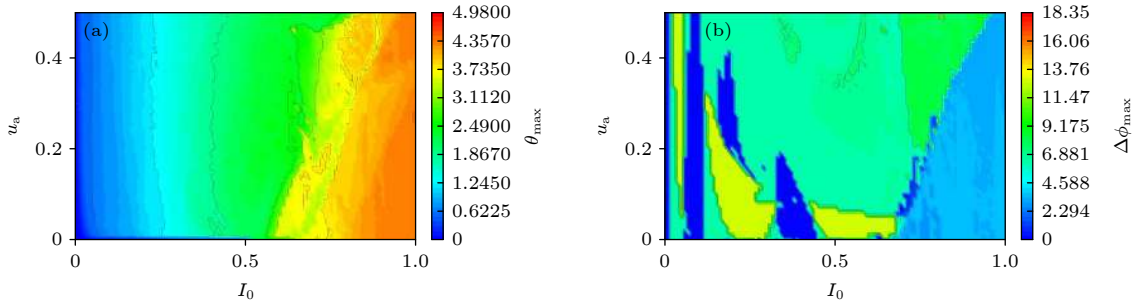


图 10 u_a 和 I_0 的参数空间中, 耦合系统 (case 3) 的同步区间 (a) 最大误差函数 θ_{\max} ; (b) 最大相位差 $\Delta\phi_{\max}$

Fig. 10. Synchronization region of the coupled system (case 3) in the parameter space of u_a vs. I_0 : (a) Maximum error function θ_{\max} ; (b) maximum phase difference $\Delta\phi_{\max}$.

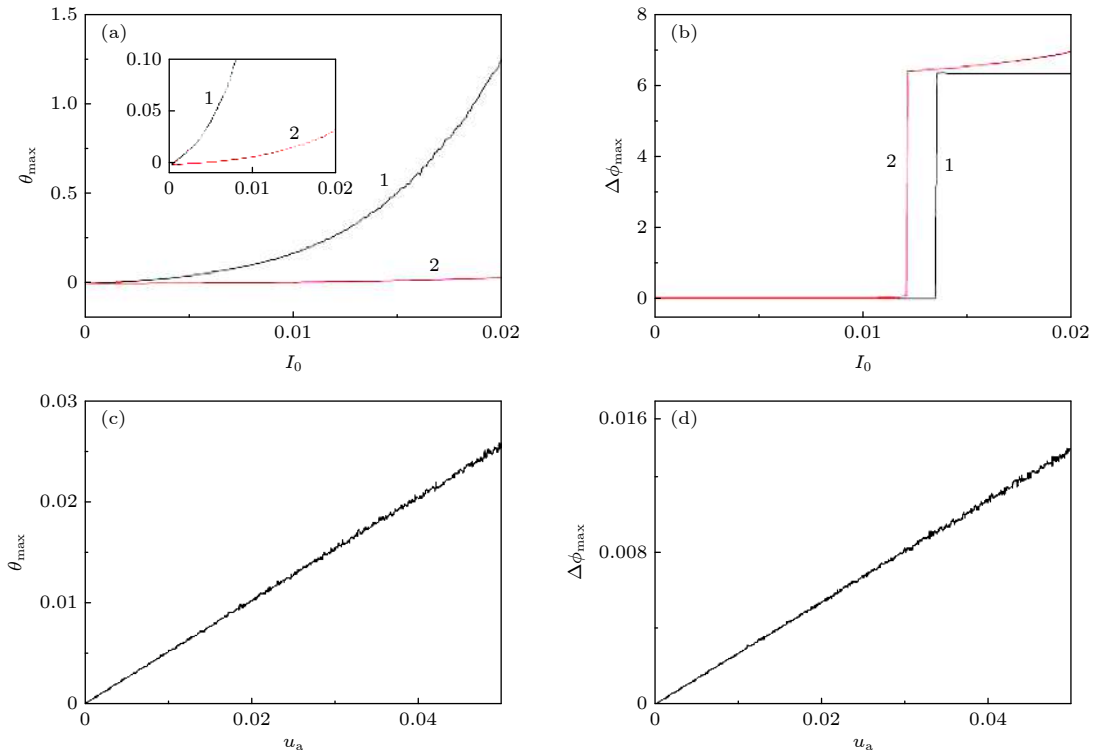


图 11 最大误差函数和最大相位差随参数的变化 (灰色曲线为 (6) 式中的非线性耦合, 红色曲线为线性耦合) (a), (b) $u_a = 0.01$; (c), (d) $I_0 = 0.001$

Fig. 11. The maximum error function and the maximum phase difference change with the parameters, the grey curve represents the nonlinear coupling in Eq. (6) and the red curve is the linear one: (a), (b) $u_a = 0.01$; (c), (d) $I_0 = 0.001$.

图 11(a) 和图 11(b) 分别计算了相应参数下非线性耦合 (曲线 1) 和线性耦合 (曲线 2) 的情况, 结果表明, 在耦合强度较小, 即 $I_0 < 0.01$ 时在有限的单位时间内系统误差峰值可以减小到零附近, 耦合系统具有可以实现完全同步的趋势; 而且不同于误差函数曲线的“软击穿”特性, 相位差函数表现为“硬”的, 但是没有观察到亚临界分岔, 且相对误差函数的阈值显著滞后. 此外, 线性耦合方式增大了可同步的参数 I_0 区间, 减小了相位同步的参数 I_0 区间. 如图 11(c) 和图 11(d) 所示, 不能区别线性

和非线性耦合下最大误差函数和最大相位差随 u_a 变化的关系曲线; 而且相对最大误差函数, 最大相位差的增长更加缓慢. I_0 和 u_a 的增强去同步可以理解为受迫共振效应与 (线性或非线性) 耦合系统的竞争关系; 当受迫共振效应强于耦合作用时, 表现为同步现象; 否则由于自突触、光电耦合等结构影响, 系统会远离同步状态. 具体参数下耦合系统间的误差、对应的相位差和光电管功率的计算结果如图 12 所示.

如图 12(a)、图 12(c)、图 12(e) 和图 12(g) 所

示, 较小的 I_0 促进耦合系统间的同步; 增大 I_0 , 耦合系统出现间歇性完全同步, 可能是过量的能量注入引起的, 如图 12(d) 和图 12(h) 所示. 此外, 图 12(i)—(l) 是对应参数下光电管的功率变化, 可以看出, 当 I_0 继续增大时, 光电管通过光吸收调节系统能量的能力增强. 这与典型的线性反应-扩散系统的情况一致. 对于第四种情况 (case 4), 具有较大的 u_a ($u_a = 0.5$) 时耦合系统间的误差及对应

的相位差结果如图 13 所示.

从图 13 可以看出, 具有较大的 u_a 时改变 I_0 的大小无法促进耦合系统间的完全同步和相位同步; 对比图 12 和图 13, I_0 相同的情况下, u_a 大的系统较难实现完全同步和相位同步. 本文计算结果表明, 对于尖峰放电 ($f = 0.012$) 和周期放电 ($f = 0.06$) 的 FHN 神经元, 可能是由于与簇放电同属于周期态放电, 因此 I_0 和 u_a 对同步的影响相似.

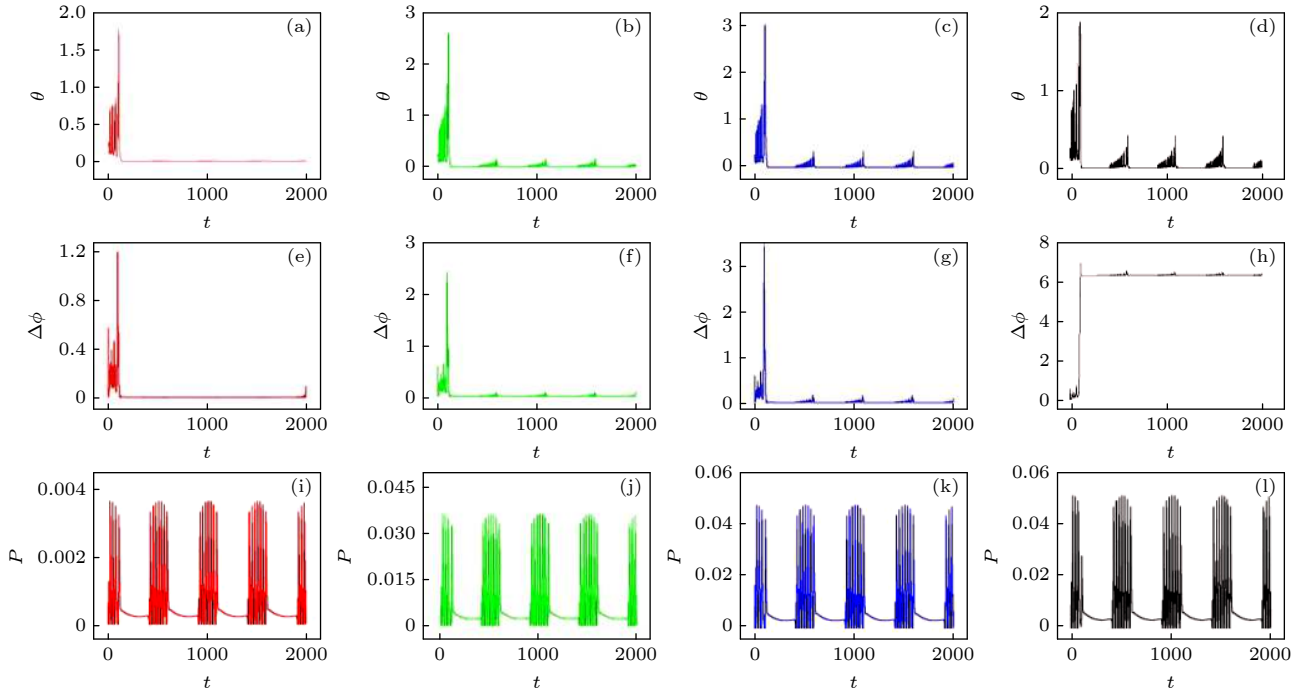


图 12 系统误差、相位差和光电管功率随时间的演化 ($u_a = 0.01$) (a), (e), (i) $I_0 = 0.001$; (b), (f), (j) $I_0 = 0.01$; (c), (g), (k) $I_0 = 0.013$; (d), (h), (l) $I_0 = 0.014$

Fig. 12. Evolution of error function, phase error and phototube power ($u_a = 0.01$): (a), (e), (i) $I_0 = 0.001$; (b), (f), (j) $I_0 = 0.01$; (c), (g), (k) $I_0 = 0.013$; (d), (h), (l) $I_0 = 0.014$.

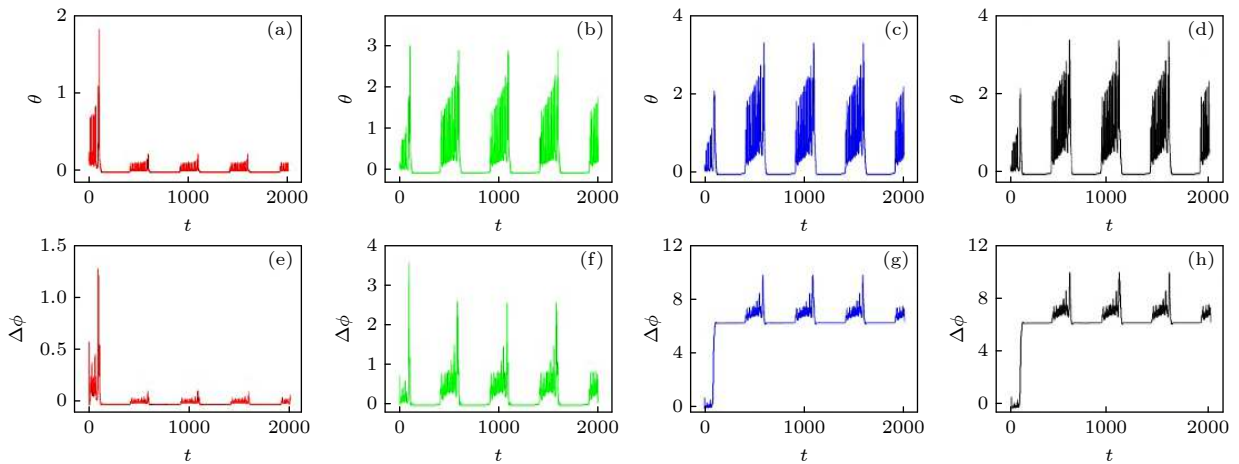


图 13 系统误差与相位差随时间的演化 ($u_a = 0.5$) (a), (e) $I_0 = 0.001$; (b), (f) $I_0 = 0.01$; (c), (g) $I_0 = 0.013$; (d), (h) $I_0 = 0.014$

Fig. 13. Evolution of error function and phase error for variables ($u_a = 0.5$): (a), (e) $I_0 = 0.001$; (b), (f) $I_0 = 0.01$; (c), (g) $I_0 = 0.013$; (d), (h) $I_0 = 0.014$.

从物理过程来看, 外界光照激励时耦合通道的光电管主要扮演非线性电阻角色, 即在两个神经元电路之间触发非线性耦合并消耗一定的能量, 从而平衡两个耦合电路的能量以及输出电压. 从动力学和实验的角度看, 对光电管的参数或耦合通道参数进行调制, 就可以实现两个神经元电路的同步. 当嵌入耦合通道的光电管被处于红限频率以上的光照激活后, 光电管则发挥调变电源的作用, 对耦合神经元电路注入能量, 进一步改变其动力学特性, 在恰当的参数范围内实现神经元电路的同步和相位锁定. 从实验角度看, 改变外界光照强度则可以调控耦合通道光电流大小, 进一步改变耦合神经元电路的输出电压特性和动力学模态, 对同步稳定性产生显著影响.

4 结 论

本文基于光电管耦合 FHN 神经元电路, 研究了影响神经元系统同步动力学的因素. 耦合 FHN 神经元的光电管作为电流源, 可通过调节光照强度改变光电流大小; 数值计算表明, 由于光电管能量的注入以及能量的调节和运输, 处于混沌放电模式的神经元在较强的耦合强度也能相位锁定或相位同步. 在光电管耦合的(多)周期放电的神经元(包括簇放电、尖峰放电和周期放电)中, 相位同步的区间更加复杂. 在相同耦合强度下, 具有较大反向截止电压的光电管耦合的神经元不能实现同步及锁定, 这是因为反向截止电压大的情况下, 光电管需要吸收更大的能量才能实现对系统能量的注入, 从而使耦合系统实现相位同步.

参考文献

- [1] Ma J, Song X, Jin W, Wang C 2015 *Chaos, Solitons Fractals* **80** 31
- [2] Iqbal M, Rehan M, Hong K S 2017 *Plos One* **12** e0176986
- [3] Sotero R C, Trujillo-Barreto N J 2008 *Neuroimage* **39** 290
- [4] Izhikevich E M 2004 *IEEE Trans. Neural Networks* **15** 1063
- [5] Ibarz B, Casado J M, Sanjuán M A F 2011 *Phys. Rep.* **501** 1
- [6] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *Bull. Math. Biol.* **52** 25
- [7] Fitzhugh R 1961 *Biophys. J.* **1** 445
- [8] Shilnikov A 2012 *Nonlinear Dyn.* **68** 305
- [9] Miesenbock G, Kevrekidis I G 2005 *Annu. Rev. Neurosci.* **28** 533
- [10] Gu H, Pan B 2015 *Nonlinear Dyn.* **81** 2107
- [11] Pikovskii A, Rabinovich M 1978 *Dokl. Akad. Nauk SSSR* **239** 301
- [12] Lv M, Wang C, Ren G, Ma J, Song X 2016 *Nonlinear Dyn.* **85** 1479
- [13] Baines P G 2008 *Prog. Phys. Geogr.* **32** 475
- [14] Zhang X, Wang C, Ma J, Ren G 2020 *Mod. Phys. Lett. B* **2050267**
- [15] Zhang G, Ma J, Alsaedi A, Ahmad B, Alzahrani F 2018 *Appl. Math. Comput.* **321** 290
- [16] Yao Z, Ma J, Yao Y, Wang C 2019 *Nonlinear Dyn.* **96** 205
- [17] Xu Y M, Yao Z, Hobiny A, Ma J 2019 *Front. Inform. Tech. El.* **20** 571
- [18] Liu Z, Wang C, Jin W, Ma J 2019 *Nonlinear Dyn.* **97** 2661
- [19] Tosini G, Doyle S, Geusz M, Menaker M 2000 *Proc. Natl. Acad. Sci.* **97** 11540
- [20] Menaker M 1972 *Sci. Am.* **226** 22
- [21] Kennedy D 1958 *Am. J. Ophthalmol.* **46** 19
- [22] Martenson M E, Halawa O I, Tonsfeldt K J, et al. 2016 *Pain* **157** 868
- [23] Liu Y, Xu W J, Ma J, Alzahrani F, Hobiny A 2020 *Front. Inform. Tech. El.* **21** 1387
- [24] Li J R, Wang J P, Jiang L 1994 *Biosens. Bioelectron.* **9** 147
- [25] Zou W, Senthilkumar D V, Zhan M, Kurths J 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 014101
- [26] Wu Y, Xiao J, Hu G, Zhan M 2012 *EPL* **97** 40005
- [27] Perc M 2009 *Biophys. Chem.* **141** 175
- [28] Lin W, Wang Y, Ying H, Lai Y C, Wang X 2015 *Phys. Rev. E* **92** 012912
- [29] Zhang P W, Tang G N, Luo X S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3497 (in Chinese) [张平伟, 唐国宁, 罗晓曙 2005 物理学报 **54** 3497]
- [30] Wouapi K M, Fotsin B H, Louodop F P, Feudjio K F, Njitacke Z T, Djeudjo T H 2020 *Cogn. Neurodyn.* **14** 375
- [31] Shafiee M, Jafari S, Parastesh F, Ozer M, Kapitaniak T, Perc M 2020 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **84** 105175
- [32] Phan C, You Y 2020 *Nonlinear. Anal.-Real* **55** 103139
- [33] Moayeri M M, Rad J A, Parand K 2020 *Comput. Math. Appl.* **80** 1887
- [34] Makovkin S Y, Shkerin I V, Gordleeva S Y, Ivanchenko M V 2020 *Chaos, Solitons Fractals* **138** 109951
- [35] Zou Y L, Zhu J, Chen G, Luo X S 2005 *Chaos, Solitons Fractals* **25** 1245
- [36] Zhou S, Hong Y, Yang Y, Lü L, Li C 2020 *Pramana J. Phys.* **94** 34
- [37] Venkatesh P, Venkatesan A, Lakshmanan M 2016 *Pramana J. Phys.* **86** 1195
- [38] Sivaganesh G, Sweetlin M D, Arulgnanam A 2016 *J. Korean Phys. Soc.* **69** 124
- [39] Binczak S, Jacquir S, Bilbault J M, Kazantsev V B, Nekorkin V I 2006 *Neural Networks* **19** 684
- [40] Wade J J, Mcdaid L J, Harkin J, Crunelli V, Kelso J S 2011 *PloS One* **6** e29445
- [41] Sambas A, WS M S, Mamat M 2015 *J. Eng. Sci. Tech. Rev.* **8** 89
- [42] Daoudal G, Hanada Y, Debanne D 2002 *PNAS* **99** 14512
- [43] Chorev E, Brecht M 2012 *J. Neurophysiol.* **108** 1584
- [44] Yhang Y X, Li Y Y, Gu G H 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 040501 (in Chinese) [杨永霞, 李玉叶, 古光华 2020 物理学报 **69** 040501]
- [45] Wang P, Li Q Y, Tang G N 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 030502 (in Chinese) [汪芃, 李倩昀, 唐国宁 2018 物理学报 **67** 030502]
- [46] FitzHugh R 1955 *Bull. Math. Biophys.* **17** 257
- [47] Nagumo J, Arimoto S, Yoshizawa S 1962 *Proc. IRE* **50** 2061
- [48] Kawato M, Suzuki R 1980 *J. Theor. Biol.* **86** 547
- [49] Okuda M 1981 *Prog. Theor. Phys.* **66** 90
- [50] Treutlein H, Schulten K 1985 *Ber. Bunsen. Ges. Phys. Chem.* **89** 710
- [51] Rajasekar S, Lakshmanan M 1988 *J. Theor. Biol.* **133** 473
- [52] Einstein A 1905 *Ann. Physik.* **17** 132

Synchronization between FitzHugh-Nagumo neurons coupled with phototube^{*}

Zhang Xiu-Fang¹⁾ Ma Jun¹⁾ Xu Ying²⁾ Ren Guo-Dong^{1)†}

1) (*Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

2) (*School of Mathematics and Statistics, Shandong Normal University, Ji'nan 250014, China*)

(Received 19 November 2020; revised manuscript received 28 February 2021)

Abstract

The photoreceptors can receive all kinds of visible light which is translated to the bioelectrical signal for the visual cortex. The function would be simulated by the photoelectric effect. This paper studies the dynamic characteristics of FitzHugh-Nagumo neurons coupled with a phototube. In the parameter space of phototube, the synchronization region of the coupled system in which the neuron mode is in chaos and burst, is discussed in detail; the data show that the forced resonance is prominent in the complete synchronization of the system when the coupling strength is low, while the phase synchronization is observed in numerical experiment when the coupling strength is strong. The active operation of the phototube, as well the inverse cutoff voltage can modulate the synchronization of the system. Our work can be used to understand the mechanism of the retinal diseases, such as macular degeneration.

Keywords: neuron, phototube, synchronization, phase lock

PACS: 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.70.20201953](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201953)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11672122, 12062009) and the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant No. 20JR5RA473).

[†] Corresponding author. E-mail: rengd@lut.edu.cn